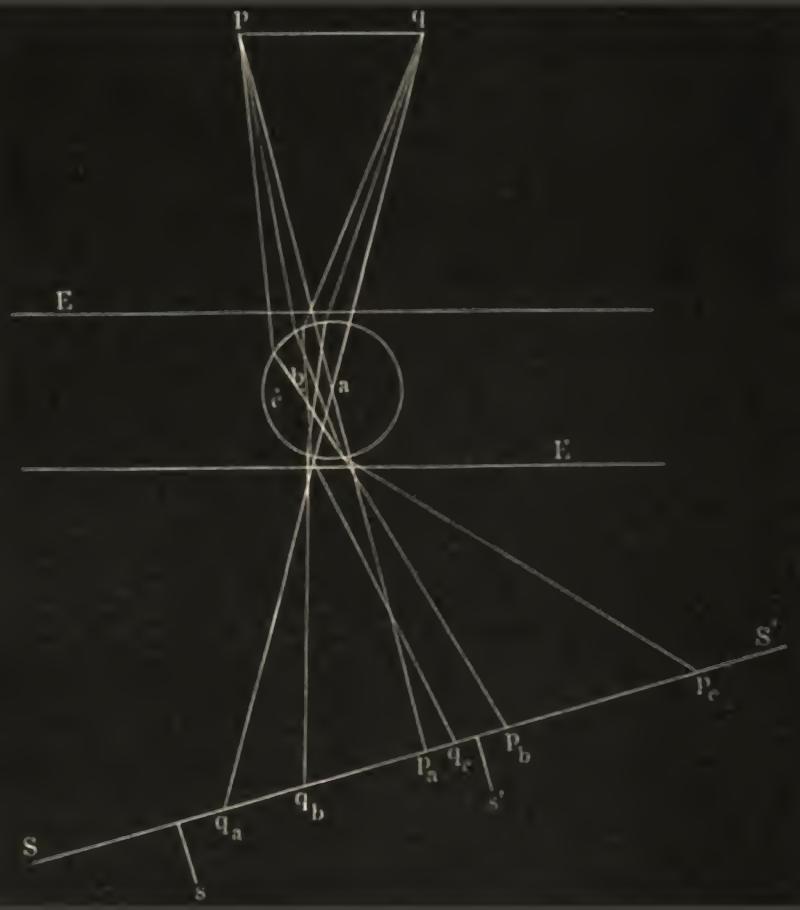
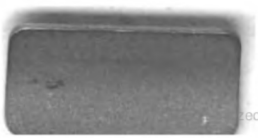


Die medizinische Physik

Adolf Fick, Johann MUELLER, Claude Servais Mathias Pouillet

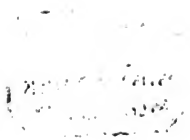
Digitized by Google

Phys. q. 358 nb/4 Pouillet-Villiller



ed by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MUENCHEN

Digitized by Google

Supplementband

zu

Müller-Pouillet's

Lehrbuch der Physik.

Für Mediziner.

Medizinische Physik

von

Dr. A. Fick,
Professor in Zürich.

Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,
Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.
1856.

Digitized by Google

Die

medizinische Physik.

Von

Dr. A. Fick,
Professor in Zürich.

Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,
Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.
1856.

Digitized by Google

Die Herausgabe einer Ueberſetzung in engliſcher, franzöſiſcher und anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Digitized by Google

Vorrede.

Schon seit einer geraumen Zeit hat sich zwischen die Chemie und die Physiologie eine Disciplin eingeschoben, die man als physiologische Chemie zu bezeichnen pflegt. Durch das vorliegende Buch soll ein erster Versuch gemacht werden, auch zwischen die Physik und die Physiologie, oder wenn man lieber will, die gesammte Medicin eine physiologische oder medicinische Physik einzuschieben.

Um mir fremdes Eigenthum nicht anzumaßen, muß ich vorausschicken, daß ich nicht auf den Begriff einer solchen Disciplin von selbst gekommen bin, sondern daß ich vom Herrn Verleger aufgefordert wurde, dieses Buch zu schreiben. Hoffentlich liegt darin eine Garantie mehr, daß ein Bedürfniß danach im Publikum vorhanden ist.

Wie ich dieses Bedürfniß verstanden habe und von welchen Gesichtspunkten aus ich demselben daher gerecht zu werden strebte, glaube ich an dieser Stelle darlegen zu müssen.

Eine Reihe von Vorgängen im Thierkörper sind bereits erkannt als nothwendig bewirkt durch die allgemeinen physikalischen Agentien; wenn sie demnach auch denselben Gesetzen unterworfen sind, denen sie in der übrigen Natur gehorchen, so geschehen sie doch meistens unter ganz besonderen Bedingungen, die dem Organismus eigen sind, vielleicht außerhalb desselben nicht einmal nachgeahmt werden können. Die physikalischen Lehrbücher haben nur den Zweck, die allgemeinen Agentien der Natur in ihrem eigenen Wesen kennen zu lehren. Sie zeigen daher diese unter den möglichst einfachen Bedingungen, damit die elementaren Gesetze möglichst unmittelbar in der Erscheinung hervortreten. Es kann von einem Lehrbuch der Physik eben nicht verlangt werden, daß es die besonderen Bedingungen, Veranstaltungen

Digitized by Google

und Apparate berücksichtige, an welchen die physikalischen Vorgänge vorkommen, deren Complex das thierische Leben ausmacht. Denn wenn auch ein physikalisches Lehrbuch, abgesehen von seinem Selbstzweck, noch ein Hülfsbuch für andere Wissenschaften sein soll, so ist es doch als solches eben nicht bloß für den Mediciner und Physiologen bestimmt, sondern ebensowohl für den Architecten, Techniker oder Chemiker; es kann also immer nur so weit gehen, als die physikalischen Kräfte allen diesen Gebieten gemeinschaftlich von Bedeutung sind, d. h. es kann eben nur das allgemeine Wesen der Kräfte zum Gegenstande haben, die complicirten Bedingungen sind der reinen Physik, wo sie angewandt werden, bloß Mittel zur Erforschung des inneren Wesens der Naturagentien selbst.

Gerade im Gegentheil, scheint mir nun, soll die physiologische Physik, die fundamentalen Gesetze der allgemeinen Naturagentien voraussetzend, ganz insbesondere solche complicirtere Bedingungen ins Auge fassen, die sich den im Organismus vorhandenen schon einigermaßen annähern. Während also z. B. die allgemeine Physik sich normalerweise darauf beschränkt, die allgemeinen Grundgesetze der Elektricitätsleitung aufzustellen und mit Thatsachen zu belegen, hat die physiologische Physik speciell zu untersuchen: welche Strömungserscheinungen müssen diesen Grundgesetzen gemäß hervortreten, wenn peripolare elektromotorische Anordnungen in einen Leiter eingetaucht sind, um die specielleren Gesichtspunkte zu liefern, nach denen die durch solche Anordnungen in Muskel und Nerv hervorgebrachten Ströme beurtheilt werden müssen. Während in der allgemeinen Physik meist nur ganz wenige einfache Fälle von Wasserströmen als Beispiele behandelt werden, um daran die allgemeinen Gesetze der Flüssigkeitsbewegung zu erläutern, so hat die physiologische Physik aufs Genauste das Strömen von Flüssigkeiten in verzweigten und elastischen Röhrensystemen zu erörtern, um so zu der Erkenntniß der Erscheinungen des Blutkreislaufes hinzuleiten. Diese beiden Beispiele, die sich leicht noch vervielfältigen ließen, mögen genügen zu zeigen, welche Vorstellung mir von dem wesentlichen Inhalte der physiologischen Physik vorschwebte. Ich dachte mir, um es kurz zusammenzufassen, die physiologische Physik soll gewissermaßen die physikalischen Schemata zeichnen von denjenigen organischen Processen, die bereits mehr oder weniger vollständig in ihrer physikalischen Natur erkannt sind.

Es leuchtet bereits hieraus ein, daß das Gebiet unserer Wissenschaft kein scharf abgrenzbares ist. Uebergriffe nach der einen und nach der anderen Seite sind unvermeidlich. Muß doch Jeder, der zwei Ufer

Digitized by Google

durch eine Brücke verbinden will, von dem einen und dem anderen ein Stück in Beschlag nehmen, um die beiden äußersten Pfeiler aufzustellen. So kann die physiologische Physik, die Brücke von der Physik zur Physiologie, nicht umhin, von der einen und der anderen Wissenschaft etwas Gebiet für sich zu nehmen. Der Eingriff in das Gebiet der Physiologie erscheint übrigens für diesmal viel größer, als er wirklich ist. Man muß nämlich bedenken, daß bisher die physiologische Physik, wie sie so eben definirt wurde, noch nicht abgesondert behandelt zu werden pflegte. Die Bearbeiter der Physiologie waren also gezwungen, ihren einzelnen Abschnitten physikalische Einleitungen voranzuschicken, und darin diejenigen rein physikalischen Lehren vorzutragen, die in den Lehrbüchern der allgemeinen Physik fehlend, doch zum Verständniß des eigentlich Physiologischen nothwendig sind. Wenn der Versuch gelingen sollte, die physiologische Physik den canonischen Disciplinen einzureihen, so wird man diese physikalischen Abschnitte aus den Lehrbüchern der Physiologie verschwinden sehen. Dem Verfasser eines solchen wird die Arbeit ein gutes Theil erleichtert sein, wenn er erst da anzufangen braucht, wo die physiologische, nicht da, wo die allgemeine Physik aufhört. Eine ähnliche Bewandtniß hat es mit den Gebietsverletzungen dieser letzteren. Man ist seit geraumer Zeit gewohnt, in den Lehrbüchern einzelne fast rein physiologisch-physikalische Abschnitte, die Lehre vom Sehen, vom Hören und von der Stimmbildung, anzutreffen. Diese Lehren gehören recht eigentlich in unser Gebiet. Im vorliegenden Buche, das dem Titel gemäß unmittelbar an das allgemein verbreitete Müller'sche Lehrbuch der Physik sich anschließt, werde ich zwar so weit möglich alle Wiederholung des darin Enthaltenen vermeiden; in den eben genannten Abschnitten wird dies jedoch ohne störende Unterbrechung allen Zusammenhangs nicht ganz möglich sein.

Mit dem Gesagten ist aber der ganze Inhalt der physiologischen Physik noch nicht erschöpft. Vor Allem müssen darin, wenigstens für den Augenblick, einige rein physikalische Lehren untergebracht werden, die der Natur der Sache nach eigentlich in die allgemeine Physik gehörten, aber im Lehrcurs dieser Wissenschaft noch nicht Platz gefunden haben, wenigstens nicht mit der Ausführlichkeit, wie sie für die Physiologie gebraucht werden. Ich meine die Lehre von Gas- und Hydrodiffusion, von Absorption und Imbibition.

Ferner sucht man wohl in einem Buche über physiologische Physik Andeutungen über die Wirkung der physikalischen Agentien auf den thierischen Gesammtkörper oder einzelne seiner Organe, der Arzt namentlich über diese Wirkungen auf den kranken Körper. Vielleicht

Digitized by Google

wird künftig, wenn sich der Begriff der physiologischen Physik schärfer abgränzen sollte, dieser Stoff ausgeschlossen werden; in diesem Buche aber, das die noch unbestimmte Vorstellung des gegenwärtigen Augenblicks möglichst vollständig zu erfüllen sucht, mußte er noch mit aufgenommen werden. Endlich wird man wohl darin nicht ungern Aufklärung finden über Einrichtung und Gebrauch instrumentaler Hülfsmittel zu physiologischen und ärztlichen Zwecken, welche dem Apparate des Physikers geradezu entlehnt sind, oder deren Gebrauch sich doch unmittelbar auf physikalische Grundsätze stützt. Man wird es hoffentlich gerechtfertigt finden, daß ich diese Dinge in einem besonderen, dem Ganzen angehängten Abschnitte behandelt habe, es hätte sonst der Fluß der Darstellung in den einzelnen theoretischen Abschnitten öfters eine störende Unterbrechung erleiden müssen. In diesem technischen Abschnitte war begreiflicherweise die Auswahl des Stoffes mehr als in irgend einem anderen willkürlich. So lange sich nicht eine öffentliche Meinung darüber gebildet und ausgesprochen hat, welche Instrumente und Versuchsmethoden brauchbar und wichtig sind, bleibt es eben bloß dem individuellen Takte des Autors überlassen, diese Frage zu entscheiden. Ob der meinige die Bedürfnisse des Publikums richtig herausgefühlt hat, darüber gewärtige ich das Urtheil der Kritik.

Es wird demnach das vorliegende Buch der herkömmlichen Eintheilungsweise der physikalischen Lehren gemäß in 7 Abschnitte: Molekularphysik (allgemeine Physik), Mechanik fester Körper, Mechanik flüssiger Körper, Lehre vom Schall, Wärmelehre, Optik, Elektricitätslehre, zerfallen, denen sich ein achter, über instrumentale Hülfsmittel und Methoden, anhangsweise anschließt. Dem ersten Abschnitte habe ich noch, gewissermaßen als Einleitung des Ganzen, eine kurze Darstellung der atomistischen Hypothese einverleibt, an die sich auch eine Auseinandersetzung vom Principe der Erhaltung der Kraft am besten anlehnen konnte. Ich glaubte aber dieses Princip so ausführlich nur irgend der Raum gestattete, behandeln zu müssen, da es für die Physiologie so außerordentlich wichtig und es gleichwohl dem Mediciner nicht leicht gemacht ist, sich damit bekannt zu machen.

So viel vom Inhalt. In der Behandlung mußte ich mich natürlich durchweg der abgekürzten Zeichensprache der mathematischen Analysis enthalten, da dieselbe, nach dem gegenwärtigen Zuschnitte der Gymnasialbildung, bei den Medicinern nicht als allgemein bekannt vorausgesetzt werden kann. Dagegen habe ich mir einen Leser vorgestellt, dem die Elemente der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie vollständig geläufig sind, wie dies übrigens in allen Elementarlehr-

Digitized by Google

büchern der Physik und Physiologie geschieht. Hätte ich auch diese Voraussetzung fallen lassen wollen, so wäre die Darstellung vieler wichtiger Lehren ganz unmöglich geworden und manches Andere hätte unverhältnißmäßige Opfer an Raum gefordert. Im Ganzen bewegt sich die Behandlung in physikalischer Anschauung, wobei ich aber eher die Gelegenheit gesucht als vermieden habe, bei der Zergliederung zum Unendlichkleinen hinunterzusteigen. So bin ich z. B. bei der Theorie der Widerstände von der Betrachtung eines unendlich kleinen Röhrensegmentes ausgegangen, während in anderen Darstellungen meist der Widerstand der ganzen Röhre von vornherein als eine ungetheilte Größe auftritt. In diesem Falle führt zwar das Zurückgehen auf das unendlich kleine Element nicht kürzer und nicht bündiger zum Beweise des Satzes, als die andere Methode, wohl aber scheint sie mir hier wie in anderen Fällen sachgemäßer. Abgesehen davon aber, habe ich solche Infinitesimalbetrachtungen (auch in der Lehre vom Gaswechsel in den Lungen, sowie in der Lehre von der Muskelcontraction) gewissermaßen paradigmatisch ausgeführt oder angedeutet, um das Meinige zu thun zur Zerstreuung des in weiten Kreisen verbreiteten Vorurtheils, als sei die Infinitesimalrechnung jenseits der Tragweite des gesunden Menschenverstandes, während sie doch in Wahrheit gerade umgekehrt erst den klaren Einblick in Naturerscheinungen dem ganz gewöhnlichen gesunden Menschenverstande eröffnet. Es versteht sich, nach dem was ich schon von den mathematischen Voraussetzungen dieses Buches gesagt habe, eigentlich von selbst, daß dabei die Technik des Calcüls ganz aus dem Spiele blieb, daß ich deren Resultate entweder rein historisch anführte, oder auf Umwegen durch Anschauungsbeweise, wo es möglich war, erzielte.

Das Streben nach physikalischer Anschaulichkeit hat mich auch veranlaßt, in der Ausführung hypothetischer Molekularhergänge weiter zu gehen, als es in den meisten physikalischen Schriften geschieht. Am auffallendsten tritt dies vielleicht in der Wärmelehre hervor. Gerade da hielt ich es nämlich für wünschenswerth, abstracten Regeln und Begriffen sinnliche Vorstellungen unterzulegen. Ich habe überhaupt die Ueberzeugung, daß eine Vorstellung, selbst wenn ihre unbedingte Richtigkeit nicht erwiesen ist, mehr wiegt, als ein abstracter Begriff. Mindestens — das wird Niemand leugnen — haftet eine Vorstellung besser im Gedächtniß; und so mögen die principiellen Gegner atomistischer Erläuterungen und Hypothesen dieselben wenigstens als mnemonische Kunstgriffe gelten lassen.

Digitized by Google

Durch dieſe Erörterungen wird hoffentlich eine Bitte an die Kritik gerechtfertigt erſcheinen: ſie möge wohlwollend bedenken, daß dieſes Buch ein erſter Verſuch iſt, eine Lücke auszufüllen, deren Umfang ſelbſt noch nicht einmal genau gekannt iſt, ſo daß in der Ausfüllung ſelbſt wieder Lücken unvermeidlich waren; ſie möge daher wenigſtens ihr Urtheil im Weſentlichen nicht auf das gründen, was nicht in dem Buche ſteht, ſondern auf das, was darin ſteht.

Wenn ich trotz der klaren Erkenntniß der Schwierigkeiten und der unvermeidlichen Unvollkommenheiten einige Hoffnung auf eine günſtige Aufnahme dieſes Buches habe, ſo giebt mir dieſe die Billigung und der Antheil, den mein hochverehrter Lehrer und Freund Ludwig an ſeiner Bearbeitung genommen hat. Mit ihm wurde der ganze Plan und jede Einzelheit vielfach durchſprochen, wofür ich meinen wärmſten Dank hier auch öffentlich auszuſprechen mich gedrungen fühle.

Digitized by Google

Inhaltsverzeichniß.

Erſter Abſchnitt.

Molekularphyſik.

Seite

Erſtes Capitel. Atomiſtik 1
Zweites Capitel. Geſetze der Diffuſionen 19

Zweiter Abſchnitt.

Mechanik feſter Körper.

Erſtes Capitel. Geometrie der Gelenkbewegungen 53
Zweites Capitel. Muskelſtatik 63
Drittes Capitel. Phyſik der Muskelcontraction 81
Viertes Capitel. Stehen und Gehen 90

Dritter Abſchnitt.

Hydrodynamik.

Erſtes Capitel. Stromlauf in ſtarren Röhren 97
Zweites Capitel. Wellenbewegung in elaſtiſchen Röhren 120
Anhang: Ueber die Arbeit des Herzens 138

Vierter Abſchnitt.

Vom Schalle.

Erſtes Capitel. Weſen der Töne 148
Zweites Capitel. Von der Erzeugung des Schalles. A. Von der Stimme . 153
B. Von den Geräuſchen in den Reſpirationswegen und Blutbahnen 155
Drittes Capitel. Von der Fortpflanzung des Schalles 158

Fünfter Abſchnitt.

Wärmelehre.

Erſtes Capitel. Wärmeerzeugung durch chemiſchen Proceß 162
Zweites Capitel. Wärmeökonomie der Thiere 175
Drittes Capitel. Temperaturtopographie der Thiere 192
Viertes Capitel. Thieriſche Wärme in krankhaften Zuſtänden 205

Sechster Abſchnitt.

Optik.

Vorbemerkung 219
Erſtes Capitel. Von der Brechung an ſphäriſchen Trennungsflächen 220

Digitized by Google

Seite
Zweites Capitel. Das schematische Auge 258
Drittes Capitel. Von der Accommodation 283
Anhang: Ueber Kurz- und Fernsichtigkeit 301
Viertes Capitel. Von den Abweichungen des schematischen Auges 310
Fünftes Capitel. Abweichungen des normalen Auges vom schematischen Auge.
A. Von einer Asymmetrie der brechenden Flächen 325
B. Vom Mehrfachsehen mit einem Auge 331
Sechstes Capitel. Von den entoptischen Erscheinungen 340
Siebentes Capitel. Von den Farben 350

Siebenter Abschnitt.

Elektricitätslehre.

Erstes Capitel. Elektrische Strömungserscheinungen in nicht prismatischen Leitern 371
Zweites Capitel. Vom Muskel- und Nervenstrom. A. Anlegen des ableitenden Bogens an thierische Theile 406
B. Gesetz des Muskel- und Nervenstromes 411
C. Veränderungen in der elektromotorischen Wirksamkeit des Muskels und Nerven 420
Drittes Capitel. Einwirkung der Elektricität auf thierische Theile 436
A. Von der Wirkung constanter Ströme 437
B. Von der Wirkung der Stromdichtheitsschwankungen 445
Anhang: Ueber Elektrotherapie 454

Achter Abschnitt.

Von einigen instrumentalen Hülfsmitteln.

Vorbemerkung 463
I. Mechanische Instrumente. Das Planimeter 464
Wellenzeichner 468
Der Sphygmograph 475
Das Mikroskop 479
Der Augenspiegel 497
Stereoskopie 509
Der Multiplicator 513
Elektrische Chronometer 521
Inductionsapparat 525

Digitized by Google

Zur gefälligen Beachtung

beim Gebrauche

von Professor Fick's Lehrbuch der medizinischen Physik.

Die Citate ohne speciellere Bezeichnung beziehen sich auf Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik. Um jedoch den Käufern der medizinischen Physik, welche die erste, zweite, dritte oder vierte Auflage jenes Lehrbuchs besitzen, das Nachschlagen zu erleichtern, sind in der folgenden Uebersicht die Citate für alle vier Auflagen angegeben.

Das Citat in der medizinischen Physik	verweist auf Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik			
	in der ersten Auflage	in der zweiten Auflage	in der dritten Auflage	in der vierten Auflage
S. 9, Z. 5 v. o.	Bd. I, §. 36 – 39, S. 48.	Bd. I, §. 86, S. 182.	Bd. I, S. 189.	Bd. I, §. 92, S. 198.
S. 96, Z. 22 v. o.	Bd. I, §. 52, S. 76.	Bd. I, §. 91, S. 192.	Bd. I, §. 92, S. 202.	Bd. I, §. 101, S. 215.
S. 104, letzte Zeile	Bd. I, §. 98, S. 167.	Bd. I, §. 108, S. 225.	Bd. I, §. 110, S. 236.	Bd. I, §. 120, S. 253.
S. 121, Z. 10 v. u.	Suppl. S. 126.	Bd. I, §. 124, S. 262.	Bd. I, S. 274 ff.	Bd. I, §. 137, S. 292.
S. 140, Note	Bd. I. §. 40, S. 49.	Bd. I, §. 87, S. 182.	Bd. I, §. 88, S. 189.	Bd. I, §. 93, S. 82.
S. 150, Z. 4 v. o.	Bd. II, §. 318, S. 50.	Bd. I, §. 145, S. 319.	Bd. I, §. 148, S. 331.	Bd. I, §. 154, S. 340.
S. 154, Z. 24 v. o.	Bd. II, §. 316, S. 42.	Bd. I, §. 132, S. 286.	Bd. I, §. 135, S. 298.	Bd. I, §. 146, S. 313.
S. 170	Bd. II, §. 478, S. 426.	Bd. II, §. 175, S. 443.	Bd. II, §. 176, S. 475.	Bd. II, §. 203, S. 601.
S. 181, Z. 17 v. o.	Bd. II. 7. Buch, Cap. 1. S. 369.	Bd. II. 7. Absch., Cap. 6. S. 413.	Bd. II. 7. Absch. Cap. 6. S. 445.	Bd. II. 7. Absch., Cap. 4, S. 574.
S. 220, Z. 10 v. u.	Bd. II, §. 368, S. 130.	Bd. I, §. 174, S. 380.	Bd. I, §. 175, S. 302.	Bd. I, §. 182, S. 404.
S. 221, Z. 5 v. u.	Bd. II, §. 358, S. 112.	Bd. I, §. 164, S. 362.	Bd. I, §. 165, S. 372.	Bd. I, §. 172, S. 384.
S. 224, Z. 6 v. o.	Bd. II, §. 372, S. 141.	Bd. I, §. 178, S. 394.	Bd. I, §. 179, S. 404.	Bd. I, §. 186, S. 414.
S. 231, Z. 7 v. u.	fehlt.	Bd. I, §. 178, S. 395.	Bd. I, §. 179, S. 406.	Bd. I, §. 187, S. 415.
S. 294, Z. 13 v. o.	Bd. II, §. 356, S. 107.	Bd. I, §. 162, S. 357.	Bd. I, §. 163, S. 367.	Bd. I, §. 170, S. 379.
S. 316, Z. 14 v. u.	Bd. II, §. 386, S. 169.	Bd. I, §. 192, S. 421.	Bd. I, §. 193, S. 435.	Bd. I, §. 200, S. 443.
S. 378, Note	Suppl. S. 116.	Bd. II, §. 77, S. 177.	Bd. II, §. 76, S. 183.	Bd. II, §. 65, S. 161.
S. 408, Note [1])	Bd. I, §. 216, S. 438.	Bd. II, §. 57, S. 123.	Bd. II, §. 57, S. 128.	Bd. II, §. 59, S. 136.
S. 479, Z. 2 v. u.	Bd. II, §. 386, S. 169.	Bd. I, §. 192, S. 421.	Bd. I, §. 193, S. 435.	Bd. I, §. 200, S. 443.
S. 506, Z. 16 v. u.	Bd. II, §. 421, S. 270.	Bd. I, §. 229, S. 524.	Bd. I, §. 231, S. 538.	Bd. I, §. 240, S. 546.
S. 509, Z. 9 v. o.	Bd. II, §. 361, S. 113.	Bd. I, §. 167, S. 363.	Bd. I, §. 168, S. 373.	Bd. I, §. 175, S. 385.
S. 513, Z. 10 v. u.	Bd. I, §. 233, S. 481.	Bd. II, §. 74, S. 169.	Bd. II, §. 73, S. 175.	Bd. II, §. 169, S. 172.

Digitized by Google

Digitized by Google

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Erſter Abſchnitt.

Molekularphyſik.

Erſtes Capitel.

Atomiſtik.

Es iſt theils ein philoſophiſches Bedürfniß des Menſchengeiſtes, theils ein Hebel 1
der phyſikaliſchen Einzelforſchung, die Geſammtheit der Naturerſcheinungen unter einem einheitlichen Geſichtspunkte zuſammenzufaſſen. Es hat unzweifelhaft jeder Denkende den Wunſch, eine Anſchauung über das Weſen der Materie zu beſitzen, die alle daran hervortretende Erſcheinungen als mechaniſch bewirkte Folgen der einen Grundurſache aufweiſt, und ihm ſo einen leitenden Faden durch das Labyrinth der materiellen Vorgänge in die Hand giebt. Dieſem Zwecke entſpricht gegenwärtig die atomiſtiſche Hypotheſe über die Conſtitution der Materie vollkommen. Eine Hypotheſe bleibt ſie freilich immer für die Naturwiſſenſchaft; denn ſchwerlich iſt anzunehmen, daß jemals der eigentliche Streitpunkt zwiſchen ihr und irgend einer anderen Anſchauung vom Weſen der Materie durch andere, als durch rein logiſche und metaphyſiſche Ueberlegungen wird beleuchtet werden können. Der Calcul accommodirt ſich jeder metaphyſiſchen Grundanſchauung und es können daher aus jeder ſolchen mathematiſche Theorien gefolgert werden, deren Richtigkeit ſich durch die Erfahrung prüfen läßt. Inzwiſchen wird die atomiſtiſche Hypotheſe, an die Spitze unſerer ganzen Betrachtungen geſtellt, vortreffliche Dienſte leiſten behufs der Orientirung auf den verſchiedenen Gebieten. Wir können, glaube ich, dieſes Hülfsmittel, deſſen Gebrauch ſonſt die Phyſiker oft verſchmähen, weil ſie ſo wenig als möglich den Boden des abſolut Thatſächlichen verlaſſen, jetzt mit um ſo größerer Zuverſicht anwenden, ſeit jüngſt Fechner*) mit überlegenem Scharfſinn die Einwendungen beſeitigt hat, welche der atomiſtiſchen Hypotheſe ſowohl von Seiten transſcendentaler Speculation, als ängſtlicher Empirie gemacht worden waren.

Dieſe Hypotheſe beſteht im Weſentlichen darin, daß ſie annimmt, die Materie iſt etwas abſolut Starres, Unveränderliches, das den Raum ein- für allemal vollſtändig ausfüllt, ſo daß, ſo lange ein Punkt einmal von der Materie einge-

*) Die phyſikaliſche und philoſophiſche Atomlehre. Leipzig 1855.

Digitized by Google

nommen ist, er in keiner Weise noch einmal besetzt werden kann. Die Undurchdringlichkeit der Materie ist demnach der eigentliche Kern dieser Vorstellung und sie schließt sich wohl dadurch dem gemeinen Bewußtsein, soweit dies überhaupt klar ist, eng an. Um die absolute Starrheit oder Undurchdringlichkeit mit der Thatsache der Bewegung in Einklang zu bringen, muß man ferner annehmen, daß nur ein geringer Theil des Raumes wirklich mit Materie erfüllt ist, die in kleine starre Klümpchen vertheilt im Leeren schwebt. Denn jedes solche vollständig abgegränzte Klümpchen kann alsdann jedem Impulse der Bewegung nach allen Seiten Folge geben. Daß man der Materie nicht die Eigenschaft der absoluten Raumerfüllung, der Undurchdringlichkeit, beilegen darf, sobald man sich vorstellt, der ganze Raum sei continuirlich von ihr eingenommen, begreift sich leicht. Dächte man sich zum Beispiel Luft als continuirliche Masse in einem geschlossenen Cylinder auf die Hälfte ihres Volums zusammengedrückt, so müßte ja jetzt ein beliebiger Punkt der unteren Hälfte des Cylinderraumes von zwei materiellen Theilchen occupirt sein, der vorher nur ein solches enthielt.

Die Atome, so nennen wir jene isolirten Stückchen Materie, rüstet die Hypothese mit Kräften aus und zwar ausschließlich mit sogenannten Centralkräften, die in thesi anziehende und abstoßende sein können d. h. man denkt sich, daß zwei Atome nur in der Weise als Bewegungsursache auf einander wirken können, daß sie ihren gegenseitigen Abstand entweder zu vergrößern oder zu verkleinern streben. Die Intensität dieses Strebens, wird ferner angenommen, hängt einzig und allein von der Größe des gegenseitigen Abstandes ab, in dem sich die beiden betrachteten Atome gerade befinden. Man drückt sich kurz so aus, daß man sagt, die anziehende oder abstoßende Wirkung zweier Atome auf einander ist eine Function ihrer Entfernung und bezeichnet sie durch $f(x)$, wenn x die Entfernung bedeutet. Das Zeichen $f(x)$ stellt eine Größe — beispielsweise $\frac{A}{x^2}$ — vor, die zu x in irgend einer Abhängigkeitsbeziehung steht.

Demgemäß läßt sich ein Atom A vollständig charakterisiren, wenn man alle die Functionen $f(x)$, $f_1(x)$ ꝛc. kennt, welche seine Wechselwirkung mit allen übrigen Atomen der Welt darstellen; es ist nämlich offenbar möglich, daß alle diese Functionen von einander verschieden wären, es wäre beispielsweise sehr gut denkbar, daß das Atom A mit einem zweiten Atom B in der Beziehung stände, daß sich beide anzögen mit einer Kraft, die dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional wäre, daß aber zwischen A und einem dritten Atom C eine andere Beziehung statt hätte, vermöge deren beide einander abstießen im umgekehrten Verhältniß der dritten Potenzen des Abstandes u. s. w. Kurz es ist nothwendig, für jedes Atom so viele Functionen des Abstandes zu kennen, als es außerdem Atome in der Welt giebt. Wäre aber diese Bedingung wirklich erfüllt und könnte man außerdem zu irgend einer bestimmten Zeit den Zustand der Materie, d. h. aller Atome Lage, Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit, so wäre der weitere Ablauf aller Erscheinungen — Bewegungen — ein reines Problem der analytischen Mechanik, so gut wie es ein solches ist den Verlauf einer Planetenbewegung darstellen, wenn man die Kraft kennt, mit der das Ge-

Digitized by Google

stirn von der Sonne in jedem Abstand angezogen ist, und seine Lage und Geschwindigkeit zu irgend einem bestimmten Zeitpunkte beobachtet hat. Man könnte alsdann für jeden anderen, beliebig gewählten Zeitpunkt die Lage, Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit jedes einzelnen Atomes berechnen.

Zwar ist zunächst wenig Hoffnung, dieses große letzte Problem speciell zu 2
lösen, aber die analytische Mechanik vermag es auch, aus allgemeinen Voraussetzungen wenigstens allgemeine Lehrsätze abzuleiten. So hat sie namentlich für ein System materieller Punkte, die nur gegenseitigen Anziehungs- und Abstoßungskräften, deren Intensität von ihrem Abstande allein abhängt, unterworfen sind, das höchst fruchtbare und interessante Princip »der Erhaltung der Kraft« abgeleitet *). Wenn die ganze materielle Natur aber, wie es unsere Hypothese aussagt, in der That ein solches System von materiellen Punkten, den Atomen, ist, die nur durch constante Centralkräfte bewegt werden, dann ist sofort dies Princip der Erhaltung der Kraft ein allgemeines der ganzen Natur; und es ist hier der Ort, uns den Inhalt desselben möglichst klar zu machen, da wir in späteren Abschnitten öfters genöthigt sein werden, darauf zurückzukommen.

Wenn die Bewegungsursachen bloß vom gegenseitigen Abstande der materiellen Punkte der Intensität nach abhängige Anziehungs- oder Abstoßungskräfte sind, so ist offenbar, daß jede Bewegungsursache als solche vernichtet wird, wenn sie effectiv Bewegung hervorbringt; denn diese bringt ja den materiellen Punkt, auf den die Kraft gewirkt hat, in eine neue Lage, in welcher die Kraft nicht mehr auf ihn wirken kann, bis er durch eine andere Kraft der *ersteren entgegen* wieder in seine alte Lage zurückgeführt würde. Denken wir uns z. B. einen schweren Körper 100^m über dem Erdboden, so ist für denselben eine gewisse Summe von Bewegungsursachen vorhanden, die alle zur Wirksamkeit kommen können, ohne daß eine fremde Kraft ins Spiel kommt. Wir können uns von der Größe dieser Summe eine Vorstellung bilden, wenn wir uns die Anziehung der Erde, wie das der Physik gar nicht fremd ist, in lauter einzelne Stöße zerlegen. Wir haben dann so viele Stöße, als Höhen denkbar sind, zwischen 0 und 100^m. Wenn der erste Stoß gewirkt hat (indem man den Körper, der vorher unterstützt war, losläßt), ist er der Wirkung dieser Bewegungsursache entzogen, denn indem er nun nicht mehr volle 100^m über dem Boden sich befindet, sind weniger Höhen, also auch weniger Anziehungsstöße zwischen seiner jetzigen Höhe und Null denkbar. Sollte der Stoß in der Höhe von 100^m von neuem wirksam werden, so müßte der Körper durch eine andere Kraft dem Anziehungsstoß entgegen wieder auf 100^m erhoben werden. Das Beigebrachte will den aufgestellten Satz nicht streng beweisen, sondern nur anschaulich machen. Da man vielleicht gegen die Zerlegung einer continuirlich wirkenden Kraft in einzelne Stöße überhaupt und gegen diese Art der Zerlegung insbesondere Bedenken er-

*) Die ganz allgemeine Wichtigkeit dieses Principes für die gesammte Naturwissenschaft ist zum ersten Male herausgestellt in der Schrift von Helmholtz »über die Erhaltung der Kraft«. Berlin 1847; auf welche die zu verweisen sind, die nähere Auskunft suchen.

Digitized by Google

heben könnte, so wird man vielleicht eher geneigt sein, ohne weitere Elementarzerlegung das Folgende als von selbst einleuchtend zuzugeben. Es handelt sich in dem gewählten Beispiele offenbar darum, zu zeigen, daß in der Zusammenstellung des Erdkörpers und eines um h Meter davon abstehenden schweren Körpers von der Masse m eine Summe von vorräthigen Bewegungsursachen vorhanden ist $= mgh$, wo g die Intensität der Schwerkraft bedeutet; d. h. die Summe von Bewegungsursachen ist der Entfernung (oder Höhe) h des schweren Körpers und seiner Masse proportional. Letztere Proportionalität versteht sich von selbst, da ja die Erde jede in dem Körper enthaltene Masseneinheit gleich stark anzieht, folglich die Gesammtanziehung oder die Größe der Bewegungsursachen der Anzahl der vorhandenen Masseneinheiten proportional sein muß. Andererseits sieht man aber auch, daß eine Masse m, wenn sie ein zweites Meter durchfällt, zum zweiten Male dieselbe Wirkungsfähigkeit erlangt als nach Durchfallen des ersten Meters, daß also die gesammte Wirkungsfähigkeit, die beim Durchfallen von h Meter erlangt wird, der Anzahl h selbst proportional ist. Dieser Wirkungsfähigkeit müssen aber die Ursachen gleich sein. Das heißt, die vorhandenen Bewegungsursachen sind $= mgh$, wie behauptet wurde. Man wird aus diesem Beispiele ersehen, daß, wenn nur die Bewegungsursachen oder Kräfte die vorausgesetzte Beschaffenheit haben, die durch erschöpfte Ursachen erzeugten Bewegungen mit den noch vorhandenen Ursachen zusammen eine constante Summe ergeben müssen, nur muß man für die Bewegungsgrößen den richtigen mathematischen Ausdruck finden, der sich mit den Kraftgrößen summiren läßt. Die analytische Mechanik zeigt, daß der Ausdruck das halbe Product aus der Masse des bewegten Theiles und dem Quadrate seiner Geschwindigkeit ist. Man nennt diese Größe gemeiniglich »Quantität der lebendigen Kraft«. Der Ausdruck für die Summe der bei irgend einer räumlichen Anordnung für ein Theilchen Materie noch vorräthigen Bewegungsursachen — »Summe der Spannkräfte« — ist leicht zu bilden nach dem Muster des obigen Beispiels. Wir setzen dasselbe zuerst mit einem anderen Theilchen in Beziehung, das eine Centralkraft darauf ausübt, bei der gegebenen Entfernung hat dieselbe eine gewisse Intensität φ, welche innerhalb eines unendlich kleinen Spatiums δ constant geltend angesehen werden darf. Diese bildet mit dem linearen Spatium δ multiplicirt das erste Glied der Summe. Man sieht leicht, daß eine derartige Zusammensetzung der Summe genau dem zuerst ausgeführten Beispiel entspricht. Denn es war darin ja auch h das Spatium, innerhalb dessen die wirksame Centralkraft den constanten Werth mg beibehält. Wir gehen nun in der Richtung dieser Kraft weiter, kommen dadurch in einer anderen Entfernung von dem wirksamen Theilchen in ein zweites Spatium von der Länge δ, wo etwa die Kraftintensität φ' gilt; diese summiren wir, abermals mit δ multiplicirt, zur vorigen, gehen wieder weiter und kommen in eine Region, wo die Kraftintensität φ'' wird, auch diese wird mit δ multiplicirt hinzuaddirt u. s. f., bis wir zu einem Punkte kommen, wo der Natur der Sache nach die Kraftwirkung aufhört; wäre also das zweite Theilchen anziehend, so würden wir alle die einzelnen Intensitäten summiren, die bei Annäherung bis zum Abstande

Digitized by Google

Null nach einander auftreten, wäre es abstoßend, so schritte man in entgegengesetzter Richtung mit dem Summiren bis in unendliche Ferne fort. Die einzelnen Kraftintensitäten φ, φ' ꝛc. sind lineare Größen, da man eine solche mißt durch die Geschwindigkeit, welche sie in der Zeiteinheit der Masse m ertheilt, multiplicirt mit dieser Masse, letztere kann aber als eine absolute Zahl angesehen werden, folglich φ geradezu als Linie. Die einzelnen Bestandtheile unserer Summe $\varphi\delta$. $\varphi'\delta$, $\varphi''\delta$ u. s. w. sind also lauter unendlich schmale Flächenstreifchen, die Summe selbst also ein Flächenmaß, folglich der Größe $\frac{1}{2}mv^2$, die gleichfalls ein Flächenmaß darstellt, homogen und damit summirbar, wie wir verlangten. Eine Anschauung der Summe $\varphi\delta + \varphi'\delta + \varphi''\delta +$ ꝛc. bekommt man durch folgende graphische Darstellung: Man kann offenbar die Kraftintensität φ durch die Ordinate einer Curve darstellen, deren Abscisse die Entfernung des bewegten Theilchens von dem wirksamen Theilchen bedeutet, denn nur von dieser ist ja der Voraussetzung gemäß φ abhängig. Sei für zwei einander anziehende Punkte in Fig. 1 ANM diese Curve, so daß für den wirklich gedachten Abstand $= OP$

Fig. 1.

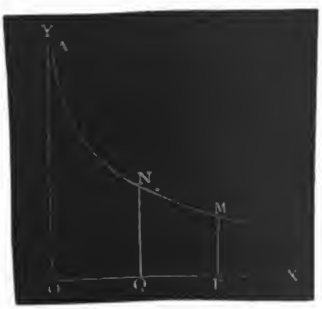
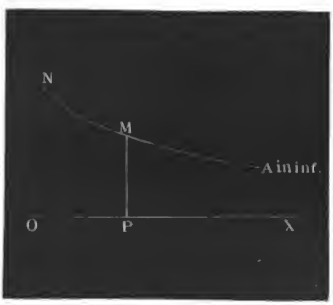


Fig. 2.



der unendlich schmale rechteckige Raum zwischen zwei benachbarten Ordinaten $PM = \varphi$ und einer unendlich nahen, nicht merklich verschiedenen, gleich dem ersten Gliede unserer Summe wäre. Die unendlich kleine Breite dieses rechteckigen Streifchens wäre dabei gleich dem oben definirten δ zu denken, so daß sein Inhalt $= \varphi\delta$ würde. Indem wir von OP an durch alle kleineren Entfernungen bis zur Null herabgingen, erhielt die Ordinate alle zwischen PM und einer unendlichen Größe (denn für unmittelbare Nähe wird die Anziehung im Allgemeinen unendlich groß sein) liegenden Zwischenwerthe, z. B. für die Entfernung OQ den Werth $QN = \varphi^{(n)}$, die Summe aller dieser wie das erste gebildeten rechteckigen Streifchen ist aber offenbar das Flächenstück $OYANMPO$ zwischen der Curve, den beiden Gränzordinaten OY und PM und dem Stück OP der Abscissenaxe. Stießen die bei den Punkte einander ab und wäre in Fig. 2 NMA die Curve, deren Ordinate die Kraftintensitäten darstellt, so würde die Summe der vorräthigen Bewegungsursachen durch den Flächenraum $PMAXP$ repräsentirt.

Digitized by Google

Eine solche, durch einen Flächenraum darstellbare Summe, muß aber gebildet werden für jede Combination des betrachteten Theilchens mit jedem anderen, das darauf wirken kann. Sind alle diese Summen summirt, dann hat man den ganzen Vorrath von Bewegungsursachen, die dem Theilchen zu Gebote stehen. Wir wollen den ganzen Vorrath S nennen.

Gehen wir jetzt zu einem anderen Theilchen von der Masse m' und der Geschwindigkeit v' über, so bietet sich zunächst seine lebendige Kraft $= \frac{1}{2} m' v'^2$ dar, und dann können wir auch wiederum für dieses die Summe aller vorräthigen Bewegungsursachen bilden, die S' sein mag. Wir wollen annehmen, wir hätten so alle Theilchen eines ganzen, der Untersuchung unterworfenen Systems durchgegangen und für jedes die beiden Größen berechnet, die durch Accente unterschieden werden mögen, dann sagt das allgemeine Princip von der Erhaltung der Kraft aus:

$$\left(\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m' v'^2 + \frac{1}{2} m'' v''^2 + \text{ꝛc.}\right) + (S + S' + S'' + \text{ꝛc.}) = \text{const.},$$

d. h. die Summe aller lebendigen Kräfte und aller Spannkräfte im System ist eine constante Größe, kann im Verlauf der Zeit nicht geändert werden, vorausgesetzt, daß das System von materiellen Punkten frei ist, d. h. keine ihm fremden Kraftwirkungen erfährt. In aller Strenge giebt es aber nur ein ganz freies System materieller Punkte, das keinen ihm fremden Kräften unterworfen ist, das ist das ganze Universum; denn jedes herausgegriffene kleinere System, z. B. unser Sonnensystem, erfährt doch wenn auch noch so kleine Einwirkungen von außen, da es in der ganzen Welt keine zwei Atome giebt, die nicht auf einander wirken. Das Princip von der Erhaltung der Kraft gilt deßhalb auch in absoluter Strenge eigentlich nur vom Universum im Ganzen. Man spricht es nun wohl auch noch etwas anders aus, indem man es umgeht, die ganze Summe der noch vorhandenen Spannkräfte (die Größe, die wir mit $S + S' + S''$ ꝛc. bezeichneten) in die Betrachtung zu ziehen. Diese letztere kann nämlich, wie aus der obigen Begriffsbestimmung hervorgeht, selbst für ein endlich gedachtes System von Punkten eine unendliche Größe sein. Man sagt nämlich, beim Uebergange von einem Zustande eines freien Systems von materiellen Punkten in einen anderen wird immer ebenso viel an lebendiger Kraft gewonnen, als an Spannkräften verloren geht. Sähe man daher in der Natur irgendwo in einem System von materiellen Punkten die eine Art von Kräften vermehrt, ohne daß die andere Art um gleichviel vermindert worden wäre, so wäre das System bei diesem Zustandswechsel nothwendig nicht frei gewesen, oder der Wechsel könnte nicht durch die Kräfte des Systems allein hervorgebracht worden sein, es müssen fremde Kräfte thätig gewesen sein, und zwar müßte von anders woher in Form von Spannkraft oder lebendiger Kraft ebenso viel entlehnt worden sein, als jenes System gewonnen hat.

3 Es wird gut sein, unser Princip gleich an einigen einfachen Beispielen zu prüfen. Wir wollen zunächst die Sonne und die Erde als ein vollkommen

Digitized by Google

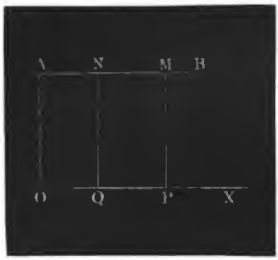
reies System zweier materieller Punkte ansehen, was bis auf die unbedeutenden Störungen sogar der Wahrheit entspricht. Die Spannkraftscurve möge die in Fig. 1 gezeichnete ANM sein, die dann der Gleichung $y = m.\frac{A}{r^2}$ genügen müßte, wenn r die Abscisse, y die Ordinate bedeutet, darin wäre noch m die Masse der Erde und A eine Constante, in welcher die Sonnenmasse enthalten ist. Die Anziehung der Sonne auf die Erde ist nämlich der zweiten Potenz der Entfernung umgekehrt proportional. Wäre nun OP die Entfernung der Erde von der Sonne im Aphelium und die Geschwindigkeit derselben in diesem Punkte v, so wäre die Gesammtkraft des Systems, wobei daran zu denken ist, daß wir von einer etwaigen Geschwindigkeit der Sonne abstrahiren, folglich bloß die lebendige Kraft der Erdmasse nebst der zwischen Erde und Sonne vorhandenen Spannkraftsumme zu reden brauchen, die constant bleiben muß $\frac{1}{2}mv^2 + OYANMXO$. Wäre ferner der Abstand der Erde von der Sonne im Perihelium OQ, so wäre an dieser Stelle die Summe der Spannkräfte nur noch $OYANQO$, es müßte folglich, um die Summe von lebendigen und Spannkräften constant zu erhalten, die lebendige Kraft der Erde zugenommen haben, d. h. die Geschwindigkeit muß im Perihelium größer sein als im Aphelium, was ja eine aus der mathematischen Geographie allgemein bekannte Thatsache ist, und zwar muß, wenn wir die letztere V bezeichnen, $\frac{1}{2}mV^2 + OYANQO = \frac{1}{2}mv^2 + OYANMXO$ sein oder, wenn wir die lebendigen Kräfte auf die linke, die Spannkräfte auf die rechte Seite des Gleichheitszeichens schaffen, $\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mv^2 = QNMPQ$, welche Gleichung das Princip in der zweiten oben ausgesprochenen Fassung darstellt, denn der Flächenraum rechter Hand $QNMPQ$ ist die Summe der beim Uebergang vom Aphelium zum Perihelium verloren gegangenen Spannkräfte, die laut der Gleichung gleich sein muß der bei demselben Uebergang gewonnenen lebendigen Kraft, welche durch die Differenz auf der linken Seite ausgedrückt ist. Es würde sehr leicht sein, die Identität der hier aufgestellten Gleichung mit dem zweiten Gesetze Kepler's herauszustellen, daß ein Planet in gleichen Zeiten gleiche Sectoren beschreibt.

Als zweites Beispiel wählen wir die Zusammenstellung der ganzen Erde 4
und eines schweren Körpers in der Nähe ihrer Oberfläche, und sehen wiederum diese Zusammenstellung als vollkommen freies System zweier materieller Punkte an, das oben schon benutzt wurde und hier nur weiter ausgeführt werden soll. Für diese Zusammenstellung ergiebt sich als Spannkraftscurve eine der Abscissenaxe parallele gerade Linie, wenigstens wenn wir gegen den Erdhalbmesser nur kleine Entfernungen von der Oberfläche in Betracht ziehen. Man weiß ja, daß ein schwerer Körper in jeder beliebigen Entfernung von der Oberfläche gleich stark von der Erde angezogen wird, oder wie man sich auch wohl ausdrückt, die Intensität der Schwere ist für alle terrestrisch erreichbaren Höhen über dem Boden

Digitized by Google

merklich gleich groß. Wählen wir, wie dies in der Mechanik üblich ist, das Kilogramm zur Krafteinheit und sei beispielsweise die Gerade AB, Fig. 3, die

Fig. 3.



Spannkraftscurve (im obigen Sinne) zwischen dem Erdkörper und einer schweren Masse von 1 Kilogramm, so daß die Ordinate PM z. B. die Anziehungskraft darstellt, welche 1 Kilogramm in der Entfernung OP von der Erdoberfläche erleidet und die gemäß der Wahl der Krafteinheit durch die Längeneinheit darzustellen wäre. Sie ist nach dem Gesagten gleich der Kraft QN, welche darauf in der Entfernung OQ wirkt. Die Masse des in unserem Beispiel gedachten Körpers sei nun $= m$ Masseneinheiten, und ihr Gewicht folglich nach der Definition der Masseneinheit $= mg$ Kilogramme. Man definirt nämlich in der Mechanik als Masseneinheit diejenige Masse, welche eine der Längeneinheit (1 Meter) gleiche Beschleunigung erfährt, wenn die Krafteinheit (1 Kilogramm) während der Zeiteinheit (1 Secunde) darauf wirkt. Sie ist also der Masse von g Kilogrammen gleich, wenn man mit g, wie gewöhnlich, die in Meters gemessene Beschleunigung bezeichnet, welche die Masse *eines* Kilogramms unter der 1 Secunde dauernden Einwirkung der Krafteinheit (also bei freiem Falle) erfährt. Die Spannkraftscurve für die Zusammenstellung der gedachten Masse mit der Erde findet sich also, wenn man in der soeben für 1 Kilogramm gezeichneten alle Ordinaten mit mg multiplicirt, denn mg Kilogramm werden in jeder Entfernung mgmal so stark angezogen als eines, daher ist dann auch allemal der rechteckige Raum zwischen zwei Gränzordinaten, dem zwischenliegenden Stück Curve und Abscissenaxe das mgfache von dem entsprechenden in unserer Figur. Stellen wir uns jetzt zunächst unseren schweren Körper in der Entfernung OP von der Erdoberfläche vor, mit gar keiner Geschwindigkeit, also gar keiner lebendigen Kraft begabt; die ganze Kraft des Systems besteht also dann in der noch vorhandenen Summe von Spannkräften, die nach Obigem dem mgfachen Rechteck $OAMP$ unserer Figur gleichzusetzen ist, überlassen wir ihn nun der Wirkung der Schwere, so fällt er bekanntlich mit beschleunigter Geschwindigkeit herab, und wenn er z. B. in der Entfernung OQ ($< OP$) von der Erde angekommen ist, hat er eine gewisse Geschwindigkeit und somit lebendige Kraft erlangt, die der Bedingung zu genügen hat, daß dieselbe zu der noch vorhandenen Summe von Spannkräften, also dem mgfachen Rechteck $OANQ$ addirt, die Summe der vorigen Spannkräfte $mg \,.\, OAMP$ wiedergeben muß, d. h. es muß $\frac{1}{2} mv^2 + mg \,.\, OANQ = mg.OAMP$ sein oder $\frac{1}{2} mv^2 = mg.QNMP$, denn die Erde selbst erlangt durch den Hergang keine Geschwindigkeit, folglich kommt bloß die lebendige Kraft

Digitized by Google

des ſchweren Körpers in Betracht. Nach einer kleinen Umformung erkennt man in dieſer Gleichung das im erſten Band entwickelte Galileiſche Fallgeſetz. Das Rechteck $QNMP$ iſt nämlich $= h$, wenn h die durchfallene Höhe PQ bedeutet, da die andere Seite PM der Längeneinheit gleich gemacht war. Man hat alſo $\frac{1}{2} mv^2 = mgh$ oder $v^2 = 2gh$ (ſiehe Bd. I., S. 189. 3. Aufl.). Hätte der Körper ſchon in P eine Geſchwindigkeit V beſeſſen (gleichgültig in welcher Richtung), ſo wäre, vorausgeſetzt, daß immer noch die Annäherung um die Größe PQ an die Erde ſtattgefunden hätte, ſeine lebendige Kraft um $\frac{1}{2} mv^2 = mgh$ vermehrt worden.

Sei in einem zweiten Falle der Körper in der Entfernung OQ mit einer Geſchwindigkeit v (die vor der Hand nicht mit der eben berechneten zu verwechſeln iſt), deren Richtung der der Schwere entgegen iſt. Die lebendige Kraft deſſelben iſt alsdann $\frac{1}{2} mv^2$, und da er ſich vermöge ſeiner Bewegungsrichtung von der Erde entfernt, ſo nimmt die Summe der Spannkräfte im Syſtem zu, und es muß die lebendige Kraft darin um ebenſo viel abnehmen. Wäre er in die Entfernung OP gekommen, ſo wäre jene Zunahme wiederum das mgfache des Rechteckes $NQ \,.\, QP$, oder wenn wieder $PQ = h$ geſetzt wird, $= m.g.h$. Da um gerade ſo viel die lebendige Kraft vermindert werden muß, ſo iſt die übrige, mit welcher der Körper in der Entfernung OP noch ankommt, $= \frac{1}{2} mv^2 - mgh$, woraus auch die Geſchwindigkeit an dieſem Punkte berechnet werden kann. Wäre das v in dem jetzigen Falle gerade das obige, ſo wäre $\frac{1}{2} mv^2 = ngh$, und es würde bei dem Steigen um die Höhe PQ die ganze lebendige Kraft erſchöpft, verbraucht oder in Spannkraft umgeſetzt ſein. Man braucht alſo nur zu wiſſen, auf welche Höhe h ein Körper durch eine gewiſſe lebendige Kraft gehoben wird, um dieſe letztere zu kennen. Die Höhe h, multiplicirt mit der Intenſität der Schwere und der Maſſe des gehobenen Körpers, oder die Höhe h multiplicirt mit dem Gewicht des gehobenen Körpers, giebt alſo ein geeignetes Maß für die dabei verbrauchte Kraftgröße. Man bedient ſich in der That dieſes Maßes allgemein in der Mechanik; ſeine Einheit bezeichnet man mit dem Ausdruck Kilogrammmeter, welche diejenige Kraftgröße darſtellt, die zu verbrauchen iſt, um 1 Kilogramm um 1 Meter zu erheben. Den Verbrauch von Kraft nennt man gemeiniglich mechaniſche Arbeit und die verbrauchte Kraftgröße auch wohl Arbeitsgröße.

Bisher nahmen wir die Zuſammenſtellung der Erde und des ſchweren Körpers für ein vollkommen freies Syſtem und mußten deßhalb die zu der Spannkraftsvermehrung um $n(= mgh)$ Kilogrammmeter verbrauchte Kraft urſprünglich dem ſchweren Körper als lebendig innewohnend annehmen. Wir wollen jetzt fremde Kräfte zulaſſen und den Körper zuerſt in dem Punkte Q ruhend denken. Soll er nun auf die Höhe QP gehoben werden (ohne daß er ſchließlich eine Geſchwindigkeit

Digitized by Google

besitzt), oder soll die Spannkraft um n Kilogrammmeter, also um die Größe mgh, vermehrt werden, so muß durch eine andere Kraftquelle diese Arbeit geleistet werden, und es ist auch hier wiederum die Erhebung unseres Körpers von der Masse m d. h. vom Gewicht mg Kilogramm auf die Höhe von h Meter das Maß der fremden Arbeits- oder Kraftgröße. So kann man schließlich jede Kraft auf dieses Maß reduciren, indem man angiebt, wie viel Kilogramm um wie viel Meter gehoben werden würden, wenn dieselbe an einen schweren Körper übertragen und zu dessen Spannkraftsvermehrung gegen den Erdkörper verwandt und verbraucht würde. Es braucht nicht noch besonders besprochen zu werden, daß eine Arbeit von 45 Kilogrammmetern sowohl genügt, um die Masse von 1 Kilogramm auf die Höhe von 45^m, als die Masse von 45 Kilogramm auf 1^m Höhe oder 5 Kilogramm auf die Höhe von 9^m ꝛc. zu erheben u. s. w.

Um den Begriff von Kraftübertragung noch etwas anschaulich zu machen, will ich ein Beispiel willkürlich bilden, dem höchst wahrscheinlich jedoch die Kraftübertragung der ponderabelen an die imponderabele Materie bis zu einem gewissen Punkte in Wirklichkeit entspricht. Man denke sich drei Atome in einer geraden Linie, die beiden äußeren a und b sollen einander anziehen, das dritte c soll gegen b eine abstoßende Wirkung haben. a können wir unbeschadet der Allgemeinheit während des ganzen Vorganges ruhend denken. Wir wollen ferner annehmen, die Abstoßung zwischen c und b nehme mit wachsender Entfernung unvergleichlich viel rascher ab, als die Anziehung zwischen a und b, was wird erfolgen? Das Atom b wird mit beschleunigter Geschwindigkeit auf a zueilen, die Spannkraft zwischen beiden nimmt ab, die lebendige Kraft von b zu, bei der damit verbundenen Annäherung an c wird freilich die Spannkraft zwischen b und c wachsen, was eine Abnahme der lebendigen Kraft im Gefolge haben müßte, aber da wir annahmen, die Abstoßung zwischen c und b nehme mit wachsender Entfernung sehr rasch ab, wird sich b erst eine Zeit lang mit beschleunigter Geschwindigkeit und wachsender lebendiger Kraft auf a, also zunächst auch auf c zu bewegen können, ehe es in die Sphäre seiner merkbaren Wirksamkeit gelangt. Ist es aber einmal in diese hineingerathen, dann wird bei einer geeigneten Annahme über die Beschaffenheit der Abstoßung die Summe der Spannkräfte zwischen b und c sehr rasch mit abnehmender Entfernung wachsen können und der Verlust der lebendigen Kraft von b wird bemerkbar werden. Gleichzeitig aber wird c durch die Abstoßung, die es von b her erleidet, in derselben Richtung in Bewegung gesetzt, c fliehet vor b und gewinnt, indem sich die Summe der Spannkräfte zwischen b und c durch die Entfernung vermindert, ebenso viel an lebendiger Kraft als b verloren hatte. So kann es kommen, daß b in irgend einem Punkte seiner Bahn ganz zur Ruhe kommt und c nun allein noch in Bewegung ist, es mußte dann seine Geschwindigkeit so groß sein, daß sie mit seiner halben Masse multiplicirt ein Product ergäbe gleich der Summe der ganzen, zwischen a und b durch Annäherung verlorenen Spannkräfte. Es ward also hier Spannkraft zwischen a und b in lebendige umgesetzt und nachher auf c »übertragen«. Etwas Derartiges kann man auch bei der Kraftübertragung durch den elastischen Stoß annehmen.

Digitized by Google

Das bisher Entwickelte ist unabhängig von jeder speciellen Annahme über 6
die Natur der den Atomen innewohnenden Kräfte, sofern dieselben nur überhaupt Centralkräfte sind. Was aber eine solche speciellere Annahme betrifft, so weisen alle Erscheinungen darauf hin, daß die Atome nach ihren Kräften oder, wenn man will, Eigenschaften in zwei große Classen getheilt werden müssen. Die einen nämlich ziehen einander an und zwar im directen Verhältnisse ihrer Massen und im umgekehrten der Quadrate ihres Abstandes, so daß die Intensität der [illegible]schen zwei solchen von den Massen m_1 und m_2, die in der Entfernung r von einander befindlich sind, statthabenden Anziehung gemessen wird durch die Größe $\frac{m_1 m_2}{r^2}$, man nennt sie schlechtweg ponderabele oder wägbare Atome. Die andere Classe ist dadurch bezeichnet, daß zwei Atome derselben einander abstoßen, ebenfalls im directen Verhältniß ihrer Massen; aber es muß gleichzeitig die Intensität der Abstoßung den Fundamentalannahmen gemäß einer Function der Entfernung proportional sein, über deren Natur freilich noch gar nichts Bestimmtes ausgesagt werden kann; nur die eine Eigenschaft kann schon jetzt von dieser Function behauptet werden, daß sie jedenfalls rascher mit wachsender Entfernung abnehmen müsse, als der reciproke Werth des Quadrates. Beispielsweise würde die Function $\frac{1}{r^3}$ die verlangte Eigenschaft, so daß möglicherweise zwei Atome der zweiten Classe, deren Massen m_1 und m_2 wären und die sich in der Entfernung r von einander befinden, eine Abstoßung auf einander ausüben, die gemessen wird durch die Größe $\frac{m_1 m_2}{r^3}$. Man ist übereingekommen, den Stoff, welcher ausschließlich aus Atomen dieser zweiten Classe besteht, Aether zu nennen. Der Natur der Sache nach muß dieser wegen der wechselseitigen Abstoßung seiner Theilchen das Weite suchen und er hat sich bereits mit gleichmäßiger Dichtigkeit im ganzen Weltraum verbreitet. Thomson hat in jüngster Zeit, auf Schlußfolgerungen gegründet, die aus der weiteren Entwickelung der Hypothese erhellen werden, eine untere Gränze für die Dichtigkeit des Weltäthers festgestellt und gefunden, daß in einer (engl.) Cubikmeile desselben mindestens so viel Masse sein müsse, wie dem 1060,000,000sten Theile eines Pfundes ponderabeler Materie.

Zwischen den Atomen der ersten und der zweiten Classe besteht nun wieder 7
eine wechselseitige Anziehung, proportional den Massen und proportional einer Function der Entfernung, die noch rascher abnehmen muß, als die Function, welche die Abstoßung der Aetheratome unter einander ausdrückt. Wäre also diese, um im obigen Beispiel zu bleiben, der dritten Potenz des Abstandes umgekehrt proportional, so würde die Größe $\frac{1}{r^4}$ den Anforderungen genügen, die an die dritte Function gestellt worden, welche die wechselseitige Anziehung zwischen ponderabelen und Aetheratomen darstellt, so daß diese im Ganzen auszudrücken wäre durch $\frac{m\mu}{r^4}$, wo m die Masse der ponderabelen, μ die der Aetheratome und r ihren Abstand bedeutet.

Digitized by Google

Aus dieser Annahme läßt sich sogleich folgende Ableitung machen: Stellt man sich ein ponderabeles Atom in dem Aethermeere schwebend vor, so wird es dasselbe in seiner nächsten Umgebung verdichten, gewissermaßen um sich herum eine Aetherspähre bilden. Es wird dann um den Mittelpunkt des ponderabelen Atomes herum in concentrischen Kugelschalen die Aetherdichtheit constant sein und von einer Kugelschale zur anderen mit wachsendem Halbmesser derselben abnehmen bis sie in einiger, jedenfalls immer noch sehr kleinen Entfernung von dem Mittelpunkte der Dichtheit des allgemeinen Aethermeeres schon merklich gleich geworden ist, da ja der Annahme gemäß die Anziehung, die das ponderabele Atom auf den Aether ausübt, sehr viel rascher abnehmen soll, als die Abstoßung seiner Theilchen unter einander, und deßhalb in geringer Entfernung schon nicht mehr wesentlich auf seine Dichtheit influiren kann, die dann bloß noch durch die Abstoßung der Aethertheilchen bestimmt, im ganzen Weltraum constant ist. Das ponderabele Atom mit seiner Aetherspähre zusammen mag nun ein einfaches Molekül heißen. Es wäre zunächst zu fragen, wie ist der Aether in der Sphäre des Moleküls vertheilt, d. h. welche Dichtheit herrscht in jeder einzelnen Kugelschale. Darüber ist aber vor der Hand gar nichts zu sagen, denn es wäre vor Allem nothwendig, die Functionen der Entfernung zu kennen, welche in die Bestimmung der Abstoßung der Aetheratome unter einander und ihrer Anziehung zu den ponderabelen eingehen.

So gewinnen wir die Elemente oder integrirenden letzten Bestandtheile der wirklichen Körper, die vorhin schon als Moleküle im Gegensatz zu den eigentlichen Atomen bezeichnet wurden. In der That müssen auch diese aus ponderabelen Kernen (die einander anziehen) und Aetherspähren bestehen, die sich gegenseitig abstoßen, denn ohne die letzteren wären ja die ponderabelen Atome allein unter dem alleinigen Einflusse ihrer Anziehung bis zur unmittelbaren Berührung zusammengerückt und bildeten eine gleichsam continuirliche Masse, die nur noch von einzelnen leeren Lücken durchsetzt sein würde, somit die Bewegung ebenso wenig zulassen würde, als eine continuirliche Materie ohne Lücken, denn die Denkbarkeit der Bewegung fordert, daß das zu Bewegende ringsum vom Leeren umgeben sei. Die Aetherspähren sind ganz in der beschriebenen Weise von den beiden großen Physikern Poisson *) und Lamé **) angenommen, und es zeigt namentlich der Letztere, daß ihre Annahme nothwendig ist, wenn man sich von der Lichterzeugung in der Undulationstheorie einen mechanisch deutlichen Begriff machen will. Ein Experiment, das in neuester Zeit von Foucault angestellt wurde, könnte noch von anderer Seite her als Stütze für die Annahme der den ponderabelen Kernen anhaftenden Aetherspähren angesehen werden. Fresnel hatte nämlich theoretisch gezeigt, wenn der das Licht fortpflanzende Aether den Körpern, in welchen diese Fortpflanzung statt hat, bei einer etwaigen Ortsbewegung theils anhaftet, theils nicht, so muß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes durch die Fortbewegung der Körper vermehrt oder vermindert werden, je nachdem die

*) Journal de l'école polytechnique. 20. cahier.

**) Leçons sur la theorie mathématique de l'élasticité des corps solides. Paris 1852. S. 325.

Digitized by Google

Fortbewegung in demselben oder in entgegengesetztem Sinne zur Fortpflanzung des Lichtes geschieht, jedoch darf diese Vermehrung oder Verminderung nur einen gewissen Bruchtheil von der Bewegungsgeschwindigkeit des Körpers betragen, während natürlich, wenn der Aether gar nicht an den Körpern haftete, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ganz unalterirt bleiben müßte, und endlich, wenn er ganz anhaftete, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gerade um die volle Bewegungsgeschwindigkeit des Körpers vermehrt oder vermindert werden müßte, je nachdem die Bewegungsrichtung mit der Fortpflanzungsrichtung zusammenfiele oder derselben gerade entgegengesetzt wäre. Foucault fand nun durch seine Experimente die ersterwähnte Annahme bestätigt. Und dies Resultat stimmt mit unseren Grundannahmen über die Eigenschaften der Atome vollkommen, denn wenn die ponderabelen Atome die Aetheratome anziehen, aber mit einer sehr rasch bei wachsender Entfernung abnehmenden Kraft, so muß in der That der Aether nur theilweise in die Bewegungen der Körper hereingezogen sein.

Fassen wir nun ein Aggregat von ponderabelen Molekülen im Gleichgewicht 8
ins Auge, d. h. ein Aggregat ponderabeler Atome mit ihren anhaftenden Aethersphären, so können offenbar zunächst zwei Fälle unterschieden werden. Entweder es überwiegt die Abstoßung der Aethersphären die Anziehung der ponderabelen Kerne, oder sie hält denselben das Gleichgewicht; ein dritter Fall kann nicht bestehen, denn wenn die Anziehung die ponderabelen Kerne überwöge, so wäre kein Gleichgewicht mehr vorhanden, sofort würde der Anziehung durch Zusammenrücken Folge gegeben, bis die rascher wachsende Abstoßung der Aethersphären sich mit der langsamer wachsenden Anziehung ins Gleichgewicht gesetzt hätte. Bei dem ersten Falle kann freilich ein Gleichgewicht erst durch äußere Kräfte herbeigeführt werden; denn so lange solche nicht vorhanden sind, wird das Aggregat sich ausbreiten, wenn es aber im Ganzen in einem geschlossenen Raume abgesperrt ist, dessen Wände starr und relativ undurchdringlich sind, so setzt sich das Ausdehnungsbestreben des Aggregates mit dem Widerstande der festen Wände ins Gleichgewicht. Daß dieser Fall der des gasförmigen Aggregatzustandes ist, bedarf keiner besonderen Ausführung. In dem zweiten Hauptfalle kann noch eine fernere Unterscheidung gemacht werden. Greifen wir zu dem Ende zwei einzelne benachbarte Moleküle des Aggregates heraus. Die Aethersphären, welche für ein einzelnes Molekül unzweifelhaft aus concentrischen Kugelschalen von constanter Dichtheit bestehen werden, können, wenn das Molekül einem Aggregate angehört, durch den Einfluß der benachbarten Moleküle in ihrer Gestalt modificirt werden. Es können aber die Moleküle des Aggregates auch so weit von einander abstehen, daß sie gegenseitig keinen erheblichen Einfluß auf die Gestalt ihrer Aethersphären ausüben, diese also merklich kugelförmig bleiben. In dem letzteren Falle kann offenbar eine Drehung eines einzelnen Moleküles oder eine Verschiebung mehrerer, welche ihren gegenseitigen Abstand unverändert läßt, das im Aggregate herrschende Gleichgewicht nicht stören, und die Kräfte, welche durch eine Veränderung des Molekularabstandes wachgerufen werden, liegen wegen der Kugelgestalt immer in der Richtung, die die Mittelpunkte der beiden wirkenden Moleküle verbindet, streben daher nur allein den Molekularabstand, der dem

Digitized by Google

Gleichgewicht entspricht, wieder herzustellen, während sie andersartige Verschiebungen bestehen lassen. Dieser Fall entspricht dem liquiden Aggregatzustande, der sich eben dadurch auszeichnet, daß er ohne namhaften Widerstand alle Verschiebungen der Theilchen zuläßt, die den Molekularabstand (das Volum der ganzen Masse) unangetastet lassen. Haben aber die Aethersphären unter dem wechselseitigen Einflusse benachbarter Moleküle eine andere Gestalt angenommen, so können ganz andere Verhältnisse eintreten. Es sind dann nicht mehr alle Richtungen im einzelnen Molekül um sein Centrum herum gleichwerthig und eine Drehung um dasselbe kann ebenso gut das Gleichgewicht stören oder Kräfte wach rufen, als eine Verschiebung der Moleküle aus Ort und Stelle. Hat aber namentlich eine solche statt gehabt, so können die dadurch zwischen den einzelnen Punkten zweier Moleküle wachgerufenen Kräfte möglicherweise nicht mehr eine einzige Resultante haben, deren Richtung durch ihre Mittelpunkte geht, und es wird jedenfalls auch Componenten geben, welche den seitlichen Verschiebungen entgegenwirken, eben nicht bloß solche, die den alten Molekularabstand herzustellen streben. Ein Aggregat, dessen einzelne Moleküle diese letztbeschriebene Beschaffenheit haben, erhält daher nicht bloß seinen mittleren Molekularabstand, ohne einer Verschiebung und Anordnungsänderung, die diesen nicht afficirt, Widerstand entgegenzusetzen, sondern es erhält mit gewisser Kraft auch gerade die specielle, zum Gleichgewicht nothwendige Anordnung, d. h. es setzt Formveränderungen auch einen gewissen Widerstand entgegen. Ein solches Aggregat ist ein fester Körper.

9 Die verschiedenen Arten der Bewegung, welche in einem Molekularaggregat möglich sind, sind nun die verschiedenen Naturerscheinungsgruppen und bedingen die Eintheilung der gesammten Naturwissenschaft in ihre einzelnen Disciplinen. Man kann vor allem die Bewegungen aussondern, welche ein Molekularaggregat als Ganzes machen kann. Dahin gehören die Bewegungen der Himmelskörper, aber auch die Bewegungen von liquiden und gasförmigen Massen, die freilich eine Gestaltveränderung der Molekularaggregate, an denen sie vorgehen, bedingen, aber wenigstens ihre innere Constitution unangetastet lassen; mit einem Worte, bei allen derartigen Bewegungen können immer noch Aggregate im Gleichgewicht, wenn auch als Theile eines größeren angesehen werden, nicht einzelne Moleküle als die bewegten Elemente. Hierher werden dann auch noch die Gestaltveränderungen fester elastischer Körper gezählt. Die Disciplin, welche es mit allen diesen Bewegungen zu thun hat, ist die Mechanik im engeren Sinne des Wortes, die bekanntlich wieder in Statik und Dynamik zerfällt, und jeder dieser beiden Zweige wird noch einmal eingetheilt nach dem Objecte der Betrachtung, in Statik fester Körper und Hydrostatik die eine, in Dynamik fester Körper und Hydrodynamik die andere. Den sämmtlichen Lehren der Mechanik im engeren Sinne ist es natürlich nach ihrem Begriffe gemeinsam, daß sie erschöpfend behandelt werden können ohne Eingehen auf die innere molekulare Constitution der Materie, daher in dieser Uebersicht ihr Inhalt bei Seite gelassen werden darf.

Die gegenseitigen Bewegungen der Moleküle eines Aggregates, die eigentlichen Molekularbewegungen im engeren Sinne können sehr verschiedener Natur sein, namentlich müssen vor allen Dingen von einander gesondert werden die

Digitized by Google

unabhängigen Bewegungen der Aethertheilchen und die Bewegungen, an denen auch die ponderabelen Atome betheiligt sind. Von den unabhängigen Bewegungen der Aethertheilchen ist uns bis jetzt nur eine Gruppe genauer bekannt, nämlich: die Oscillationen der Aethertheilchen. Denkt man sich zunächst den ganz freien Aether im leeren Weltraum, so ist dieser offenbar ein System gleichwerthiger materieller Punkte, die lediglich durch ihre eigenen abstoßenden Kräfte an ihren Orten im Gleichgewicht erhalten werden; die mathematische Analysis zeigt nun, daß wenn in einem solchen System irgendwo das Gleichgewicht derart gestört wird, daß gewisse der das System bildenden mathematischen Punkte sehr wenig verschoben und dann wieder sich selbst überlassen werden, diese Verschiebung nach den Gesetzen der Wellenfortpflanzung sich ausbreitet. Es läßt sich namentlich zeigen: wenn alle Aethertheilchen in einer ebenen Schicht zu Anfang ein und dieselbe Verschiebung und gleiche Geschwindigkeiten in ein und derselben Richtung hatten, so werden nach Verlauf einer gewissen Zeit die Aethertheilchen einer anderen ebenen Schicht zu jener ersten parallel dieselben Verschiebungen und Geschwindigkeiten haben, und zwar wird die Entfernung beider Schichten von einander der verflossenen Zeit proportional sein. Der sämmtliche übrige Aether außer dieser Schicht ist aber in Ruhe. Man kann also sagen, Erschütterungen pflanzen sich im Aether fort, so daß derselbe Erschütterungszustand sich auf andere und immer andere Theilchen überträgt, während die ursprünglich erschütterten alsbald wieder zur Ruhe kommen. Eine derartige Uebertragung der Bewegung, die man bekanntlich an der Oberfläche eines ruhigen Wasserspiegels täglich zu beobachten Gelegenheit hat, nennt man aber fortschreitende Wellen. Im Aether beobachtet man zufälligerweise niemals das Fortschreiten einzelner Erschütterungen, sondern immer das von stetig auf einander folgenden Oscillationen und nennt es schlechtweg Licht- oder Wärmestrahlung, je nachdem die Oscillationen durch die Netzhaut des Auges empfunden werden oder nicht. Die Gesetze dieser Fortpflanzung sind im ersten Bande Nro. 217 u. fgd. hinlänglich auseinandergesetzt worden.

Oscillationsfortschreitungen können nun offenbar auch an den Aetheratomen vorkommen, welche die Molekularinterstition der wägbaren Masse erfüllen, denn wir sehen, wie Licht und Wärme solche Massen durchstrahlen. Die Kräfte, von denen diese Fortschreitung abhängt, können aber nach der obigen Auseinandersetzung nur die Abstoßungskräfte der freien interstitiellen Aetheratome sein. Auf ein solches wirken aber außerdem noch die Atome der Aethersphären der ponderabelen Moleküle abstoßend und zwar als relativ feste Abstoßungscentra, da die Moleküle, mit denen sie fest verbunden gedacht werden können, durch noch andere Kräfte an ihren Orten im Gleichgewicht gehalten werden. Gerathen also die interstitiellen freien Aetheratome irgendwie in Bewegung, so müssen sie außer dem vorhin erörterten Bewegungszustande, der der Strahlung entspricht, noch einen anderen annehmen unter dem Einfluß der relativ festen Abstoßungscentra. Und zwar bildet dieser letztere offenbar nicht eine fortschreitende Welle, sondern eine stehende Oscillation, wie die eines Pendels oder einer schwingenden Saite. Er ist dadurch ausgezeichnet, daß der bewegte Punkt, trotz eines bloß einmaligen Anstoßes, unendlich viele Mal um seine Gleichgewichtslage oscillirt, nie wieder

Digitized by Google

zur Ruhe kommt, aber auch seinen Bewegungszustand nicht auf andere Theile überträgt. In unserem Falle wird nicht ganz streng das soeben Gesagte Geltung haben, da die Abstoßungscentra nur relativ fest sind, indem ihre Gleichgewichtslagen doch zum Theil bedingt sind durch die Kräfte, welche die interstitiellen Aetheratome in Oscillation versetzen, d. h. durch die Abstoßungen, welche die Aethersphären von diesen Atomen erleiden. Es wird in unserem Falle also doch ein allmäliges Schwächerwerden der Oscillationen und eine allmälige Uebertragung des Bewegungszustandes statt haben. Diese besteht aber nur in einem allmäligen Ausgleichen des Bewegungszustandes, nicht in einer wellenartigen oder, was dasselbe sagt, strahlenden Verbreitung.

Wenn in dieser Weise der freie interstitielle Aether eines Molekularaggregates in stehenden Schwingungen begriffen ist, so muß dadurch der mittlere Molekularabstand des Aggregates verändert werden. Ein oscillirendes Aethertheilchen, könnte man sich uneigentlich ausdrücken, nimmt mehr Raum ein als ein ruhendes, oder, kann man auch sagen, übt nach jeder Seite (wenn die Excursionen nach allen Richtungen geschehen) eine stärkere abstoßende Wirkung aus als ein ruhendes, wenigstens wenn, wie hier offenbar der Fall ist, die abgestoßenen Punkte — die Aethersphären der Moleküle — den unendlich raschen Impulsen der einzelnen Oscillationen nicht unmittelbar folgen können. Man erkennt in diesen stehenden Schwingungen sogleich die Erscheinungen der thermometrischen Wärme. Man sieht, wie sie in reciproker Beziehung zur Strahlung stehen muß, d. h. wie ein Wellensystem, welches die Oberfläche eines Körpers trifft, zum Theil als solches durchgehen, zum anderen Theil in stehende Schwingungen umgesetzt werden (d. h. den Körper erwärmen) muß und je größer der eine Theil, um so kleiner der andere ist. Man sieht ferner, wie die Wärme die Körper ausdehnt — den Molekularabstand vergrößert. In die gegebene Definition bequemen sich auch sehr leicht die Begriffe von latenter Wärme und Wärmecapacität. Indem nämlich die mitgetheilte Bewegung in der beschriebenen Weise die Moleküle eines Aggregates weiter auseinanderdrängt (möglicherweise soweit, daß der Aggregatzustand verändert ist) und somit einer wachgerufenen Anziehungscomponente zwischen den ponderabelen Kernen das Gleichgewicht hält, muß die Oscillationsamplitüde der ursprünglich zugeführten Schwingungen vermindert werden, der verloren gegangene Theil der Bewegung ist die latent gewordene Wärme, die noch vorhandene Amplitüde mißt dagegen die freie Wärme und ist der Temperatur proportional. Außerdem sieht man leicht, daß, je nachdem die Anziehung zwischen den Molekülen diese oder jene Intensität besitzt — d. h. je nach der Natur der zu erwärmenden Substanz — mehr oder weniger intensive Oscillationen, d. h. mehr oder weniger Wärme zugeführt werden müsse, um einen Schwingungszustand von bestimmter Amplitüde, d. h. eine bestimmte Temperatur zu erhalten. Das Maß dieser zuzuführenden Bewegungsquantität für die Massen und Temperatureinheit ist aber nichts Anderes als die Wärmecapacität.

11 Die Bewegungen, an welchen die ponderabelen Moleküle nebst ihren Aethersphären Theil nehmen, bilden das Reich der chemischen Processe und der verwandten Molekularvorgänge. Denkt man sich zwei Molekülaggregate liquider

Digitized by Google

oder gasförmiger Beschaffenheit in unmittelbarer Nähe an einander, in sogenannter Berührung, so wird im Zweifel kein Gleichgewicht an der Trennungsfläche mehr bestehen können. Denn die Resultirende der Wirkungen der verschiedenartigen Moleküle wird für den gegebenen Abstand nicht im Allgemeinen Null sein. Es kann namentlich offenbar die Anziehung zwischen zwei benachbarten heterogenen Molekülen so stark sein, daß sie mit ihren Aethersphären gewissermaßen in einander eindringen, d. h. die ponderabelen Kerne treten näher an einander, als der Durchmesser einer Aethersphäre lang ist, und es entsteht so ein complexes Molekül mit mehreren ponderabelen Kernen, umhüllt von einer gemeinsamen Aethersphäre. Ein solcher Vorgang würde einer chemischen Verbindung entsprechen. Man sieht bei dieser Auffassung sofort die Nothwendigkeit ein, daß die chemische Verbindung immer in bestimmten Aequivalentverhältnissen stattfinden muß. Es ist nämlich klar, daß ein neues stabiles System unter gewissen Bedingungen nur in ganz bestimmter Anordnung wird entstehen können, d. h. es wird sich entweder ein Atom der einen Substanz mit einem der anderen zu einem solchen verbinden, oder ein Atom der einen mit zweien der anderen u. s. f. Ferner sieht man, wie bei chemischen Verbindungen Wärme frei werden muß, denn es wird diese starke Anziehung und die dadurch hervorgerufene Bewegung nicht ohne eine Störung des Gleichgewichtes in dem ganzen umgebenden Aethermeere stattfinden können. Die Uebertragung der Kraft geschieht bei diesem Vorgange höchst wahrscheinlich in einer der oben geschilderten analogen Weise. Die ponderabelen Kerne ziehen einander an und kommen mit großer Geschwindigkeit auf einander zu. Unterwegs treffen sie Aethertheilchen, die von ihren Aethersphären abgestoßen werden und in Bewegung gerathen, wie oben das Atom c, gleichzeitig aber der Bewegung der schweren Moleküle gleichviel entziehen und dieselben sogar zur Ruhe bringen. Höchst bedeutsame Bestätigungen erfährt dabei das Princip der Erhaltung der Kraft. Es muß nämlich allemal bei ein und derselben chemischen Verbindung (z. B. bei der Verbindung von 1 Gr. Kohlenstoff mit dem entsprechenden Quantum Sauerstoff) dieselbe Summe von Spannkräften verbraucht oder umgesetzt werden, da am Schlusse des Processes in einem Falle die Theilchen einander so nahe sind als im anderen. Die dadurch hervorgebrachte lebendige Kraft wird aber ganz auf den Aether übertragen, da schließlich die ponderabelen Theilchen zur Ruhe kommen. Da die lebendige Kraft der Aethertheilchen aber durch die Wärmequantität gemessen wird, so lautet die Folgerung so: daß bei ein und derselben chemischen Verbindung allemal eine gleiche Wärmequantität frei wird; diese Folgerung bestätigt die Erfahrung vollkommen, sowie noch einige andere, welche in der speciellen Wärmelehre vorzutragen sind. Leider sind noch gar keine Vorarbeiten vorhanden, aus denen sich auch nur annähernd beurtheilen ließe, wie die einzelnen Molekularsysteme im speciellen Falle beschaffen sein müßten, damit eine Verbindung zu 1 und 1 oder zu 1 und 2 ꝛc. entstehe.

Es kann zweitens an der Gränzfläche der beiden heterogenen Aggregate noch eine andere Art von Gleichgewichtsstörung vorkommen, die nicht zu einer chemischen Verbindung, wohl aber zu einer anderen Art von Molekularbewegung

Digitized by Google

Veranlaſſung giebt, nämlich zu der ſogenannten Diffuſion. Während wir die chemiſchen Verbindungen, die ohnehin von mechaniſcher oder phyſikaliſcher Seite her noch ſo gut wie nicht unterſucht ſind, hier ganz bei Seite laſſen, müſſen wir die Erſcheinungen und Geſetze der Diffuſion mit aller Gründlichkeit und Ausführlichkeit behandeln, da ſie gerade für unſere Zwecke vom unmittelbarſten Intereſſe ſind. Viele wichtige Proceſſe des organiſchen Lebens haben nämlich Diffuſionserſcheinungen zu weſentlichen Factoren.

Es beſtehen aber die Diffuſionen in Folgendem: Denken wir uns zwei heterogene Molekularaggregate *A* und *B*, und ſeien die Moleküle derſelben ſo beſchaffen, daß bei gleicher Entfernung die Abſtoßung zwiſchen einem Molekül von *A* und einem von *B* kleiner (oder die Anziehung größer) iſt, als die zwiſchen zwei Molekülen von *A* und zweien von *B* ſtatthabende. Denken wir uns ferner, daß zwiſchen den vorgeſtellten heterogenen Molekülen doch keine zu einer chemiſchen Verbindung hinreichende Anziehung beſtände. Kommen jetzt die Aggregate *A* und *B* in Berührung mit einander, ſo wird offenbar ein an der Gränze befindliches Theilchen von *A* in den von *B* eingenommenen Raum hineingetrieben, und umgekehrt ein Gränztheilchen von *B* in den Raum von *A*, denn jenes erfährt von *B* her, dieſes von *A* her die geringere Abſtoßung (oder die ſtärkere Anziehung). Dieſes Strömen der Theilchen von *A* nach der einen und von *B* nach der anderen Seite wird erſt dann aufhören, wenn ſich überall die Moleküle von *A* und von *B* gleichmäßig durchdrungen haben, d. h. wenn in einer Volumeinheit ebenſo viel Moleküle von *A* ſind, als in je der anderen und ebenſo von *B*.

Die ſoeben beſchriebene Erſcheinung tritt bei feſten Körpern nie auf; die Aggregate *A* und *B* müſſen vielmehr flüſſig ſein, wenn ſie in einander »diffundiren« ſollen. Sind ſie beide liquid, ſo erfolgt die Diffuſion zuweilen, zuweilen nicht, je nach der Natur der beiden Liquida *A* und *B*, z. B. Waſſer und Alkohol diffundiren in einander, Waſſer und Oel nicht. Sind dagegen *A* und *B* elaſtiſch flüſſig, ſo erfolgt die Diffuſion allemal; man kennt kein Paar von Gaſen, welche nicht in einander diffundirten. Dieſe Erſcheinung werden wir im Folgenden zuerſt näher betrachten.

Dalton und nach ihm viele Phyſiker nehmen geradezu an, daß zwei heterogene Gasmoleküle gar keine Wirkung auf einander ausüben, ſo daß die Diffuſion zweier Gaſe in einander dem Einſtrömen in den leeren Raum vollkommen gleich zu achten wäre. Dieſe Annahme hat in ſich offenbar viel Unwahrſcheinliches, gleichwohl iſt aber bisher kein von einigem Erfolg gekrönter Verſuch gemacht worden, ſie durch irgend eine andere zu erſetzen, die ebenſo geeignet wäre, die Erſcheinungen zu erklären.

Digitized by Google

Zweites Capitel.

Gesetze der Diffusionen.

Die Gesetze der Gasdiffusion*), welche auch im organischen Haushalte bei 12
der Lungenathmung eine wichtige Rolle spielt, sind vorzugsweise von Graham genau studirt, und wollen wir dieselben nunmehr, ganz abgesehen von jeder Hypothese über den wirklichen Hergang, hier abhandeln.

Das erste Grundgesetz ist bereits erwähnt worden, daß nämlich alle Gase ohne Ausnahme, in Berührung mit einander gebracht, in einander überströmen, und daß nicht eher Gleichgewicht eintritt, bis eine überall gleichartige Mischung entstanden ist. Es giebt also unter den Gasen kein einziges Paar, was, wie unter den liquiden Körpern viele (etwa Wasser und Oel), unmischbar wäre. Diese Mischung tritt selbst dann ein, wenn die beiden Gase durch poröse Scheidewände von einander getrennt sind, und eignet sich diese Anordnung ganz besonders zu einem tieferen Studium der Erscheinungen, weil eine solche Scheidewand, wenn ihre Poren nur eng genug sind, eine unmittelbare Ausgleichung des Druckes verhindert und somit eine Vergleichung der herüber- und hinübergegangenen Gasmengen gestattet. Als Scheidewände sind angewandt worden Gypsplatten und thierische Blase. Es hat sich gezeigt, daß die Natur der Scheidewand auf das Wesen des Diffusionsvorganges ohne Einfluß ist, und daß sie lediglich im Verhältniß der Enge und Länge ihrer Poren die Geschwindigkeit desselben verzögert.

Das Gesetz, dem dieser Vorgang unterworfen ist, lautet so: Die Volumina der durch solche Diffusion ausgetauschten Gase verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren specifischen Gewichten. Die von Graham angestellten Versuche, auf die hin er dieses Gesetz behauptet, waren folgendergestalt angeordnet. Eine Glasröhre mit einem gewissen Gase gefüllt war am einen Ende durch einen (vollkommen trockenen) Gypspflock geschlossen, am anderen tauchte sie in eine Sperrflüssigkeit (in der Regel Quecksilber). Der ganze Apparat befand sich in der freien Atmosphäre. Durch den Gypspflock hindurch beginnt sofort die Diffusion des eingeschlossenen Gases gegen die atmosphärische Luft. Offenbar muß das Niveau der Sperrflüssigkeit im Rohre steigen, wenn mehr von dem Gase austritt als atmosphärische Luft eintritt, sinken im umgekehrten Falle. In der That beobachtet man dies sehr bald. Graham regulirte aber das Niveau der Sperrflüssigkeit dergestalt, daß fortwährend der Gesammtdruck im Inneren des Rohres einer Atmosphäre gleich kam. Bei dieser Anordnung des Versuchs konnte, wie man leicht sieht, der Proceß nicht eher zum Stillstand kommen, als bis im Inneren des Rohres ebenfalls reine atmosphärische Luft vorhanden war, da ja die kleine vorher eingeschlossene Gasmenge durch ihre Verbreitung in der äußeren (dagegen unendlichen) Atmosphäre deren Zusammensetzung gar nicht alterirt

*) Handwörterbuch der Chemie von Liebig, Poggendorff und Wöhler. Bd. II. S. 587.

Digitized by Google

Man braucht also nur das schließliche Volum Luft in der Röhre zu messen und mit dem anfänglich darin vorhandenen Gasvolum zu vergleichen, um das Verhältniß der ausgetauschten Volumina kennen zu lernen. Indem Graham in dieser Weise mit verschiedenen Gasen operirte, fand er eben, daß sich die Volumina derselben, welche für eine Volumeinheit eingetretener atmosphärischer Luft ausgetreten waren, umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus ihren specifischen Gewichten. Ein anderer Versuch, in welchem Kohlenoxyd und Stickgas, die dasselbe specifische Gewicht besitzen (in zwei durch einen Gypspflock communicirenden Röhren eingeschlossen), gegen einander diffundirten, ergab in Uebereinstimmung mit dem hingestellten Gesetze keine Aenderung der beiden Volumina nach vollkommener Ausgleichung.

Man kann noch allgemein fragen, welches Resultat zu erwarten ist, wenn man zwei geschlossene Gasvolumina A und B durch eine poröse Scheidewand bis zur Ausgleichung diffundiren läßt und wiederum die Niveaus der Sperrflüssigkeiten so regulirt, daß immer in jedem der beiden Gefäße der Gesammtdruck eine Atmosphäre beträgt. Man kann das Volum $A = a + \alpha$ machen, d. h. in zwei Theile getheilt denken, so daß a das auf der linken Seite verbleibende Volum des ersten Gases bedeutet und α den hinüber diffundirenden Theil. Ebenso wird vom zweiten Gase ein Theil b rechts von der Scheidewand bleiben und ein Theil β nach links hinüber wandern, so daß $b + \beta = B$. Nach vollendeter Diffusion hat man also links ein Gasvolum $X = a + \beta$, rechts ein solches $Y = b + \alpha$. Dieser Stillstand tritt ein, wenn beide Gasgemenge dieselbe Zusammensetzung haben, also $\frac{a}{X} = \frac{\alpha}{Y} = \frac{A}{A+B}$ und $\frac{\beta}{X} = \frac{b}{Y} = \frac{B}{A+B}$ ist. Setzt man noch das specifische Gewicht des ersten Gases $= 1$ und das des zweiten auf diese Einheit bezogen $= \delta$, so muß nach dem Gesetze von dem Verhältnisse der ausgetauschten Gasmengen die Gleichung stattfinden $\alpha : \beta = \sqrt{\delta} : 1$. Aus den soeben aufgestellten sechs Gleichungen ergeben sich die Volumina der einzelnen Gase hüben und drüben, sowie der Mischungen beiderseits; insbesondere hat man

$$\beta = \frac{AB}{A + B\sqrt{\delta}}; \quad \alpha = \frac{AB\sqrt{\delta}}{A + B\sqrt{\delta}}; \quad a = \frac{AA}{A + B\sqrt{\delta}}; \quad b = \frac{BB\sqrt{\delta}}{A + B\sqrt{\delta}}.$$

Versuche zur Bestätigung dieses Ergebnisses fehlen übrigens noch.

13 Es wurde schon oben angedeutet, daß die Diffusion, da sie im Allgemeinen ungleiche Mengen der Gase zum Austausch bringt, auch Druckdifferenzen setze, die, wenn sie nicht störend einwirken sollen, durch besondere Vorkehrungen, wie erwähnt wurde, beseitigt werden müssen. Geschieht dies nicht, so kann der Diffusionsstrom mit der Zeit sogar sehr bedeutende Druckdifferenzen hervorbringen, deren Größe übrigens mit bedingt wird durch die Enge und Länge der Scheidewandporen, denn es ist von vorn herein klar, daß relativ weite und kurze Poren eine durch die Druckdifferenz als solche hervorgebrachte Strömung (die dem größeren Diffusionsstrom entgegengesetzt gerichtet ist und seine ungleich vertheilenden Wirkungen aufzuheben strebt) weit leichter

Digitized by Google

durchlassen, als engere und längere; und daß daher bei weiteren und kürzeren Poren eine weit geringere Druckdifferenz genügt, um eine dem Diffusionsstrom Gleichgewicht haltende einfache Strömung zu bedingen. Am größten kann in Uebereinstimmung hiermit die Druckdifferenz werden, wenn die Scheidewand eine Kautschukplatte ist. Man überzeugt sich hiervon durch ein sehr einfaches bekanntes Experiment. Man bringt nämlich ein mit einer Kautschuklamelle geschlossenes und mit Kohlensäure oder atmosphärischer Luft gefülltes Gefäß in einen mit Wasserstoff erfüllten Raum. Nach einiger Zeit dehnt sich dann die Kautschuklamelle zu einer Blase aus und kann sogar zum Platzen gebracht werden. — Weniger bedeutende Druckdifferenzen können schon bei Gypsplatten und thierischen Blasen hervorgebracht werden, und noch geringere zeigen sich bei Goldschlägerhäutchen.

Die Geschwindigkeit des Diffusionsstroms scheint nach Graham um so 14
größer zu sein, je geringer das specifische Gewicht der einen ausgetauschten Gasart ist, wenn die andere immer dieselbe bleibt. Man muß natürlich, um die Geschwindigkeit zweier Diffusionsvorgänge zu vergleichen, beide Male auf einer Seite der Scheidewand dieselbe Gasart haben, da ja bei jedem Diffusionsvorgange zwei Ströme gleichzeitig existiren, deren Geschwindigkeiten nach dem Graham'schen Grundgesetze im Allgemeinen verschieden sein müssen. Es fand sich nun, daß in derselben Zeit, in welcher 0,302 Volumina atmosphärischer Luft eine Scheidewand passirten, um in Chlorgas einzudringen, 0,623 Volumina Luft übergingen zu Kohlensäure und 1,277 Volumina derselben Luft, wenn auf der anderen Seite der Scheidewand sich Wasserstoffgas befand. Wäre in allen drei Fällen das in derselben Zeit übergegangene Luftvolum dasselbe gewesen, so hätte man die Geschwindigkeiten gleich nennen müssen, obwohl dann immer noch in umgekehrter Richtung ungleiche Mengen der anderen Gase die Scheidewand durchwandert haben würden.

Auch wenn Gase durch einen Gypspflock in den leeren Raum einströmten, 15
fand Graham die Geschwindigkeit um so größer, je leichter das Gas war. Aus theoretischen Gründen hätten sich hier die Geschwindigkeiten verhalten müssen umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dichtheiten*). Die Abweichungen der Graham'schen Beobachtungsresultate von diesem Gesetze schiebt Thomson der Fehlerhaftigkeit der Versuche zu. Dieser Gelehrte sieht zugleich in den Diffusionsgesetzen eine Bestätigung der Dalton'schen Hypothese, daß zwei heterogene Gasarten nicht auf einander drücken, sondern sich wie Vacua gegen einander verhalten.

In ähnlicher Weise, wie die Gase in einander diffundiren, diffundiren sie auch 16
in Liquida, doch gelten für diese Erscheinungen natürlich ganz besondere Gesetze. Man nennt die Erscheinung »Absorption«**) der Gase durch die Liquida; sie ist längst bekannt. Auch haben im Anfange dieses Jahrhunderts bereits Henry, Sauſſure, Gay-Luſſac, Dalton und Andere Experimentaluntersuchungen über diesen Gegenstand angestellt, aus denen sich einfache Gesetze ergeben haben.

*) Schmidt in Gilbert's Annalen. Bd. 66. S. 39.

**) Handwörterbuch der Chemie von Liebig, Poggendorff und Wöhler. Bd. I. S. 26.

Digitized by Google

In neuester Zeit hat Bunsen*) diese Untersuchungen wieder aufgenommen und nicht bloß die Gesetze selbst bestätigt, sondern auch für eine Reihe von Körpern die darin auftretenden Constanten mit großer Genauigkeit bestimmt. Die numerischen Resultate dieser Arbeit werde ich weiter unten in einer Tafel zusammenstellen. Gerade diese Absorption verdient hier ganz besondere Beachtung, da einer der Hauptfactoren des organischen Haushaltes die Respiration im Wesentlichen auf einer solchen beruht. Um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, wollen wir, wie dies gewöhnlich geschieht, »Absorptionscoefficient« einer Flüssigkeit für eine Gasart dasjenige Volum dieser Gasart nennen, welches von der Volumeinheit jener Flüssigkeit aufgenommen werden kann, wenn sie einander frei berühren, und welcher unter diesen Umständen allemal aufgenommen wird, dergestalt, daß, wenn gerade dies Volum absorbirt ist, der Proceß aufhört und Gleichgewicht eintritt. Bei ein und derselben Temperatur ist nun dieser Absorptionscoefficient **vom Drucke** (zwischen gewissen noch nicht ermittelten Gränzen) unabhängig; d. h. wenn z. B. eine Volumeinheit Wasser bei einer gewissen Temperatur und einem gewissen Drucke α Volumeinheiten Kohlensäure absorbirt, so absorbirt sie bei dem doppelten Drucke noch ebenfalls α Volumina Kohlensäure. α Volumina, CO_2, wiegen aber bei dem doppelten Drucke doppelt so viel als bei dem einfachen. Man könnte dieses Gesetz auch so ausdrücken: Für die in Flüssigkeiten absorbirten Gase gilt das Mariotte'sche Gesetz noch ebenso wie für freie Gase. Ein von absorbirten Gasen absolut freies Flüssigkeitsvolum v, das mit einem Gasvolum in Berührung ist, hat also dieselbe Wirkung auf dieses, als ob ihm noch ein leerer Raum geöffnet würde, dessen Größe durch αv auszudrücken wäre, wenn α den Absorptionscoefficient für die fragliche Combination bedeutet. Z. B. bei einer Temperatur von 18° C. ist der Absorptionscoefficient der Kohlensäure in Wasser $= 1{,}06$, und brächte man bei derselben 1 Volum Kohlensäure mit einem gerade so großen Volum Wasser zusammen, so hätte man dadurch dasselbe geleistet, als ob man der Kohlensäure noch einen 1,06fachen leeren Raum eröffnet hätte; es müßte folglich im gaserfüllten Raume nach vollendeter Diffusion die Kohlensäurespannung nur noch $\frac{1}{1+1{,}06} = 0{,}485$ der ursprünglichen sein.

Für verschiedene Temperaturen fällt dagegen der Absorptionscoefficient verschieden aus, und zwar variirt er mit der Temperatur nach einem bis jetzt noch nicht ermittelten Gesetze. Nur so viel ist aus den nicht gar zahlreichen über diesen Punkt angestellten Versuchen ersichtlich, daß im Allgemeinen von einem Gase um so weniger durch eine bestimmte Flüssigkeit aufgenommen wird, je höher die Temperatur ist.

Sowie eine Flüssigkeit von einem Gase absorbirt, so lange bis die absorbirte Menge so groß ist, daß sie unter dem Drucke, den das darüber stehende

*) Annalen der Chemie und Pharmacie. 1855. Januar.

Digitized by Google

freie Gas erleidet, ein Volum einnehmen würde, gleich dem Flüssigkeitsvolum mit dem Absorptionscoefficienten multiplicirt, ebenso entläßt sie von dem Gase einen Theil ins Freie, sobald in ihr eine größere Menge als die soeben definirte enthalten ist. Eine Ausnahme von diesem, sowie von allen hier für Absorption aufgestellten Gesetzen, machen diejenigen Gase, welche, wie Ammoniakgas oder Chlorwasserstoff, in ganz enormen Mengen von Wasser aufgenommen werden. Sie entweichen nicht in dem Maße aus einer unter irgend einem Drucke damit gesättigten Wassermenge, wenn dieser Druck vermindert wird, als sie nach dem Gesetze daraus entweichen müßten; es bleibt vielmehr eine weit größere Menge derselben im Wasser. Man hat hieraus geschlossen, daß von solchen Gasen ein Theil *chemisch* an das Wasser gebunden ist. Hatten aber z. B. 100 Cubikcentimeter Wasser unter einem Kohlensäuredruck von 1 Atmosphäre, d. h. von 0,76^{m} Quecksilber von diesem Gase 106 Cubikcentimeter absorbirt, und vermindert man nun den Druck, dann entweicht so viel Gas, daß das absorbirt bleibende, wenn es frei denselben Druck erlitte, wieder 106 Cubikcentimeter einnähme. Würde z. B. der Druck schließlich nur noch 0,38^{m} betragen, so würde die absorbirt bleibende CO_2menge so groß sein, daß sie unter dem Drucke einer Atmosphäre 53 Cubikcentimeter einnähme, da diese Menge unter dem Drucke von 0,38^{m} gerade 106 Cubikcentimeter einnimmt. Würde in einem anderen Falle die schließliche CO_2spannung nur 0,19^{m}, so wäre auch die absorbirt bleibende CO_2menge kleiner; denn unter dem geringeren Drucke 0,19^{m} nimmt eine noch kleinere CO_2menge den Raum von 106 Cubikcentimeter ein, und zwar ist diese $\frac{19}{76}$ von der ursprünglich absorbirt gedachten, d. h. sie ist so groß, daß sie unter dem Drucke einer Atmosphäre den Raum von 26,5 Cubikcentimeter einnähme.

Sehr augenfällig nimmt man diese Erscheinung wahr, wenn man eine Flasche öffnet, welche ein moussirendes Getränk enthält. Unter dem Stöpsel enthielt nämlich die Flasche eine gewisse Menge Kohlensäure von hoher Spannung, mit welcher die in der Flüssigkeit absorbirte Kohlensäure im Gleichgewicht war. Nach Oeffnen des Stöpsels diffundirt die über dem Flüssigkeitsspiegel befindliche CO_2 heraus und ihre Spannung vermindert sich beträchtlich. Daher muß hier, wie in den soeben fingirten Beispielen, ein Theil der absorbirten CO_2 entweichen.

Das Entweichen eines absorbirten Gases, beispielsweise der Kohlensäure, **17**
geschieht bloß dann und immer dann, wenn die Spannung *dieses* Gases, also im Beispiele die *Kohlensäurespannung*, in dem über der Flüssigkeit befindlichen freien Raume vermindert wird, ganz unabhängig davon, ob die Gesammtspannung der in jenem Raume enthaltenen Gase größer oder kleiner geworden ist. Stellen wir uns wiederum 100 Cubikcentimeter Wasser vor, darüber einen geschlossenen Raum, gefüllt mit Kohlensäure, unter dem Drucke von 0,76^{m}, dann muß (Gleichgewicht vorausgesetzt) das Wasser eine CO_2menge enthalten, die unter demselben Drucke 106 Cubikcentimeter einnimmt. Wäre der geschlossene Raum 106 Cubikcentimeter groß, so wäre gerade so viel freie CO_2 vorhan-

Digitized by Google

den als in Wasser diffundirte. Nun werde plötzlich dieser Raum seiner CO_2 vollständig beraubt, dafür aber Sauerstoff in ihn eingeführt unter der doppelten Spannung von 2 Atmosphären. Die totale Gasspannung über der Flüssigkeit hat sich also verdoppelt, gleichwohl hat dies für die im Wasser diffundirte CO_2 (weil die CO_2 spannung im oberen Raume Null geworden ist) dieselbe Wirkung, als wäre der Raum leer geworden, und zwar wird bei unserer Annahme über die Größe dieses geschlossenen Raumes genau die Hälfte der absorbirt gewesenen CO_2 frei: denn diese Hälfte wird in dem 106 Cubikcentimeter großen Raume die CO_2 spannung einer halben Atmosphäre hervorbringen, und unter dieser halben Spannung würde auch die im Wasser zurückbleibende Hälfte 106 Cubikcentimeter einnehmen. Gleichzeitig geht nun aber jetzt Sauerstoff in das Wasser hinein (wenn es vorher davon ganz frei gewesen und nur Kohlensäure enthielt) und zwar gerade so viel, als hineingehen würde, ohne die gleichzeitige Anwesenheit von Kohlensäure, d. h. also eine Menge, die unter dem Drucke des frei zurückbleibenden Sauerstoffes einen Raum einnimmt gleich dem mit dem Absorptionscoefficienten des Sauerstoffes multiplicirten Wasservolum. In der Schilderung dieses Vorganges liegen, wie man ohne Weiteres sieht, zugleich die Grundsätze, nach denen die Absorption von Gasgemengen durch Wasser oder irgend eine andere Flüssigkeit zu beurtheilen ist; denn der schließliche Gleichgewichtszustand, zu dem wir es in unserem Beispiele kommen sahen, würde ganz genau ebenso sich hergestellt haben, wenn man ganz gasfreiem Wasser von vorn herein ein Gemenge von CO_2 und O in dem schließlichen Mischungsverhältniß und unter dem schließlichen Volum der Absorption dargeboten hätte.

Wir fassen noch einmal die Behauptungen, welche der soeben gegebenen Schilderung zu Grunde liegen, in abstracto zusammen. Sie sind ursprünglich von Dalton aufgestellt und haben sich durch seine und anderer Experimente bewahrheitet. Die Absorptionen beliebig vieler verschiedener Gasarten (natürlich müssen sämmtliche in das Experiment eingehende Körper unter den gegebenen Bedingungen chemisch indifferent gegen einander sein) stören sich gegenseitig nicht. Wasser (wie überhaupt jede Flüssigkeit) absorbirt also aus einem Gasgemenge die einzelnen Gase gerade in derselben Menge, in der jedes für sich unter dem Drucke, den es nach vollendeter Absorption in dem Gemenge ausübt, aufgenommen sein würde.

Es ist hiernach in jedem Falle leicht, die aus einem Gemenge absorbirten Antheile der einzelnen Gase zu berechnen, wenn man Volum und Mischungsverhältniß der Gase, sowie das Volum des anfangs gasfreien Wassers kennt. Für einen einfachen Fall mag noch die Rechnung beispielsweise hier durchgeführt werden. Wir wählen das Gasgemenge, welches die Atmosphäre darstellt und untersuchen, wieviel ein der Einheit gleiches gasfreies Wasservolum vom O und vom N absorbirt, wenn es ins Freie gestellt wird. Die Masse der beiden Gase ist hier so groß, daß durch die ungleiche Absorption ihr Verhältniß ungeändert bleibt, d. h. es muß nach wie vor die Spannung des Sauerstoffes und Stickstoffes im Freien über der Flüssigkeit dieselbe sein (was bei einem abgesperrten kleinen Gasvolum nicht der Fall sein würde). Sieht man von dem CO_2 und

Digitized by Google

Wassergehalte der Atmosphäre ab, so enthält der Rest 21 Volumprocent Sauerstoff und 79 Volumprocent Stickstoff, d. h. der ganze in 100 Volumeinheiten Luft enthaltene Sauerstoff würde unter den Gesammtdruck der wasser- und kohlensäurefreien Atmosphäre 21, der darin enthaltene Stickstoff unter demselben Gesammtdruck 79 Volumeinheiten füllen. In der Wirklichkeit füllt aber der Sauerstoff die 100 Volumeinheiten und übt also von dem eben erwähnten Gesammtdruck für sich $\frac{21}{100}$ aus; der Stickstoff, der gleichfalls die 100 Volumeinheiten ausfüllt, übt demnach die übrigen $\frac{79}{100}$ des Gesammtdruckes aus. Nimmt man den Gesammtdruck selbst als Einheit, so haben wir es zu thun mit Sauerstoff von dem Drucke 0,21, mit Stickstoff vom Drucke 0,79. Eine Volumeinheit Wassers nimmt nun bei einer Temperatur von 0° unter jedem Drucke 0,04114 Volumeinheiten O und 0,020346 Volumeinheiten N auf. Die 0,04114 Vol. O wurden in unserem Beispiel unter dem Drucke 0,21 aufgenommen; sie würden unter dem Drucke 1 nur 0,008623 Volumeinheiten einnehmen. Die gleichzeitig aufgenommenen 0,020346 Vol. N stehen aber unter dem Drucke 0,79; sie würden also, unter die Druckeinheit gebracht, 0,01608 Volumeinheiten einnehmen. Im Ganzen hat man also in der Volumeinheit Wasser ein Gasgemenge, das bei der Druckeinheit 0,024703 Raumeinheiten einnähme, und dessen Sauerstoffgehalt sich zu seinem Stickstoffgehalt, beide ebenfalls unter der Druckeinheit gemessen, dem Volum nach verhalten würde = 34,91 : 65,09.

Ich lasse zum Schlusse die von Bunsen bestimmten und in der 18
erwähnten Abhandlung mitgetheilten Absorptionscoefficienten folgen. Er hat jeden derselben für verschiedene Temperaturen bestimmt und dann eine Interpolationsformel berechnet, die den Coefficienten als Function der Temperatur zwischen den Gränzen 0°C. und 20°C. mit hinlänglicher Annäherung liefert. Es bedeutet in der Formel t die Temperatur, in Graden der hundertheiligen Scala ausgedrückt, und c den Absorptionscoefficienten selbst. Unter letzterem ist aber hier insbesondere verstanden: das von der Volumeinheit Flüssigkeit unter dem Drucke 0,76^m Quecksilber aufgenommene Gasvolum, wenn dasselbe gemessen wird, bei einer Temperatur von 0° und unter einem Drucke von 0,76^m Quecksilber.

Stickstoff in Wasser	$c = 0{,}020346 - 0{,}00053887\,t + 0{,}0000115\,6\,t^2$
Wasserstoffgas in Wasser . . .	$c = 0{,}0193$ in den Temperaturgränzen des Versuches constant.
Aethylgas in Wasser	$c = 0{,}031474 - 0{,}0010449\,t + 0{,}00002506\,6\,t^2$
Kohlenoxyd in Wasser	$c = 0{,}032874 - 0{,}00081632\,t + 0{,}0000164\,21\,t^2$
Grubengas in Wasser	$c = 0{,}05449 - 0{,}0011807\,t + 0{,}0000102\,78\,t^2$
Methylgas in Wasser	$c = 0{,}0871 - 0{,}0033242\,t + 0{,}0000603\,t^2$
Oelbildendes Gas in Wasser. .	$c = 0{,}25629 - 0{,}00913631\,t + 0{,}0001881\,08\,t^2$
Kohlensäure in Wasser. . . .	$c = 1{,}7967 - 0{,}07761\,t + 0{,}0016424\,t^2$

Für den Sauerstoff ist die Interpolationsformel nicht aufgeführt; es folgen daher hier die Absorptionscoefficienten von Grad zu Grad:

Digitized by Google

Temperatur.	Coefficient.	Temperatur.	Coefficient.	Temperatur.	Coefficient.	Temperatur.	Coefficient.
0	0,04114	5	0,03628	10	0,03250	15	0,02989
1	0,04007	6	0,03544	11	0,03189	16	0,02949
2	0,03907	7	0,03465	12	0,03133	17	0,02914
3	0,03810	8	0,03389	13	0,03082	18	0,02884
4	0,03717	9	0,03317	14	0,03034	19	0,02858
						20	0,02838

Ueber andere Flüssigkeiten als Wasser liegen nur die älteren Bestimmungen von Sauſſure vor, die übrigens in Ermangelung von neueren noch hier Platz finden mögen.

Bei 18°C. absorbirt 1 Volum.	Vom specif. Gewicht.	Vol. CO_2.
Alkohol	0,803	2,60
Aether	0,727	2,17
Lavendelöl	0,88	1,91
Thymianöl	0,89	1,88
Weingeist	0,84	1,87
Petroleum	0,784	1,69
Terpentinöl	0,86	1,66
Leinöl	0,94	1,56
Olivenöl	0,915	1,51
Waſſer	1,000	1,06
Löſung von Salmiak	1,078	0,75
» » Alaun	1,047	0,70
» » $\dot{K}\ddot{S}$	1,077	0,62
» » Chlorkalium	1,168	0,61
» » $\dot{N}a\ddot{S}$	1,105	0,58
» » $\dot{K}\ddot{\dot{N}}$	1,139	0,57
» » $\dot{N}a\ddot{\dot{N}}$	1,206	0,45
» » Schwefelſäure . . .	1,84	0,45
» » Weinſäure	1,285	0,41
» » Chlornatrium	1,212	0,329
» » Chlorcalcium	1,402	0,261

Digitized by Google

Gasvolum absorbirt von 1 Volum der Flüssigkeiten.	Wasser.	Farbloses Petroleum von 0,784 specif. Gew.	Lavendelöl von 0,88 specif. Gew.	Olivenöl.	Gesättigte Lösung von Chlorkalium.
Oelbildendes Gas . .	0,155	2,61	2,09	1,22	0,10
Stickstoffoxydulgas . .	0,760	2,54	2,75	1,50	0,29
Kohlensäuregas . . .	1,060	1,69	1,91	1,51	0,61

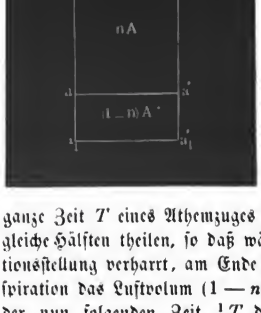
Es absorbirt bei 18° C. von	Ein Volum luftleeren Wassers.	Ein Volum luftleeren Alkohols, specif. Gew. 0,84.
Schwefligsaures Gas	43,78 Vol.	115,77 Vol.
Schwefelwasserstoffgas	2,53 »	6,06 »
Kohlensäuregas	1,06 »	1,86 »
Stickstoffoxydulgas	0,76 »	1,53 »
Oelbildendes Gas	0,155 »	1,27 »
Sauerstoffgas	0,065 »	0,1625 »
Kohlenoxydgas	0,062 »	0,145 »
Wasserstoffgas	0,046 »	0,051 »
Stickstoffgas	0,042 »	0,042 »

Der Gasaustausch beim Athmungsproceß ist weiter nichts als eine Com- 19
bination der beiden zuletzt betrachteten Erscheinungen; zu beiden sind nämlich im Hohlraume der Lungen fortwährend die Bedingungen gegeben. Man hat 1) ein Liquidum, das Blut, in Berührung mit einem Gase, freilich sind beide durch eine organische Scheidewand, die Capillarenwand, getrennt, die aber den Gasstrom vom Gase in die Flüssigkeit und umgekehrt in seiner Natur nicht verändert, ihm sogar kaum einen merklichen Widerstand bietet. Es muß also immerwährend die Spannung der Gase in der Flüssigkeit mit der der gleichnamigen im Hohlraum ausgeglichen werden. 2) Ist in den verschiedenen Theilen des Hohlraumes selbst die Spannung der verschiedenen freien Gasarten eine verschiedene, so daß Diffusionsströme beständig im Gange sein müssen, welche die Spannungsdifferenzen auszugleichen streben. Die sonstigen räumlichen Anordnungen sind aber in der Lunge so complicirt, daß man nicht daran denken kann, den eigentlichen Hergang der Absorptions- und Diffusionsströme, wie sie daselbst statt haben, nach den für dieselben geltenden Gesetzen der mathematischen Analyse zu unterwerfen, wäre dies möglich, so würde man sofort eine vollständige Theorie der Respiration haben. Wir wollen jedoch hier den Vorgang, auf ein einfaches Schema reducirt, noch etwas näher ins Auge fassen; es werden sich auch schon auf diesem Wege einige Aufschlüsse über den Einfluß der Häufigkeit der Athemzüge und einiger anderer Umstände auf die Respiration erzielen lassen. Wir ziehen hier einzig die Kohlensäureausgabe in den Kreis unserer Betrachtung, um dieselbe nicht übermäßig zu compliciren, haben damit aber zugleich auch den Hauptfactor

Digitized by Google

der Respiration erledigt. Wir wollen annehmen, der ganze Hohlraum der Respirationswege sei ein Cylinder, an dessen Boden sich ein Liquidum von fortwährend constantem Kohlensäuregehalte befindet, letztere Voraussetzung wird von der Wahrheit nicht weit abliegen, da ja fortwährend neues venöses Blut an der Luft vorbeiströmt, wenn das alte Kohlensäure abgegeben hat, also die Kohlensäurespannung in den Lungencapillaren sich immer auf der dem venösen Blute bei dem betreffenden Zustande des Körpers entsprechenden Höhe erhält. Während nun der Thorax in der Exspirationsstellung verharrt, soll ferner angenommen werden, gleicht sich diese Kohlensäurespannung mit der in den Lungen zurückgebliebenen Luft vollständig aus, was auch bei der ungeheuren Oberfläche der Lungencapillaren gar nichts Unwahrscheinliches hat. Jetzt wollen wir uns an dem Schema die Inspiration dadurch hervorgebracht denken, daß der Boden, der vorher bei $a\ a'$ (Fig. 4) stand, bis auf $a_1\ a_1'$ herabgeht, wodurch von der äußeren kohlensäurefreien Luft ein entsprechendes Quantum oben eingesaugt wird. Nennen wir die ganze Capacität der Lungen bei der Inspirationsstellung A, so kann man mit nA (wo n ein ächter Bruch ist) das bei der Exspirationsstellung verbleibende Luftvolum bezeichnen und es muß dann $(1 - n)\ A$ das Luftquantum ausdrücken, was bei jeder Inspiration neu aufgenommen wird, und oben auf schwimmt. Wir wollen ferner einfach annehmen, die Inspiration geschehe momentan und wollen die ganze Zeit T eines Athemzuges (von einer Inspiration bis zur nächsten) in zwei gleiche Hälften theilen, so daß während des ersten $\frac{1}{2}T$ der Thorax in der Inspirationsstellung verharrt, am Ende dieser Zeit durch eine ebenfalls momentane Exspiration das Luftvolum $(1 - n)\ A$ wieder ausgestoßen wird, und daß während der nun folgenden Zeit $\frac{1}{2}T$ der Thorax die Exspirationsstellung beibehält. Während des ersten $\frac{1}{2}T$ geschieht nun ein Diffusionsstrom zwischen dem Luftvolum nA, das die dem venösen Blute entsprechende Kohlensäurespannung angenommen hatte, und dem darüberliegenden anfänglich ganz CO_2 freien Luftvolum $(1 - n)\ A$. Offenbar wird dieser Diffusionsstrom nicht in der Zeit constant sein, sondern allmälig abnehmen, je mehr bereits durch ihn selbst die Spannungen ausgeglichen sind; wollen wir uns der Wahrheit möglichst annähern, so haben wir eine anfangs sehr rasche Abnahme der Intensität dieses Stromes vorauszusetzen, da in den ersten sogar noch die bei der Inspiration entstehenden rein mechanischen Strömungen die Mischung begünstigen, während diese in den späteren Abschnitten des Zeitraumes $\frac{1}{2}T$ nicht mehr mitwirken. Theilen wir also den ganzen Zeitraum $\frac{1}{2}T$ in äußerst kleine Abschnitte, deren jeder $= \vartheta$ ist, so wird in einem solchen um so weniger CO_2 aus dem unteren Luftvolum nA in das obere $(1 - n)\ A$ (das hernach bei der Exspiration ausgestoßen wird) geführt werden, je mehr solcher Abschnitte bereits verflossen sind; wenn wir na-

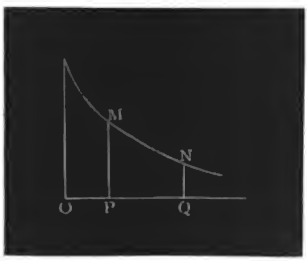
Fig. 4.



Digitized by Google

mentlich das in jedem äußerst kleinen Zeittheilchen so ausgetauschte CO_2quantum als Ordinate einer Curve ansehen, deren Abscisse die bereits verflossene Zeit ist, so werden wir jedenfalls eine Curve von der Gestalt der Figur 5 zu erwarten haben, die der Abscissenaxe ihre Convexität zukehrt und besonders anfangs sehr steil abfällt, so daß nach Verfluß einer OP proportionalen Zeit (vom Anfang der Inspiration gerechnet) im nächsten unendlich kleinen Zeittheilchen eine der Linie PM proportionalen Menge CO_2 in den oberen Raum befördert würde, während nach Verlauf einer OQ proportionalen Zeit in einem eben so großen unendlich kleinen Zeittheilchen nur noch eine QN proportionale CO_2menge geliefert werden würde. Einen solchen Gang des Diffussionsprocesses würde man beispielsweise durch die Formel $\frac{C}{(k+t)^2}\vartheta$ repräsentiren können, d. h. dieser Ausdruck mißt die nach Verfluß der Zeit t im folgenden unendlich kleinen Zeittheilchen ϑ nach oben beförderte CO_2menge. C und k sind constante Größen und insbesondere wohl C noch proportional zu setzen der Kohlensäurespannung, die im unteren Raume anfänglich statthatte, also proportional mit anderen Worten der CO_2spannung im venösen Blute. Summirt man nun alle diese während der einzelnen ϑ gleichen Zeittheilchen in den oberen Raum beförderten Mengen von $t=0$ bis $t=\frac{1}{2}T$, so erhält man die Gesammtmenge der CO_2, welche mit der nun folgenden Exspiration ausgestoßen wird. Die Summe findet sich durch Integration $= C \cdot \frac{\frac{1}{2}T}{k(k+\frac{1}{2}T)}$. Wählt man die Minute als Zeiteinheit, und nimmt an, daß in einer Minute m Athemzüge gemacht werden, so ist $T=\frac{1}{m}$ und die bei einem Athemzuge ausgeschiedene CO_2menge ergiebt sich $= C \frac{\frac{1}{2m}}{k\left(k+\frac{1}{2m}\right)}$, oder wenn man diesen Ausdruck vermfacht, hat man die in einer Minute ausgeschiedene CO_2menge $= \frac{C}{2k\left(k+\frac{1}{2m}\right)}$, welche offenbar mit m wächst, d. h. also, je häufiger die Athemzüge werden, um so mehr CO_2 wird in der Zeiteinheit ausgeschieden. Mit diesen m Athemzügen ist aber offenbar m Mal das Quantum Luft $(1-n)A$ gewechselt worden, so daß also $m(1-n)A$ das ganze in der Zeiteinheit exspirirte Luftvolum beträgt; durch diese Größe muß die gleichzeitig ausgehauchte CO_2 dividirt werden, wenn man den relativen Gehalt der Ausathmungsluft an CO_2 wissen will, d. h.

Fig. 5.



Digitized by Google

alſo der Gehalt der Exſpirationsgaſe an CO_2 iſt $= \frac{C}{m\,2\,k\left(k+\frac{1}{2m}\right)(1-n)\,A}$

$= \frac{C}{2\,k(m\,k+\frac{1}{2})} \cdot \frac{1}{(1-n)\,A}$, eine Größe, die mit zunehmendem m offenbar abnimmt, d. h. die Volumeinheit der Exſpirationsgaſe iſt um ſo ärmer an CO_2, je häufiger die Reſpiration iſt.

20 Es muß nun noch unterſucht werden, nach welcher Richtung hin die Reſultate dieſer Betrachtungen von der Wahrheit abweichen, da die urſprünglichen Vorausſetzungen nach einer gewiſſen bekannten Seite hin, ſich von den wirklich vorhandenen Bedingungen entfernen. In einer Beziehung iſt vor allen Dingen hervorzuheben, daß wenn die Anzahl der Athemzüge in der Zeiteinheit einigermaßen beträchtlich iſt, wohl ſchwerlich der Thorax lange genug in der Exſpirationsſtellung verharrt, um die Kohlenſäurеſpannung des venöſen Blutes ſich ganz mit der zurückbleibenden Luft ausgleichen zu laſſen. Die Folge hiervon iſt offenbar die, daß der in der nun folgenden Inſpirationsſtellung ſtatthabende Diffuſionsſtrom, weil von einer geringeren anfänglichen Spannungsdifferenz getrieben, weniger ausgiebig ſein wird, alſo mit jeder Exſpiration nicht ſoviel CO_2 ausgetrieben wird, als die Formel beſagt, und daß folglich ein Wachſen der Athmungsfrequenz höchſt wahrſcheinlich kein ſo bedeutendes Wachſen der CO_2ausſcheidung herbeiführt, als die obige Formel verlangte. Dagegen wird aus demſelben Grunde ein Wachſen der Athemfrequenz ein noch raſcheres Sinken im procentiſchen CO_2 Gehalte der Ausathmungsluft bedingen, als nach der zweiten ſoeben entwickelten Formel zu erwarten wäre. Die ſämmtlichen bis hierher gezogenen Schlüſſe ſetzten übrigens noch voraus, daß die Tiefe der Athemzüge von der Frequenz unabhängig ſeien. Man kann allerdings künſtlich und willkürlich dieſer Bedingung mehr oder weniger genügen, aber bei natürlichen unbefangenen Athmungsbewegungen wird, mit erhöhter Frequenz im Allgemeinen, die Tiefe des einzelnen Athemzuges vermindert werden. In Betreff des erſten Umſtandes wird ſich hieran eine Veränderung in demſelben Sinne knüpfen, wie an das, was vorhin aus der geſteigerten Athemfrequenz hergeleitet wurde, d. h. es, wird die geſammte ausgehauchte CO_2menge noch mehr herabgedrückt werden. In Betreff des procentiſchen Gehalts an CO_2 kann man aber nicht entſcheiden, ob der Einfluß des Umſtandes, den wir jetzt betrachten, poſitiv oder negativ ausfallen muß, denn wenn einerſeits die geringere Tiefe der frequenteren Athemzüge eine kleinere abſolute CO_2menge zur Ausſcheidung bringt, ſo wird andererſeits auch die geſammte Exſpirationsluft vermindert, die im Nenner des Bruches auftritt, welcher den Procentgehalt ausdrückt, und man iſt nicht von vornherein im Stande, zu beurtheilen, ob dieſe oder jene Verminderung einen überwiegenden Einfluß auf den Werth des ganzen Bruches ausüben muß.

21 Es mögen am Schluſſe dieſer Betrachtungen noch die Verſuche eine Stelle finden, die unternommen ſind, um a posteriori die Beziehung zwiſchen Athemfrequenz und ausgehauchter Kohlenſäure zu ermitteln. Zunächſt ſind die bekann-

Digitized by Google

ten, im Handwörterbuche der Physiologie mitgetheilten Untersuchungen von Vierordt anzuführen, die sich unseren Ableitungen sehr gut anschließen.

Indem Vierordt die Tiefe der Athemzüge möglichst constant auf 500 Cubikcentimeter erhielt, variirte er mit der Frequenz von 6 bis 96 Athemzügen in der Minute und fand

Zahl der Athemzüge.	CO_2 gehalt der Exspirationsluft in Procenten	CO_2 volum in 1 Minute ausgeathmet in Cubikcentimeter
6	5,1	169
12	4,1	246
24	3,3	396
48	3,0	696
96	2,7	1296

Man ersieht aus dieser Tabelle sogleich, daß die in einer Minute ausgehauchte Kohlensäuremenge, wie es die obige Ableitung verlangt, mit der Zahl der Athemzüge wächst, und daß sie auch anfangs schneller wächst als später. Indessen stimmt die Tabelle im Einzelnen nicht mit der oben aufgestellten Formel überein. Wenn man die Zahlen der Tabelle selbst genauer vergleicht, kann übrigens eine solche Uebereinstimmung auch nicht erwartet werden. Stellt man z. B. der bequemeren Uebersicht halber die Sache graphisch dar, indem man die Kohlensäuremengen als Ordinaten einer Curve betrachtet, deren Abscissen die Zahlen der Athemzüge sind, so erhält man eine sehr geknickte zackige Curve. Dasselbe muß natürlich von dem Procentgehalte gelten, der mit der absoluten Kohlensäuremenge in unmittelbarem Zusammenhange steht.

Weit genauer stimmen zu unseren Formeln einige Resultate einer erst kürzlich erschienenen Arbeit von Becher,*) die auch zugleich wichtige Anwendungen von solchen Betrachtungen auf die Pathologie in nächste Aussicht stellt. Bei der Arbeit sind alle inzwischen auf dem Gebiete der Gasanalyse gemachten Fortschritte sorgfältig benutzt, so daß die numerischen Angaben das allergrößte Zutrauen erwecken.

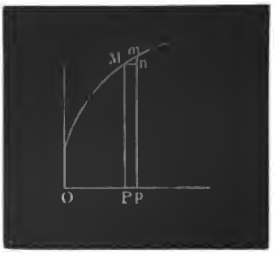
Für uns ist zunächst Folgendes von Becher's Resultaten interessant: er untersuchte den CO_2 gehalt der Exspirationsluft, wenn dieselbe durch eine möglichst tiefe Einathmung aufgenommen und während verschiedener Zeiten in der Lunge zurückbehalten war. Es fand sich dabei, daß dieser Gehalt betrug 3,636%; 5,552%; 6,256%; 7,176%; 7,282%; 7,497%; wenn die Luft in den Lungen behalten wurde, beziehlich: eine unermeßbar kleine Zeit, 20″ 40″, 60″, 80″, 100″. Graphisch dargestellt, findet sich das Resultat in der Curve Fig. 6, wo die Abscisse die Zeit bedeutet, während welcher die Luft in den Lungen behalten wurde, die Ordinate den zugehörigen CO_2 gehalt der exspirirten Luft. In diesen Versuchen war allemal das exspirirte Gesammtvolum nahezu dasselbe; daher der relative Gehalt an CO_2 geradezu als Maß der absoluten Menge ausgehauchter CO_2 gelten kann. Dadurch sind wir im

*) Zeitschrift für rationelle Medicin. Neue Folge Bd. VI.

Digitized by Google

Stande, die mitgetheilten Versuche zu benutzen zur Bestätigung der Annahme, die wir vorher unserer Deduction zu Grunde legten. Theilen wir nämlich die Abscissenaxe der Curve (Fig. 6) in kleine Abschnitte, so dürfen wir nur die an zwei auf einander folgenden Theilungspunkten errichteten Ordinaten von einander abziehen, um ein Maß für die CO_2menge zu erhalten, welche während des durch das betreffende Abscissentheilchen repräsentirte Zeittheilchens in das exspirabile Luftvolum hineindiffundirte. Entspräche z. B. die Abscisse OI dem Zeitraum von 30 Secunden und Op dem von 31″, so wäre offenbar $pm - PM$ das Maß für die CO_2menge, welche während der 31sten Secunde in das exspirabele Volum diffundirt; denn wenn der Athem 31 Secunden angehalten wird, so enthält die Exspirationsluft eine Kohlensäuremenge pm, wird er nur 30 Secunden angehalten, so enthält sie eine CO_2menge PM; folglich muß der Unterschied während der 31sten Secunde hineingekommen sein. Bestimmte man in dieser Weise aus der Curve für jede Secunde (oder jedes kleinste Zeittheilchen) die diffundirende CO_2menge, so würde sich offenbar finden, daß dieselbe für die ersten Secunden außerordentlich viel größer wäre, als für die späteren, ganz in der Weise, wie dies oben behauptet und durch die Fig. 5 deutlich gemacht wurde. Die soeben dargelegte Schlußfolgerung ist aber nichts Anderes, als die directe Umkehrung der oben (Nr. 19) angedeuteten, und in dem Maaße, in dem sich dort die zu Grunde gelegte Annahme der Wahrheit nähert, muß sich die von Becher construirte Curve an die oben abgeleitete Formel $y = C \frac{\frac{1}{2} T}{k(k + \frac{1}{2} T)}$ anschließen, wo y die ausgehauchte CO_2menge bedeutet, wenn die Inspirationsluft während der Zeit T zurückgehalten wird. In der That ist aber die Einstimmung überraschend. Bestimmt man nämlich selbst ohne Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate die Constanten $C = 42{,}7$ und $k = 5{,}15$ direct aus den zusammengehörigen Werthen 20″ und 5,552 einerseits, 60″ und 7,176 andererseits und berechnet mit Hülfe derselben die anderen CO_2mengen, die bei Zurückhaltung des Athems um 40, 80, 100 Secunden exspirirt werden, so erhält man beziehlich 6,6; 7,3; 7,5 und die Beobachtung hatte ergeben 6,265; 7,282; 7,497.

Fig. 6.



22 Hält man nun in verschiedenen Körperzuständen den Athem immer gleich lang zurück und bestimmt die exspirirte Kohlensäure, so ist man unabhängig von dem Gang jener Curve. Die beiden gemessenen CO_2mengen (die Ordinaten der beiden Exspirationscurven für dieselbe Abscisse, d. h. dieselbe Zeit des Athemhaltens) müssen sich verhalten, wie die in beiden Fällen geltenden Werthe der Constanten C. Diese selbst ist aber wiederum proportional einer für den Lebensproceß wichtigen, mit dem jedesmaligen Körperzustande zusammenhängenden Größe,

Digitized by Google

nämlich der Kohlensäurespannung im Blute. Unter Kohlensäurespannung im Blute ist nichts anderes zu verstehen, als die Kraft, mit welcher die im Blute diffundirte CO_2 dasselbe zu verlassen strebt, sie ist also zu messen durch die Spannung einer CO_2atmosphäre, welche über dem Blute stehend, die darin enthaltene CO_2 am Heraustreten verhindert, ohne neue hineinzutreiben. Diese Spannung ist, alles übrige gleich gesetzt, auch wieder der CO_2masse proportional, die in der Masseneinheit des Blutes diffundirt ist; haben wir ja doch weiter oben gesehen, daß das Mariotte'sche Gesetz auch für die in Flüssigkeiten diffundirten Gase gültig ist. Um sich diesen Satz noch einmal recht anschaulich zu machen, denke man sich in einer gewissen Flüssigkeitsmasse 10 Gewichtstheile CO_2 diffundirt, darüber einen abgesperrten Luftraum, der so viel CO_2 enthält, daß sie für sich einen Druck von 10^{mm} Quecksilber ausübt, dann wäre also, vorausgesetzt, daß alles im Gleichgewicht ist, die Spannung der diffundirten CO_2menge ebenfalls 10^{mm}, da sie gerade durch diesen Druck verhindert wird auszutreten. Nimmt man jetzt aus dem gesperrten Luftraume die Hälfte der CO_2 weg, so daß sie nur noch einen Druck von 5^{mm} darin ausübt, so kann kein Gleichgewicht mehr bestehen, die 10^{mm} große Spannung der diffundirten CO_2 treibt einen Theil derselben aus der Flüssigkeit in den Luftraum, dadurch wächst in diesem die Spannung wieder und in der Flüssigkeit nimmt sie ab, es muß also wieder ein Punkt eintreten, wo beide gleich werden und das Ausströmen aufhört.

Diese Art von Gleichgewicht dachten wir uns nun allemal hergestellt zwischen dem Blute und dem bei der Exspiration zurückbleibenden Luftvolum, so daß die in letzterem stattfindende CO_2spannung ein Maß für die in der Masseneinheit des Blutes diffundirte CO_2masse abgiebt. Jener Spannung war aber höchst wahrscheinlich die Constante C proportional, oder mindestens sicher wächst diese Größe, wenn jene Spannung wächst und umgekehrt, denn dieselbe ist die den Diffusionsstrom in Bewegung setzende Kraft, deren Vergrößerung den Strom stärker machen muß. Mißt man nun also in zwei Körperzuständen für gleich große Abscissen, d. h. für gleich lange Zeit angehaltenen Athem, die Ordinaten der Becher'schen Curven, und findet sich beispielsweise die eine doppelt so groß als die andere, so hätte man anzunehmen, daß in dem einen Falle die Constante C doppelt so groß gewesen wäre, als die andere, d. h. daß in jenem die ursprünglich treibende Kraft (die CO_2spannung in dem vor der Inspiration in den Lungen vorhandenen Luftvolum) des Diffusionsstromes doppelt so groß war, und da diese Spannung wiederum der CO_2spannung im Blute, d. h. der in der Masseneinheit diffundirten Menge gleich ist, so hat man für diese Größe ein Maß in der CO_2menge, die durch eine Exspiration entleert wird, wenn für alle zu vergleichenden Fälle der Athem gleich lange Zeiten angehalten wird. Daß die zu verschiedenen Zeiten in der Masseneinheit Blut enthaltene CO_2 wirklich verschieden sei, hat Becher durch seine Versuche nachgewiesen, auf deren Detail wir aber nicht hier eingehen können, da es dem engeren Gebiete der Physiologie und Pathologie angehört. Der jeweilige CO_2gehalt des Blutes ist nämlich bedingt durch das Verhältniß des Zu- und Abflusses dieses wichtigen Umsetzungsproductes in und aus dem allgemeinen Säftereservoir, und somit einer der

Digitized by Google

Angelpunkte für die Lehre vom Stoffwechsel. Namentlich wäre es wünschenswerth, für Krankheitszustände diesen Gehalt zu bestimmen.

Es wurde bei allen den Betrachtungen über die CO_2ausscheidung beim Athmen die Voraussetzung gemacht, die CO_2 sei einfach diffundirt im Blute enthalten. Bekanntlich ist dies nicht wirklich der Fall, denn das Blut reagirt trotz der darin enthaltenen CO_2 alkalisch, Wasser mit diffundirtem CO_2 sauer. Die besondere Art des Gebundenseins der CO_2 im Blute ändert gleichwohl höchst wahrscheinlich bloß die in die Rechnung eingehenden Constanten, nicht das Gesetz. Wäre aber dies dadurch Modificationen unterworfen, so behielte doch unsere Auseinandersetzung hier eine Berechtigung, denn es ist gewiß von Interesse, an Beispielen mit vereinfachten Prämissen die Art der physikalischen Zergliederung organischer Processe zu erläutern.

23 Es bleiben jetzt noch diejenigen Molekularbewegungen übrig, welche bei der Berührung heterogener Liquida eintreten; man bezeichnet den Inbegriff derselben mit dem Namen der Hydrodiffusion. Vor Allem muß hier an die allgemein bekannte Thatsache erinnert werden, daß nicht, wie bei den Gasen, in jedem Falle der Berührung heterogener Molekularaggregate, trotz hydrostatischen Gleichgewichtes, Diffusionsströmungen auftreten. Es giebt vielmehr heterogene Liquida, die sich bei der Berührung absolut indifferent gegen einander verhalten, so daß an keiner Stelle eine Bewegung veranlaßt wird, sobald jede der flüssigen Massen für sich im Zustande hydrostatischen Gleichgewichtes befindlich ist. Beispiele dieses indifferenten Verhaltens geben Combinationen fetter Oele mit Wasser oder des Quecksilbers mit den meisten anderen Flüssigkeiten. Um es zu erklären, bedarf es durchaus nicht etwa der Annahme, die betreffenden heterogenen Moleküle stießen einander im Ganzen ab, es genügt vielmehr zu unterstellen, daß die Anziehung zwischen je zwei heterogenen Molekülen geringer ist, als die zwischen zwei homogenen des einen sowohl als des anderen Aggregates. Ist dagegen umgekehrt die Anziehung zwischen den heterogenen Molekülen stärker als zwischen einem Paare homogener, so tritt sofort an der Gränze eine Molekularbewegung ein, die den Diffusionsstrom bildet, in analoger Weise wie bei den Gasen. Namentlich haben beide Vorgänge das mit einander gemein, daß auch dieser nicht eher zur Ruhe kommt und einem endlichen Gleichgewichtszustande Platz macht, als bis in dem ganzen von den beiden diffundirenden Stoffen occupirten Raume eine gleichmäßige Vertheilung derselben hergestellt ist, d. h. bis an jedem Orte dieses Raumes dasselbe Verhältniß besteht zwischen der daselbst befindlichen Masse des einen und des anderen Stoffes.

24 Bei der gegenwärtig noch so mangelhaften Einsicht in die Constitution der Moleküle wäre es nutzlos, wollten wir uns in eine nähere Begründung dieser Hergänge einlassen; wir müssen uns darauf beschränken, die aus der Erfahrung bekannten Gesetze derselben hier als solche vorzuführen. Bis jetzt sind von allen möglichen Fällen nur diejenigen einer genaueren Prüfung unterworfen, wo die sich berührenden Liquida Lösungen ein und desselben Körpers in ein und demselben Lösungsmittel sind, die sich nur durch den Grad ihrer Concentration unterscheiden. Wir werden also auch mit dem diesen Fall beherrschenden Grundgesetze

Digitized by Google

den Anfang machen, können jedoch gleich hier darauf hinweisen, daß andere Fälle mit einer an Gewißheit gränzenden Wahrscheinlichkeit ganz demselben Gesetze unterthan sind, wenn man nur die Bezeichnungen in seinem mathematischen Ausdrucke der Natur des Falles entsprechend deutet oder modificirt. Um überflüssige Umschreibungen zu vermeiden und es gleichzeitig mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, wollen wir den gelösten Körper schlecht weg Salz, das Lösungsmittel Wasser nennen. Das Grundgesetz für die Verbreitung von Salz in einer Wassermasse ist nun — können wir kurz sagen — dasselbe, welches die Verbreitung der Wärme in einem wärmeleitenden Körper beherrscht, das Fourier seiner berühmten mathematischen Theorie der Wärme zu Grunde gelegt hat, und das von Ohm auch auf die Verbreitung der Elektricität in einem Leiter — bekanntlich mit großem Erfolge — ausgedehnt wurde. Mit Umgehung der abgekürzten Sprache der mathematischen Analysis, müssen wir dasselbe folgendermaßen ausdrücken. Man denke sich zwei sehr dünne horizontale Lösungsschichten über einander, die untere enthalte mehr Salz und sei ihre Concentration *) $= k$, in der oberen nehmen wir die geringere Concentration k' an; ist nun der Abstand beider Schichten von einander $= d$, werden alle diese Größen während eines gewissen Zeitabschnittes ϑ irgendwie bei denselben Werthen erhalten, so befördert der durch die Heterogeneität (Concentrationsdifferenz) zwischen beiden Schichten hervorgerufene Diffusionsstrom während des gedachten Zeitabschnittes durch die Flächeneinheit der Gränzfläche ein Salzquantum von der concentrirteren unteren zur verdünnteren oberen, das gleich ist $C \frac{k-k'}{d} \cdot \vartheta$, in welchem Ausdrucke C eine von der chemischen Natur des betreffenden Salzes und von der Temperatur allein abhängige, folglich für die gegenwärtige Betrachtung selbst constant zu denkende Größe bedeutet. Wäre also noch Q die gesammte Gränzoberfläche beider Schichten, so würde die gesammte, der oberen zugelieferte Salzmenge $= C.Q \frac{k-k'}{d} \vartheta$ sein. Gleichzeitig wird von der oberen Schicht eine Wassermenge der unteren zugeführt, die ein gleiches Volum einnimmt, so daß die Volumina beider Schichten durch den Proceß nicht alterirt werden. Die ganz specielle Voraussetzung horizontaler Schichten mit constanter Concentration mußte nothwendig gemacht werden, weil nur in diesem Falle hydrostatisches Gleichgewicht in der Flüssigkeitsmasse besteht; es mußte auch ferner noch angenommen werden, wie wir es soeben thaten, daß die Veränderung der Concentration von einer horizontalen Schicht zu der andern nur so stattfindet, daß jedesmal die obere Schicht verdünnter als die untere ist, weil nur dann, d. h. nur wenn immer specifisch leichtere Schichten auf schwereren ruhen, das hydrostatische Gleichgewicht stabil ist. Hydrostatisches Gleichgewicht muß aber in der flüssigen Masse stattfinden, wenn der Diffusionsstrom ungetrübt durch hydrodynamische Strömungen zu Stande kommen soll. Man kann aus dem soeben formulirten Gesetze, das den elementaren Vorgang unmittelbar darstellt, durch Integra-

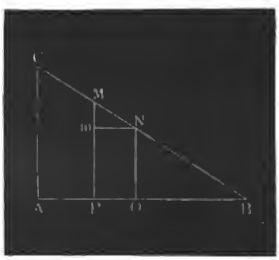
*) Unter Concentration verstehen wir denjenigen ächten Bruch, dessen Nenner irgend eine Quantität Lösung, dessen Zähler die darin enthaltene Salzquantität ist.

Digitized by Google

tion ableiten, wie sich die Concentrationen in einer endlichen Masse nach Verfluß endlich großer Zeitintervalle abändern müssen, wenn sie anfänglich in einer gegebenen Weise angeordnet waren, und indem man die so erhaltenen Resultate mit den Daten der Beobachtung vergleicht, kann man die Richtigkeit oder Unrichtigkeit des unterstellten Grundgesetzes erkennen.

Wir wollen noch einen solchen Fall hier etwas ausführlicher besprechen, der ohne Anwendung der höheren Analysis durchschaut werden kann. Wir denken uns nämlich einen Cylinder mit Lösung angefüllt, deren Dichtigkeit von unten nach oben der Höhe über dem Boden proportional abnimmt, derart, daß wenn man die Concentration einer beliebigen Schicht als Ordinate einer Curve ansähe, deren Abscisse die Höhe derselben über der unteren Endfläche wäre, diese Curve eine gerade Linie bildete. Bei dieser Anordnung ist natürlich die Concentrationsdifferenz zweier willkürlich ausgewählter Schichten allemal proportional ihrem Abstand, und das constante Verhältniß dieser beiden Größen läßt sich namentlich auch ausdrücken durch das Verhältniß der Concentrationsdifferenz des unteren und oberen Endquerschnittes zur Länge des ganzen Cylinders. Die Fig. 7 macht diese Behauptungen ohne Weiteres anschaulich. Es bedeutet nämlich AB die Länge des ganzen Cylinders und CB ist die Gerade, deren Ordinaten die Concentrationen der Schichten bedeuten, so daß z. B. in einer Entfernung AP vom unteren Endquerschnitte die Concentration PM statt hat. Bei Q findet sich dagegen die Concentration QN, und man ersieht aus der Figur sogleich, daß $PM - QN$ oder Mm zum Abstande der beiden Schichten PQ oder mN ein constantes Verhältniß hat, dieser Abstand mag sein welcher er will, und daß insbesondere auch dies Verhältniß gleich ist dem Verhältniß der Differenz der Concentrationen bei A (AC) und B (Null setzt die Figur als Lösungsconcentration am oberen Ende des Cylinders voraus) zu der ganzen Länge des Cylinders, also $= \frac{AC}{AB}$. Dasselbe Verhältniß muß auch stattfinden zwischen dem unendlich kleinen Concentrationsunterschiede zweier unmittelbar auf einander folgender Schichten und dem ebenso unendlich kleinen Abstande derselben von einander, mag man dieselben nehmen an welcher Stelle des Cylinders man will. Da von diesem Verhältniß aber der Salz- und Wasseraustausch consecutiver Schichten nach dem unterstellten Gesetze abhängt, so ist dieser selbst bei der beschriebenen Anordnung in allen Theilen des Cylinders gleich stark, d. h. jede Schicht empfängt während eines Zeittheilchens von der vorhergehenden eben so viel Salz, als sie an die folgende abgiebt; ihre Concentration bleibt also unverändert. Wenn also nur noch die Concentration AC des unteren Endquerschnittes und die Concentration Null des

Fig. 7.



Digitized by Google

oberen während eines endlichen Zeitabſchnittes durch irgend ein Mittel conſtant erhalten werden, ſo bleiben auch im ganzen Cylinder die Concentrationen während der ganzen Zeit conſtant. Auf dieſe Weiſe entſteht in dem Cylinder ein ſtationärer Diffuſionsſtrom, der in jeder Zeiteinheit durch alle Querſchnitte eine gleiche Salzmenge von unten nach oben fortführt, die nach unſerem Geſetze $= C.Q\,\frac{AC}{AB}$ ſein muß. Eine ſolche ſtationäre Anordnung der Concentrationen ſtellt ſich in dem Cylinder mit der Zeit von ſelbſt her, ſie mag im Anfang geweſen ſein, welche ſie wolle, wenn man nur die Concentration der beiden Endquerſchnitte fortwährend conſtant erhält. Dieſe Bedingung kann man aber in einem Experimente leicht erfüllen. Man läßt den unteren Endquerſchnitt des vorläufig mit beliebig dichter Löſung gefüllten Cylinders in Berührung mit feſtem Salze, den oberen dagegen in Berührung mit reinem Waſſer, dadurch behält die unterſte Schicht, indem ſie fortwährend von dem Salze auflöſen kann, immer abſolute Sättigung; die oberſte giebt immer jede Spur von Salz, die ſie von unten durch Diffuſion erhält, ſofort an das umſpülende reine Waſſer ab und ihre Concentration bleibt conſtant = Null.

In der That wurden derartige Verſuche unternommen *), theils um das 26
Grundgeſetz zu erweiſen, theils um die Conſtante C zu beſtimmen. Jedoch liegen bis jetzt erſt Verſuche über Kochſalz und Waſſer vor. Die Einrichtung der Verſuche ergiebt ſich von ſelbſt. Ein Cylinder mit Salzlöſung gefüllt war in ein Salzreſervoir eingekittet und das Ganze in einen großen Waſſerbehälter eingeſenkt. Dieſelbe Menge von Salz, welche jeden Querſchnitt des Cylinders nach Herſtellung des ſtationären Zuſtandes durchſetzte, mußte auch den Endquerſchnitt durchſetzen und in den Waſſerbehälter übergehen. Die Differenz der Dichtheit beider Endquerſchnitte war die ganze Größe der abſoluten Sättigung, da der Subtrahend, die Concentration am oberen Ende, = Null war. Lieferte der Cylinder, deſſen Länge ebenfalls bekannt war, eine Salzmenge m während der Zeiteinheit, ſo ſind in der Gleichung $m = C.Q\,\frac{AC}{AB}$ alle übrigen Größen bekannt, ſo daß C daraus gefunden werden kann. Die numeriſchen Reſultate für die Combination Kochſalz und Waſſer ſind in der folgenden Tabelle zuſammengeſtellt, wobei noch zu bemerken, daß jedesmal drei ungleich lange Röhren gleichzeitig aufgeſtellt waren und aus der von jeder gelieferten Salzmenge C berechnet wurde; die drei Werthe von C mußten natürlich gleich ſein und ſtimmen in der That ſo gut überein, als ſich bei derartigen Verſuchen überall erwarten läßt.

*) A. Fick über Diffuſion. Pogg. Annal. 1855. Januarheft.

Digitized by Google

Temperatur*) während des Processes.	C berechnet aus der Salzmenge, welche lieferte:		
	das längste Rohr.	das mittlere Rohr.	das kürzeste Rohr.
15,8 — 14,8	9,67	9,7	9,3
15,5 — 16		9,57	
16 — 16,5		9,94	
17,5 — 18,5	10,79		
18 — 19	10,71	11,08	10,50
20	11,14		11,02
19 — 22	11,44	11,33	
20 — 21	11,89		11,12

Die zu Grunde liegenden Einheiten sind: der Zeit, ein Tag (24 Stunden), der Länge, 1 mm, der Fläche, ein Kreis von 10 mm Halbmesser, der Concentration, vollkommene Sättigung. Man sieht aus vorstehender Tabelle noch, daß die Größe C, d. h. also nunmehr die Salzmenge, welche während der Zeiteinheit durch die Querschnittseinheit befördert wird, von einem stationären Diffusionsstrom, der seine Entstehung einer gleichmäßigen Concentrationsabnahme verdankt, die, über die Längeneinheit ausgedehnt, die Concentration von 1 auf 0 bringt, wächst mit zunehmender Temperatur.

Die Constante C, welche aus Versuchen von der soeben beschriebenen Anordnung am bequemsten gezogen werden kann, ist die einzige für eine gegebene Körpercombination und Temperatur wirklich constante, von allen anderen Bedingungen unabhängige Größe, die man also passenderweise das »Maß der Diffusibilität« der betreffenden Körpercombination bei der betreffenden Temperatur nennen könnte. Graham ist in seiner allgemein bekannten Arbeit**) über den Gegenstand, der uns hier beschäftigt, nicht bis zu dieser Zergliederung des Processes vorgegangen; er will das Maß der »Diffusibilität« aus anderen Versuchen unmittelbar herleiten, die nach folgendem Plane angestellt waren: Er füllt gleich große, gleich gestaltete Flaschen mit den Lösungen der zu prüfenden Körper bis an den Hals (der 1,25 engl. Zoll Durchmesser hatte). Der Hals selbst wurde noch mit reinem Wasser gefüllt und dann das ganze Gefäß in ein Wasserbehälter eingesenkt; er bestimmte die Menge des gelösten Körpers, welche nach Verlauf einer bestimmten Zeit aus der Flasche in das Wasser des Behälters diffundirt war. Er glaubte in den so gewonnenen Zahlen das Maß der Diffusibilität gefunden zu haben. Nach den hier voraufgeschickten Erörterungen darf man aber keineswegs erwarten, daß diese Zahlen unserem C proportional ausfallen müßten. Es entsteht nämlich offenbar in dem Halse der Flaschen nicht ein stationärer Diffusionsstrom, sondern ein Proceß, der sehr schwer analytisch zu erörtern wäre.

*) In Graden der hundertheiligen Scala.

**) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 77, S. 56, nebst Fortsetzung in demselben Bande.

Digitized by Google

Jedenfalls aber sind diese Zahlen doch sehr interessant, indem sie wenigstens mit der Diffusibilität gleichzeitig wachsen, wenn auch nicht proportional, so daß ein in Graham's Versuchen mit einer größeren Zahl bezeichneter Körper jedenfalls diffusibeler ist, als ein mit einer kleineren bezeichneter. Ich werde deßhalb die numerischen Resultate Graham's hier mittheilen, um so mehr, als eine vergleichende Uebersicht verschiedener Körper auf einem anderen Wege noch nicht gewonnen ist.

Lösung von 20 Thln. wasserfreien Salzes auf 100 Thle. Wasser.	Specif. Gew. der Lösung.	Während 8 Tage diffundirte Menge in Grains.
Chlornatrium	1,1265	58,5
	1,1265	58,87
Schwefelsaure Magnesia	1,185	27,42
Salpetersaures Natron	1,120	52,1
	1,120	51,02
Schwefelsäurehydrat	1,108	68,79
	1,108	69,86
Rohrzucker	1,070	27,74
Geschmolzener Rohrzucker	1,066	26,21
Stärkezucker	1,061	26,94
Syrup von Rohrzucker	1,069	32,55
Gummi arabicum	1,060	13,24
Albumin	1,053	3,08

Die Temperatur bei allen Versuchen hielt sich zwischen den Gränzen von 15,5 Gr. und 17,0 Gr. Das Diffusionsvermögen von Albumin wird durch Zusatz von Essigsäure etwas erhöht. Eine Zumischung von Eiweiß vermindert das Diffusionsvermögen von Salzen nicht, ebensowenig das des Harnstoffes, welches übrigens dem des Chlornatriums sehr nahe steht.

Sehr bemerkenswerthe Versuche stellte Graham noch an mit Mischungen 27
verschiedener Salzlösungen, die er, unter Beibehaltung aller sonstigen Anordnungen, in seine Flaschen füllte und diffundiren ließ. Es fand sich nämlich, daß durch die gleichzeitige Anwesenheit des anderen Salzes die Diffusibilität des weniger löslichen vermindert wurde. Wurde doppeltschwefelsaures Kali in die Flasche gefüllt, so diffundirte nicht bloß dieses Salz heraus, sondern auch noch freie Schwefelsäure, so daß also ein Theil dieses Salzes durch die Diffusion zersetzt wurde. Ebenso wird der Alaun unter diesen Bedingungen theilweise zersetzt, indem mehr schwefelsaures Kali in das umgebende Wasser diffundirt, als mit der gleichzeitig diffundirenden schwefelsauren Thonerde zusammen Alaun bildet. Mischte Graham schwefelsaures Kali (in sehr verdünnter Lösung, damit nicht unmittelbar Fällung entsteht), Chlorkalium oder Chlornatrium mit Kalkwasser und ließ die Mischung gegen Kalkwasser diffundiren, so diffundirten die freien Alkalien und die Säure verband sich mit dem Kalke, der niederfiel, wenn es Schwefelsäure war.

Digitized by Google

28 Es scheint noch aus Graham's Versuchen hervorzugehen, daß schwache Diffusionsströme einander ohne Störung durchkreuzen können; denn es fand sich, daß die Diffusion einer 4procentigen Lösung von kohlensaurem Natron genau in derselben Weise vorging, mochte die umgebende Flüssigkeit reines Wasser oder eine 4procentige Lösung von Chlornatrium sein. Auch bei einigen anderen Combinationen zweier Salze wurde dasselbe Verhalten beobachtet.

29 Die Ausgleichung heterogener Flüssigkeiten kommt, wie die der Gase, auch dann noch zu Stande, wenn dieselben durch eine poröse Scheidewand von geeigneter Beschaffenheit getrennt sind, und es treten dabei noch ganz eigenthümliche Erscheinungen auf, welche unter dem Namen der »Endosmose« und »Exosmose« bekannt sind. Ohne Zweifel ist die letzte Ursache der Ausgleichung oder sind die bewegenden Kräfte hier dieselben, wie in dem einfacheren Falle der Diffusion ohne Membranen, nur werden die Wirkungen modificirt durch die räumliche Anordnung der Flüssigkeitsmoleküle in der Membran. Auf diese ist daher vor allen Dingen die Aufmerksamkeit zu richten, wenn es sich darum handelt, die Diffusion von Flüssigkeiten durch Membranen zu ergründen, d. h. es muß vor Allem untersucht werden, in welcher Weise Flüssigkeiten in diejenigen Körper eindringen, welche, als Scheidewände benutzt, eine Diffusion vermitteln können. An und für sich kann uns die Vorstellung, daß ein Körper in den vom anderen eingenommenen Raum eindringt, gar keine Schwierigkeit machen, da wir, von der atomistischen Vorstellung ausgehend, in jedem von einem noch so dichten Körper eingenommenen Raum noch leeren genug übrig behalten, um den Atomen eines anderen Körpers, die sich zwischen die des ersten lagern, Platz zu gönnen. Es kann aber das unter dem Namen Imbibition bekannte Eindringen einer Flüssigkeit in gewisse feste Körper doch noch in wesentlich verschiedener Weise gedacht werden. Man kann sich 1) vorstellen, die Moleküle der imbibirten Flüssigkeit sind in den unter einander gleichwerthigen Molekularinterstitien des festen Körpers in gleichartiger Anordnung vertheilt. Wäre diese Anschauung richtig, dann müßten begreiflicherweise sehr durchgreifende Unterschiede angenommen werden zwischen der Constitution imbibitionsfähiger und nicht imbibitionsfähiger Körper; gleichwohl kann ein und derselbe chemische Stoff (z. B. Thon) bald die eine, bald die andere Eigenschaft haben, je nach der mechanischen Gruppirung seiner kleinen (nicht kleinsten) Theilchen; freilich dürfte die Imbibition eines Stückes porösen Thons doch noch von der eines Stückes geronnenen Eiweißes dem Wesen nach verschieden sein. Der Unterschied zeigt sich sofort, wenn man den Ausdruck verändert, indem man statt Imbibition Quellung sagt; von einem Stücke Thon kann man nicht behaupten, daß es quillt. 2) Kann aber auch gedacht werden, daß ein imbibitionsfähiger Körper einem Netzwerk gleicht oder einem schwammigen Gewebe, das außer den Molekularinterstitien noch andere Lücken hat, deren mechanische Bedeutung von jenen weit absteht und welche sie namentlich auch an Größe sehr übertreffen. Diese Lücken, könnte man sich alsdann denken, füllten sich bei der Quellung mit der imbibirten Flüssigkeit, während von derselben kein Atom eindringt in die Zwischenräume zwischen den Molekülen, welche den festen Theil des Netzwerkes zusammensetzen. Diese Vorstellung bietet die große formelle Bequem-

Digitized by Google

lichkeit, daß man, wenn man sie zu Grunde legt, bei der Erklärung sowohl der Quellungserscheinungen, als bei der der Diffusion durch Scheidewände, unabhängig von jeder Molekularhypothese wird. In der That haben die meisten Forscher auf diesen Gebieten die soeben erörterte zweite Vorstellung mehr oder weniger ausdrücklich adoptirt. Es ist übrigens wohl zu beachten, daß sich die beiden Vorstellungen keineswegs ausschließen; so ist namentlich Ludwig geneigt, sie zu verbinden, indem er sagt:*) »So sehr wir uns auch über die besondere Art der Zusammenlagerung (des festen Stoffes und der imbibirten Flüssigkeitstheilchen) im Unklaren befinden, so dürfen wir doch behaupten, daß in den meisten der aufgequollenen Stoffe die eingesogene Flüssigkeit zum Theil in weiteren Poren, welche zwischen mehr oder weniger großen Haufen von Molekülen vorhanden sind, sich eingelagert finde, zum Theil aber zwischen den Molekülen selbst gebettet sei.«

Die Erscheinung der Quellung selbst ist nun wesentlich die, daß ein ihrer 30
fähiger Stoff von einer umspülenden Flüssigkeit im Verlauf einer mehr oder weniger langen Zeit ein bestimmtes Quantum aufnimmt, ist dies geschehen, so macht der Proceß einem Gleichgewichtszustande Platz, indem kein ferneres Flüssigkeitsmolekül eindringt, mag übrigens noch viel oder wenig Flüssigkeit im Vorrath sein. Durch die Vergleichung der Menge des festen Stoffes und der davon im Maximum (oder im Gleichgewicht nach Beendigung des Processes) aufgenommenen Flüssigkeit erhält man das Quellungsverhältniß, es ist natürlich abhängig von der Natur des festen Körpers sowohl als der Flüssigkeit, so daß ein und derselbe feste Körper von verschiedenen Flüssigkeiten verschiedene Mengen einsaugen kann, und daß von ein und derselben Flüssigkeit in verschiedene Körper verschiedene Mengen eindringen. Außerdem variirt das Quellungsverhältniß auch mit der Temperatur. Ueber alle diese Punkte liegen leider noch keine ausgedehnten quantitativen Versuchsreihen vor.

Ganz besonders wichtig für unsere Zwecke sind die Imbibitionen von Salzlösungen. Was zunächst die Menge des vom quellenden Körper aufgenommenen Quantums, also das Quellungsverhältniß betrifft, so zeigte es sich, daß regelmäßig von einer Salzlösung weniger aufgenommen wird, als von reinem Wasser, und von verschiedenen Lösungen desselben Salzes um so weniger, je concentrirter sie ist. Nach Liebig nehmen z. B. 100 Gewichtstheile trockener Ochsenharnblase auf von reinem Wasser 310 Gewichtstheile, von einer 9procentigen Kochsalzlösung 288 Theile, von einer 13,5procentigen 235 Theile, von einer 18procentigen 219 Theile. Nach Cloetta**) ist das Quellungsverhältniß (die aufgenommene Gewichtsmenge der Flüssigkeit dividirt durch das Gewicht des quellenden Körpers) des Ochsenherzbeutels für eine 5,4procentige Kochsalzlösung 1,35, für eine 24,3procentige 1,01, für eine 3,5procentige Glaubersalzlösung 1,15, für eine 11,7procentige Lösung desselben Salzes 0,86. — Weit bemerkenswerther ist aber noch die Verschiedenheit in der Zusammensetzung der in einem quellenden Körper eingesaugten Lösung von der der umspülenden

*) Lehrbuch der Physiologie, Bd. I. S. 60.
**) Diffusionsversuche durch Membranen mit zwei Salzen. Zürich 1851.

Digitized by Google

Flüssigkeit, aus welcher jene geschöpft wurde. Brücke hat, gestützt auf andere Erscheinungen, die wir bald werden kennen lernen, die Hypothese aufgestellt, daß ein Stoff, welcher Diffusionen einer gewissen Salzlösung vermitteln kann und folglich quellungsfähig für dieselbe ist, eine größere Anziehung äußern müsse gegen die Moleküle des Wassers als gegen die des gelösten Salzes. Es würde, wenn diese Voraussetzung richtig wäre, in jeder der Lücken, in denen die imbibirte Flüssigkeit befindlich ist, an den Wänden eine weniger concentrirte Lösung liegen als in der Mitte, indem die überwiegende Anziehung der Wandmoleküle gegen das Wasser eben in der Nähe derselben mehr Wasser zusammenziehen muß. Ludwig, gestützt auf diese Ueberlegung und noch bedenkend, daß selbst im mittelsten Theile der Lücke jedenfalls keine höhere Concentration stattfinden könnte, als die der umgebenden Flüssigkeit, vermuthete nun, die Concentration der ganzen imbibirten Flüssigkeit müßte geringer sein als die der umgebenden, aus der die imbibirte geschöpft ist, da sie eben ein Mittelwerth aus den geringeren Concentrationen der Wandschichten und den höheren der centralen Schichten sein muß welche letztere höchstens der Concentration der umspülenden Flüssigkeit gleich kommen kann. Man versteht also mit einem Worte unter Concentration der imbibirten Lösung die Zahl, welche das Verhältniß der imbibirten Salzmenge zu der ganzen imbibirten Flüssigkeitsmasse ausdrückt, gleichviel wie Wasser und Salz in den Lücken des festen Körpers vertheilt sind. Ludwig sah sich in seiner Vermuthung nicht getäuscht, sondern sie bestätigte sich durch die schlagendsten Versuche. Legte er nämlich Harnblase des Ochsen in eine 7,2procentige Lösung von Glaubersalz, so nahm sie eine Flüssigkeit auf, die nur 4,4 Procent Salz enthielt. Legte er denselben Stoff in eine 19procentige Kochsalzlösung, so nahm sie eine 16,5procentige Lösung in ihre Poren auf. — Cloetta, der derartige Versuchsreihen weiter fortführte, stellte fest: das Verhältniß zwischen den Dichtheiten der in dem quellungsfähigen Körper (thierische Membran) aufgenommenen Flüssigkeit und der umspülenden ist für Kochsalz ein constantes und zwar $= 0{,}84 : 1$, für Glaubersalz aber ein von der Lösungsdichtheit der umspülenden Flüssigkeit selbst abhängiges. Bei Cloetta's Versuchen mit Kochsalz schwankte die Dichtheit der umspülenden Flüssigkeit zwischen 24 und 5 Procent und immer zeigte sich dasselbe Verhältniß. Ich setze hier einige numerische Resultate der Untersuchung von Cloetta her, damit der Leser sich selbst ein Urtheil über den Grad der Genauigkeit bilden könne.

Digitized by Google

Versuche mit Kochsalz:

Procentgehalt der umspülenden Lösung.	Procentgehalt der im gequollenen Körper enthaltenen Lösung.	Versuchsdauer in Stunden.	Temperatur nach Réaumur.	Verhältniß der Dichtheiten der äußeren und inneren Flüssigkeit.
24,002	20,022	76	10 — 14°	0,83
24,288	20,427	78	12 — 15°	0,84
6,005	4,679	48	9 — 14°	0,77
5,540	4,545	76	9 — 15°	0,82
5,493	4,512	76	10 — 15°	0,82

Versuche mit Glaubersalz:

11,692	4,623	70	8 — 13°	0,39
6,500	3,578	70	10 — 16°	0,55
4,831	2,744	48	10 — 13°	0,56
4,803	2,755	48	8 — 12°	0,57

Preßt man die imbibirte Flüssigkeit, soweit dies angeht, wieder aus, so erhält man nach den Versuchen von Ludwig nicht eine Lösung von der mittleren Concentration der in den Poren enthalten gewesenen Lösung, sondern man erhält eine solche, deren Dichtheit mit der der ursprünglich umspülenden Flüssigkeit übereinstimmt, war also der Körper durch Eintauchen in eine 10procentige Kochsalzlösung gequollen, so preßt man auch wieder eine 10procentige Kochsalzlösung heraus, obgleich, wenn man auf anderem Wege den Kochsalzgehalt der in den Poren enthaltenen Flüssigkeit ausmittelt, dieser sich kleiner als 10 Procent herausstellt. Diese auf den ersten Blick höchst überraschende Erscheinung hat doch durchaus nichts Widersinniges, wenn man nur bedenkt, daß durch Pressen bloß die centralen Flüssigkeitsmassen aus den Poren entfernt werden können, deren Concentration mit der der umspülenden Lösung übereinkommt, dagegen werden die Wandschichten von geringerer Concentration durch die Anziehungskräfte der Wandmoleküle so fest gehalten, daß sie durch mechanische Druckkräfte nicht entfernt werden können.

Imbibirt eine Lösung, welche zwei Salze neben einander enthält, so modifi- 31
cirt die Gegenwart des einen die Imbibitionsfähigkeit des anderen sehr merklich. So fand namentlich Cloetta, daß ein Stück Ochsenherzbeutel weit weniger Glaubersalz aufzunehmen im Stande ist, wenn gleichzeitig Kochsalz in der Lösung vorhanden ist, und um so weniger, je mehr Kochsalz anwesend ist. Die folgende Tabelle enthält die numerischen Belege dieser Behauptung nach Cloetta's Versuchen.

Digitized by Google

Procentgehalt der äußeren Flüssigkeit.		Procentgehalt der inneren Flüssikeit.		Versuchsdauer.	Temperatur nach Réaumur.	Dichtheit der inneren Flüssigkeit, die der äußeren = 1 gesetzt.	Verhältniß des imbibirten $Na\bar{S}$ zum Na Chl. Na Ch = 100.
10,810	7,838 Na Ch 2,972 $\dot{N}a\,\bar{S}$	7,708	6,629 Na Chl 1,079 $\dot{N}a\,\bar{S}$	72	10—13°	0,71	38
10,817	7,832 Na Chl 2,985 $\dot{N}a\,\bar{S}$	7,856	6,776 Na Chl 1,079 $\dot{N}a\,\bar{S}$	72	10—15°	0,7	38
15,636	10,514 Na Chl 5,122 $\dot{N}a\,\bar{S}$	10,904	9,073 Na Chl 1,841 $\dot{N}a\,\bar{S}$	48	11—14°	0,69	48
10,799	5,813 Na Chl 4,968 $\dot{N}a\,\bar{S}$	7,030	4,646 Na Chl 2,384 $\dot{N}a\,\bar{S}$	48	9—12°	0,65	85
9,980	5,312 Na Chl 4,618 $\dot{N}a\,\bar{S}$	6,275	4,093 Na Chl 2,182 $\dot{N}a\,\bar{S}$	46	10—13°	0,63	86
10,026	5,326 Na Chl 4,700 $\dot{N}a\,\bar{S}$	6,510	4,295 Na Chl 2,215 $\dot{N}a\,\bar{S}$	48	9—13°	0,64	88

32 Denken wir uns nunmehr zwei differente Flüssigkeiten, die an und für sich bei unmittelbarer Berührung durch Diffusionsströme ihre Differenzen ausgleichen würden, von einander getrennt durch eine Scheidewand, welche, in jede von beiden eingetaucht, aufquellen würde, d. h. deren Poren jede der beiden Flüssigkeiten beherbergen können, dann haben wir alle Bedingungen, unter denen die Erscheinung der sogenannten Endosmose auftritt. Es wird dabei nur ferner noch stillschweigend vorausgesetzt, daß die Poren so eng sind, daß eine Filtration verhindert wird durch die Anziehung zwischen Membran und Flüssigkeit, in Verbindung mit der Cohäsion, und daß selbst, wenn beide Seiten der Scheidewand benetzt sind, eine Ausgleichung der hydrostatischen Drucke nur in unverhältnißmäßig langen Zeiträumen, wo überhaupt, möglich ist, daß endlich innerhalb eines Porus Mischungsströmungen durch specifische Gewichtsdifferenzen nicht hervorgebracht werden können. Sind nämlich diese Bedingungen erfüllt, so treten offenbar die heterogenen Flüssigkeiten innerhalb der Scheidewandporen in unmittelbare Berührung und es entstehen sofort ausgleichende Diffusionsströme. Diese können natürlich nicht eher still stehen, als bis jede Heterogeneität der Flüssigkeiten ausgeglichen ist, und so sehen wir denn in der That, daß auch bei Einschaltung einer Scheidewand zwischen die verschiedenen Liquida nicht eher der Proceß aufhört, als bis alle Differenzen ausgeglichen sind. Während des Processes aber werden wesentliche Modificationen durch die Existenz der Scheidewand herbeigeführt. Vor allen Dingen ist dieser bedeutende Unterschied zwischen der freien Diffusion und der Diffusion durch Scheidewände hervorzuheben; bei jener werden allemal zwischen consecutiven Schichten gleiche Volumina der beiden Stoffe ausgetauscht, so daß zwei gleich starke Ströme in entgegengesetzter Richtung fortwährend in Bewegung sind. Bei dieser sind in der Regel die beiden Ströme ungleich stark, so daß nach einiger Zeit das Volum auf der einen Seite der Scheidewand grö-

Digitized by Google

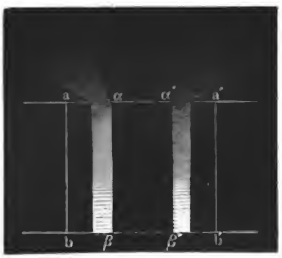
ßer, auf der anderen kleiner geworden ist. Eine Theorie der Endosmose muß daher zuerst darauf ausgehen, zu erklären, wie diese Modification in dem Diffusionsstrome durch die Anwesenheit der Scheidewand hervorgebracht werden kann. Brücke hat zuerst einen dahin zielenden Versuch gemacht, der sich auf die schon oben erwähnte Anschauung von der Vertheilung gelöster Stoffe in den Poren eines quellungsfähigen Körpers stützt. Indem wir auf denselben jetzt näher eingehen, muß zuvor nur noch bemerkt werden, daß wir uns auch hier wieder zunächst bloß an den Fall halten, wo Lösungen ein und desselben Salzes von verschiedener Dichtheit durch Diffusion ihre Differenzen ausgleichen. Den Fall, daß verschiedene Mischungen von ursprünglich flüssigen Körpern (etwa von Alkohol und Wasser) in einander diffundiren, wird man jedoch ohne Weiteres auf jenen zurückführen können, da ja ein Salz in Lösung selbst einer Flüssigkeit gleich zu achten ist; seine Moleküle sind unzweifelhaft eben so leicht verschiebbar, wie die einer in Wasser verbreiteten Alkoholmenge. Es wird also eigentlich nur eine Abkürzung des Ausdruckes sein, wenn wir von Salz und Wasser sprechen. Wenn nun in der That der Stoff der Scheidewand zum Wasser eine größere Anziehungskraft besitzt als zum Salze, und in Folge davon in den Poren eine Wandschicht von reinem Wasser einen centralen Flüssigkeitsfaden umgiebt, der die Dichtigkeit einer umgebenden Lösung annehmen kann, so wird durch letzteren ein Diffusionsstrom stattfinden, wie in den Cylindern, die wir uns oben vorgestellt haben (siehe Nr. 25.), der eben so viel Salz nach der einen, wie Wasser nach der anderen Seite führt, dahingegen wird in die Wandschicht niemals Salz eindringen können, wohl kann sie aber an sich in Bewegung gesetzt werden durch die Anziehung der Salzlösungen, mit denen sie hüben und drüben in Berührung steht. Von der Seite der concentrirteren Lösung wirkt aber offenbar eine stärkere Anziehung auf sie als von der anderen, denn hier liegen ihr in demselben Raume mehr anziehende Salzmoleküle gegenüber. Die wässerige Wandschicht wird also in fortwährendem Strömen nach der concentrirteren Lösung hin begriffen sein, indem sie sich immer wieder aus der weniger concentrirten ergänzt. Zu der durch den centralen Faden zur concentrirteren Lösung gelangenden Wassermenge (welche gleich der nach der anderen Seite wandernden Salzmenge ist) kommt also noch eine Wassermenge durch die peripherische Schicht zur concentrirteren Lösung, für welche kein Aequivalent Salz nach der anderen Seite geht; es muß also allemal mehr Wasser von der dünneren Lösung zur dichteren übergehen, als Salz in der umgekehrten Richtung, das Volum der concentrirten Lösung muß durch die Endosmose wachsen. In der That ist dieser Erfolg regelmäßig beobachtet worden. In einem Falle konnte Brücke diese theoretischen Ableitungen durch ein ganz unzweideutiges Experiment erhärten. Terpentinöl hat eine entschieden stärkere Anziehung zu Glas als Baumöl, denn es verdrängt dasselbe vollständig von einer Glasfläche; in einem gläsernen Capillarraum wird also eine Wandschicht von Terpentinöl, eine Centralschicht vom Gemisch beider Flüssigkeiten zu finden sein, wenn beide in den Capillarraum eindringen können. Brücke stellte einen solchen Capillarraum her, der auf der einen Seite an Terpentinöl, auf der anderen an Baumöl gränzte, und fand in der That der Theorie gemäß, daß mehr Ter-

Digitized by Google

pentinöl zum Baumöl durch den capillaren Raum diffundirte, als Baumöl in der umgekehrten Richtung.

33 Die Vorstellung von Brücke läßt sich noch etwas weiter ausspinnen, so daß sich einige Folgerungen über quantitative Verhältnisse daraus ziehen lassen. Wir denken uns die Poren cylindrisch, und die Scheidewand, gerade durchsetzend, sei $a\,a'\,b\,b'$ (Fig. 8) der rectanguläre Durchschnitt eines solchen mit einer durch seine Axe gelegten Ebene; wäre nun die Scheidewand von ganz gesättigter Salzlösung umspült, so würde nach den obigen Erörterungen im Inneren des Porus doch nur in der Nähe seiner Axe eine ebenfalls gesättigte Lösung befindlich sein (wenn der Porus sehr eng ist, vielleicht auch nicht einmal da), gegen die Wand hin würde die Concentration abnehmen, so daß sie unmittelbar an derselben Null wäre. Natürlich würde wegen der Symmetrie in einer concentrischen Cylinderschicht allemal auch eine Concentration herrschen. Der Durchschnitt einer solchen mit der Ebene der Figur sei z. B. $\alpha\beta$ und $\alpha'\beta'$; würde jetzt unterhalb der (horizontal gedachten) Scheidewand die gesättigte Lösung durch reines Wasser ersetzt, so würde die Diffusion beginnen, und sehen wir zu, was insbesondere in der Cylinderschicht, deren Durchschnitt $\alpha\beta$ und $\alpha'\beta'$ ist, sich ereignen muß. An ihrem unteren Ende wird fortwährend durch die Berührung mit dem reinen Wasser die Concentration bei dem Werthe Null erhalten, an ihrem oberen Ende dagegen behält dieselbe durch die Berührung mit gesättigter Lösung fortwährend den höchsten möglichen Werth bei; alsbald tritt demnach die stationäre Vertheilung der Concentrationen in dem Raume ein, bei welchem dieselben der Höhe über der unteren Endfläche ($\beta\,\beta'$) proportional wachsen. Diese Vertheilung der Concentrationen ist in der Figur durch die Schraffirung angedeutet. Da bei der Kürze des Raumes der stationäre Zustand so zu sagen momentan eintritt, so können wir uns auf seine Betrachtung beschränken. Die Concentrationsvertheilung bedingt nun einen stationären Diffusionsstrom, der ebensoviel Salz nach unten, als Wasser nach oben schafft. Man würde diese Mengen sogar nach den obigen Principien (siehe 26) berechnen können, wenn die Dimensionen des Räumchens und das mögliche Concentrationsmaximum darin bekannt wäre. Nun erfordert aber der Wasserübergang nach oben außerdem noch eine besondere Betrachtung. Wenn nämlich (was doch im Allgemeinen vorausgesetzt werden muß) die Concentration in dem Räumchen, das wir jetzt im Auge haben, um eine endliche Größe geringer sein muß, als die vollkommene Sättigung, dann findet bei α und α' ein sprungweiser Uebergang der Dichtheiten Statt, eben von dem möglichen Maximum im Räumchen zu der absoluten Sättigung oberhalb der Scheidewand. Dieser Sprung würde einen relativ unendlich starken Diffusionsstrom an der Stelle bedingen, d. h. relativ unendlich

Fig. 8.



Digitized by Google

große Mengen von Salz würden gegen den Porus hingetrieben und ebenso große Mengen von Wasser daraus gezogen. Denken wir uns, dies hätte im ersten Augenblicke wirklich Statt. Die Salzmengen können nicht eindringen, da die höchste in dem Raume mögliche Concentration am oberen Ende desselben bereits besteht; sie müssen in irgend einer Weise seitlich abgleiten. Wohl aber können größere Wassermengen von unten geliefert werden, als der in dem cylindrischen Räumchen schon etablirt gedachte Diffusionsstrom liefert. Es wird gewissermaßen noch nebenher eine gewisse Wassermenge *hindurchgesaugt*. Diese alterirt die Lösungsdichtigkeit, indem sie sich allseitig in der oberen Flüssigkeit verbreitet, bis auf eine gewisse Entfernung von der oberen Porenöffnung merklich, und es schließt sich so an dieselbe nach oben ein conisch sich erweiternder Raum an (seine beiden Durchschnitte sind in der Figur 8 oberhalb α und α' angedeutet), in welchem die Concentration von unten nach oben wächst, bis zur absoluten Sättigung der oberen Lösung. Alsbald kommt auch hier ein stationärer Zustand zur Geltung, der einen Diffusionsstrom von derjenigen Stärke bedingt, daß genau so viel Wasser dadurch nach oben geschafft wird, als sich gerade in derselben Zeit von dem oberen Ende des gedachten Raumes in das Reservoir gesättigter Lösung verbreiten kann, ohne die Concentration zu alteriren. Denn offenbar würde sich sofort der gedachte Raum nach oben verlängern (und dadurch die Intensität des Diffusionsstromes verringert werden), sobald *mehr* Wasser aufwärts stiege und so die Concentration am oberen Ende des Raumes noch alterirt würde; umgekehrt, ginge weniger Wasser nach oben, so müßte an irgend einer Stelle ein Sprung in dem Concentrationswachsthume eintreten, der sofort wieder einen unendlich starken Diffusionsstrom bedingte und so wieder die gehörige Wassermasse ansaugte.

Es ist jetzt ersichtlich, daß durch alle diejenigen cylindrischen Elementar- 34
schichten, welche der Wand des Porus so nahe sind, daß in ihnen vollkommen gesättigte Lösung nicht mehr existiren kann, mehr Wasser nach der einen, als Salz nach der anderen Seite wandert. Da nun in einem engeren Porus verhältnißmäßig mehr Theile der Wand näher liegen als in einem weiteren, so wird auch dies Mehr von Wasser beträchtlicher ausfallen in einem engen Porus als in einem weiten. Man kann kaum hoffen, diese Behauptung ganz streng durch das Experiment zu erhärten, da man schwerlich zwei Scheidewände finden kann, die sich *nur* durch die Weite ihrer Poren von einander unterscheiden. Jedenfalls aber spricht folgende Thatsache für die soeben aufgestellte Behauptung. Man hat offenbar einigen Grund, anzunehmen, daß in einer glashellen Kollodiummembran die Poren unverhältnißmäßig enger sind als in einer aus thierischem Bindegewebe dargestellten (Herzbeutel oder Harnblase), daß alle anderen Unterschiede gegen diesen einen nur verschwindend wirksam sind. Es zeigt sich aber in der That, daß bei einer Kollodiumscheidewand das Mehr von Wasser, welches nach der concentrirten Lösung hin diffundirt, sehr viel größer ist als bei einer thierischen Blase; während nämlich bei letzterer etwa 3 bis 6mal so viel Wasser zur Lösung als Salz zum Wasser übergeht, geht durch eine Kollodiumscheidewand mindestens 20mal so viel Wasser als Salz. In den meisten meiner Experimente waren sogar nur Spuren von Salz durch das Kollodium

Digitized by Google

gegangen, während namhafte Wasserquanta es in entgegengesetzter Richtung durchsetzt hatten.

Der Ueberschuß des Wassers über das in entgegengesetzter Richtung diffundirende Salz muß nach der oben ausgeführten Vorstellung ferner zunehmen mit der leichten Beweglichkeit der Theilchen der gesättigten Lösung oberhalb der Membran; denn es war ja die angezogene Wassermenge gerade die, welche sich ohne Alteration der Sättigung in dem Reservoir verbreiten konnte, und diese wird um so größer sein, je leichter beweglich die Theilchen sind. Ich mischte, um diese Folgerung zu prüfen, der oberen Lösung feste Theile bei, welche die Beweglichkeit beeinträchtigten, erhielt aber kein positives Resultat, indem das Verhältniß der diffundirenden Salz- und Wassermengen dadurch nicht geändert wurde.

35 Stellen wir uns jetzt vor, statt des reinen Wassers befinde sich unterhalb der Membran eine Lösung desselben Salzes, das oberhalb in absolut gesättigter Lösung vorhanden ist, von einer gewissen Dichtheit c. Sofort sind von der Porenwand aus gerechnet eine Anzahl cylindrischer Elementarschichten für den zweiseitigen Diffusionsstrom außer Thätigkeit; nämlich alle diejenigen, in denen keine höhere Concentration als eben jenes c möglich ist. Sie füllen sich natürlich mit überall gleichmäßig gesättigter Lösung, jede mit der in ihr möglichst concentrirten, und an ihren beiden Enden treten saugende Kräfte auf, der Differenz proportional, zwischen der Concentration der in ihnen befindlichen Lösung und der resp. oben und unten befindlichen Flüssigkeit. Da die obere Flüssigkeit absolut gesättigt ist, so ist am oberen Ende die Differenz, folglich auch die Saugkraft größer, daher durch alle die charakterisirten Elementarschichten nunmehr bloß noch Wasser von unten nach oben geht. Die mehr centralen Schichten, in welchen eine größere Concentration als c möglich ist, geben einem zweiseitigen Diffusionsstrome Raum, der sich in der oben geschilderten Weise, wenn auch in geringerer Intensität, herstellen wird. Da aber immer hierbei, im Gegensatze zum zuerst beschriebenen Falle, einige Elementarschichten für die Salzfortführung unthätig geworden sind, so muß der Ueberschuß des fortgeführten Wassers in diesem Falle größer werden. Wäre das c größer, als das mögliche Concentrationsmaximum in dem centralen Flüssigkeitsfaden des Porus, so würde der endosmotische Strom ganz einseitig, so würde bloß noch Wasser von der dünneren Lösung zur dichteren übergehen können. In der That fand ich, daß durch eine Membran 11,05 mal so viel, in einem anderen Experimente sogar 17,05 mal so viel Wasser als Salz ging, wenn dieselbe absolut gesättigte Kochsalzlösung von 22procentiger trennte, während nur 5- bis 6mal so viel Wasser als Salz hindurchging, wenn sie gesättigte Kochsalzlösung von reinem Wasser schied. (Andere Belege in der folgenden Tabelle.)

36 Endlich wollen wir uns noch vorstellen, unterhalb der Membran sei wieder reines Wasser befindlich, oberhalb aber statt gesättigter Lösung eine Lösung von der Concentration c. Vorausgesetzt, daß c nicht so groß ist als die höchste Concentration, welche in der Axe des Porus noch möglich ist, wird jetzt, von dieser aus gerechnet, eine Reihe von Elementarschichten an ihrem oberen Ende eben jene Concentration c zeigen, nämlich alle bis zu einer der Wand so nahe gelegenen,

Digitized by Google

daß in ihr die Concentration c nicht mehr ſtattfinden kann. In den bezeichneten mittleren Elementarſchichten wird aber jetzt ein ganz freier zweiſeitiger Diffuſionsſtrom entſtehen, der gleich viel Salz und Waſſer nach entgegengeſetzten Seiten befördert, da am oberen Ende der Sprung in dem Dichtigkeitsübergange nicht mehr entſteht, und ſomit auch keine Urſache vorhanden iſt, welche ein Mehr von Waſſer hindurchſaugte. Theile des Porus, die im erſten Falle ein ſolches Mehr lieferten, liefern es in dieſem nicht. Man kann deßhalb erwarten, daß, wenn oberhalb der Membran eine nicht geſättigte Löſung befindlich iſt, der Waſſerüberſchuß kleiner ausfällt, und zwar um ſo kleiner, je verdünnter dieſe Löſung. Die Verſuche von Ludwig über die Diffuſion von Kochſalz beſtätigen dieſe Vorherſage. Anders verhält es ſich mit ſeinen am Glauberſalze gemachten Verſuchen. In folgender Tabelle ſind die numeriſchen Reſultate einiger ſeiner Verſuche zuſammengeſtellt.

Verſuche mit Kochſalz.

Bezeichnung der Membran.	Temperatur. Réaum.	Concentration der urſprünglichen Flüſſigkeiten. obere.	untere.	Verhältniß des übergeführten Salzes zum übergeführten Waſſer.
XIX	6°	geſ.	14,329%	1 : 4,2
	8°,25	geſ.	0,0%	1 : 3,2
	8°	4,920%	0,0%	1 : 1,4
XX	6°	geſ.	14,329%	1 : 4,5
	8°,25	geſ.	0,0%	1 : 4,3
	8°	4,920%	0,0%	1 : 1,4
XXI	8°	geſ.	14,340%	1 : 4,5
	8°	geſ.	0,0%	1 : 3,5
	8°,25	4,920%	0,0%	1 : 1,6
X	9°	geſ.	22,6%	1 : 7,0
	9°,75	2,006%	0,0%	1 : 3,1
XVI	8°	geſ.	5,0%	1 : 3,6
	8°,75	2,006%	0,0%	1 : 1,1

Verſuche mit Glauberſalz.

XI	6°,5	geſ.	0,0%	1 : 5,9
	8°	5,358%	0,0%	1 : 8,2
	8°,5	1,028%	0,0%	1 : 24,3
XII	6°,5	geſ.	0,0%	1 : 5,5
	8°	5,359%	0,0%	1 : 8,0
	8°,5	1,028%	0,0%	1 : 23,5
XVI	6°	geſ.	0,0%	1 : 5,8
	7°	5,084%	0,0%	1 : 10,5
	8°	1,028%	0,0%	1 : 21,6

Digitized by Google

Da, wo in der Tabelle in der Columne »obere« ges. steht, wurde die obere Flüssigkeit durch eingelegte Krystalle (meist während des ganzen Processes) absolut gesättigt erhalten, und zwar enthält eine gesättigte Glaubersalzlösung innerhalb der Temperaturgränzen der Versuche etwa 6 bis 7% wasserfreien Salzes. In den übrigen Versuchen blieb die Concentration natürlich nicht während des ganzen Processes constant. Eigene Versuche ähnlicher Art, mit Kochsalz angestellt, ergaben mir kein merkliches Sinken des relativen Wasserüberschusses mit dem Sinken der Concentration der oberen Flüssigkeit. Man wird aus dem Allen ersehen, daß noch nicht genug experimentelles Material vorliegt, um etwas irgendwie Abschließendes zu sagen. Ich habe daher so viel als möglich die Beobachtungsreihen der einzelnen Beobachter selbst mitgetheilt.

37 Jolly hatte beweisen zu können geglaubt, daß das Verhältniß zwischen den herüber und hinüber geschafften Salz- und Wassermengen für ein und dasselbe Salz, ein und dieselbe Membran und ein und dieselbe Temperatur ein bestimmtes constantes sei, mochte die Concentration der Lösung über und unter der Membran sein, welche sie wolle. Er nannte dies Verhältniß das »endosmotische Aequivalent«.

Jolly hat die Dichtheiten der Lösung in zu engen Gränzen variiren lassen, daher konnten ihm leicht die von Ludwig beobachteten Schwankungen des endosmotischen Aequivalentes entgehen. Von vornherein war übrigens eine Constanz des endosmotischen Aequivalentes eigentlich nicht wahrscheinlich; denn abgesehen von der besonderen Vorstellung, die wir uns auf Grundlage der Brücke'schen Hypothese gemacht und vorhin erläutert haben, ist doch so viel außer allem Zweifel, daß man es bei der Endosmose nicht mit einem fundamentalen Phänomene zu thun hat, in welchem die eigentlichen Constanten, die nur von der innersten unveränderlichen Natur der mitwirkenden Stoffe abhängen, unverwickelt zu Tage treten. Die Endosmose ist vielmehr jedenfalls ein durch verwickelte Bedingungen wesentlich modificirter Vorgang, durch die Grundkräfte der Materie freilich in letzter Instanz mechanisch bewirkt wie alle anderen.

Ich habe bemerkt, daß für ein und dieselbe Membran das Aequivalent anders ausfiel, wenn ich gesättigte Kochsalzlösung über und reines Wasser unter dieselbe brachte, als wenn ich gesättigte Kochsalzlösung unter und reines Wasser über die Membran goß. In letzterem Falle nämlich war das endosmotische Aequivalent kleiner, und es ging während der Zeiteinheit mehr Salz durch als im ersten Falle. Ob hier die Schwere eine Rolle spielt, oder ob die verschiedenen Seiten der Membran, die dem Wasser zugekehrt waren, das eigentlich Wirksame sind, wage ich nach meinen nicht hinlänglich zahlreichen Versuchen nicht zu entscheiden. Bekanntlich haben auch schon Cima und Matteucci Erscheinungen beobachtet, die der letzteren Deutung günstig sind.

38 Sehr wichtig (besonders für die organischen Processe) sind die Diffusionen, welche sich ereignen, wenn Lösungsgemenge an die Stelle einfacher Lösungen treten. Theoretisch läßt sich über diesen Gegenstand kaum etwas vermuthen. Dagegen besitzen wir eine genaue und umfangreiche Experimentaluntersuchung von Clocttat über die Diffusion eines Gemenges von Kochsalz und Glaubersalzlösung. Diese

Digitized by Google

Untersuchung hat folgende Gesetze ergeben: Erstens, das Diffusionsäquivalent von jedem dieser beiden Salze ist, wenn sie im Gemenge diffundiren, gerade so groß, als wenn es unter denselben Umständen (namentlich also in derselben Lösungsdichtheit) einzeln durch dieselbe Membran diffundirt wäre. Die Abweichungen der einzelnen Versuche von diesem Gesetze sind sehr klein. Wären also beispielsweise n und n' die endosmotischen Aequivalente der beiden Salze für eine bestimmte Membran und Concentration, und fände sich bei einem Versuche mit dem Gemenge, daß während irgend einer bestimmten Zeit vom ersten die Menge a, vom zweiten die Menge b übergegangen wäre, so müßte für ersteres auch hier eine Wassermenge $= na$, für letzteres eine solche $= n'b$ übergegangen sein, so daß das Aequivalent des Gemenges $= \frac{na + n'b}{a + b}$ sich finden müßte, d. h. dieser Quotient müßte das Verhältniß der gesammten im Versuche übergeführten Wassermenge zur gleichzeitig übergeführten gesammten Salzmenge ausdrücken.

Ferner ergaben sich noch bestimmte Beziehungen zwischen der Diffusionsgeschwindigkeit der Salze für sich und im Gemenge. Man muß zunächst, wenn von Diffusionsgeschwindigkeit die Rede ist, unterscheiden zwischen dem Salz- und dem Wasserstrome. Die Geschwindigkeit des ersteren würde in jedem einzelnen Falle zu messen sein durch die Salzmenge, welche während der Zeiteinheit durch eine Oberflächeneinheit der Membran geht. Die Geschwindigkeit des Wasserstromes fände dann selbstverständlich ihr Maß in der zugehörigen nach entgegengesetzter Seite gegangenen Wassermenge. Bei Versuchen mit jedem der beiden Salze allein hatte es sich nun gezeigt, daß der Salzstrom für Kochsalz ceteris paribus etwa die doppelte Geschwindigkeit besitzt als für Glaubersalz. Die Geschwindigkeit des Wasserstromes ist für beide Salze ungefähr gleich groß. Es zeigte sich nun, daß im Gemenge die Geschwindigkeit des Salzstromes für Kochsalz unverändert blieb, während sie für Glaubersalz verringert wurde. Die Geschwindigkeit des totalen Salzstromes war demnach größer als die eines bloßen Kochsalzstromes, erreichte aber nicht ganz den Werth der Summe der Geschwindigkeiten eines Kochsalzstromes und Glaubersalzstromes. Der Wasserstrom geht für beide Salze im Gemenge ebenfalls mit gleicher Geschwindigkeit vor sich; begreiflicherweise kann aber nicht die Summe der beiden einzelnen Geschwindigkeiten die Geschwindigkeit des totalen Wasserstromes ergeben, weil die Diffusionsgeschwindigkeit des Glaubersalzes im Gemenge gemindert ist. Wenn in dieser Weise die Diffusionen der beiden gemengten Salze unabhängig von einander sind, so muß sich natürlich das mit größerer Geschwindigkeit (oder größerem Diffusionsbestreben gegen Wasser) begabte Salz, unter Zurücklassung des anderen, aus dem Gefäße entfernen. Hierauf lassen sich Schlußfolgerungen über Vorgänge im thierischen Leibe gründen, worüber man die citirte Abhandlung von Cloetta nachlese.

Ueber den zeitlichen Verlauf der Diffusionserscheinungen können bis jetzt 39
nur wenige allgemeine Sätze mit Sicherheit ausgesprochen werden. Ohne Weiteres ist einleuchtend, daß die Ausgleichung chemischer Differenzen zweier Flüssigkeitsmassen in einem kürzeren Zeitraume zu Stande kommen muß, wenn dieselben

Digitized by Google

sich unmittelbar berühren, als wenn sie durch eine poröse Scheidewand getrennt sind; denn diese muß durch die Enge ihrer Poren nothwendig den Strömungen, welche die Ausgleichung bewirken, verzögernde Widerstände entgegensetzen. Auch wird sich noch mit derselben Evidenz behaupten lassen, daß, alles Uebrige gleichgesetzt, die zur Ausgleichung nothwendige Zeit mit der Dicke der Scheidewand (Länge der Poren) wächst. — Ferner ist die Ausgleichungsdauer abhängig von der Größe des endosmotischen Aequivalentes, und zwar wird die Ausgleichung um so rascher zu Stande kommen, je kleiner (gleiche Geschwindigkeit des Wasserstromes vorausgesetzt) der Werth des endosmotischen Aequivalentes ist, je mehr sich sein Werth, mit anderen Worten, der Einheit nähert. Ist z. B. das Aequivalent sehr groß, so heißt das, der Wasserstrom überwiegt den entgegengesetzten Salzstrom beträchtlich, und wird daher zwar die dichtere Lösung rasch verdünnen, aber der umgekehrte Strom wird die dünnere Lösung wenig dichter machen, während dies in mehr gleichem Maße der Fall sein wird, wenn das Aequivalent nicht so sehr von der Einheit verschieden ist, d. h. wenn beide Ströme an Stärke nicht so sehr differiren. — Ferner erhellt aus unserer Betrachtung über die Natur des Herganges (würde aber auch, abgesehen davon, aus jeder anderen theoretischen Vorstellung folgen), und ist schon durch ältere Versuche (Vierordt*) festgestellt: Die in gleichen Zeiten ausgetauschten Flüssigkeitsmengen sind, alles Andere gleichgesetzt, um so größer, je größer die chemische Differenz der durch die Membran geschiedenen Massen ist. Bei Anwendung von Wasser auf der einen, Salzlösung auf der anderen Seite wird daher die Masse des übergehenden wachsen mit dem Salzgehalt der Lösung. Verschiedene in einem Lösungsgemenge enthaltene Salze gleichen sich mit reinem Wasser in nahe derselben Zeit aus, als wenn sie einzeln genommen demselben entgegengestellt worden wären. Nur scheint die Ausgleichungsdauer des an sich schon weniger diffusibelen Salzes durch Beimengung des anderen noch etwas vergrößert zu werden. (Siehe oben Nr. 38.)

*) Im Artikel »Endosmose« im Handwörterbuch der Physiologie.

Digitized by Google

Zweiter Abschnitt.

Mechanik fester Körper.

Erstes Capitel.

Geometrie der Gelenkbewegungen.

Zum Studium der Muskelwirkungen bei Thieren, die mit einem gegliederten 40
Knochenskelette versehen sind, ist die Kenntniß der mechanischen Grundlehren erforderlich. Vor Allem aber müssen gewisse geometrische Grundbegriffe zu diesem Zwecke festgestellt werden, welche die Bewegungsmöglichkeiten aufhellen, die bei den vorhandenen Bewegungsapparaten der Thiere vorkommen. Bekanntlich sind diese Bewegungsapparate im Allgemeinen nach folgendem Principe construirt. Zwei Knochen stoßen mit freien Endflächen an einander, und um die Berührungsstelle herum zieht sich eine schlauchartige Membran, die mit dem einen Ende an dem einen, mit dem anderen Ende an dem anderen Knochen und zwar am Rande der Berührungsstelle angeheftet ist. So entsteht an der Berührungsstelle eine vollständig geschlossene Höhle — die Gelenkkapsel — begränzt durch die beiden einander zugekehrten Knochenendflächen und durch den membranösen Schlauch. Die Wände dieser Höhle, und insbesondere die mit einem elastischen Polster, dem Gelenkknorpel, versehenen Knochenenden sind vollkommen glatt und durch eine eigene schmierige Flüssigkeit schlüpfrig erhalten. Der Binnenraum der Höhle ist meistens klein und von der soeben erwähnten Flüssigkeit vollkommen ausgefüllt. Da dieselbe so gut wie absolut incompressibel ist, so muß begreiflicherweise der Binnenraum der Gelenkkapsel an Größe unveränderlich sein. Mit anderen Worten ausgedrückt, stellt sich dieser Satz als der oberste und einzige Grundsatz der ganzen Gelenkmechanik dar; es muß nämlich behauptet werden: Zwei durch ein Gelenk verbundene Knochen können nur solche Bewegungen gegen einander ausführen, bei denen die Größe des Binnenraumes der Gelenkkapsel nicht verändert wird. Es ist nun ein rein geometrisches Problem, im gegebenen Falle auszumitteln, wie die Bewegungen beschaffen sind, bei welchen eben die Gelenkkapsel ihren Rauminhalt nicht ändert. In vielen Fällen würde es freilich ein vergebliches Bemühen sein, dieses Problem zu lösen; denn es reduciren sich in vielen Fällen die ganzen

Digitized by Google

Bewegungen eines Gelenkes auf ein unbedeutendes Wackeln, das übrigens allemal und zwar allseitig möglich ist, da die Paar Tropfen der Gelenkflüssigkeit immer überall hin ausweichen können, und somit eine Gestaltveränderung der Gelenkhöhle, mit Beibehaltung der Größe, durch ein solches Wackeln nach jeder Richtung hin immer stattfinden kann. Offenbar ist es um so umfangreicher, je kleiner die Berührungsflächen der Knochen sind. Die Gelenke, deren Bewegung ausschließlich hierin besteht und die in der Anatomie unter dem Namen der Amphiarthrosen beschrieben werden, können wir füglich von den jetzt anzustellenden geometrischen und mechanischen Betrachtungen ganz ausschließen.

Bei den größeren Gelenken mit ausgiebigeren Bewegungen kommen, abgesehen von dem Wackeln — das bei ihnen wegen der Größe der Berührungsflächen ohnehin so gut wie nicht vorhanden ist — noch andersartige Bewegungen in Betracht. In ihnen berühren sich nämlich die Knochenenden mit größeren Flächenstücken vollständig. Man denkt sich jetzt, die Paar Tropfen Flüssigkeit nicht beachtend, die schlauchartige Gelenkkapsel ringsum dicht angelegt. So ist es in der Wirklichkeit der Fall, und der Binnenraum der Gelenkhöhle ist somit $= 0$. Unser Grundsatz spricht sich dann also so aus: Das Gelenk läßt nur solche Stellungen zu, bei denen der Binnenraum der Gelenkhöhle $= 0$ bleibt; oder, mit anderen Worten, bei denen die Gelenkflächen immerwährend vollkommen auf einander passen, d. h. bei der Bewegung müssen die Gelenkflächen auf einander schleifen, ohne ihre vollständige Contiguität aufzugeben. Man hat diesen Satz ganz richtig auch wohl so ausgesprochen: Die Gelenkflächen werden durch den Luftdruck in Berührung gehalten. In der That würde ja, wenn die Gelenkflächen auseinanderwichen, der Binnenraum der Gelenkhöhle nicht mehr $= 0$ sein; dieser Raum wäre aber leer, da bei der vollständigen Abgeschlossenheit desselben keine Masse in ihn eindringen könnte. Dem Entstehen eines leeren Raumes wirkt der Luftdruck entgegen.

41 Aus dem Gesagten ergeben sich mehrere unmittelbare Folgerungen. Erstens braucht wohl bloß erwähnt und nicht besonders bewiesen zu werden, daß bei einem Gelenke die eine Fläche der Abdruck der anderen, die eine der anderen (oder wenigstens einem Stücke der anderen) congruent sein muß. Zweitens muß, wenn Bewegung überhaupt soll gedacht werden können, von den Flächen eine gewisse geometrische Beschaffenheit gefordert werden; denn es läßt sich nicht für jede beliebige Fläche ein Bewegungsmodus angeben, der die Bedingung erfüllt, daß sie bei der Bewegung mit ihrem ruhend gedachten Ebenbilde in Congruenz bleibt (darauf schleift oder gleitet). Die Geometrie kennt in der That bloß zweierlei Classen von Flächen, welche der soeben unter Zweitens gestellten Bedingung genügen, nämlich gewisse Schraubenflächen und die Rotationsflächen. Die ersteren können hier nur mit zwei Worten erwähnt werden, da, so weit bis jetzt genaue Untersuchungen reichen, im Thierkörper keine Schraubenflächen zur Bildung von Gelenken verwandt sind. Der Bewegungsmodus, bei welchem eine Schraubenfläche mit ihrem ruhig gedachten Ebenbilde in Congruenz bleibt, ist bekanntlich der (wie uns täglich die Bewegung einer gewöhnlichen Schraube in ihrer Mutter lehrt), daß die Fläche um eine mit ihr fest verbundene gerade Linie sich dreht und sich gleichzeitig längs derselben verschiebt.

Digitized by Google

Rotationsflächen nennt man solche, die entstanden gedacht werden können 42
durch Umdrehung einer beliebigen Curve um eine mit ihr fest verbundene gerade Linie. So entsteht unter anderen — um an bekannte Beispiele zu erinnern — durch Umdrehung einer geraden Linie um eine mit ihr in derselben Ebene gelegene Gerade der Kegel und der Cylinder, je nachdem die beiden gedachten Geraden einander schneiden oder parallel sind. Drehte man eine gerade Linie um eine andere, die sie weder schneidet noch zu ihr parallel ist, so entsteht ein anderer Rotationskörper, den wir weiter unten noch brauchen werden, den man ein Rotationshyperboloid nennt, weil er auch auf einem anderen Wege aus der Hyperbel hergeleitet werden kann. Die gerade Linie, um welche die die Fläche erzeugende Drehung stattfand, nennt man die Rotationsaxe oder schlechtweg die Axe der Fläche, und man begreift leicht, daß alle Schnitte der Fläche mit Ebenen, die zu dieser Axe senkrecht stehen, Kreise sein werden, deren Mittelpunkte in der Axe liegen. Dreht sich nun die Rotationsfläche um ihre Axe, so wird sie demnach mit ihrem ruhig gedachten Ebenbilde in Congruenz bleiben; denn jeder ihrer Punkte beschreibt bei dieser Bewegung einen Kreis, dessen Mittelpunkt in der Axe liegt, und nimmt nach einander Lagen an, die sämmtlich der Fläche in ihrer ersten Lage, also auch dem ruhend gedachten Ebenbilde angehören. Mit anderen Worten: eine Rotationsfläche gleitet an ihrem Abdrucke, wenn sie sich dreht, um ihre Axe, während bei jeder anderen Bewegung die vollständige Deckung der Flächen aufgehoben wird. Es ergiebt sich somit: wenn die in einem Gelenke zusammenstoßenden Flächen Stücke von Rotationsflächen sind, so können in demselben nur solche Bewegungen vorkommen, die in einer Drehung um die Axe der Rotationsfläche bestehen, von welcher die Gelenkflächen Stücke sind. In der That sind aber alle im menschlichen Körper vorkommende Gelenke mit namhaftem Bewegungsumfange durch Zusammenstoßen von Rotationsflächen gebildet, und also eine weitere Eintheilung nach dem Mechanismus nicht zulässig, da derselbe in allen gleich sein muß. Nur der specielle Fall, wo die Rotationsfläche, die zur Bildung des Gelenkes verwandt worden ist, eine Kugel ist, erfordert noch eine besondere Analyse.

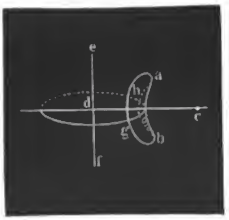
Ehe jedoch auf diesen eingegangen wird, mag noch ein von dem eben be- 43
schriebenen etwas abweichender Gelenkmechanismus Platz finden, der ermöglicht wird durch die im Organismus überall stattfindende Abweichung von der geometrischen Strenge*). Denken wir uns, Fig. 9 a. f. S., einen, keinen großen Centriwinkel messenden Kreisbogen ab, dessen Mittelpunkt in c liegen mag, gedreht um eine in seiner Ebene gelegene Gerade ef, so wird ein gürtelartiges oben und unten sich erweiterndes Flächenstück entstehen, das mit dem mittleren Gürtel eines Rotationshyperboloides (wovon oben die Rede war) so gut wie congruent ist. Daß es um die Linie ef gedreht werden kann, ohne mit seinem ruhend gedachten Ebenbilde außer Congruenz zu gerathen, versteht sich von selbst.

*) A. Fick, über Gelenke mit sattelförmigen Flächen. Zeitschr. für rat. Med. Bd. 4. S. 314. Bergmann und Leuckart vergl. Anat. u. Physiol. S. 303.

Digitized by Google

Man steche aus dieser Fläche durch einen Cylinder, der die Linie cd zur Axe hat, ein Stück heraus; seine Begränzungslinie $agbh$ schneidet den kleinsten Kreis in den Punkten g und h. Das ganze Stück ist offenbar sattelförmig gestaltet, und es läßt sich jetzt leicht zeigen*), daß Schnitte dieses Stückes mit Ebenen parallel zu der des Kreisbogens ab nahezu ebenfalls kreisförmig sind, und zwar, daß sie sich Kreisen anschließen, deren Mittelpunkte sämmtlich in einer geraden Linie liegen, die im Punkte c senkrecht zur Ebene cab (der Zeichnung) steht. Begreiflicherweise ist der Anschluß der Schnittcurven an Kreise um so genauer, je weniger Grade die Kreisbogen ab und gh umfassen. Es wird demnach unser sattelförmiges Flächenstück annäherungsweise auch dann in theilweiser Deckung mit seinem ruhenden Ebenbilde verbleiben, d. h. beinahe auf seinem Abdrucke schleifen, wenn man es gedreht denkt um eine Gerade als Axe, welche in c auf der Ebene abc senkrecht steht. Es läßt sich ferner noch zeigen, daß in einem gewissen Umfange auch dann noch um diese letztere Axe eine Drehung ohne Aufhebung der Congruenz vorgenommen werden kann, wenn schon vorher eine Drehung um die Axe ef stattgefunden hatte. Somit ergiebt sich, daß ein Gelenk, gebildet durch sattelförmige Flächen von der beschriebenen Natur, Bewegungen zuläßt um zwei Axen, die sich in einer gewissen Entfernung (dc) senkrecht überkreuzen. Der Bewegungsmodus in einem solchen Gelenke läßt sich demnach noch folgendergestalt charakterisiren. Man denke sich den Knochen, in dessen Innerem die Linie ef gelegen ist, fixirt; in irgend einer Lage des anderen Knochens denke man sich nun die Lage der zweiten in c zu der Ebene abc senkrechten Geraden. Diese Linie, mit dem beweglichen Knochen in fester Verbindung, wird bei allen Lagen, die derselbe anzunehmen im Stande ist, immer in einer Ebene und in gleicher Entfernung vom Punkte d bleiben. Oder es sind in dem Gelenke nur solche Bewegungen möglich, bei denen die im beweglichen Knochen in der gedachten Weise fixirte Linie einen Kreis tangirt, der mit dem Radius dc um d beschrieben ist. Der Beweis dafür ist eigentlich nur eine genaue Wiederholung des Obigen. Die gedachte Linie wird nämlich bei einer Drehung um die andere Axe ef in der beschriebenen Weise herumgeführt, den Kreis mit dem Radius dc einhüllend, und alle übrigen Bewegungen des Gelenkes bestehen eben in Drehung um die jeweilige Lage dieser Linie selbst, wobei dieselbe also nicht verändert wird. Der Prototyp eines so gebauten Gelenkes ist das Karpometakarpalgelenk des Daumens. In dem citirten Aufsatze habe ich etwas ausführlicher nachgewiesen, in wiefern die Bewegungen eines solchen Gelenkes den Anschein arthrodischer Bewegungen bieten, mit denen sie von manchen anatomischen Handbüchern irrigerweise verwechselt wurden. Analoge Verhältnisse bietet eine Fläche, die entsteht,

Fig. 9.



*) Am bequemsten, wenn man die Fläche geradezu als Rotationshyperboloid betrachtet, was gar nichts an der Sache ändert.

Digitized by Google

wenn man in Fig. 10 den Kreisbogen ab um die Linie ef gedreht denkt, die auf seiner concaven Seite gelegen ist, ohne durch seinen Mittelpunkt c zu gehen. Auch hier werden Schnitte der Rotationsfläche mit Ebenen, die zur Ebene abc parallel sind, sich Kreisen anschließen, deren Mittelpunkte auf einer in c auf abc errichteten Senkrechten liegen. Ein aus solchen Flächenstücken gebildetes Gelenk wird also ebenfalls zwei einander senkrecht überkreuzende Axen darbieten, um welche einigermaßen umfangreiche Bewegungen möglich sind. Nur werden in diesem Falle beide Axen im Inneren eines und desselben von den beiden verbundenen Knochen liegen, während in dem vorigen Falle der sattelförmigen Flächen die eine Axe im einen, die andere im anderen der verbundenen Knochen lag. Das Gelenk zwischen Radius und Handwurzel dürfte vielleicht Flächen von der zuletzt geschilderten Beschaffenheit besitzen. Es mag noch im Vorbeigehen bemerkt werden, daß die bloße Annäherung jedenfalls ein ebenso genaues Schleifen der Flächen in diesen Fällen zuläßt, wie es die bestausgeführten Gelenkflächen factisch leisten, deren Bewegungsprincip an sich eine vollkommene geometrische Congruenz gestattete.

Fig. 10.

Eine besondere Betrachtung erheischt der specielle Fall, wo die zu dem 44
Gelenke benutzten Flächen Abschnitte ein und derselben Kugel sind; am einen Knochen wird dabei die concave, am anderen die convexe Seite der Kugelfläche sichtbar, so daß beide auf einander passen. Man nennt bekanntlich ein solches Gelenk eine Arthrodie und weiß, daß es sich durch allseitige Beweglichkeit auszeichnet, im Gegensatze zu den übrigen, die nur nach bestimmten Richtungen hin Bewegungen zulassen. Vor allen übrigen Rotationsflächen ist nämlich die Kugel dadurch ausgezeichnet, daß sie mit ihrem ruhend gedachten Ebenbilde in Congruenz bleibt, nicht bloß bei der Drehung um eine bestimmte Axe, sondern bei der Drehung um jede beliebige Linie als Axe, die durch den Mittelpunkt der Kugel geht, d. h. sie bleibt mit ihrem ruhig gedachten Ebenbilde in Deckung bei allen Bewegungen, bei denen der Mittelpunkt und nur der Mittelpunkt seine Lage im Raume beibehält. Sonach ist ein durch Arthrodie mit einem festgedachten verbundener Knochen ein Körper, der alle Bewegungen auszuführen im Stande ist, bei denen ein Punkt, der mit ihm in fester Verbindung (sei es in seinem inneren, sei es außerhalb seines Umfanges) zu denken ist, unbewegt bleibt. Die Geometer haben diesen Bewegungen viel Aufmerksamkeit gewidmet und auch erschöpfend untersucht, wie die Einwirkung von Kräften auf einen solchen Körper modificirt wird durch die Bedingung, daß einer seiner Punkte gezwungen ist, seinen Ort im Raume zu behaupten. Da diese Untersuchungen für die Muskelmechanik von großem Interesse sind, so müssen sie hier mit einiger Ausführlichkeit abgehandelt werden.

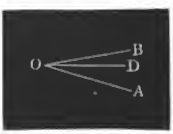
In der Lehre von den denkbaren Bewegungen eines Körpers um einen festen Punkt (abgesehen von den Kräften, durch die sie hervorgebracht werden,

Digitized by Google

also in der sogenannten Geometrie der Drehungen) giebt es einen Fundamentalsatz, der dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte entspricht und den man den Satz von der Zusammensetzung der Drehungen nennen kann.

45 Um die Vorstellungen bestimmter zu machen, muß vor Allem noch eine Verabredung getroffen werden über eine passende Art, den Sinn einer Drehung gleichzeitig mit der Linie zu bezeichnen, um welche sie geschieht; denn es kann natürlich an sich ein Körper um jede gerade Linie zweierlei Drehungen ausführen, bei denen alle seine Punkte nach einander dieselben Stellungen einnehmen, nur in umgekehrter Ordnung der Aufeinanderfolge. Man hat in dieser Beziehung folgende sehr zweckmäßige Uebereinkunft getroffen. Man spricht nämlich von Drehungen um Halbaxen, indem man die fragliche unendliche gerade Linie durch einen an sich willkürlichen Punkt in zwei Halbaxen eintheilt, und bei einer Drehung um diese Linie sagt man, sie geschehe um die eine oder die andere Halbaxe (die von dem gewählten Punkte aus nach der einen oder der anderen Seite ins Unendliche geht), je nachdem sie im einen oder dem anderen Sinne vor sich geht, und zwar läßt man diejenige Hälfte als Halbaxe der Drehung gelten, in welcher ein Beobachter mit den Füßen gegen den Theilungspunkt gestützt stehen müßte, damit er die Drehung so sähe, wie die Drehung der Zeiger einer Uhr, auf deren Zifferblatt er sieht. Diese Uebereinkunft werden wir im Folgenden consequent innehalten, nur mag das Wort Axe der Kürze wegen für Halbaxe stehen. Wenn ein fester Punkt so schon vorhanden ist, soll dieser immer als Anfangspunkt aller denkbaren Halbaxen der Drehungen gelten. Sei jetzt, Fig. 11, O der feste Punkt, um welchen sich ein Körper beliebig drehen kann, und seien im Sinne unserer Verabredung OA und OB zwei in demselben anfangende Drehungsaxen. Man denke sich, der Körper habe sich um die Axe OA zuerst um einen Winkel 2α gedreht, darauf noch um einen Winkel 2β um OB, so kann gezeigt werden, daß die durch beide auf einander folgende Drehungen hervorgebrachte Lagenveränderung des Körpers hätte hervorgebracht werden können durch eine einzige Drehung um eine gewisse Axe OD, deren Lage man findet als den Durchschnitt zweier Ebenen, von denen die eine, durch OA gelegt, einen Winkel α mit der Ebene AOB macht, während die andere, durch OB gelegt, den Winkel β mit derselben Ebene AOB einschließt (OD ist also in unserer Figur nicht in der Ebene des Papiers, sondern über derselben herausragend zu denken). Es ist nämlich einleuchtend, daß die so bestimmte Linie OD bei der ersten Drehung um gerade so viel unter die Ebene des Papiers hinunter geht, als sie im Anfang über dieselbe herausragte. Bei der zweiten Drehung um OB als Axe kommt sie dann genau wieder in ihre ursprüngliche Lage zurück. Durch die beiden auf einander folgenden Drehungen wird mithin die Lage der einen Linie OD unverändert gelassen und die ganze so hervorgebrachte Lagenveränderung des Körpers ist einer Drehung um diese Linie äquivalent. Das gilt für jede beliebige Größe der beiden Drehungswinkel 2α und 2β, jedoch ist der Fall noch besonders zu untersuchen, wo diese beiden Winkel unendlich klein sind. In dem körperlichen Dreiecke, dessen Kanten

Fig. 11.



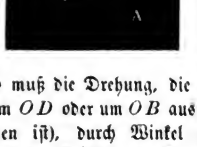
Digitized by Google

die drei Linien OA, OB und OD sind, verhält sich nach den Lehren der sphärischen Trigonometrie $\sin BOD : \sin AOD = \sin \alpha : \sin \beta$. Bekanntlich darf man aber für die Sinus unendlich kleiner Winkel diese selbst setzen und man hat also, wenn die Drehungswinkel unendlich klein gedacht werden, $\sin BOD : \sin AOD = \alpha : \beta$; gleichzeitig ist dabei die Linie OD begreiflicherweise der Ebene AOB unendlich nahe gerückt oder in dieser selbst vorzustellen. Diese Folgerungen lauten aber, in Worten ausgedrückt, so: Wenn zwei unendlich kleine Drehungen auf einander folgen um zwei Axen OA und OB und das Verhältniß der beiden unendlich kleinen Drehungswinkel $\alpha : \beta$ bekannt ist, so kann man die Richtung der in derselben Ebene gelegenen Axe finden, um welche eine einzige Drehung dieselbe Lagenveränderung hervorgebracht hätte, wenn man auf den Axen (Fig. 12) OA und OB von O aus Längen OM und ON abschneidet, die sich wie die Drehungswinkel 2α und 2β verhalten und das Parallelogramm OP vervollständigt, seine Diagonale ist die gesuchte Axe. Es verhält sich nämlich in der That in dem ebenen Dreieck OMP $\sin AOD : \sin OPM = MP : OM$, und es ist Winkel $OPM = BOD$, und das Verhältniß von MP $(= ON)$ zu OM ist durch die Construction dem Verhältniß von $\alpha : \beta$ gleich gemacht worden.

Fig. 12.

Es bleibt nur noch übrig, die Größe des Drehungswinkels der resultirenden Drehung (d. h. der einen, welche an die Stelle der beiden gesetzt werden kann) kennen zu lernen. Zu diesem Zwecke wählt man, Fig. 13, einen Punkt I auf der Axe OA; derselbe wird sich nur bei der zweiten Drehung um OB verrücken und eine unendlich kleine zur Ebene AOB senkrechte Linie IL beschreiben. Von I aus fällt man auf OD und OB die Perpendikel IH und IK. Weil sich unendlich kleine Winkel zu derselben Bogenlänge (hier IL) gehörig verhalten, umgekehrt wie die Radien der Kreise, in denen man sie als Centriwinkel ansieht, so muß die Drehung, die I nach L bringt, je nachdem sie angesehen wird, als um OD oder um OB ausgeführt (da sie beidemale in demselben Sinne zu nehmen ist), durch Winkel gemessen werden, die sich verhalten wie $IK : IH = \sin KOI : \sin HOI$; ebenso verhält sich aber die Diagonale OP zur Seite ON. Der Drehungswinkel der resultirenden Bewegung ist also gemessen durch die Länge der Diagonale des vorhin verzeichneten Parallelogramms, wenn die Seiten desselben die Maße der Drehungswinkel der componirenden Bewegungen darstellen.

Fig. 13.



Sprechen wir die Resultate noch einmal als Lehrsatz aus:

Wenn man auf die Richtungen der beiden Axen von ihrem Durchschnitte aus Größen aufträgt, welche die Drehungswinkel *) der auf einander folgenden

*) Häufig wird in mechanischen Abhandlungen statt des Wortes Drehungswinkel in diesem Zusammenhange »Winkelgeschwindigkeit« gebraucht; man unterstellt dabei, daß die auf einander folgenden Rotationen gleiche Zeiten zu ihrer

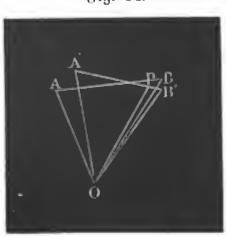
Digitized by Google

Rotationen um diese beiden Axen darstellen, so giebt die Diagonale des aus diesen beiden Linien gebildeten Parallelogramms die Richtung der Axe der resultirenden Rotation und die Größe ihres Drehungswinkels an.

Man folgert hieraus, daß die Zusammensetzung und Zerlegung unendlich kleiner Rotationen um Axen, welche durch einen Punkt gehen, auf dieselbe Weise ausgeführt werden, wie die von Kräften, welche die Richtungen dieser Axen haben und ihrer Größe nach durch die entsprechenden Drehungswinkel dargestellt werden.

46 Poinsot*) hat nun in einer äußerst sinnreichen Darstellung gezeigt, wie man sich von der allgemeinsten möglichen Bewegung eines Körpers um einen Punkt eine vollkommen klare Anschauung bilden kann, die unmittelbar offenbar nicht zu gewinnen ist. So anschaulich nämlich für jeden Menschen die Drehung eines Körpers um eine feste Axe ist, so dunkel ist die Vorstellung von einer irgendwie ausgeführten Drehung eines Körpers um einen festen Punkt (etwa nur einer Kugel um ihren Mittelpunkt). Eine solche Bewegung wollen wir uns zunächst in Elemente zerlegt denken, derart, daß bei der Vollendung jedes Elementes die Punkte des Körpers nur unendlich kleine Wege zurücklegen. Mag nun die Bewegung in aller Allgemeinheit wie auch immer gedacht werden, so wird doch jedes dieser Elemente anzusehen sein als Drehung des Körpers um eine feste Axe, die durch den absolut festen Punkt geht. Dies zeigt sich so: Sei O, Fig. 14, der feste Punkt, und beim Beginne eines der Bewegungselemente sei A und B die Lage zweier willkürlicher Punkte des Körpers; sie werden am Ende des Bewegungselementes unendlich nahe an A und B gelegene Orte, etwa A' und B' einnehmen. Diese unendlich kleine Lagenänderung des Körpers, mag sie sein welche sie will, kann aber jedenfalls folgendermaßen hervorgebracht gedacht werden: Man kann nämlich 1) den Körper um die Durchschnittslinie der beiden Ebenen OAB und $OA'B'$, die OP sein mag, so lange drehen, bis die Ebene OAB mit der Ebene $OA'B'$ zusammenfällt, und 2) dann den Körper um eine auf der Ebene $OA'B'$ in O errichtete Senkrechte drehen, bis die Dreiecke OAB und $OA'B'$ mit Seiten und Ecken zusammen fallen. Diese beiden successiven (unendlich kleinen) Drehungen kann man aber dann noch 3) nach dem bewiesenen Satze zu einer einzigen resultirenden zusammensetzen, welche die gedachte Lagenveränderung wirklich ist. Die so gefundene Axe, um welche das Element jeder beliebigen Bewegung eines festen Körpers um einen festen Punkt eine Drehung ist, heißt die »instantane Drehungsaxe« für

Fig. 14.



Vollendung gebraucht hätten. Wir haben dieses Wort absichtlich vermieden, weil allen diesen Betrachtungen, als rein geometrischer Natur, der Begriff der Geschwindigkeit eigentlich fremd ist.

*) Théorie nouvelle de la rotation des corps.

Digitized by Google

den Augenblick, in welchem das gedachte Bewegungselement ausgeführt wird. Im Allgemeinen wird natürlich die instantane Drehungsaxe in jedem Augenblicke eine andere Lage haben, oder präciser ausgedrückt, es werden im Allgemeinen im zeitlichen Verlaufe der Bewegung immer andere und andere Linien in stetiger Aufeinanderfolge die Rolle der instantanen Axe übernehmen, und zwar ist es gut, noch besonders zu beachten, daß sie sowohl ihre absolute Lage im Raume als auch die relative Lage zum bewegten Körper verändern muß. Sobald die eine fest bleibt, bleibt es auch die andere. Wollte man sich z. B. vorstellen, in zwei auf einander folgenden Momenten wäre dieselbe Linie des bewegten Körpers nur in verschiedenen Lagen im Raume instantane Axe, so stößt man sofort auf den Widerspruch: Während des ersten Momentes war die gedachte Linie eben als Axe im Raume unbeweglich und kann also nicht im folgenden Momente an einem anderen Orte des Raumes wiederum als Axe dienen, es muß sie also entweder im folgenden Momente auch eine andere Linie des Körpers in ihrem Dienste abgelöst haben, oder sie muß auch an ihrem alten Platze im Raume fortfahren, denselben Dienst zu thun. In ähnlicher Weise würde die umgekehrte Annahme einen Widerspruch involviren, so daß die so eben gemachte Bemerkung außer Zweifel ist.

Ferner kann man noch leicht sehen, daß zwei auf einander folgende Lagen der instantanen Drehungsaxe im Körper denselben Winkel einschließen müssen, wie ihre entsprechenden Lagen im Raume. Sei nämlich (Fig. 15) z. B. Oa in einem gewissen Augenblicke instantane Axe und sei Oc die Linie des Körpers, welche im folgenden Augenblicke zur Axe werden soll, aber natürlich, nachdem sie eine andere Lage im Raume, etwa Ob, angenommen hat, dann ist also Ob die folgende Lage der instantanen Axe im Raume, bOa der Winkel zwischen zwei auf einander folgenden solchen Lagen im Raume und aOc ist der Winkel zweier consecutiver Lagen der Axe im bewegten Körper, und diese beiden Winkel müssen offenbar gleich sein, wenn, was doch geschehen soll, durch Drehung um Oa hernach Oc mit Ob zusammenfallen soll. Poinsot drückt dies sehr kurz und gut, wenn auch etwas uneigentlich, so aus: die instantane Axe schreitet im Körper und im Raume immer mit gleicher Winkelgeschwindigkeit fort.

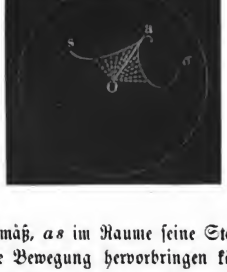
Fig. 15.

Jeder wirklich gedachten endlichen Bewegung eines Körpers um nur einen 47
festen Punct können sonach zwei Systeme von geraden Linien zugeordnet werden, die alle durch den festen Punkt gehen und die Bewegung geometrisch vollständig bestimmen. Das eine System, im Raume fest gedacht, ist der Inbegriff aller Lagen der instantanen Drehungsaxe im Raume, das andere, mit dem Körper unveränderlich verbunden, begreift alle Linien desselben, die successiv instantane Axen werden. Ist die Richtungsänderung der Bewegung fortwährend eine stetige, so wird sich jedes der beschriebenen Systeme zu einer krummen Fläche zusammenschließen, von der Gattung der Kegelflächen, denn so nennt man ja alle Flächen, welche erzeugt werden können durch Bewegung einer geraden Linie, wenn einer ihrer Punkte festgehalten wird. Geschieht die Richtungsänderung in Sprüngen,

Digitized by Google

zwiſchen denen endliche Drehungen um eine und dieſelbe Axe liegen, ſo fallen die einzelnen Linien des Syſtemes discontinuirlich auseinander. Für irgend einen beſonderen Fall denke man ſich nun um den feſten Punkt O, Fig. 16, eine Kugel beſchrieben; die beiden Syſteme von geraden Linien (hier als Kegelflächen gedacht) werden alsdann die Oberfläche jener Kugel in ſphäriſchen Curven ſchneiden. Die Schnittcurve mit dem im Raume feſten Syſteme ſei as, und in einem gewiſſen Momente, wo Oa die inſtantane Axe iſt, mag $a\sigma$ die Lage der Schnittcurve mit dem im Körper feſten Syſteme ſein. Im weiteren Verlaufe der Bewegung werden nun immer andere und andere Seiten der beiden Kegel (durch punktirte Linien angedeutet) mit einander in Berührung kommen, wobei, der Vorausſetzung gemäß, as im Raume ſeine Stelle behauptet, $a\sigma$ ſie verändert. Man wird alſo die Bewegung hervorbringen können, wenn man den Kegel $a\sigma$ mit dem Körper unveränderlich verbunden denkt und ihn mit demſelben am Kegel as, der im Raume feſt liegt, abrollen läßt, ohne daß ein Gleiten dabei ſtattfindet. Für den Fall discontinuirlicher Richtungsänderung würden ſich begreiflicherweiſe die beiden Kegel in Pyramiden verwandeln, deren Kanten die Axen darſtellen, und die man ſo an einander abwickelte, daß nach einander die verſchiedenen entſprechenden Seiten derſelben (die ja nach dem Obigen allemal gleich ſein müſſen) ſich decken. Dies iſt das deutlichſte Bild, was man ſich von der für die Anſchauung ſo ſchwierigen und dunklen Drehung eines Körpers um einen Punkt machen kann.

Fig. 16.



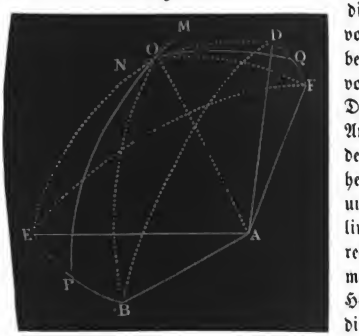
48 Stellen wir die aus einer in dieſer Art ganz allgemein gedachten Bewegung hervorgegangene Endſtellung unmittelbar mit der Anfangsſtellung zuſammen, ſo giebt es, wie Euler zuerſt hervorhob, allemal eine durch den Drehpunkt gehende gerade Linie in dem Mobile, welche wieder dieſelbe Lage im Raume einnimmt, die ſie im Anfang gehabt hat*). Man hätte alſo durch eine einfache endliche Drehung um dieſe Linie als Axe dieſelbe Lagenveränderung hervorbringen können, wie durch die wirklich gedachte complicirtere Bewegung. Es iſt ſogar ſehr leicht, durch geometriſche Conſtruction dieſe definirte Linie zu finden. Sei, Fig. 17, A der Drehpunkt, AB die erſte, AE die zweite Lage einer Linie des Mobile, ſowie AD die erſte und AF die zweite Lage einer anderen Linie deſſelben. Man ſieht ohne Weiteres, daß hierdurch die Lagenveränderung des Mobile vollſtändig beſtimmt iſt. Man muß aber noch beachten, daß wenn über die Linien AB, AE und AD willkürlich verfügt worden iſt, über die Lage von AF nur noch innerhalb der Gränzen willkürlich verfügt werden darf, daß der in

*) Zur ausführlichen Mittheilung dieſes Satzes veranlaßt mich insbeſondere der Umſtand, daß davon Meißner in einer kürzlich erſchienenen Abhandlung (Graefe's Archiv für Augenheilkunde, Bd. II, Abth. 1, S. 1) ſehr fruchtbare Anwendung gemacht hat.

Digitized by Google

der Natur der Sache liegenden Bedingung genügt wird: Winkel FAE gleich Winkel DAB. Wie nun auch immer diese Lagenveränderung wirklich hervorgebracht sein mag, so hätte sie, behauptet der Euler'sche Satz, hervorgebracht werden können durch eine Drehung von der endlichen Winkel-Amplitude φ um die feste Axe AO, deren Lage so zu finden ist: Man legt durch AB und AE eine Ebene und stellt darauf in der Halbirungslinie des Winkels EAB eine senkrechte Ebene MPA. Ebenso stellt man auf eine Ebene DAF in der Halbirungslinie des Winkels DAF die Ebene NQA senkrecht. Die Durchschnittslinie dieser beiden Ebenen ist die gesuchte AO. Beschreibt man nämlich um A eine Kugel mit dem willkürlichen Halbmesser AB, welche die erwähnten Geraden in B, E, D, F und O schneidet, so kommen einige sphärische Dreiecke zur Anschauung, aus deren Beziehungen sich Folgendes ergiebt. Zuvörderst sieht man unmittelbar aus der Construction, daß die Dreiecke BOE und DOF gleichschenklig, also $BO = EO$ und $DO = FO$ ist. Folglich müssen die Dreiecke BOD und EOF wegen Gleichheit ihrer drei Seiten congruent sein, also Winkel $EOF = BOD$ und wenn man von beiden den Winkel BOF abzieht, Winkel $EOB = DOF = \varphi$. Drehte man also um diesen Winkel φ das Mobile um die Axe AO, so käme die Ebene ABO nach AEO, und gleichzeitig die Ebene ADO nach AFO zu liegen, oder AB nach AE und AD nach AF; es würde also durch diese eine Drehung die vorausgesetzte Lagenveränderung des Mobile hervorgebracht.

Fig. 17.



Zweites Capitel.

Muskelstatik.

Nachdem für irgend ein Gelenk der mögliche Bewegungsmodus in der im 49
vorhergehenden Capitel dargelegten Weise festgestellt worden ist, kann eine neue Untersuchung beginnen, die Untersuchung, wie die möglichen Bewegungen durch die an dem Gelenke angebrachten Muskeln verwirklicht werden. Es kann gefragt werden: 1) Wenn einer von diesen Muskeln sich contrahirt, welche von den möglichen Bewegungen erfolgt? 2) Wenn mehrere sich gleichzeitig in gegebener Weise contrahiren, welche Bewegung erfolgt? 3) Wenn eine bestimmte Bewegung

Digitized by Google

erfolgen soll, welche Muskeln müssen sich contrahiren, und wie? Die so gestellten Fragen schließen freilich eine so gut wie unentwirrbare Verwickelung in sich, denn wenn man eine ganze Bewegung von endlicher Ausdehnung übersehen wollte, so müßte man den Veränderungen Rechnung tragen, welche sich in der Wirkungsweise jedes einzelnen Muskels jeden Augenblick ereignen, wegen der eben durch den Verlauf der Bewegung hervorgebrachten Lagenveränderung desselben. Man hat sich bisher damit begnügt, bloß statische Fragen zu stellen, was übrigens auch den praktischen Bedürfnissen genügt.

Da, wie im vorigen Capitel gezeigt wurde, alle Bewegungen der Gelenke auf Drehungen hinauskommen, so reduciren sich die hier zu stellenden Fragen auf folgende, entsprechend den drei obigen: 1) Wenn ein Muskel ein bestimmtes Contractionsbestreben (Spannung) hat, welches Drehungsbestreben wird dadurch in dem Gelenke hervorgebracht? oder: wo und welche Kraft muß an dem Knochen angebracht werden, um mittelst des Gelenkes der Spannung des Muskels Gleichgewicht zu halten? 2) Wenn mehreren Muskeln gleichzeitig gewisse Spannungen beigelegt werden, welches Drehungsbestreben ist dann im Gelenke? oder: wie kann durch *ein* anderes Drehungsbestreben (durch eine fremde Kraft hervorgebracht) den Spannungen mittelst des Gelenkes Gleichgewicht gehalten werden? 3) Umgekehrt, wenn ein bestimmtes Drehungsbestreben in einem Gelenke hervorgebracht werden soll, welche Muskeln müssen gespannt werden, und wie stark? oder: wenn eine gegebene Kraft auf ein Gelenk wirkt, wie muß man die Muskeln spannen, um der Kraft Gleichgewicht zu halten? Um das letztere durch ein Beispiel zu erläutern, denke man sich den Arm unter einem gewissen Winkel nach vorn erhoben und durch ein Gewicht beschwert und frage sich, welche Muskeln und wie stark müssen sie gespannt sein, um den beschwerten Arm in seiner Lage, d. h. dem Gewichte Gleichgewicht zu halten.

50 Bei den hierher gehörigen Untersuchungen macht man in der Regel noch einige Voraussetzungen, die nicht frei von aller Willkürlichkeit sind. Einen Muskel im üblichen anatomischen Sinne läßt man auch als eine *mechanische Einheit* gelten und spricht von seiner Spannung so, als ob nothwendig alle seine einzelnen Elemente unter allen Umständen eine gleiche Spannung besitzen müßten. Man erlaubt sich wohl ferner noch, alle Fasern eines Muskels in ihrer Verlängerung, nach einem Punkte convergirend, anzusehen (der Fall des Parallelismus ist hierunter mitbegriffen — Convergenz in unendlicher Ferne). Unter diesen beiden Voraussetzungen findet sich nun in jedem Muskel eine mittlere gerade Linie, welche die Richtung seines Gesammtzuges darstellt. Diese Linie verändert natürlich ihre Lage zum Gelenke sowohl, als auch im Muskel mit jeder Veränderung in der Stellung des Gelenkes. Diese Linie findet sich nach den Regeln der Zusammensetzung paralleler Kräfte oder solcher Kräfte, die an einem Punkte (dem Convergenzpunkte) angebracht sind — Parallelogramm der Kräfte; denn diese Linie ist nichts anderes, als die Resultante der Spannungen aller Fasern des Muskels. Sind diese unter einander immer gleich, so hängt die Richtung der Resultirenden von ihrer absoluten Größe nicht mehr ab. In der Regel wird man sich zur Bestimmung dieser Linie angenäherter Methoden bedienen, und es

Digitized by Google

braucht daher auf eine weitere Ausführung der Art ihrer Bestimmung hier nicht eingegangen zu werden. Wenn nämlich die Muskeln geradezu in strangförmige Sehnen auslaufen, so ist natürlich die Verbindungslinie des Ursprunges und Ansatzes, die in diesem Falle als Punkte anzusehen sind, die Richtung der Resultirenden. In den übrigen Fällen ist doch wenigstens meist der Muskel vorherrschend flächenartig ausgebreitet, oder kann in mehrere trapezförmige Stücke zerlegt werden; wenn man dann von einem solchen Stücke die beiden äußersten Fasern bis zur Convergenz verlängert und den Winkel halbirt, so hat man annäherungsweise die Richtung der Resultirenden. Was endlich noch die Größe der resultirenden Gesammtspannung, die in der eben definirten Linie wirksam zu denken ist, betrifft, so ist sie, wenn alle Fasern der Richtung der Resultirenden parallel liegen, geradezu die Summe der einzelnen Faserspannungen, also dem Querschnitte (der Anzahl der Fasern) direct proportional, d. h. gleich dem Producte aus dem Querschnitte und einem rein physiologischen Factor der von der Stärke der Innervation abhängt. Auch in den meisten, streng genommen, hiervon ausgeschlossenen Fällen weichen die Fasern vom Parallelismus wenigstens nicht so sehr ab, daß es nicht angenähert richtig sein sollte, die Resultirende an Größe dem Querschnitte proportional zu setzen; nur muß der Querschnitt so angelegt sein, daß er alle Fasern unter möglichst rechten Winkeln trifft. Man kann also im Allgemeinen wohl ohne großen Fehler annehmen: zwei Muskeln ziehen gleich stark innervirt in der Richtung ihrer Resultirenden, mit Kräften, die sich wie ihre Querschnitte verhalten. Sind die verschiedenen Fasern eines Muskels ungleich lang, so tritt sofort wieder eine neue Complication hinzu, die sich im Einzelnen nicht mehr übersehen läßt. Es können dann nämlich in einem gewissen Verkürzungsstadium die kürzeren Fasern schon das Minimum ihrer Länge erreicht haben und weiterer Spannung unfähig sein, so daß dann die verschiedenen Theile des Querschnittes nicht mehr als gleichwerthig in Rechnung gezogen werden können.

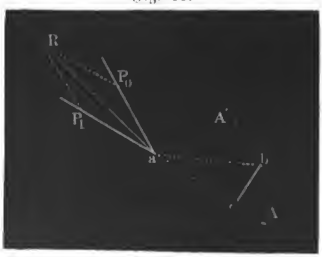
Hierdurch ist nun ein Knochen mit den gesammten darauf wirkenden Muskeln zurückgebracht auf ein System unveränderlich mit einander verbundener Punkte (der Muskelansatzpunkte), an welchen *nur in bestimmten* Richtungen, nämlich den definirten Resultirenden der einzelnen Muskeln, Kräfte wirkend gedacht werden können, über deren Größe allein noch verfügt werden darf. Ueber den *Sinn*, in welchem die Richtung der Kraft zu nehmen sei, kann kein Zweifel sein, da der Muskel immer vom Ansatz nach dem Ursprung zieht, niemals vom Ursprung nach dem Ansatz, wo unter Ansatz die Befestigung des Muskels an dem für die jedesmalige Betrachtung beweglich gedachten Knochen zu verstehen ist. Das System fest verbundener Punkte ist ferner nicht vollkommen frei beweglich zu denken, sondern seine Bewegungen sind noch irgend einer durch die specielle Gelenkverbindung gesetzten geometrischen Bedingung unterworfen, wie wir im vorigen Capitel sahen, welche die Gleichgewichtsbedingungen darauf wirkender Kräfte wesentlich modificirt. Wir behandeln im Folgenden die beiden wichtigsten Fälle noch etwas eingehender; nämlich 1) ein System von Muskeln, das auf einen Ginglymus wirkt, und 2) ein System von Muskeln, das auf eine Arthrodie wirkt — hier sind die Muskeln des Augapfels mit einbegriffen.

Digitized by Google

51 Die geometrische Bedingung, welche ein Ginglymusgelenk (sogenanntes Rotationsgelenk u. s. w.) in unser System von Punkten mit daran anzubringenden Kräften einführt, ist: alle Bewegungen können nur Drehungen um eine gerade Linie, die Axe des Gelenkes, sein, die mit den Punkten in einer bestimmten unveränderlichen Verbindung steht. Es wird dadurch möglich, alle hier auftretenden Fragen einfach nach den Gesetzen des Hebels zu beurtheilen, wie dies auch bereits von jeher geschehen ist. Wir wollen in dieser Weise unsere drei oben aufgestellten allgemeinen Fragen beantworten.

1) Die Contractionsbestreben aller auf einen Ginglymus wirkenden Muskeln sind bekannt, welches ist das totale hervorgebrachte Drehungsbestreben; oder durch eine wie angebrachte und wie große Kraft kann den gesammten gleichzeitigen Spannungen der Muskeln Gleichgewicht gehalten werden? In dieser Frage ist die erste oben aufgestellte als specieller Fall enthalten insofern, als man nur die Contractionsbestreben aller Muskeln außer eines gleich Null zu setzen braucht. Die Richtung des gesuchten Drehungsstrebens ist von vorn herein bekannt; es kann nämlich nur um die Axe des Gelenkes stattfinden. Gefragt wird also nur noch nach dem Sinne — ob nach rechts oder links (ob Extension oder Flexion; ob Pronation oder Supination u. s. w.) — und nach der Intensität. Wir nehmen an, für die vorausgesetzte Stellung des Gelenkes seien, nach irgend einer Methode, die Richtungen der Resultirenden für die einzelnen Muskeln bereits ermittelt, und es wären von den Angriffspunkten aus auf denselben Längen abgetragen, die an Größe die resultirenden Spannungen repräsentiren. Man kann dann mit diesen offenbar nach den Regeln der Statik als mit lineär dargestellten Kräften operiren. Es ist vor Allem zu beachten, daß alle der Axe des Gelenkes parallelen Componenten dieser Kräfte für das hervorgebrachte Drehungsbestreben unwirksam sind, da sie eine Verschiebung längs der Axe zu bewirken streben, welche durch die Einrichtung des Gelenkes ausgeschlossen ist. Das erste Geschäft in unserem Falle wird also darin bestehen, daß man jede der gegebenen Kräfte, nach dem Parallelogramm der Kräfte, in zwei Componenten zerlegt, von denen die eine der Axe parallel ist, die andere in einer zur Axe senkrechten Ebene (die man allemal durch den Angriffspunkt legen kann) enthalten ist. Sei z. B. aR, Fig. 18,

Fig. 18.



eine der gegebenen Kräfte. Man legt durch ihren Angriffspunkt eine zur Gelenkaxe AA' senkrechte Ebene, welche die Ebene der Zeichnung sein mag (so daß also aR nicht in der Ebene des Papiers zu denken ist) und welche die Axe in b schneidet. Man zerlegt nun aR in die beiden zu einander senkrechten Componenten aP_0 und aP_1, so daß aP_0 der Axe AA, parallel, aP_1 aber in der zu ihr senkrechten Ebene (des Papiers)

Digitized by Google

enthalten ist. Nur diese letzteren Componenten bedürfen einer weiteren Behandlung. Man fällt nämlich jetzt von der Axe — und zwar bei dem in der Figur gedachten Muskel vom Punkte b der Axe — aus auf die Richtung einer solchen Componente, im Beispiel also auf die Richtung aP_1, ein Perpendikel bc, dessen Länge den Hebelarm dieser Kraft bildet. Bekanntlich ist nun das Product aus Kraft und Hebelarm ($aP_1 \times bc$) das Moment oder das Drehungsbestreben, welches die Kraft hervorbringt. Hat man diese Producte für sämmtliche gegebene Kräfte berechnet, so bildet man aus allen in dem einen Sinne wirkenden (extendirenden, supinirenden ꝛc.) eine Summe, sowie aus allen im entgegengesetzten Sinne wirkenden (flectirenden, pronirenden ꝛc.) ebenfalls. Die Differenz beider Summen ist die Größe des gesuchten, durch die gegebenen Muskelspannungen zusammen hervorgebrachten Drehungsbestrebens; sein Sinn stimmt mit dem der größeren von beiden Summen überein. Sind ursprünglich die Muskelspannungen in Kilogrammen, die Längen der Hebelarme in Metern ausgedrückt gewesen, so muß man als Einheit des Drehungsbestrebens dasjenige, welches 1 Kilogramm an einem Hebelarm von 1 Meter Länge wirkend hervorbringt, annehmen. Hätte man also z. B. den auf das Ellenbogengelenk wirkenden Muskeln bei einer gegebenen Stellung gewisse Spannungen beigelegt und nach dem auseinandergesetzten Verfahren ein flectirendes Moment $= 0{,}5$ herausgerechnet, so wäre dies so zu deuten, daß man, um Gleichgewicht herzustellen, in 1 Meter Entfernung von der Gelenkaxe eine Kraft von 0,5 Kilogramm oder, was denselben Erfolg hervorbrächte, in ein Decimeter Entfernung 5 Kilogramme so anbringen müßte, daß sie senkrecht am Vorderarm extendirend zöge.

2) Ein Drehungsmoment von gegebener Größe und bestimmtem Sinne 52
soll am Ginglymus hervorgebracht werden; wie groß müssen die Muskelspannungen sein? Es hält z. B. Einer in der horizontal ausgestreckten Hand ein Gewicht von 2 Kilogrammen, wie muß er die Flexoren spannen, damit die Hand nicht sinkt? Man sieht auf den ersten Blick, daß das so gestellte Problem nicht mehr bestimmt ist. Man kann offenbar unendlich viele Combinationen von Muskelspannungen erdenken, welche alle das verlangte Drehungsmoment hervorbringen. Man kann erst durch eine neue, der Aufgabe an sich fremde, Bedingung die Bestimmtheit herbeiführen. Man kann z. B. noch fordern, daß das verlangte Drehungsmoment mit möglichst geringer absoluter Gesammtspannung hervorgebracht werde, oder man kann verlangen, es soll durch *einen* Muskel geleistet werden, nur darf natürlich dieser kein Extensor sein, wenn das verlangte Moment ein flectirendes ist und umgekehrt. Man hat bei letzterer Bedingung nur wieder den Hebelarm bc für den betreffenden Muskel zu berechnen (der bloß von der *Richtung* seiner Resultante abhängt) und dadurch das verlangte Moment zu dividiren; der Quotient wäre die Größe der drehenden Componente P_1, woraus die Spannung P selbst noch gefunden werden kann, die ihm beizulegen ist, damit seine drehende Componente $= P_1$ und folglich sein Moment gleich dem geforderten werde.

Für eine Arthrodie reicht man nun mit dem einfachen Hebel nicht mehr aus*); 53

*) A. Fick, über die Bewegungen des menschlichen Augapfels. Zeitschr. f. rat. Med. Neue Folge. Bd. 4. S. 101.

Digitized by Google

man muß vielmehr zu den allgemeineren Gesetzen der Statik zurückgehen. Da in den gangbaren physikalischen Lehrbüchern diese nicht hinlänglich auseinandergesetzt sind, so mag das Nothwendige davon hier Platz finden. Wir haben es bei einer Arthrodie nach den bereits vorausgesetzten Reductionen zu thun mit einem System unveränderlich verbundener Punkte, an denen in gegebenen Richtungen Kräfte angebracht sind. Mit dem Systeme ist dann noch ein Punkt in unveränderlicher Verbindung, der seine Lage im Raume beizubehalten gezwungen ist, nämlich der Drehpunkt des Gelenkes. Ein solches System behandelt man folgendermaßen. Im Drehpunkte denkt man sich zunächst neue Kräfte angebracht in der Weise, daß für jede gegebene Kraft des Systemes am Drehpunkte zwei mit derselben an Größe gleiche und parallele zu denken sind, von denen die eine der gegebenen gleich, die andere entgegengesetzt gerichtet ist. Diese Einführung neuer Kräfte ist offenbar erlaubt, da dieselben nichts an der mechanischen Natur der Sache ändern, sich vielmehr unter einander paarweise vernichten. Die den gegebenen Kräften gleich gerichteten vereinigt man ferner nach der Regel des Parallelogrammes zu einer Resultante der sogenannten Hauptkraft. Sie strebt — im Drehpunkte angebracht — dessen Lage zu verändern, wird also durch die Einrichtung des Gelenkes unwirksam gemacht, oder anschaulicher, da ihre Richtung durch den Drehpunkt geht, ist sie zu den kugelförmigen Gelenkflächen normal und drückt dieselben gegen einander oder sucht sie von einander loszureißen, was beides unmöglich ist. Eine Drehung kann die Hauptkraft nicht bewirken, sie kann also aus der ferneren Betrachtung weggelassen werden. Es bleiben somit nur noch ebenso viele »Kräftepaare« übrig, als ursprünglich Kräfte in dem Systeme gegeben waren. Jedes derselben besteht nämlich aus einer der gegebenen Kräfte und der gleich großen parallelen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft, die dafür am Drehpunkt angebracht worden war. Unter einem Kräftepaare versteht man nämlich die Zusammenstellung zweier gleich großer paralleler, entgegengesetzt gerichteter Kräfte. Ein solches hat keine Resultante im Sinne der Statik, d. h. strebt keine Ortsveränderung des Körpers, an dem sie wirkt, hervorzubringen, sondern bloß eine Drehung um irgend eine zur Ebene des Paares (d. h. zu der Ebene, welche die beiden parallelen Kraftrichtungen enthält) senkrechte Axe; und zwar ist die Größe des hervorgebrachten Drehungsbestrebens für jede beliebige Lage der Axe gleich dem Producte einer Kraft des Paares, multiplicirt mit dem Abstande beider von einander — dem Hebelarme des Paares —; diese Größe nennt man »das Moment des Paares«. Die Wirkung eines Paares ist also vollständig bestimmt, wenn man die Richtung seiner Axe und sein Moment kennt. Man muß nur noch bedenken, daß in jeder geraden Linie zwei Richtungen enthalten sind, z. B. in einer verticalen die Richtung von oben nach unten und von unten nach oben. Um dem Doppelsinne zu entgehen, wollen wir nach der bereits oben (45.) getroffenen Uebereinkunft in allen ferneren Betrachtungen die Halbaxen der Drehungen einführen. Wir errichten auf der Ebene des Paares ein Perpendikel nach der Seite hin, daß ein in demselben stehender, mit den Füßen gegen die Ebene des Paares gestützter, Beobachter die hervorgebrachte Drehung so vor sich gehen sieht, wie die Drehung eines Uhrzeigers, wenn er das

Digitized by Google

Zifferblatt ansieht. Die Richtung des Perpendikels, von der Ebene an gerechnet, heißt dann die Richtung der Axe oder der Halbaxe des Paares. Wären also z. B. A und B, Fig. 19, zwei Paare in der Ebene des Papieres und deuteten die Pfeilspitzen die Richtungen der Kräfte an, so müßte für A die Axe von oben nach unten, für B von unten nach oben gedacht werden. In unserem Falle müssen wir noch die Axen sämmtlicher Paare von dem Drehpunkte des Gelenkes ausgehen lassen, da nur um eine durch diesen gehende Axe eine Drehung überhaupt möglich ist. Die Axen sind also hier geradezu die im Drehpunkte auf den Ebenen der einzelnen Paare nach der festgestellten Regel errichteten Perpendikel. Die Momente derselben finden sich (nach der Definition dieser Größen), wenn man vom Drehpunkte auf die Richtungen der einzelnen Kräfte Senkrechte fällt und deren Längen mit den Kräften selbst multiplicirt.

Fig. 19.

Ueber Paare, deren Axen von einem Punkte ausgehen, gilt folgender Satz: 54
Trägt man vom gemeinschaftlichen Anfangspunkt auf jeder Axe eine Länge ab, welche die Größe des zugehörigen Momentes darstellt, so kann mit diesen begränzten Linien verfahren werden wie mit lineär dargestellten Kräften, d. h. sie können nach der Regel des Parallelogrammes zusammengesetzt werden. Man kommt also schließlich zu einer begränzten Linie, deren Richtung die Axe, deren Größe das Moment eines Paares darstellt, dessen Wirkung vollkommen äquivalent ist dem Zusammenwirken der sämmtlichen gegebenen Paare, das ihnen allen folglich substituirt werden kann; wir wollen es das »resultirende Paar« nennen. Der Beweis braucht nur für zwei Paare geführt zu werden, da mit dem resultirenden von zweien das dritte u. s. f. nach derselben Regel zusammengesetzt werden darf, sobald die Zulässigkeit der Zusammensetzung von zweien erwiesen worden ist, was so geschieht: Seien, Fig. 20, AB und AC die Axen der beiden Paare und die Längen dieser Linien stellen die Größen ihrer Momente dar. Die Ebene des Paares AB steht senkrecht auf dieser Linie und schneidet die Ebene BAC in der Linie AM, die wir $= AB$ machen wollen; sehen wir diese als Hebelarm des Paares an, so kann man das Paar selbst herstellen, indem man an M eine der Einheit gleiche aufwärts gerichtete und in A eine ebenfalls der Einheit gleiche abwärts gerichtete Kraft anbringt. In derselben Weise stellen wir das andere Paar her, indem wir in N eine der Einheit gleiche aufwärts gerichtete, in A wieder eine ebenso große abwärts gerichtete Kraft anbringen, wenn $AN = AC$ und in der Ebene BAC senkrecht auf AC ist. Wir haben also jetzt im Ganzen drei Kräfte; eine an A abwärts wirkende $= 2$ (die Summe der beiden daselbst angebrachten, der Einheit gleichen), eine $= 1$ an M und eine $= 1$ an N auf-

Fig. 20.

Digitized by Google

wärts wirkend; die beiden letzteren lassen sich zu einer Resultirenden vereinigen, welche $= 2$ ist und am Punkte P in der Mitte zwischen M und N aufwärts gerichtet angebracht ist. Diese bildet aber mit der an A abwärts wirkenden Kraft 2 ein neues Paar, dessen Wirkung dem Zusammenwirken der beiden gegebenen äquivalent sein muß. Das Moment dieses Paares ist nach der oben aufgestellten Regel*) $2 \,.\, PA = OA$ gleich der Diagonale des Parallelogrammes $AMON$ oder des congruenten $ABDC$, die Ebene des Paares steht in der Linie AO senkrecht auf der Ebene des Papieres; seine Axe ist also ein in A auf der Ebene des Paares errichtetes Perpendikel, d. h. die Linie AD selbst (wofür der geometrische Beweis wohl nicht ausgeführt zu werden braucht). Das resultirende Paar ist also bestimmt nach Drehungsrichtung und Größe des Momentes durch die Diagonale eines Parallelogrammes, dessen anliegende Seiten die Axen der componirenden Paare sind, wenn man dieselben so lang als ihre Momente macht, was zu beweisen war. Ebenso, wie man nach diesem Paare zu einem Resultirenden zusammensetzen kann, kann man natürlich auch ein Paar zerlegen, d. h. mehrere Paare angeben, die, wenn sie zusammenwirken, ein Drehungsbestreben hervorbringen, das nach Richtung und Größe mit dem gegebenen zusammenfällt.

55 Mit Hülfe dieses Satzes sind nun die drei allgemeinen Fragen am arthrodischen Gelenke augenblicklich zu beantworten. 1) Für einen gespannten Muskel das Drehungsbestreben zu bestimmen, heißt nichts anderes, als sein Moment berechnen. (Wir wollen fernerhin schlechtweg Moment des Muskels das Moment desjenigen Kräftepaares nennen, das der Wirkung des Muskels äquivalent ist.) Man fällt nämlich vom Drehpunkte auf die Richtung der Resultante des Muskels ein Perpendikel, das den Hebelarm des Paares darstellt, und multiplicirt mit seiner Länge die Größe der Spannung. Das Product ist das gesuchte Moment, dessen Axe sich findet, wenn man auf die Ebene, welche die Resultante des Muskels und den Drehpunkt enthält, in letzterem ein Perpendikel nach der übereingekommenen Seite errichtet. 2) Haben mehrere Muskeln gleichzeitig gegebene Spannungen, so berechnet man, wie eben, die Momente, trägt sie als Längen auf den entsprechenden Axen ab und bestimmt nach der bewiesenen Regel das resultirende Moment. Hätte sich z. B. für eine bestimmte Combination am linken Oberschenkel seine Größe $= 12$ herausgestellt, und hätte sich die Axe desselben als gerade von hinten nach vorn gerichtet gefunden (es wäre alsdann ein adducirendes), so hieße das, unter Festhaltung der früher gewählten Einheiten, man müßte in einer von rechts nach links durch den Drehpunkt gehenden Verticalebene (die auf der Axe des resultirenden Paares senkrecht stände, also die Ebene desselben sein müßte), irgendwo 1 Meter vom Drehpunkte entfernt, die Kraft 12 Kilogramme**) im adducirenden Sinne anbringen, um den vorausgesetzten Muskelspannungen Gleichgewicht zu halten. Es braucht wohl kaum besonders darauf aufmerksam gemacht zu werden, daß in unserem Falle mit dem festen Drehpunkte die eine Kraft dasselbe leistet, wie ein Paar aus zwei solchen Kräften mit dem Momente

*) Moment = Kraft × Hebelarm.

**) Oder die Kraft 24 Kilogramme in 0,5 Meter Entfernung u. s. w.

Digitized by Google

12, da man ja eben am festen Punkte sofort noch eine gleiche parallele und entgegengesetzt gerichtete Kraft angebracht denken darf, ohne das Gleichgewicht zu stören.

3) Es sei gegeben eine durch den Drehpunkt eines arthrodischen Gelenkes 56
irgendwie gezogene Linie, um welche als Axe ein Drehungsstreben von gegebener Intensität hervorgebracht werden soll. Es wird gefragt, welche Spannungen müssen den einzelnen auf das betreffende Gelenk wirkenden Muskeln beigelegt werden, damit das gedachte Drehungsstreben um die gegebene Axe wirklich vorhanden sei. Man sieht leicht, daß, wenn die Anzahl der Muskeln, folglich die der verfügbaren Spannungen, eine gewisse Gränze überschreitet, das Problem nicht mehr zu den bestimmten gehört, d. h. daß man verschiedene Zusammenstellungen der Muskelspannungen wird auswählen können, welche den gewünschten Erfolg sämmtlich hervorbringen. Soll dieses Problem besser übersehen werden, so ist es gut, mit den einzelnen Größen — mit den Momenten der einzelnen Muskeln — noch einige Umformungen vorzunehmen. Das Moment jedes einzelnen Muskels ist hier, da seine Spannung erst gefunden werden soll, an Größe noch nicht bekannt; nur seine Axe und die Länge des Hebelarmes ist bekannt, da ja die Richtung der Resultante eines Muskels unabhängig von der Größe der Spannung desselben ist. Das Moment jedes Muskels tritt also hier auf als Product einer unbekannten Größe seiner zu bestimmenden Spannung (die mit x, y &c. in üblicher Weise bezeichnet werden mag) und eines bekannten Factors der Länge des Hebelarmes (mit r bezeichnet). Es wird alsdann zerlegt in drei Componenten nach drei auf einander senkrechten Richtungen. Diese Zerlegung ist auch trotz des einen unbekannten Factors immer möglich, da die Richtung des zu zerlegenden Momentes (seine Axe) bekannt ist. Die Zerlegung besteht nämlich einfach darin, daß man das unter der Form $x \,.\, r$ auftretende Moment, multiplicirt mit den Cosinus der drei Winkel, welche seine Axe mit den drei gewählten, auf einander senkrechten Richtungen bildet; denn die drei anliegenden Seiten eines rechtwinkeligen Parallelepipedons verhalten sich zu seiner Diagonale wie die Cosinus der Winkel, die diese mit den Seiten macht, sich verhalten zu 1. Heißen also diese Winkel α, β, γ, so sind die drei Componenten $x \,.\, r \cos\alpha$; $x \,.\, r \cos\beta$; $x \,.\, r \cos\gamma$. Jede Componente behält also den unbekannten Factor bei. Ist diese Zerlegung für alle einzelnen Muskeln ausgeführt, so kann man die nach jeder der drei Richtungen wirkenden Componenten zu einer Summe vereinigen, die ein noch zu bestimmendes Moment um diese Richtung als Axe bedeuten. Diese drei Summen, in deren Bildung die zu bestimmenden Unbekannten, deren Zahl mit der der verfügbaren Muskeln übereinstimmt, seien der Reihe nach durch L, M, N bezeichnet. Man zerlegt das vorgegebene Moment ebenfalls in drei Componenten nach denselben Richtungen und erhält natürlich drei vollständig bestimmte Größen, die durch P, Q, R in derselben Reihenfolge bezeichnet werden mögen. Die Lösung des Problemes besteht darin, über die in die Bildung der Größen L, M, N eingehenden unbekannten Factoren so zu disponiren, daß diese Größen, einzeln genommen, den Größen P, Q, R gleich werden. Die Lösung hängt also ab von der Lösung der drei Gleichungen $L = P$, $M = Q$, $N = R$. Denn wenn diesen genügt ist, so sind in der That die drei rechtwinkeligen Componenten des, vermöge der

Digitized by Google

Muskelſpannungen, wirklich vorhandenen Drehungsbeſtrebens gleich den nach denſelben Richtungen wirkenden Componenten des geforderten, oder, was daſſelbe iſt, wenn man die drei Momente L, M, N zu einem einzigen zuſammenſetzte, ſo würde dies, in Beziehung auf ſeine Größe und die Lage ſeiner Axe, mit dem Geforderten übereinkommen. Die Größen L, M, N ſind aber Summen von der Form $x.a + y.a_1 + z.a_2 + \ldots . x b + y b_1 + z b_2 - \ldots$; $x.c + y c_1 + c'$ ꝛc., wo die Coefficienten a, $a_1 \ldots b$, $b_1 \ldots c$, c_1 ꝛc. bloß von der anatomiſchen Lage und Beſchaffenheit der Muskeln abhängen. Die Größen a ſind nämlich, wie wir ſahen, Producte aus einem Hebelarme r und einem $\cos\alpha$ eines Winkels mit der erſten Richtung, die Größen b Producte eines r und eines $\cos\beta$ von einem Winkel mit der zweiten Richtung, und die Größen c beſtehen aus einem r und einem $\cos\gamma$, der ſich auf die dritte der gewählten auf einander ſenkrechten Richtungen bezieht. x, y, $z \ldots$ ſind die geſuchten Spannungen der Muskeln. Man hat alſo zwiſchen dieſen Größen, deren Zahl ſehr groß ſein kann, nur drei Gleichungen, und das Problem gehört daher, wie oben ſchon angedeutet wurde, zu den unbeſtimmten. Einer Einſchränkung ſind zwar die Unbekannten zu unterwerfen; ſie müſſen nämlich der Natur der Sache nach poſitive Werthe haben, da ein negativer Werth einer Muskelſpannung nach den getroffenen Verabredungen ſo gedeutet werden müßte, daß die Wirkung der Kraft vom Urſprunge des Muskels nach dem Anſatze gerichtet wäre, während ſie doch immer die entgegengeſetzte Richtung hat, wenn man unter Anſatz, wie dies gewöhnlich geſchieht, die Anheftung an dem für die betreffende Betrachtung als beweglich angeſehenen Theile verſteht. Unter dieſer einſchränkenden Annahme, daß man nur unter den poſitiven Größen die Werthe von x, y ꝛc. zu wählen hat, zeigt ſich die Löſung des Problemes in ſpeciellen Fällen ſehr häufig als unmöglich, ſelbſt wenn die Zahl der zu wählenden Werthe 3 überſteigt, wenn alſo das Problem unendlich viele Löſungen haben würde, ſobald die Verfügung uneingeſchränkt wäre. Wenn aber die Löſung überhaupt möglich iſt, ſo iſt ſie auch allemal unbeſtimmt; man kann dann nämlich allemal nur drei der unbekannten Größen in algebraiſchen Ausdrücken darſtellen, welche die übrigen Unbekannten noch enthalten. Es laſſen ſich in ſolchen Fällen meiſt nur gewiſſe Gränzen angeben, zwiſchen denen die Beziehung einzelner der unbekannten Größen variiren kann. Es läßt ſich beiſpielsweiſe angeben, in dieſem beſtimmten Falle darf die Größe y nicht kleiner, als dreimal ſo groß als x ſein u. dergl. mehr.

Welche phyſiſche Bedeutung die Unmöglichkeit der Löſung unſeres Problemes hat, iſt leicht aus folgendem Beiſpiele zu erſehen. Man nehme an, dem Oberſchenkel eines Menſchen wären alle Muskeln, die irgendwie eine Flexion hervorbringen können, durchſchnitten; man würde dann immer noch mehr als drei übrig behalten. Stellte man jetzt die Frage: in welche Spannungen müſſen dieſe verſetzt werden, daß die Geſammtwirkung in einem Drehungsſtreben beſteht um eine von rechts nach links horizontal durch den Drehpunkt gelegte Axe, von irgend einer beſtimmten Intenſität, und zwar derart, daß die Drehung das Knie nach aufwärts brächte; d. h. alſo anatomiſch geſprochen: man ſoll den Muskeln eine Spannung beilegen, daß der Geſammteffect ein reines Flexionsbeſtreben von gewiſſer Stärke wird. Es

Digitized by Google

sieht jeder sofort, daß dies unmöglich ist, obwohl noch eine Reihe von Muskeln, die in verschiedenen Richtungen wirken, zur Verfügung stehen; so lange wenigstens jeder Muskel in der Richtung vom Ansatze nach dem Ursprunge zieht. Wäre diese Einschränkung nicht vorhanden, könnten die Muskeln auch drücken statt zu ziehen, so würde man auch mittelst der Extensoren den Schenkel flectiren können. Diese Einschränkung wird aber, wie gesagt, algebraisch sich so darstellen, daß den Gleichungen nur durch positive Werthe der Unbekannten Genüge geschehen soll.

Die Aufgabe kann auch bei mehr als drei Muskeln sofort zu einer bestimmten gemacht werden, wenn man eine der Sache an sich fremde Bedingung einführt, die aber höchst wahrscheinlich in vielen Fällen in der Wirklichkeit erfüllt wird. Man braucht nämlich nur die Frage zu stellen: wie kann das verlangte Drehungsstreben mit einem möglichst kleinen Gesammtaufwande an Muskelspannung hergestellt werden, oder algebraisch: wie kann man den drei Gleichungen $L = P$, $M = Q$, $N = R$ durch positive Werthe von x, y, z ꝛc. genügen, deren Summe $x + y + z +$ ꝛc. möglichst klein ist. Allgemeine algebraische Methoden, zu diesem Ziele führend, sind mir nicht bekannt. Wie man sich in besonderen Fällen helfen kann, siehe in der citirten Abhandlung über die Bewegungen des Auges.

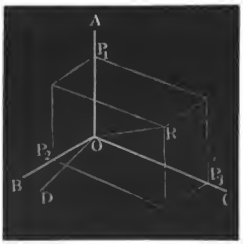
Es kann offenbar von vorn herein gefragt werden, wie viele Muskeln sind 57
überall nothwendig, um an einem Gelenke mit einem bloßen Drehpunkte alle möglichen Bewegungen durch irgend welche Combinationen ihrer Spannungen hervorbringen zu können, und wie müssen sie gelagert sein*)? Es ist sehr leicht zu sehen, daß vier Muskeln allemal genügen, wenn eine gewisse Einschränkung für ihre Lage gemacht ist. Diese Einschränkung kann auf mehrere Arten ausgesprochen werden. Man denke sich vor Allem die Muskeln ersetzt durch die Halbaxen, um welche jeder, allein wirkend gedacht, eine Drehung hervorbringen würde, derart, daß man auf ihnen nur die gewisse Länge abzutragen brauchte, um das Moment des Muskels für irgend einen gegebenen Fall zu haben. Wenn jetzt die vier Muskeln eine Drehung um jede beliebige Axe durch Zusammenwirken sollen hervorbringen können, so muß die Lage der vier Halbaxen folgender Bedingung unterworfen sein. Wenn man auf jeder Halbaxe eine beliebige Länge abträgt, so hat man vier Punkte im Raume, die als Ecken eines Tetraeders (nicht gerade eines regelmäßigen) angesehen werden können; liegt nun der Drehpunkt in diesem Tetraeder, so ist jede Drehung möglich; liegt er außerhalb desselben, so sind gewisse Axen ausgeschlossen, so kann um gewisse Axen durch keine Combination der Muskeln eine Drehung hervorgebracht werden. Die Bedingung läßt sich auch noch so formuliren: legt man durch zwei der Halbaxen eine unbegränzte Ebene, so müssen jedesmal die beiden anderen auf entgegengesetzten Seiten dieser Ebene liegen; oder auch so: combinirt man die Axen zu drei, so lassen sich vier hohle körperliche Ecken bilden; füllen diese den ganzen Raum aus, so ist jede Drehung möglich, wo nicht, nicht. Der Beweis für diese Behauptung ist durch geometrische Anschauung sehr leicht zu führen, und wird dabei

*) A. Fick, noch eine Notiz über die Augenmuskeln. Zeitschr. für rat. Med. Neue Folge. Bd. 5. S. 331.

Digitized by Google

sogleich ersichtlich, welche Axen bei einem Systeme von vier Muskeln ausgeschlossen sind, das die aufgestellte Bedingung nicht erfüllt. Seien die nach der einen Seite unbegränzt gedachten Linien OA, OB, OC, OD, Fig. 21, vier Halbaxen, in dem Punkte O anfangend, von der beschriebenen Beschaffenheit. OA ist gerade nach oben gerichtet, OB nach vorn, unten und links, OC nach vorn, unten und rechts, OD nach unten und hinten. Es wäre also beispielsweise der dritte Muskel des Systemes so angelegt, daß er, allein wirksam, eine Drehung hervorbrächte, die ein in OC mit den Füßen nach O, mit dem Kopfe nach C hin aufgestellter Beobachter so vor sich gehen sähe, wie die Zeiger einer Uhr sich drehen, deren Zifferblatt er ansieht. Sei nun OR das geforderte Moment, d. h. es sei verlangt, ein Drehungsbestreben zu erzielen um die Linie OR, als Axe von einer Intensität, die durch die Länge OR gemessen wird. Die vier hohlen Ecken (OA, OB, OC), (OA, OB, OD), (OA, OC, OD) und (OB, OC, OD) füllen, der Voraussetzung gemäß (die Anschauung setzt es in unserem Falle außer allen Zweifel) den ganzen Raum aus. Die Halbaxe OR liegt also, sie mag eine Richtung haben welche sie will, allemal in einer dieser hohlen Ecken, in unserem Beispiele in der Ecke OA, OB, OC. Legt man daher jetzt durch den Punkt R drei Ebenen parallel zu den drei Ebenen (OA, OB), (OB, OC) und (OC, OA), so schneiden diese die Halbaxen OA, OB, OC jedenfalls selbst, nicht ihre Verlängerungen, und begränzen nebst den genannten drei Ebenen ein Parallelepiped, dessen Kanten in der Figur gezeichnet sind. Der Muskel, der allein wirkend um die Axe OA dreht, kann nun offenbar bei einer gewissen positiven Spannung ein Moment $= P_1$ haben, der zweite ein solches $= P_2$ und der dritte $= P_3$. Ertheilt man aber den drei Muskeln diese Spannungen wirklich, läßt den vierten ruhen, so ist das resultirende Moment OR die Diagonale des Parallelepipedes, dessen Seiten OP_1, OP_2, OP_3 sind. Da aber die Lage und Größe von OR unter der Voraussetzung, die wir machten, jede beliebige sein konnte, so ist bewiesen, daß das vorausgesetzte System von vier Muskeln jede beliebige Drehung hervorbringen kann. Es braucht jetzt nicht noch bewiesen zu werden, daß ein System von mehr als vier Muskeln sicher allemal den Ansprüchen genügt, sobald sich vier Muskeln darunter befinden, die die obigen Bedingungen befriedigen.

Fig. 21.



Werfen wir noch einen Blick auf ein System von vier Muskeln, das der Bedingung nicht genügt. Es muß bei einem solchen allemal eine der Halbaxen in der hohlen Ecke liegen, welche die drei anderen bilden; also um so mehr müssen zwei Halbaxen auf derselben Seite der Ebene liegen, die man durch die beiden übrigen legen kann. Seien, Fig. 22, die vier analog bezeichneten Linien vier solcher Axen; die Ebene (OB, OC) mag horizontal gedacht sein und die Axen OA und OD liegen beide unter dem Horizonte; insbesondere liege die Halbaxe OA noch innerhalb der hohlen Ecke (OB, OC, OD). Liegt jetzt die

Digitized by Google

geforderte Momentaxe OR oberhalb der Horizontalebene, so schneiden die Ebenen, mit Hülfe deren das Parallelepiped zu construiren ist, man mag wählen wie man wolle, nicht mehr alle drei gewählte Halbaxen selbst, sondern nothwendig mindestens eine in der Verlängerung. In dem Beispiele der Figur würde die Verlängerung der Halbaxe OA getroffen und das die Resultante OR componirende Moment des ersten Muskels müßte OP_1 sein, das hieße aber, derselbe müßte eine Drehung hervorbringen, die ein mit den Füßen nach O, mit dem Kopfe nach P_1 gerichteter Beobachter wie die Drehung eines Uhrzeigers sähe, was unmöglich ist, weil er gedachte Muskel um dieselbe Linie in entgegengesetztem Sinne durch seinen Zug dreht. Ganz Aehnliches fände aber statt, wenn die verlangte Halbaxe OR zwar unterhalb der Horizontalebene, aber immer noch außerhalb der hohlen Ecke (OB, OC, OD) fiele, wovon ein Blick auf die Figur 23 überzeugen kann. Es ist also die ganze Axengruppe ausgeschlossen, welche außerhalb der erwähnten hohlen Ecke oder innerhalb der gleichbenannten erhabenen, mehr als den halben Raum betragenden, Ecke liegt. Sind mehr als vier Muskeln vorhanden, die der Grundbedingung nicht genügen, so wird man unter ihren Axen allemal wieder drei heraussuchen können, die sich zu einer alle übrigen umschließenden hohlen Ecke combiniren lassen; die durch sie gebildete erhabene Ecke umschließt dann wiederum alle Halbaxen, um welche eine Drehung nicht bewirkt werden kann.

Fig. 22.

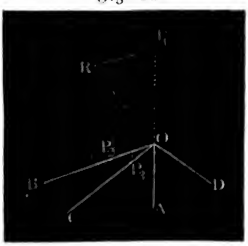


Fig. 23.

Die Resultate unserer bisherigen Betrachtungen können noch in etwas anderer Form dargestellt werden, wo sie sich dann der anatomischen Nomenclatur mehr anschließen. Durch ein Gelenk mit nur einem festen Punkte, z. B. durch das rechte Hüftgelenk, kann man sich drei auf einander senkrechte Halbaxen gelegt denken; die eine vertical aufwärts, die zweite horizontal von rechts nach links (zur symmetrisch theilenden Medianebene senkrecht), die dritte dieser parallel horizontal nach hinten. Man nennt dann die um diese Axen ausgeführten Bewegungen gemeiniglich in derselben Reihenfolge Rotation nach Außen, Flexion und Adduction; die entgegengesetztsinnigen Drehungen (also die Drehungen um die entgegengesetzt gerichteten Halbaxen oder, was dasselbe ist, um die Verlängerungen der ursprünglich gewählten, d. h. also um eine nach unten, nach außen und nach vorn gerichtete) heißen dann Rotation nach Innen, Extension und Abduction. 58

Wenn die Axen dieser letzten drei Bewegungen, d. h. die Verlängerungen der zuerst gewählten drei Halbaxen nach der anderen Seite des Ursprunges noch

Digitized by Google

mitgezählt werden, so hat man im Ganzen sechs Halbaxen, welche acht rechtwinkelige hohle Ecken mit einander bilden, die den ganzen Raum ausfüllen. Es ist nun wohl sehr unwahrscheinlich, daß irgend ein Muskel, wenn er allein wirksam wäre, eine Drehung gerade um eine dieser drei Halbaxen hervorbringen würde, aber die Axe muß in eine der acht erwähnten hohlen Ecken fallen. Man wird also allemal sein Drehungsmoment in drei zu einander rechtwinkelige Componenten zerlegen können nach drei der sechs Halbaxen, deren Verhältniß obendrein noch bloß von der Richtung der Axe, nicht von dem Maße des Momentes abhängt. So könnte man offenbar alle auf ein arthrodisches Gelenk wirkenden Muskeln durchgehen und das Verhältniß der drei Componenten für jeden einzelnen finden, oder, wenn man lieber will, jedem der Muskeln die der Einheit gleiche Contractionsenergie beilegen und für diesen Fall die absoluten Maße der jedesmaligen drei Componenten angeben. Auf diese Weise würden sich die gesammten Muskeln des Gelenkes zu einer Tabelle*) zusammenordnen, die aus drei Doppelcolumnen zusammengesetzt wäre. Die erste würde die Axen der Rotation nach außen und der Rotation nach innen, die zweite die Axen der Flexion und Extension, die dritte die der Adduction und Abduction enthalten. Jeder Muskel würde in jeder der drei Doppelcolumnen einmal auftreten, aber auch nur einmal, denn er kann bei der hier angenommenen Zerlegungsweise nicht eine Componente nach zwei entgegengesetzten Halbaxen haben, also z. B. nicht gleichzeitig ein componirendes Moment um die Flexions- und Extensionsaxe. Diese jedesmaligen drei Componenten haben dann auch noch einen physischen Sinn: Angenommen, ein Muskel hätte beispielsweise eine Componente nach der Flexionsaxe = 0,27, so würde er, wenn durch irgend welche sonstige Veranstaltungen die Flexionsaxe fest gemacht und keine Drehung um eine andere Axe als diese gestattet wäre, ein Flexionsbestreben = 0,27 hervorbringen, wenn sein Contractionsbestreben der Einheit gleich wäre. Aus dem unmittelbaren Gefühle für die Größenverhältnisse dieser Momentscomponenten, wie es auf den gröblichen anatomischen Augenschein hin urtheilt, entstanden die Namen der Muskeln, die in den anatomischen Handbüchern als physiologische verzeichnet werden. Man sieht es nämlich der Lage eines Muskels in der Mehrzahl der Fälle unmittelbar an, welcher von den sechs Haupt-Halbaxen die Drehungsaxe des Muskels am nächsten sich anschließt. Seine Componente nach dieser (die Projection seines Momentes auf dieselbe) ist dann die größte unter den dreien. Ist sie auffallend größer als die beiden anderen, so giebt man nach ihr dem Muskel geradezu den Namen. So nennt man z. B. den M. iliopsoas einen Flexor des Oberschenkels schlechtweg, weil offenbar seine flectirende Componente die beiden übrigen bedeutend überwiegt. Aber es wird gleichwohl Niemandem einfallen, zu glauben, wenn sich der genannte Muskel allein contrahirte, würde eine reine Flexion entstehen, d. h. eine Erhebung des Schenkels genau um eine von rechts nach links horizontal laufende Linie als Axe. Herrscht offenbar keine der drei Componenten über die beiden anderen sehr auffallend vor, oder sind

*) Ich habe eine solche Tabelle für die Oberschenkelmuskeln einmal aus Messungen berechnet, sie findet sich Ztschr. für rat. Med. Bd. 9. S. 94.

Digitized by Google

namentlich zwei derselben nahezu gleich groß, so wird die eine als sogenannte Haupt-, die andere als Nebenwirkung hingestellt, und man sagt in diesem Sinne vom M. glutaeus maximus, er sei extensor femoris, und habe die Nebenwirkung, den Schenkel nach außen zu rotiren.

Alle bisher gemachten Erörterungen gelten natürlich nur für die statischen 59
Verhältnisse in einer bestimmten Lage des betreffenden Gelenkes; sobald diese Stellung durch eine wirkliche Wirkung der Muskeln verändert wird, verändern sich sofort auch die Lagen der Muskeln selbst, sowohl im absoluten Raume als auch relativ gegen die Knochen, auf die sie wirken, und die für die erste Stellung berechneten Momentaxen haben keinen Sinn mehr; es müßten für die neue Stellung von neuem die Axen bestimmt werden. Man sieht indessen die Möglichkeit ein, auch eine endlich große Bewegung vollständig mechanisch zu zergliedern. Eine solche kann nämlich (nach Nro. 47) allemal angesehen werden als die Abwickelung zweier Kegelflächen, von denen die eine im Raume, die andere in dem bewegten Systeme eine feste Lage hat und deren Spitzen mit dem Drehpunkte zusammenfallen. Stellt man sich irgend ein bestimmtes Stadium der Abwickelung vor, so ist offenbar die Lage aller Punkte des festen Systemes, folglich aller Muskelansätze im Raume gegeben, die Ursprünge bleiben ohnehin an ihren Stellen, und man kennt demnach für die herausgegriffene Lage die Richtungen der Kräfte; man kennt außerdem die Lage der Drehungsaxe, die in dem Stadium der Abwickelung für die folgende unendlich kleine Elementardrehung — und aus solchen unendlich kleinen Elementardrehungen ist ja die ganze Abwickelung zusammengesetzt — gefordert wird; man kann folglich die Spannungen der einzelnen Muskeln nach den obigen Principien ermitteln, welche durch ihr Zusammenwirken die Drehung um die geforderte Axe einleiten. Natürlich wird dabei wieder eine Willkürlichkeit statt haben, wenn nicht immer noch die Hülfshypothese des möglichst kleinen Gesammtaufwandes an Spannung gemacht wird. Indem man nun zu der unmittelbar folgenden Lage übergeht, die nur unendlich wenig von der vorhergehenden verschieden ist, kann man von neuem die Lagen der Muskelansätze im Raume bestimmen und die veränderten Längen der einzelnen Muskeln berechnen und mit den vorhergehenden vergleichen. Es wird sich dann ergeben, daß gewisse Muskeln eine unendlich kleine Verkürzung, andere eine unendlich kleine Verlängerung erfahren haben; insbesondere wird es recht gut möglich sein, daß auch solche Muskeln, deren Mitwirkung durch eine namhafte Spannung bei der gedachten Elementardrehung absolut erforderlich war, gleichwohl durch die Ausführung selbst eine Verlängerung erfuhren. Es kann also, wenn am Ende einer Bewegung gewisse Muskeln verkürzt gefunden werden, nicht behauptet werden, daß sie **allein** dabei activ betheiligt waren. Während dieses unendlich kleinen Stadiums der Verlängerung oder Verkürzung gilt nun die berechnete Spannung. In dieser Weise müßte die ganze Abwickelung durchgangen werden.

Wollte man diese Betrachtung für einen speciellen Fall wirklich einmal ausführen, so müßte noch besonders beachtet werden, daß möglicherweise in jedem Stadium der Bewegung auch die Größe des resultirenden geforderten Momentes

Digitized by Google

eine andere sein könnte außer der Richtung seiner Axe. Bei einer solchen Bewegung nämlich kann es sich darum handeln, bloß Widerstände gerade zu überwinden, und es müßte alsdann in jedem Augenblicke das resultirende Moment der Kräfte, wenn die Bewegung mit constanter Geschwindigkeit ausgeführt werden soll, und unter Widerstand alles begriffen wird, was eine Verzögerung hervorbringen kann, gerade gleich sein dem resultirenden Momente der Widerstände zu derselben Zeit. Offenbar kann aber das letztere veränderlich gedacht werden. In anderen Fällen kann mit einer derartigen Drehung auch noch die Fortbewegung einer Last beabsichtigt werden (möglicherweise auch nur die des bewegten Gliedes). In diesem Falle muß auch das resultirende Moment immer größer sein als das Moment der Last, das allemal, je nach der Lage derselben, in den einzelnen Stadien der Bewegung verschieden sein wird. Namentlich würden, mit Berucksichtigung dieses letzteren Umstandes, z. B. die Bewegungen des Oberschenkels durch seine Muskeln zu untersuchen sein. Endlich darf noch ein wirksamer Factor nicht übergangen werden, es kann nämlich bei einer Bewegung irgend ein Band schon einen gewissen Spannungsgrad erlangt haben, ohne darum die Weiterbewegung absolut zu verhindern. Im letzteren Falle (wenn seine Dehnbarkeit erschöpft wäre) würde sofort keine Bewegung mehr möglich sein, als eine Drehung um eine Axe, die durch den Drehpunkt und den Ansatz des Bandes gelegt werden kann, d. h. eine Drehung, bei welcher der Ansatz des Bandes in gleicher Entfernung von seinem Ursprunge bleibt, abgesehen natürlich von allen Bewegungen, bei denen der Ansatz dem Ursprunge des Bandes wieder genähert wird. Wäre aber die Dehnbarkeit noch nicht erschöpft, so würde das Band selbst wie ein Muskel mitwirken, d. h. in der Richtung seiner Fasern einen Zug ausüben, dessen Größe von der Ausdehnung abhängt, die er erlitten hat.

60 Zum Beschlusse dieser Betrachtungen über das Gleichgewicht der Muskelspannungen mit anderen Kräften, wollen wir noch einen von den bisherigen durchaus verschiedenen Fall mit wenigen Worten berühren. Es sind bekanntlich im Thierkörper öfters mit Flüssigkeit gefüllte Hohlräume von muskulösen Wandungen umgeben, deren Spannung auf die enthaltene Flüssigkeit einen Druck ausübt. Es fragt sich nun vor allen Dingen, wie groß muß die Spannung der Muskelfasern der Wand sein, um einem gegebenen Drucke Gleichgewicht zu halten oder umgekehrt. Der Druck soll in Centimetern Wasser ausgedrückt sein, so daß auf ein ebenes Stück der Wand von 1 $\square^{cm}$ Oberfläche vermöge desselben eine darauf senkrechte Kraft (im Schwerpunkte angebracht) wirkt, von ebenso vielen Grammen als die Druckhöhe h Centimeter enthält. Die Muskelfasern der Wand wollen wir ringförmig denken. Seien in einer gewissen Ausdehnung die Ringfasern alle gleich, so daß wir uns aus der Wand ein Band von 1^{cm} Breite herausgeschnitten denken können, das als Stück eines Cylindermantels angesehen werden kann (der vor der Hand noch allgemein, nicht gerade mit kreisförmiger Basis gedacht werden darf). Es sei nun die Energie der Muskelfasern so, daß ein 1^{cm} breites Band der Wand eine Spannung von k Grammen äußert, d. h. daß wenn man das Band gerade streckte, ein Gewicht

Digitized by Google

von kGrammen daran gehängt werden müßte, um dem vorhandenen Contractionsbestreben das Gleichgewicht zu halten, oder daß das Muskelband bei einer Belastung von kGrammen weder verlängert noch verkürzt werde. Innerhalb dieses Bandes muß übrigens im Gleichgewicht nothwendig die Spannung an allen Stellen dieselbe sein. Wir greifen an irgend einer Stelle drei consecutive unendlich kleine Elemente heraus, die wir in einem zur Breitendimension senkrechten Schnitte, Fig. 24, als Linien darstellen, indem wir die Dicke des Bandes vernachlässigen. Die Länge des Elementes bc mag $= \delta$ gesetzt werden. Ueber a und d hinaus geht dann die Krümmung des Bandes nach f und g weiter. Auf das Element bc wirken folgende Kräfte: 1) normal gegen seine Oberfläche, also in der Richtung der auf seine Mitte gestellten Pfeilspitze von der Seite von e her, der Antheil des Druckes h von der Flüssigkeit, welcher der Größe seiner Oberfläche entspricht. Diese ist aber ein Rechteck, dessen eine Seite (die Breite des Bandes senkrecht gegen die Ebene der Figur zu denken) 1^{cm}, dessen andere Seite $= bc = \delta$ ist. Sein Flächenraum ist also $= \delta . 1$ und es wirkt in der normalen Richtung folglich eine Kraft $= h . \delta$ Gramme. 2) An jedem Ende des Elementes wirkt in tangentialer Richtung, also nach der Richtung der benachbarten Elemente ab und cd oder nach der Richtung der Pfeilspitzen an i und l, die im Bande vorhandene Spannung von kGrammen. Um zu sehen, wie diese drei Kräfte beschaffen sein müssen, damit sie sich Gleichgewicht halten, zerlegen wir die letzteren in je zwei Componenten nach den Richtungen bh und ck und den darauf senkrechten bc und ec; diese können wegen der unendlichen Kleinheit von bc als zusammenfallend unter einander und mit der Richtung des Druckes angesehen werden, so daß, wenn, wie sich leicht zeigt, die beiden anderen Componenten nach bh und ck sich selbst gegenseitig aufheben, die Gleichgewichtsbedingung einfach darin besteht, daß die Summe der beiden nach e hin gerichteten Componenten dem Drucke $h\delta$ gleich sein muß. Man sieht aber sofort, daß die beiden Winkel hbi und kcl (die sogenannten Contingenzwinkel) sich nur unterscheiden können um eine Größe, die gegen ihre eigene Größe verschwindend klein ist, vorausgesetzt, daß an der betrachteten Stelle die Krümmung der Curve nur continuirliche Aenderungen erleidet. Bezeichnet man den Winkel hbi mit ε, so ist also $k . cos\ \varepsilon$ die eine in der Richtung bh an h angebrachte Kraftcomponente, und ebenso groß ist die nach ck gerichtete der von c nach l wirkenden Spannung; diese beiden Componenten ziehen in denselben Graden nach entgegengesetzten Seiten und heben sich also auf, die dem Drucke direkt entgegen nach e hinwirkenden Componenten der Spannungen sind beide $= k . sin\ \varepsilon$, ihre Summe $2k\ sin\ \varepsilon$. Man muß also für den Fall des Gleichgewichtes $2k\ sin\ \varepsilon = h\delta$ haben. Die unendlich kleinen Größen $sin\ \varepsilon$ und δ schafft man noch aus der Gleichung weg. Errichtet man in b und c Senkrechte zu den Curvenelementen ab und bc (so schnei-

Fig. 24.

Digitized by Google

den ſich dieſelben im Krümmungsmittelpunkte e und man nennt die Linie eb oder ec (die nur unendlich wenig verſchieden ſind) den Krümmungshalbmeſſer ϱ eine endliche Größe, welche die analytiſche Geometrie für jeden bekannten Punkt einer bekannten Curve finden lehrt. Es iſt Winkel hbl offenbar $= ceb$, folglich $\sin.\ \varepsilon = \frac{bc}{be} = \frac{\delta}{\varrho}$; man hat alſo $2k\frac{\delta}{\varrho} = \delta h$ oder $\frac{2k}{\varrho} = h$; d. h. es muß der Druck in jedem Punkte der doppelten Spannung des Bandes, dividirt durch den Krümmungshalbmeſſer, gleich ſein. Da aber die Spannung in allen Punkten des Bandes gleich iſt und der Druck in einer Flüſſigkeit auch überall gleich iſt, ſo lehrt dieſe Gleichung noch ferner, daß auch der Krümmungshalbmeſſer an allen Stellen des Bandes derſelbe ſein muß, d. h. das Band muß kreisförmig gekrümmt ſein und ϱ wird dann noch geradezu der Radius dieſes Kreiſes ſein. Jedes andere Band des muskulöſen Gefäßes muß ebenſo kreisförmig ſein, kann aber einen anderen Radius haben, dem entſprechend dann aber auch ſeine Spannung eine andere ſein muß.

61 Es ergiebt ſich aus der ſo eben abgeleiteten Gleichung $\frac{2k}{\varrho} = h$ noch der Zuſammenhang zwiſchem dem Halbmeſſer eines elaſtiſchen Rohres und dem Drucke, unter dem es gefüllt iſt, wenigſtens eine erſte Annäherung dafür. Sei nämlich ſein urſprünglicher Halbmeſſer r (wenn gar kein Druck einwirkt) und ſei ϱ der Halbmeſſer, den es unter dem Drucke h annimmt, wobei noch ſeine beiden Enden befeſtigt gedacht werden mögen, ſo daß es keine Verlängerung erleidet. Ein ringförmiges Band von 1^{cm} Breite wird für den Halbmeſſer ϱ geſpannt ſein mit einer Kraft $\frac{2\pi\varrho - 2\pi r}{2\pi r}$. $E = \frac{\varrho - r}{r} E$, wenn E den Elaſticitätsmodulus*) eines 1^{cm} breiten Streifens der Röhrenwand bedeutet. Setzt man dieſen Werth in die Formel $\frac{2k}{\varrho} = h$ ſtatt k ein, ſo hat man $2E\frac{\varrho - r}{r\varrho} = h$, welche Formel den Zuſammenhang zwiſchen Röhrenhalbmeſſer und Druck darſtellt. Ich habe durch einige gröblich angeſtellte Experimente die annähernde Richtigkeit dieſer Formel bewahrheitet.

62 Noch eine Bemerkung über contractile Säcke, die Flüſſigkeiten enthalten,

*) Da dieſer Begriff, der uns noch mehrfach aufſtoßen wird, im erſten Bande nicht erörtert worden iſt, will ich hier ſeine Definition gelegentlich beibringen. Elaſticitätscoefficient oder Elaſticitätsmodulus nennt man dasjenige Gewicht, was diejenige Dimenſion des elaſtiſchen Körpers, in deren Richtung es wirkt, um das Doppelte verlängern würde, unter der Vorausſetzung einer für alle Verlängerungen gültigen Proportionalität zwiſchen Spannung und Verlängerung. Nimmt alſo z. B. ein 0,7 Meter langer Faden unter der Belaſtung von 71 Grammen um 5^{cm} an Länge zu, ſo ſchreiben wir ihm einen Elaſticitätscoefficienten $= 1060$ zu, denn es würde ihn eine Belaſtung (oder Spannung) von 1000 Grammen auf die doppelte Länge bringen, wenn immer noch die Spannung der Verlängerung proportional bliebe, d. h. zwei Spannungen s und s' ſich verhielten wie $s : s' = l - 0{,}7 : l' - 0{,}7$, wo l und l' die Längen des Fadens für die Belaſtungen s und s' wären.

Digitized by Google

drängt sich hier unmittelbar auf, von der mehrfache Anwendung auf Verhältnisse des menschlichen Körpers gemacht werden kann. Wenn sich die ganze Wand eines solchen Sackes oder auch nur ein Theil davon allseitig contrahirt und dadurch seine Oberfläche verkleinert, so muß ganz allgemein das Volum des Sackes der kugelförmigen Gestalt zustreben, weil sie diejenige ist, unter welcher ein gegebener Voluminhalt von der kleinstmöglichen Oberfläche umspannt wird. So wird namentlich bei Contraction des Zwerchfelles die gesammte Bauchhöhle so viel als möglich eine kugelförmige Gestalt anzunehmen streben: dabei wird aber nothwendig der Tiefendurchmesser von vorn nach hinten größer, mit anderen Worten, die Contraction des Zwerchfelles drängt die unteren Rippen nach vorn. Duchenne hat zuerst diesen Umstand beobachtet, ohne jedoch, wie mir scheint, die richtige Erklärung dafür gegeben zu haben.

Drittes Capitel.

Physik der Muskelcontraction.

In dem vorigen Capitel gingen wir aus von dem schließlichen Endresultat 63
einer Zusammenstellung von Muskelwirkungen, d. h. von einer Gleichgewichtslage eines beweglichen Körpertheiles, die durch eine äußere Kraft und die Muskelwirkungen hergestellt wird. Wir hätten so z. B. fragen können, wie wird Gleichgewicht hergestellt, wenn am Beine n Kilogramm in einer gewissen gegebenen Richtung ziehen. Wir sahen dabei die Kraft, die ein Muskel in irgend einer Lage ausüben kann, als eine willkürlich disponible Größe an. In der That waren wir auch dazu berechtigt, denn der Augenschein überzeugt uns täglich, daß es immer eine bestimmte Reizungsintensität geben muß, die einem Muskel einen bestimmt verlangten Grad der Spannung ertheilt, vorausgesetzt natürlich, daß der verlangte Spannungsgrad eine gewisse Gränze nicht übersteigt, die selbst für verschiedene Muskeln sowohl als für verschiedene Zustände desselben Muskels sehr verschieden sein kann. Wir werden uns jetzt mit Fragen ganz anderer Art zu beschäftigen haben, die in größter Allgemeinheit etwa so lauten würden: Wenn den Muskeln gegebene bestimmte Reize zugeführt werden, so erfolgt welche Bewegung? in diese Frage ist auch der zeitliche Verlauf dieser Bewegung mit einbegriffen, man fragt sich also, welche Bewegungsrichtung und welche Geschwindigkeit hat ein der Wirkung der Muskeln ausgesetztes materielles Theilchen in jedem Augenblick. So würde man also z. B. zu fragen haben, welche Bewegung führt ein Finger aus, d. h. wo befinden sich seine Punkte in jedem Augenblick, mit welcher Geschwindigkeit und in welcher Richtung schreiten sie fort, wenn den Armnerven eine ganz bestimmte Summe von Reizen zugeführt wird. Begreiflicherweise kann an eine allgemeine Lösung dieser Probleme gegenwärtig

Digitized by Google

nicht gedacht werden. Es ist bis jetzt nur ein ganz speciell gestelltes, hierher gehöriges Problem von Helmholtz gelöst worden, das allerdings nicht nur durch seine Einfachheit, sondern auch durch sein principielles Interesse voransteht; natürlich experimentell. Theoretisch läßt sich über diesen Gegenstand selbstverständlich nicht eher etwas sagen, als bis man eine genaue Kenntniß vom molekularen Hergange bei der Erregung und Zusammenziehung der Muskelfaser hat.

64 Man denke sich eine Muskelfaser oder (was am Wesen der Sache nichts ändert) ein Bündel gleichlanger paralleler Fasern vertical an ihrem oberen Ende hängend, das untere Ende mit einem bestimmten Gewichte beschwert, man stelle sich sodann vor, der zu dem Muskel gehende Nerv werde momentan einem (elektrischen) Reize ausgesetzt, der darin das Maximum der Erregung hervorbringt, es wird gefragt: wo befindet sich in jedem Augenblicke das angehängte Gewicht? Unter den hier gestellten Bedingungen kann sich dasselbe natürlich bloß in einer verticalen Linie auf und ab bewegen, da der gereizte Muskel lediglich seine Fasern in ihrer eigenen (hier also der verticalen) Richtung verkürzt; die Frage kommt folglich darauf hinaus: wie hoch über einer willkürlichen horizontalen Anfangsebene ist in jedem Augenblicke das Gewicht? Helmholtz bediente sich zur Beantwortung dieser Frage in erster Annäherung eines dem Ludwig'schen Kymographion ähnlichen Apparates. Er verband das Gewicht mit einem schreibenden Stifte, der mit demselben nur vertical auf- und abschwanken konnte und bewegte vor demselben entweder eine vertical gestellte ebene Fläche mit constanter Geschwindigkeit in horizontaler Richtung, oder eine Cylinderfläche ebenfalls mit constanter Geschwindigkeit um ihre verticale Axe rotirend vorbei; auf die eine oder die andere Fläche, notirte die Spitze des schreibenden Stiftes in stetiger Aufeinanderfolge ihre Lagen und zeichnete so darauf eine Curve, deren Abscissen die Zeiten, deren Ordinaten die gesuchten zugehörigen Höhen des Gewichtes über der willkürlichen horizontalen Anfangsebene darstellen.

65 Fig. 25 giebt eine solche Curve, vom Wadenmuskel eines Frosches gezeich-

Fig. 25.

net. Ein Blick auf diese Curve lehrt, daß der momentane Reiz in dem Muskel nicht einen ebenso momentanen Vorgang zur Folge hat, der etwa dem Gewichte einen plötzlichen, vertical aufwärts gerichteten Stoß ertheilt. In diesem Falle hätte die Curve eine Parabel werden müssen, da alsdann das Gewicht sich verhalten hätte wie ein aufwärts geworfener Stein, dessen Höhen über dem Boden $h = ct - \frac{1}{2} gt^2$ sind, wenn die Anfangsgeschwindigkeit c und die

Digitized by Google

Beschleunigung der Schwere g genannt wird, t die verflossene Zeit ist und h die erreichte Höhe. Diese Gleichung entspricht einer Parabel, wenn man t als Abscisse, h als Ordinate ansieht. Im Gegensatze hierzu deutet die geschlängelte Curve der Figur an, daß die auf einen momentanen Reiz erfolgende Zuckung des Muskels ein continuirlich veränderter Zustand in demselben ist, bei welchem nach einander (wenn auch in noch so kurzen Zwischenräumen) verschieden große Kräfte wirksam sind. In der Zeichnung entspricht das Stück der Abscissenaxe zwischen 0 und 5, zwischen 5 und 10 ꝛc. einer Zeit von etwas über $5 \times 0{,}03$ Secunden, die Ordinaten sind die $6^2/_3$ mal vergrößerten Hubhöhen. Es handelt sich nun darum, aus der Form Schlüsse zu ziehen, über die im Muskel entwickelten Kräfte während des Verlaufes der Zuckung. Es kann in dieser Beziehung der Satz aufgestellt werden: So lange die Curve ihre Convexität der Abscissenaxe zukehrt, ist die durch den Muskel entwickelte beschleunigende Kraft größer als die des angehängten Gewichtes*), so lange dagegen die Curve ihre Concavität der Abscissenaxe zukehrt, ist die beschleunigende Kraft des Muskels kleiner als die des angehängten Gewichtes. Man wird diesen Satz leicht einsehen, wenn man Folgendes bedenkt. Die beschleunigende Kraft des Muskels ist aufwärts, die der Schwere abwärts gerichtet, letztere ist constant gleich dem angehängten Gewichte p und die resultirende auf die Masse des Gewichtes wirkende Kraft ist allemal gleich der Differenz von p, vermindert um die gerade geltende Muskelkraft. Ein positiver Werth bedeutet dabei natürlich eine abwärts, ein negativer eine aufwärts gerichtete Resultirende. Würde von irgend einem Augenblicke an die Muskelkraft selbst constant $= p$, so würde von da an die Differenz $= 0$ und die Masse des Gewichtes würde weder aufwärts noch abwärts beschleunigt, müßte also von selbigem Augenblicke an mit der erlangten Geschwindigkeit in der Richtung, die sie hatte, gleichförmig weiter schreiten. Die gezeichnete Curve würde, da die zurückgelegten Wege (die Ordinatendifferenzen) den verflossenen Zeiträumen (den Abscissendifferenzen) proportional wären, von demselben Punkte an eine gerade Linie sein. Diese Gerade wäre gleichzeitig die Tangente an dem Punkte der Curve, von welchem ab die beschleunigende Kraft des Muskels der des Gewichtes gleich gesetzt wurde. Gehen wir von der soeben definirten geraden Linie aus, und nehmen an, die Muskelkraft wäre größer als die Kraft des Gewichtes, so wird die gezeichnete Curve begreiflicherweise aufwärts gebogen, kehrt also der Abscissenaxe die Convexität zu, indem die Masse des Gewichtes schneller steigt oder langsamer sinkt als in dem erstgedachten Falle. Umgekehrt wird bei einem Ueberwiegen des Gewichtes die Curve von der geraden Linie aus abwärts gebogen und kehrt der Abscissenaxe ihre concave Seite zu.

Die Figur 26 (a. f. S.) mag das soeben Gesagte noch anschaulich machen. Wir 66

*) Streng genommen sollte es heißen, größer als die Summe aller Kräfte, die den Muskel zu verlängern streben oder sich seiner Verkürzung widersetzen.

Digitized by Google

denken uns zuerſt die Maſſe des Gewichtes*) nach Verlauf der Zeit Aa in der Höhe ae angekommen und mit einer aufwärts gerichteten Geſchwindigkeit von ſolcher Größe begabt, daß ſie, wenn keine Beſchleunigung mehr wirkſam wäre, nach Verlauf der Zeit ac in der Höhe ct ankäme, d. h. die gezeichnete Curve wäre, wenn von a an Muskelkraft und Gewicht einander gleich würden und blieben, die gerade Linie ct und die Geſchwindigkeit könnte man meſſen durch $\frac{ct - ae}{ac}$. Nun wollen wir aber annehmen, die Muskelkraft sei während des Zeitraumes ac größer als die Kraft des Gewichtes, dann wird die aufwärts gerichtete Geſchwindigkeit beſchleunigt und das Gewicht hat nach Verlauf der ſehr kleinen Zeit ab ſtatt der Höhe bk ſchon die größere Höhe bf erreicht. Hörte jetzt der Ueberſchuß der Muskelkraft über die Schwerkraft des Gewichtes auf, ſo käme mit der erlangten Geſchwindigkeit das Gewicht nach Verfluß des folgenden Zeittheilchens bc in die Höhe cl; wenn aber der Vorausſetzung gemäß ein Ueberſchuß auch jetzt noch da iſt, ſo wird abermals die aufwärts gerichtete Geſchwindigkeit beſchleunigt und das Gewicht kommt in die Höhe cg ſtatt nach l. Daß aus lauter ſo conſtruirten Linien ſich ein Polygon zuſammenſetzt, das beim Gränzübergange ins Unendlichkleine zu einer nach der Abſciſſenaxe convexen Curve wird, ſieht man ohne weiteres. Aber auch, wenn in einem anderen Stadium der Bewegung, etwa nach Verfluß der Zeit Aa' (vom Anfang gerechnet) das Gewicht mit einer abwärts gerichteten Geſchwindigkeit ſich in c' befindet, welche es, ſofern ſie unverändert bliebe, die gerade Linie $c'l'$ zeichnen ließe, kommt eine nach der Abſciſſenaxe convexe Curve heraus, ſobald die Muskelkraft die Schwerkraft überwiegt; denn die auch wieder aufwärts gerichtete reſultirende beſchleunigende Kraft verzögert die abwärts gerichtete Geſchwindigkeit, und das Gewicht kommt in den Augenblicken b' und c' in f' und g' an, ſtatt in k' und l', woſelbſt es ſich befinden würde, wenn allemal im letzten Zeitabſchnitte der Ueberſchuß der Muskelkraft über die Schwerkraft weggefallen wäre. Nehmen wir umgekehrt an, die reſultirende beſchleunigende Kraft wäre nach unten gerichtet, d. h. die Muskelkraft kleiner als die Schwere des Gewichtes, ſo wird das wiederum von e mit der aufwärts gerichteten Geſchwindigkeit $\frac{ct - ae}{ac}$ ausgehende Gewicht, nach Verfluß der kleinen Zeit ab, ſtatt der Höhe bk nur die Höhe bh erreicht haben, weil ſeine aufwärts gerichtete Geſchwindigkeit durch die abwärts gerichtete Kraft eine Verzögerung erlitt; ebenſo wird es im folgen-

Fig. 26.

*) Wir haben dieſelbe bisher ſtillſchweigend immer in einem geometriſchen Punkte vereinigt vorausgeſetzt und wollen das auch ferner thun.

Digitized by Google

den Zeitabschnitte bc durch eine abermalige Verzögerung nach i kommen. Im zweiten Falle, wo das Theilchen mit der abwärts gerichteten Geschwindigkeit $\frac{a'e' - c't'}{a'c'}$ von e' ausgeht, wird dieselbe unter unserer jetzigen Bedingung beschleunigt und das Gewicht in den Zeitaugenblicken b' und c' in h' und i' ankommen. In beiden Fällen aber sieht man auf den ersten Blick, daß sich aus den geraden Abschnitten eh, hi und eh', $h'i'$ ein nach der Abscissenaxe concaves Curvenstück zusammensetzt. Es ist somit außer Zweifel: So lange die Curve ihre Convexität der Abscissenaxe zukehrt, ist die Differenz zwischen Muskelkraft und Schwerkraft der Belastung negativ, d. h. die Muskelkraft größer, so lange die Curve der Abscissenaxe ihre Concavität zukehrt, ist die Differenz positiv oder die Muskelkraft kleiner als das Gewicht. Daraus geht nun sofort die wichtige Folgerung hervor: in einem Zeitpunkte, wo die Curve von der Convexität zur Concavität übergeht oder umgekehrt (für einen »Wendepunkt«), muß nothwendig die Differenz von einem negativen zu einem positiven Werthe oder umgekehrt übergehen, und wegen der Continuität muß dieser Uebergang nothwendig durch die Null erfolgen, d. h. in einem Zeitpunkt, dem in der Curve ein »Wendepunkt« entspricht, muß die Differenz Null sein oder muß die Muskelkraft der Schwere des Gewichtes gleich sein.

Wir haben bei den bisherigen Betrachtungen die Reibungswiderstände so- 67
wohl im Muskel als auch im Apparate außer Acht gelassen. Die Wirkung von allen Widerständen besteht aber bekanntlich immer in der Verzögerung der gerade vorhandenen Geschwindigkeiten, mag ihre Richtung sein welche sie will, sie addiren sich also zur Schwere, in jedem aufsteigenden zur Muskelkraft in jedem absteigenden Curvenstücke. Man sieht daher leicht, daß ihr Einfluß wesentlich darin besteht, die einzelnen Ausbiegungen flacher zu machen, sonst aber die Form der Curve nicht verändert. Wir abstrahiren daher auch fernerhin ohne Nachtheil von diesem Umstande, wo es sich nur um die principielle Deutung der Curvengestalt handelt.

Kehren wir mit den gewonnenen Sätzen ausgerüstet zu der Curve, Fig. 25, 68
zurück. Sie zeigt in stetiger Aufeinanderfolge gegen die Abscissenaxe convexe und concave Stücke, die durch Wendepunkte in einander übergehen. Im Anfang war die Spannung des Muskels dem Gewichte gleich, denn sie hinderte es genau am Fallen, hielt ihm das Gleichgewicht, dann folgt ein Zeitraum, in welchem die Spannung des Muskels (oder seine Kraft) größer ist als das Gewicht der Belastung, denn diese steigt mit beschleunigter Geschwindigkeit auf. Dieser Zeitraum reicht bis zur Abscisse des ersten Wendepunktes a. Die anfangs gewachsene Spannung hat wieder bis zu einem der Schwere des angehängten Gewichtes gleichen Werthe abgenommen und nimmt im folgenden Zeitabschnitte anfangs noch mehr ab, so daß sie bis zum zweiten Wendepunkte b kleiner bleibt als das Gewicht, denn in diesem ganzen Abschnitte ist die Curve concav, d. h. wird die bei a erlangte Geschwindigkeit eben durch das Ueberwiegen des Gewichtes verzögert. Beim Wendepunkte b ist wieder die Spannung des Muskels genau dem Gewichte gleich, von b bis c wieder größer und von da an wieder

Digitized by Google

kleiner bis zum Punkte *d*. Von da an schwankt das Gewicht mit abnehmenden Excursionen um eine Gleichgewichtslage, die offenbar nahezu in derselben Höhe bleibt, nur allmälig ein klein wenig sich vertieft. Diese letzten Schwankungen sind wahrscheinlich durch die bloß passive Elasticität der Muskelsubstanz bedingt, und würde ein an einem Kautschukfaden hängendes Gewicht ganz ähnliche machen, vorausgesetzt, daß derselbe eine etwas beträchtliche elastische Nachwirkung besäße, d. h. wenn die Elasticität des Fadens keine vollkommene ist, so daß erst nach Verfluß einiger Zeit ein Gewicht die zugehörige Verlängerung daran hervorbringt; wäre nämlich die Elasticität vollkommen, so müßten die Gleichgewichtslagen, um welche ein angehängtes und irgendwie aufwärts oder abwärts bewegtes Gewicht oscillirt, alle genau in derselben Höhe liegen. Die Schwankungen in dem ersten Theile der Curve bis *d* hin sind dagegen der Ausdruck der lebendigen Contraction, und zwar liegt der Beweis dafür darin, daß die Spannung des Muskels für die Punkte *abcd* ebenso groß, in den Zeiträumen zwischen *o* und *a*, sowie zwischen *b* und *c* sogar größer war als zur Zeit der Ruhe, d. h. gleich oder größer als das angehängte Gewicht, dem er in der Ruhe genau Gleichgewicht hielt, *obgleich in diesen Zeitabschnitten stets seine Länge geringer war als im vorhergehenden Zustande der Ruhe*. Die Länge des Muskels ist nämlich in jedem Augenblicke der beschriebenen Einrichtung des Apparates zufolge offenbar die Differenz einer gewissen constanten Länge, vermindert um die für den Augenblick geltende Ordinate unserer Curve, also im ganzen Bereiche der letzteren kleiner als im Anfange. Bei einem leblos elastischen Bande ist bekanntlich im Gegensatze hierzu die Spannung durchweg der Verlängerung desselben proportional, so daß sie *immer* für einen *kleineren* Werth seiner Länge auch *kleiner* sein muß als für einen größeren, und niemals gleich oder gar größer sein kann.

Wir können also jetzt behaupten, daß auf eine instantane Reizung des Muskelnerven im Muskel ein Vorgang eingeleitet wird, welcher in einer allmäligen Verkürzung seiner Fasern besteht, wobei gleichzeitig die Spannung oder die auf einen mit dem Muskel verbundenen materiellen Punkt ausgeübte beschleunigende Kraft periodische Schwankungen erleidet, um einen gewissen mittleren Werth herum, der übrigens noch mit abhängt von der ursprünglichen Belastung und dadurch bedingten elastischen Verlängerung des Muskels. Diese Beschaffenheit des Contractionsherganges beim quergestreiften Muskel bestätigt die Analogie mit den glatten, bei denen die Contraction genau ebenso, nur langsamer statt hat. Wir haben in der Untersuchung der Zuckungscurve, um die Sache nicht gar zu sehr zu compliciren, angenommen, daß die einzige Kraft, welche, dem activen Verkürzungsstreben des Muskels entgegen, denselben zu verlängern sucht, die Schwere des angehängten Gewichtes sei. Streng genommen sind auch innere Kräfte im Muskel vorhanden, die in demselben Sinne wirken. *Volkmann* hat dafür den Beweis geliefert, indem er eine Zuckungscurve von einem allen Einflüssen der Schwere entzogenen Muskel schreiben ließ.

69 *Helmholtz* hat diese Folgerungen noch weiter bestätigt durch sehr genaue Versuche, bei welchen nach einer von *Pouillet* zuerst angewandten

Digitized by Google

Methode, die im letzten Abschnitte dieses Buches wird beschrieben werden, die Zeit gemessen wurde, welche verstreicht vom Momente der Reizung bis zu dem Augenblicke, in welchem für eine bestimmte Länge der Muskel eine bestimmte Spannung erreicht hat. Ein Beispiel mag genügen, zu zeigen, wie diese Art von Untersuchung zu ähnlichen Resultaten führt als die zuerst beschriebene. Wir sahen, in dem dem Curvenpunkte a entsprechenden Zeitpunkte war die Spannung des Muskels bei einer gewissen Länge l der Belastung p gleich, hängte man nun eine größere Belastung P daran, so würde er sich um eine gewisse Größe δ ausgedehnt haben. Man würde die Länge $l + \delta$ berechnen können, wenn man den Elasticitätscoefficienten des Muskels für den betreffenden Zustand kennte. Angenommen, dies wäre geschehen, und man hätte in einem Versuche dem Muskel ursprünglich die Länge $l + \delta$ gegeben, das Gewicht P daran befestigt, aber auf eine Unterlage gestützt, so würde von der Reizung bis zum Augenblicke des Abhebens dieses Gewichtes von der Unterlage die Zeit oa' verstreichen. In einem zweiten Versuche derselben Art soll ebenfalls bei der Länge $l + \delta$ ein Gewicht $Q > P$ angehängt sein, das folgenden Bedingungen angemessen gewählt ist: Beim Punkte b unserer Curve ist abermals die Spannung des Muskels $= p$, aber nunmehr für eine Länge, die kleiner als l, etwa $= l - \delta'$ ist, man müßte also jetzt (wenn nicht etwa der Elasticitätscoefficient bedeutend geringer geworden wäre) ein größeres Gewicht als P anhängen, um den Muskel von $l - \delta'$ auf $l + \delta$ auszudehnen, und dieses mag Q sein. Wäre also der Versuch in der beschriebenen Weise vorgerichtet, so würde jetzt die Zeit ob' verstreichen, bis das Gewicht Q von der Unterlage gehoben wurde, denn der Muskel mußte erst in das dem Curvenpunkte b entsprechende Stadium der Zuckung gekommen sein, wenn seine Spannung bei der Länge $l - \delta'$ gleich p, oder was dasselbe ist, bei der Länge $l + \delta$ gleich Q sein soll.

Der Elasticitätscoefficient der Muskelsubstanz nimmt, wie Weber*) 70
gefunden hat, bei der Thätigkeit wirklich ab, d. h. der thätige Muskel wird durch dieselbe Belastung und bei demselben Querschnitte um einen größeren Bruchtheil seiner Länge ausgedehnt als der unthätige; gleichwohl hebt ein Muskel bei seiner Thätigkeit ein Gewicht, weil die natürliche Länge des thätigen Muskels beträchtlich kleiner ist als die des unthätigen. Diesen Aenderungen des Elasticitätscoefficienten müßte aber, wie bereits angedeutet, Rechnung getragen werden, wenn aus Versuchen, von der Art der soeben beschriebenen, Punkte einer Zuckungscurve gefunden werden sollte. Freilich würde man nicht eine Curve von ganz derselben Bedeutung wie die der Fig. 25 bekommen, sondern eine andere, die man mit dem Namen Gleichgewichtscurve belegen könnte. Ihre Ordinaten, von einer bestimmten Länge abgezogen, würden die Längen des

*) Handwörterbuch der Physiologie. Art. Muskelbewegung S. 110 und folgende. Die Resultate Weber's sind durch akustische Versuche von Harleß bestätigt, welcher fand, daß ein Muskel, als Zunge angewandt, einen tieferen Ton giebt, wenn er gereizt ist, als wenn er ruht. Siehe den Artikel Stimme im Handwörterbuche der Physiologie.

Digitized by Google

Muskels bedeuten, bei welchen in den verschiedenen Stadien der Zuckung die Energie desselben einer constanten Belastung p Gleichgewicht zu halten vermag. Sie schließt sich unserer Zuckungscurve, Fig. 27, ziemlich eng an und

Fig. 27.

schneidet sie in den Wendepunkten, die ja, wie oben ausgeführt wurde, Gleichgewichtspunkte sind.

71 Daß ceteris paribus die Ordinaten der zuletzt definirten Curve der Gleichgewichtshöhen ungeändert bleiben würden, trotz doppelter Belastung, wenn man den Querschnitt des Muskels verdoppelte, oder mit anderen Worten, einen Muskel gleicher Länge von doppelt so viel Fasern anwendete, leuchtet unmittelbar ein, denn jede Hälfte desselben würde unter denselben Umständen dasselbe Gewicht tragen wie der zuerst betrachtete, der ganze also das Doppelte. Man kommt so zu dem Satze, daß die »Kraft« des Muskels dem Querschnitte proportional ist. Unter Kraft des Muskels ist aber hier zu verstehen das Gewicht, welchem sein Zug Gleichgewicht hält. Die Kraft ist aber ferner nach den erörterten Versuchen bei gleichem Querschnitte noch abhängig von der Länge (resp. dem Grade der Verkürzung) und vom Stadium der Thätigkeit. Insbesondere versteht man wohl noch unter Kraft des Muskels schlechthin diejenige Kraft, welche er ausübt im Stadium seiner größten Thätigkeit, in welchem er ohne Belastung die geringste Länge haben würde. Nennen wir letztere λ, so ist seine Kraft in dem engeren Sinne geradezu der Verlängerung über λ hinaus proportional*), folglich für die Länge λ selbst = Null, denn das kleinste angehängte Gewicht wird ihn schon etwas verlängern. Eine besondere Aufmerksamkeit hat noch Weber derjenigen Kraft geschenkt, welche der Muskel im Maximum der Thätigkeit bei seiner ursprünglichen Länge ausübt, oder der Frage: welches Gewicht dehnt den im Maximum der Thätigkeit begriffenen Muskel auf seine ursprüngliche Länge in der Ruhe aus? oder: welches Gewicht muß an den ruhenden Muskel angehängt werden, damit er sich trotz des Maximums der Thätigkeit nicht verkürzt? Man kann dies am lebenden Menschen prüfen, und Weber fand, daß man für jeden $\square^{cm}$ Querschnitt 1087 Grm. anhängen muß, um trotz der angestrengtesten Spannung die Verkürzung zu verhindern. — Daß die Kraft in diesem Sinne übrigens lediglich vom Querschnitte, nicht von der ursprünglichen Länge des Muskels abhängt, sieht man

*) Weber fand nämlich die Elasticität des verkürzten Muskels zwar von kleinerem Modulus als die des ruhenden, aber sehr vollkommen und mit großer Strenge dem Gesetze der proportionalen Ausdehnung unterworfen.

Digitized by Google

leicht, wenn man bedenkt, daß ein doppelt so langer Muskel sich auch nicht bis zu derselben Länge λ verkürzt wie der erstgedachte, sondern bloß bis 2λ, dasselbe Gewicht wird ihn nun auch um doppelt so viel verlängern, oder wird ihn von 2λ bis auf die doppelte ursprüngliche Länge des ersten Muskels bringen, wie es diesen von λ auf die einfache brachte.

Wir nehmen schließlich die Curve, Fig. 27, noch einmal mit einem anderen 72
Interesse vor. Im Anfange der Zuckung wird das angehängte Gewicht vom Erdmittelpunkte entfernt, folglich die Summe seiner Spannkräfte vermehrt, ließe es der Muskel in dem Momente der höchsten Erhebung los, so hätte er eine Arbeit geleistet, die auf andere Körper übertragen werden kann. Das Maß für diese Arbeit wäre in unserem individuellen Beispiele das Product des Gewichtes p, multiplicirt mit der größten Ordinate der Curve, d. h. mit der Höhe, auf welche es der Muskel gehoben hat.

Schon früher hatte sich Ed. Weber mit der Arbeitsleistung der Muskeln beschäftigt, und findet man seine Resultate in dem mehrfach citirten Artikel Muskelbewegung des Handwörterbuches der Physiologie ausführlich beschrieben, woraus wir hier das Wesentliche mit zwei Worten noch mitzutheilen haben. 1) Ist klar, daß ein Muskel von $n$fachem Querschnitte des vorher gedachten unter übrigens gleichen Umständen (also namentlich bei gleicher Länge) bei $n$facher Belastung dieselbe Curve würde angeschrieben haben, er hätte also das $n$fache Gewicht zur gleichen Höhe gehoben, folglich die $n$fache Arbeit geleistet: die Arbeit ist ceteris paribus dem Querschnitte des Muskels proportional. 2) Hätte man einen Muskel vom Querschnitte des zuerst gedachten, aber von $n$facher Länge mit der gleichen Belastung dem gleichen Reize ausgesetzt, so hätte er offenbar eine Curve angeschrieben, deren Ordinaten sämmtlich (also auch die größte) $n$mal so lang gewesen wären als die der Curve unseres Beispiels, denn es übt zwar ein längerer Muskel in jedem Stadium seiner Verkürzung (wie oben ausgeführt wurde) keine größere Kraft aus als ein kürzerer von demselben Querschnitte, aber die Verkürzungen selbst sind umfangreicher, da ja jede Längeneinheit sich auf denselben Bruchtheil zusammenzieht. Ein gleich dicker, aber $n$mal längerer Muskel hebt also das gleiche Gewicht zur $n$fachen Höhe, oder die Arbeit ist bei gleichem Querschnitte der Länge proportional. Für zwei Muskeln von verschiedenem Querschnitte und verschiedener Länge steht also die Arbeit oder der »Nutzeffect« in zusammengesetztem Verhältnisse von Länge und Querschnitt, der Nutzeffect des einen verhält sich zu dem des anderen wie Länge $\times$ Querschnitt des einen zu Länge $\times$ Querschnitt des anderen, oder kurz, wie das Gewicht des einen zum Gewichte des anderen.

Die von einem Muskel bei einer vollständigen Zuckung wirklich geleistete 73
Arbeit ist aber ferner noch, wie auch aus den vorhergehenden Thatsachen erhellt, abhängig von dem Gewichte, welches man dadurch heben läßt. Stellen wir uns immerwährend den Muskel vor als ausgehend von der Länge, die ihm in der Ruhe ohne Belastung zukommt. Denken wir uns alsdann ein Gewicht damit verbunden gleich der größten Kraft, die ihn an der Verkürzung verhindert (die Weber beim Menschenmuskel vom $\square^{cm}$ Querschnitt zu 1087 Grm. be-

Digitized by Google

rechnete), das aber vorläufig noch nicht frei von ihm getragen wird, weil es ihn ſonſt ausdehnen würde, ſondern etwa auf eine Unterlage aufgeſtützt, von der es erſt eine, wenn auch noch ſo kleine Verkürzung abheben könnte. Reizt man jetzt den Muskel zum Maximum der Energie, ſo wird doch das Gewicht nicht gehoben, ſondern ihm bloß bei der vorausgeſetzten Länge das Gleichgewicht gehalten, folglich keine Arbeit gethan. Ebenſo wird keine nach außen übertragbare Arbeit gethan, wie ſich von ſelbſt verſteht, wenn man den Muskel ohne Belaſtung ſich contrahiren läßt. Bei allen zwiſchen der zuerſt definirten Gränze und Null liegenden Belaſtungen wird dagegen Arbeit gethan, er hält zwar dann im thätigen Zuſtande keinem ſo großen Gewichte Gleichgewicht als im erſten, und verkürzt ſich nicht ſo ſtark als im zweiten Falle, aber er hebt ein ihm fremdes Gewicht zu einer beſtimmten Höhe. Je größer das Gewicht, deſto kleiner iſt begreiflicherweiſe die Höhe, zu der es gehoben wird. Das Product dieſer beiden Größen — das Maß der Arbeit einer Zuckung — wächſt nun, wie Weber fand, anfangs bei wachſender Belaſtung, erreicht ein Maximum und nimmt bei weiter wachſender Belaſtung wieder bis zu Null ab; indem letzteren Werth die Arbeitsgröße, wie ſchon gezeigt wurde, wieder erreicht, wenn das Gewicht gleich der größten Kraft geworden iſt, der dem Muskel bei ſeiner natürlichen Länge Gleichgewicht halten kann.

Viertes Capitel.

Stehen und Gehen.

74 Ein Excurs über die beiden wichtigſten mechaniſchen Leiſtungen des menſchlichen Körpers wird, glaube ich, hier am Platze ſein, wenn er auch, ſtreng genommen, nicht in den Rahmen paßt, den ich in der Vorrede dieſem Buche gegeben habe. Es könnte ſcheinen, als ob Stehen und Gehen Begriffe von unendlichem Umfange wären, denn Stehen iſt jede Gleichgewichtslage der Körpertheile, wobei die Reſultante aller auf den einen wirkenden Kräfte durch den Drehpunkt (oder die Drehaxe) des Gelenkes geht, mittelſt deſſen er mit dem darunter liegenden Theil verbunden iſt, und wobei das Perpendikel durch den Schwerpunkt des ganzen Körpers in den Theil der Bodenfläche fällt, der von den Fußrändern umſpannt wird; unter Gehen verſteht man jede horizontale Fortſchaffung des Geſammtkörpers auf einer Ebene. Beides kann offenbar auf unendlich mannigfaltige Weiſe geleiſtet werden. Unter dieſen unendlich vielen Arten giebt es aber für jede der beiden Leiſtungen eine, die mit dem Minimum von Kraftaufwand geſchieht, das natürliche Stehen und Gehen. Die Geſetze des

Digitized by Google

natürlichen Stehens und Gehens können aus der anatomischen Beschaffenheit der Bewegungsapparate geschlossen werden. Ohne diese zu kennen, finden die meisten Menschen durch langjähriges Tasten jene zweckmäßigsten Methoden heraus und bedienen sich derselben mehr oder weniger vollkommen.

Das Stehen nimmt natürlich dann am wenigsten Anstrengung in Anspruch, wenn unter den auf die einzelnen Körpertheile wirkenden Kräften möglichst wenig — im günstigsten Falle gar keine — Muskelspannungen vorkommen. Nach den Untersuchungen von H. Meyer*) ist die Lage der einzelnen gegen einander beweglichen Körpertheile beim aufrechten Stehen folgende: Die Längsrichtungen der Füße bilden einen vorn offenen Winkel von etwa 50° mit einander, die parallelen Unterschenkel stehen in einem vorn spitzen Winkel von etwas über 80° gegen den Horizont, derart, daß ein Perpendikel durch den Schwerpunkt des ganzen Körpers (mit den Beinen) wenig vor die Verbindungslinie der Fußgelenksmittelpunkte fällt; die Oberschenkel liegen in den Verlängerungen der Unterschenkel (gestreckte Lage) und fällt ein Perpendikel durch den Schwerpunkt des ganzen Körpers mit den Oberschenkeln nur sehr wenig hinter die gemeinsame Drehaxe der Kniegelenke, im Ganzen befinden sich wohl die Oberschenkel in einer wenig nach außen rotirten Lage. Die Hüftgelenke sind stark gestreckt, oder mit anderen Worten, der Rumpf hinten übergelehnt, so daß ein Perpendikel durch seinen Schwerpunkt ziemlich weit hinter die Verbindungslinie der Hüftgelenksdrehpunkte fällt.

Fragen wir uns jetzt, wie weit diese Stellung der oben gestellten Anfor- 75
derung genügt. 1) Die beiden Hüftgelenke können combinirt werden, so daß der Rumpf sich bloß noch drehen kann um die horizontal von rechts nach links gehende Verbindungslinie der beiden Hüftgelenksdrehpunkte, um diese Linie strebt ihn nun die Schwere nach hinten zu drehen, diesem Drehungsstreben hält aber die Spannung des ligamentum ileofemorale superius das Gleichgewicht, denn dies ist durch die leichte Rotation des Schenkels nach außen bereits in einen Spannungsgrad versetzt, welcher eine stärkere Extension oder bei fixirtem Schenkel ein Hintenüberfallen des Rumpfes nicht zuläßt. Davon überzeugt man sich leicht, wenn man aus der natürlichen Stellung beim aufrechten Stehen den einen Fuß nach hinten erhebt; diese scheinbare weitere Streckung geschieht nämlich durch eine Beugebewegung des ganzen Beckens im anderen Hüftgelenke und wird der Einfluß derselben auf die Rumpfhaltung compensirt durch ein Hintenüberbiegen in der Lendenwirbelsäule. Das drehende Moment der Bandspannung nach vorn ist also gleich dem drehenden Momente der Schwere nach hinten, oder die Resultirende beider Kräfte geht durch die Drehungsaxe, sie halten sich daher Gleichgewicht. Das Gleichgewicht ist aber auch stabil (wie überhaupt, wo ein durch die Schwere sinkender Theil durch ein dabei in Spannung gerathendes Band im Sinken an einer bestimmten Stelle angehalten wird), entfernt

*) Müller's Archiv 1853. S. 9.

Digitized by Google

man nämlich den Rumpf aus seiner Gleichgewichtslage etwas nach hinten (wobei der Schwerpunkt noch tiefer sinkt), so wächst die Spannung des noch weiter ausgedehnten Bandes und hebt ihn wieder in die Gleichgewichtslage zurück; entfernt man ihn aber aus derselben ein wenig nach der anderen Seite nach vorn, so wird das Band schlaffer, die Schwere bekommt darüber die Oberhand und führt ihn gleichfalls wieder zur Gleichgewichtslage. 2) Den Rumpf mit den Oberschenkeln können wir also als ein in sich festes System ansehen und fragen, wie es auf den Kniegelenken balancirt wird. Der Schwerpunkt dieses Systemes fällt hinter die Axe (der Kniegelenke), um welche es sich dreht, aber *nur sehr wenig*, so daß es die Schwere mit einem nur sehr unbedeutenden Momente nach hinten zu drehen strebt; auch diesem Momente wird durch Bänderspannung Gleichgewicht gehalten, welche sich einer Drehung nach hinten, einer Beugung des Knies, widersetzt. Die gespannten Bänder sind aber das lig. ileotibiale (fascia lata) und wiederum das schon erwähnte lig. ileofemorale superius, letzteres in folgender Art. Das erste Stadium der Beugung des Kniegelenkes ist unzertrennlich verbunden mit einer Rotation des Unterschenkels nach innen *), folglich, wenn der Unterschenkel fest steht, mit einer Rotation des Oberschenkels nach außen. Da aber das Becken beim Stehen auf beiden Beinen diesen Bewegungen beider Schenkel unmöglich folgen könnte, so müßte sie eine Rotation des Schenkels im Hüftgelenke nach außen herbeiführen, und dieser widersetzt sich das gespannte lig. ileofemorale superius, es widersetzt sich also auch der Wirkung der Schwere, welche die Oberschenkel in den Knien zu beugen strebt. 3) Fragt es sich noch, wie wird der Rumpf nebst den ganzen Beinen, die nach 1) und 2) als unveränderlich verbunden zusammengefaßt werden dürfen, auf den Astragalusrollen balancirt? Der Schwerpunkt dieses Systemes fällt vor die Rollen, also strebt die Schwere, die Fußgelenke stärker zu beugen. Dem widersetzt sich die Gestalt der Gelenkflächen, indem bei der Beugung das vordere, breitere Ende der Astragalusrolle immer mehr zwischen die Malleoli eingekeilt wird. Ferner müßte aber nothwendig wegen der Schrägstellung der Flexionsebenen der Fußgelenke (nach vorn und außen) eine Beugung der Tibia gegen den Fuß eine Beugung der Tibia gegen das Femur und eine Auswärtsrollung des letzteren im Hüftgelenke involviren; alle Momente, die wir sub 1) und 2) als diesen beiden Bewegungen entgegenstehend kennen lernten, widersetzen sich also auch hier gleichzeitig der Beugung der Fußgelenke. Gleichwohl scheinen diese Momente nicht völlig auszureichen, so daß hier, *aber auch nur hier*, Muskelspannung zur Aequilibrirung in Anspruch genommen wird. Begreiflicherweise sind es die Wadenmuskeln, welche den Dienst verrichten, den Körper am Vornüberfallen in den Fußgelenken zu hindern. In der That ist diese Muskelgruppe die einzige, die beim natürlichen Stehen ermüdet.

76 Beim natürlichen Gehen wird jeder Punkt des Rumpfes in einer nahezu horizontalen Geraden mit nahezu constanter Geschwindigkeit vorwärts getragen.

*) H. Meyer, über die Mechanik des Kniegelenkes. Müller's Archiv 1853. S. 497.

Digitized by Google

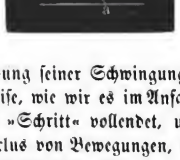
Diese Bewegung ist das Resultat der Wirkung dreier Kräfte auf die Masse des Rumpfes: 1) Des Luftwiderstandes, er strebt die Geschwindigkeit zu verzögern, mag ihre Richtung sein, welche sie will. 2) Der Schwere, sie beschleunigt die vertical abwärts gerichtete Geschwindigkeit. 3) Die Streckkraft des nach hinten an den Boden gestemmten Beines; sie beschleunigt die Geschwindigkeit in der Richtung der Geraden, die den angestemmten Punkt mit dem Drehpunkte des Hüftgelenkes verbindet. Die letztere Kraft ist nach Größe und Richtung einem periodischen Wechsel unterworfen. In der dritten Abtheilung der Mechanik der Gehwerkzeuge haben die Brüder Weber das quantitative Verhältniß der drei Kräfte untersucht, das zum Zustandekommen der gleichmäßigen Bewegung erfordert wird; wir können diese Untersuchung hier nicht einmal andeutungsweise mittheilen, da sie ohne Voraussetzung der analytisch-mechanischen Grundlehren nicht dargestellt werden kann. Wir beschränken uns daher darauf, die einzelnen Bewegungen der Beine beim Gehen zu beschreiben, wie es in der ersten Abtheilung des eben citirten Werkes geschieht, gewissermaßen die Geometrie des Gehens zu geben.

Daß beim Gehen abwechselnd ein Bein am Rumpfe hängend in der Luft 77
schwebt, ist Jedermann bekannt. Wir wollen bei der Beschreibung der Bewegungen von dem Zeitpunkte ausgehen, wo das rechte Bein, das eben frei schwebte, gerade auf den Boden aufgesetzt wird, während das linke Bein nach hinten angestemmt bleibt. Es folgt jetzt zunächst ein Zeitraum, während dessen beide Beine den Boden berühren müssen. Das rechte Bein wird nämlich in einer solchen Lage auf den Boden aufgesetzt, daß seine Ferse vor dem Perpendikel durch den Schwerpunkt des Körpers steht; verließe also in demselben Momente hinten das linke Bein den Boden, so würde der Körper nach hinten fallen, statt vorwärts geschoben zu werden. In der That bleibt nun das linke Bein noch so lange an den Boden angestemmt, und verlängert sich dabei noch durch Ausstreckung seiner Gelenke, so lange bis der Schwerpunkt des Körpers gerade über (oder etwas vor) das Fußgelenk des rechten Beines gekommen ist; während dieses Zeitraumes muß nun das rechte Bein durch Beugung seines Kniegelenkes sich noch etwas verkürzen, denn im Beginne desselben liegt das Fußgelenk vor dem Schenkelkopfe, am Ende mit demselben in einer Verticalebene, letzterer aber bleibt in derselben Höhe über dem Boden, ja er wird in der Regel gegen Ende des Zeitraumes, in den wir uns versetzt haben, noch etwas gesenkt, so daß die Verkürzung des rechten Beines noch etwas größer ausfällt. Nunmehr ist das linke Bein durch Ausstreckung seiner sämmtlichen Gelenke, auch des Fußgelenkes, zum Maximum seiner Länge gekommen und berührt nur noch mit den Metatarsus-Köpfchen — den sogenannten Ballen — den Boden. Durch eine Verkürzung von einer Beugung im Kniegelenke herrührend, wird es vom Boden gelöst und schwingt frei in der Luft nach vorn, während das rechte Bein die Stützung des Körpers allein besorgt. Bei dieser Schwingung muß es, der senkrechten Lage sich nähernd, natürlich immer mehr verkürzt werden, um nicht an den Boden anzustoßen, was durch Heranziehen des anfangs gestreckten Fußes geschieht; gegen Ende der Schwingung, nachdem es die senkrechte Lage überschritten hat,

Digitized by Google

verlängert es sich wieder etwas, bis es den Boden wieder berührt. An der Schwingung des hängenden Beines, bei welcher es das stehende Bein wieder ein- und überholt, ist besonders das bemerkenswerth, daß sie ganz ohne Aufwand von Muskelkräften geschieht. Zwei Vortheile werden dadurch zugleich erwirkt. Einmal die bedeutende Kraftersparniß und dann die Regelmäßigkeit der Schritte. Die Schwingung ist nämlich eine reine Pendelschwingung. Des Bein ist in der Hüftpfanne durch den Luftdruck ungefähr genau äquilibrirt, so daß nur ein geringer Druck auf die Gelenkflächen übrig bleibt. Dadurch ist die Reibung fast Null, und so kann das hängende Bein unter dem Einflusse der Schwere ungestörte Pendelschwingungen ausführen. Da Pendelschwingungen genau isochron sind, so wird die Schrittdauer vollkommen gleichförmig, wenn nur dafür gesorgt ist, daß das schwingende Bein jedesmal in demselben Stadium seiner Schwingung unterbrochen wird. Während das linke Bein die eben beschriebene Pendelschwingung ausführt, würde nun der Körper, durch die Schwere getrieben, in einem Kreisbogen vorn überfallen, wenn das jetzt stützende rechte Bein seine Länge nicht veränderte; der Schenkelkopf würde beispielsweise, Fig. 28, von b nach b' kommen. Nun verlängert sich aber während derselben Zeit das rechte Bein um das Stück $b' b_1$ und es bleibt also der Schenkelkopf in derselben Höhe über dem Boden, so daß es statt des Kreises die horizontale Gerade $b b_1$ beschreibt. Die Verlängerung geschieht zuerst durch Streckung des Knies, dann des Fußgelenkes. Dieser Vorgang dauert so lange, bis das linke Bein nach Vollendung seiner Schwingung vorn wieder auf den Boden gesetzt ist, gerade in der Weise, wie wir es im Anfange vom rechten Beine voraussetzten. Es ist alsdann ein »Schritt« vollendet, und es beginnt das rechte Bein nun genau denselben Cyclus von Bewegungen, den wir bis jetzt am linken beschrieben haben, d. h. er vollendet seine Streckung bis zum Maximum, wird vom Boden gelöst u. s. w. Umgekehrt übernimmt das linke Bein die Functionen, die eben das rechte hatte, d. h. es verkürzt sich noch etwas, um den Körper senkrecht über seinen Fuß kommen resp. etwas sinken zu lassen, und stemmt sich streckend hinten an den Boden, während das rechte schwingt. So wiederholt sich dasselbe Spiel bei jedem Schritte. In einem Zeitpunkte, der um eine Schrittdauer von einem anderen absteht, ist also allemal das rechte Bein in demselben Bewegungszustande, in welchem vorher das linke war, und umgekehrt. In zwei Zeitpunkten aber, die um zwei Schrittdauern auseinander liegen, sind beide Beine in denselben Bewegungszuständen. Um von dem ganzen Wechsel der Zustände eine bequemere Uebersicht zu geben, soll in Fig. 29 eine bogenförmige Linie das Schwingen eines Beines eine gerade Linie das Feststehen auf dem Boden bedeuten, die obere Reihe von Zeichen beziehe sich auf das linke Bein, die vertical darunter stehenden deuten die gleichzeitigen Bewegungszustände des rechten Beines an. Durch die verticalen Striche sind die Zeitabschnitte, während deren beide Füße auf dem Boden stehen, von denen abgetheilt, während welcher nur einer angestemmt ist, indessen

Fig. 28.



Digitized by Google

das andere Bein schwingt. Die Summe der Zeitabschnitte $a+b$ bildet eine Schrittdauer, und man sieht, daß am Ende derselben das rechte Bein in den Zustand kommt, in welchem im Anfange das linke war.

Fig. 29.

78 Die Variationen des natürlichen Ganges in Betreff der Geschwindigkeit hängen natürlich davon ab, wie lange ein Schritt dauert, denn die Geschwindigkeit muß der Schrittdauer umgekehrt proportional sein; die Geschwindigkeit des Gehens ist aber zweitens der Schrittlänge direct proportional. Die Weber'sche Theorie zeigt, daß Schrittdauer und Schrittlänge gleichzeitig bedingt sind durch die Höhe, in welcher die Schenkelköpfe über dem Boden getragen werden. Insbesondere aber nimmt, wenn diese Höhe wächst, die Schrittdauer zu und die Schrittlänge ab, so daß sich also der merkwürdige, übrigens bei einiger Aufmerksamkeit leicht zu bestätigende Satz ergiebt: ein langer Schritt wird in kürzerer Zeit gemacht, als ein kurzer, vorausgesetzt immer, daß der Gang kein gezwungener ist. Daß die Abhängigkeit der Schrittlänge von der Höhe, in der die Schenkelköpfe über dem Boden getragen werden, eine ganz vollkommene ist, die nicht den mindesten Spielraum läßt, zeigt eine sehr einfache Ueberlegung. Sei in Fig. 30 AB der horizontale Boden, ab die dazu parallele Horizontallinie, in welcher die Schenkelköpfe bei einem bestimmten Gange getragen werden, ist cd die Länge des zum Maximum ausgestreckten Beines, so ist nothwendig der Fußpunkt des von d auf AB gefällten Perpendikels e von c um eine Länge entfernt, zu der nur noch die Länge der hinter c vom Boden abgewickelten Fußsohle zu addiren ist, um die Schrittlänge zu erhalten. In der That muß ja die Ferse des vorn aufgesetzten Fußes genau senkrecht unter d stehen, da diesem die Last des Körpers zum Stützen übergeben werden muß in demselben Momente, in welchem das hinten angestemmte Bein das Maximum seiner Länge cd erreicht hat; die Schrittlänge ist also geradezu $\sqrt{l^2-h^2}$ vermehrt um die Länge der Fußsohle, wenn mit l die Länge des gestreckten Beines, mit h die Höhe der Schenkelköpfe über dem Boden bezeichnet wird. Daß zweitens aber die Schrittdauer desto kürzer wird, je tiefer die Schenkelköpfe getragen werden, zeigt sich so: Je tiefer die Schenkelköpfe getragen werden, eine desto geneigtere Lage erhält das stemmende Bein gegen den Horizont, desto größer ist also die horizontale Componente der Streckkraft desselben, desto mehr wird also der Rumpf nach vorn beschleunigt, desto weniger lange dürfen also die Beine stehen bleiben, wenn sie, durch ihre Schwere getrieben, den Rumpf wieder einholen sollen. Oder ferner: bei der stark geneigten Lage des angestemmten Beines für eine geringere Höhe der Schenkel-

Fig. 30.

Digitized by Google

köpfe über dem Boden wird die Componente der Schwere, die den Körper zu sinken nöthigt, größer sein, daher die vollständige Ausstreckung jenes Beines rascher vollzogen werden müssen, um den Körper in gleicher Höhe zu halten, als wenn die Schenkelköpfe höher getragen werden und die stark geneigte Lage des Beines gar nicht vorkommt; man kann also das schwingende Bein, das ja schon als Stütze auf dem Boden stehen muß, sobald das andere seine Streckung vollendet hat, keinen so großen Theil seiner Schwingung vollenden lassen, als bei einer größeren Höhe der Schenkelköpfe. Man unterbricht es also in seiner Schwingung, noch ehe es die senkrechte Lage weit überschritten hat (im Gränzfalle sogar im Momente, wo es diese erreicht). Dadurch wird also der Zeitraum *b* der Fig. 31 verkürzt; denn wenn auch die Schwingung hier eine größere Excursion hat, so nimmt doch eine halbe Schwingung größerer Excursion, von beispielsweise 20^0, weniger Zeit in Anspruch, als $^3/_4$ Schwingung desselben Pendels von nur halb so großer Excursion von 10^0. Da die ganzen Schwingungen eines und desselben Pendels nahezu eine und dieselbe Zeit erfordern, mögen sie es 10^0 oder 20^0 weit von der perpendiculairen Gleichgewichtslage entfernen (Bd. I. Nr. 92). Gleichzeitig wird aber durch denselben Umstand der Zeitraum *a* der Fig. 31 verkürzt; denn wenn das nach vorn schwingende Bein schon, nachdem es nur wenig über die verticale Lage hinausgekommen ist, aufgesetzt wird, so kommt auch rascher der Schenkelkopf senkrecht über seinen Fuß zu liegen; es folgt also rascher der Zeitpunkt des Ablösens des hinteren Fußes vom Boden auf den Zeitpunkt des Aufsetzens des vorderen. Man sieht also, daß durch den fraglichen Umstand die beiden Bestandtheile der Schrittdauer verkürzt werden, um so viel mehr diese selbst.

Fig. 31.

79 Ein Perpendikel, durch den Schwerpunkt des Rumpfes, muß beim Gehen fortwährend vor die Drehaxe der Schenkelköpfe fallen, damit eine nach vorn gerichtete Componente der Schwere dem nach hinten drückenden Luftwiderstande das Gleichgewicht hält. Der letztere würde sonst den Körper nach hinten überfallen machen. Diese Neigung des Rumpfes nach vorn fällt begreiflicherweise um so größer aus, je rascher der Gang ist, weil mit der Geschwindigkeit der Widerstand wächst.

Ein näheres Eingehen auf die anderen Arten der Locomotion, Laufen *) ꝛc., sowie auf die individuellen Eigenthümlichkeiten des Ganges **) verbieten die engen Gränzen, die diesem Excurs über unser eigentliches Gebiet hinaus gesteckt werden mußten.

*) Die Mechanik der Gehwerkzeuge von W. u. E. Weber.
**) H. Meyer in Müller's Archiv 1853. S. 548.

Digitized by Google

Dritter Abschnitt.

Hydrodynamik.

Erstes Capitel.

Stromlauf in starren Röhren.

Die Hydrodynamik beschäftigt sich mit allen möglichen Bewegungen der 80
Flüssigkeiten, der liquiden sowohl als der gasförmigen. Sie hat in sofern die Hydrostatik (die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten) zu ihrer Voraussetzung, da nach dem in der Mechanik seit d'Alembert üblichen Gedankengange alle Probleme über Bewegung auf Gleichgewichtsprobleme zurückgeführt oder eigentlich als solche formulirt werden. Die Hydrostatik brauchen wir hier jedoch nicht ausführlicher zu behandeln; das Bd. I. darüber Beigebrachte reicht für unsere Zwecke vollkommen aus. Auch werden wir die Hydrodynamik nicht in ihrer Allgemeinheit systematisch vortragen, indem für die Physiologie nur ein specielles Problem derselben von Interesse ist. Dieses Problem betrifft das Strömen der Liquida in Röhren. Leider gehört es zu den Problemen der Mechanik, deren vollständige theoretische Lösung wohl noch in einer sehr weiten Ferne liegt. Um so genauer müssen wir, bei der hohen Bedeutung des Gegenstandes für den organischen Haushalt in experimentelles Detail eingehen.

Ein specieller Fall der Bewegung gasförmiger Flüssigkeiten, der Schall, wird zwar auch in seinen physiologischen Beziehungen in diesem Buche eine Stelle finden müssen, jedoch werden wir denselben in einem besonderen Abschnitte ganz gesondert von der Hydrodynamik besprechen. Nur muß an diesem Orte noch besonders darauf hingewiesen werden, daß die Lehre vom Schall, der obigen Definition gemäß, ein Bestandtheil der Hydrodynamik ist, und daß ja auch, wie bekannt, im systematischen Lehrgange der Mechanik die Gesetze des Schalles sich als besondere Fälle der allgemeinen Gleichungen herausstellen, welche jede mögliche Bewegung des Flüssigen beherrschen, d. h. der Fundamentalgleichungen der Hydrodynamik.

Im thierischen Organismus strömen zwar die in Bewegung befindlichen Flüssigkeiten durchweg in dehnbaren elastischen Röhren, und es dürften sich unsere Betrachtungen daher eigentlich auf diese Art der Bewegung beschränken.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Digitized by Google

Gleichwohl werden wir mit Erörterung des Stromlaufes in starren Röhren beginnen. Die Gesetze desselben sind nämlich auf das Strömen in elastischen Schläuchen übertragbar, ganz ohne Vorbehalt, wenn letzteres ein gleichförmiges ist, das durch constante bewegende Kräfte hervorgebracht wird; aber selbst für eine periodischen Schwankungen unterworfene Strömung in elastischen Schläuchen behalten, wie insbesondere Volkmann gezeigt hat, die von starren Röhren abstrahirten Gesetze eine gewisse bedingte Gültigkeit.

81 An die Spitze unserer ganzen hydrodynamischen Betrachtungen müssen wir den Satz stellen, der auch im streng theoretischen Lehrgange regelmäßig als erster Grundsatz unterstellt wird: Das Princip der Hydrostatik von der Gleichheit des Druckes in allen Richtungen gilt auch für Flüssigkeiten, die in Bewegung begriffen sind. Poisson macht zwar in seinem Handbuche der Mechanik geeigneten Ortes darauf aufmerksam, daß dieses statische Princip, das bekanntlich nichts Anderes ist, als ein Ausdruck für die absolute Verschiebbarkeit der Theilchen im flüssigen Zustande, nicht von vorn herein unbedingt übertragbar sei auf eine bewegte Flüssigkeit; indessen wird nur in ganz besonderen Fällen die Ungenauigkeit des hydrostatischen Principes bemerkbar; für unsere Zwecke können wir dasselbe getrost als unbedingt gültig aufstellen. Es heißt also näher so viel: auch in einer bewegten Flüssigkeit wird ein unendlich kleines Theilchen von allen Seiten her mit derselben Kraft gedrückt, und übt daher auch nach allen Seiten hin dieselbe Reaction aus; von einem Punkte zum anderen übergehend, kann man natürlich im Bereiche einer strömenden Flüssigkeit den Druck variabel finden, wie er ja auch in einer ruhenden Flüssigkeit an verschiedenen Punkten verschieden gefunden wird. So ist z. B. in einer schweren Flüssigkeitsmasse der Druck dicht unter der Oberfläche bekanntlich kleiner als am Boden des Gefäßes, das die Flüssigkeitsmasse enthält. Man weiß aber, daß an irgend einem Punkte, wie tief er auch unter der Oberfläche liegt, derselbe Druck nach allen Richtungen stattfindet, daß also namentlich der Druck in horizontalen Richtungen nicht geringer ist, als der verticale Druck in demselben Punkte. Das ist eben das Princip, wovon behauptet wurde, es lasse sich auch auf bewegte Flüssigkeitsmassen übertragen. Es ist dann bei solchen namentlich hervorzuheben, daß der Druck an irgend einem Punkte nicht größer ist in der Richtung der Bewegung, als in jeder anderen Richtung. Hat man demnach an irgend einem Punkte einer Röhre den Seitendruck gemessen, den die im Inneren strömende Flüssigkeit auf die Wand ausübt, so ist man berechtigt, zu schließen, daß an derselben Stelle auch in jeder anderen Richtung, und namentlich in der Richtung der Strömung, derselbe Druck herrscht. Die Zulässigkeit dieser Schlußfolgerung ist aber von der höchsten Wichtigkeit, da man bei der experimentellen Ergründung der Druckverhältnisse in Röhrensystemen in der Regel darauf angewiesen ist, die auf die Wandungen ausgeübten Seitendrücke zu messen.

82 Betrachten wir jetzt zunächst das Strömen einer Flüssigkeit in einer horizontalen cylindrischen Röhre, und zwar wollen wir uns vorstellen, die Strömung wäre durch irgend welche Veranstaltung in einen Beharrungszustand gekommen, so daß in jedem Augenblicke eben so viel zu- als abfließt, und demgemäß die

Digitized by Google

Strömung selbst dieselbe Geschwindigkeit unverändert beibehält. Man unterstellt gewöhnlich bei einer derartigen Strömung »den Parallelismus der Schnitte«, d. h. daß jedes derselben angehörige Theilchen eine der Axe des Rohres parallele geradlinige Bahn beschreibt und daß alle diese Bahnen von den einzelnen Theilchen mit derselben Geschwindigkeit durchlaufen werden; alsdann werden die Theilchen, die zu einer gewissen Zeit den Querschnitt des Rohres an einer bestimmten Stelle einnahmen, nach Verlauf einer beliebigen Zeit einen parallelen Querschnitt an einer anderen Stelle einnehmen. Diese Voraussetzung ist freilich niemals genau richtig, indessen wollen wir dieselbe doch einstweilen hier gelten lassen und geeigneten Ortes Versuche beschreiben, welche die Abweichungen der Wirklichkeit davon kennen lehren. Eine solche Strömung erleidet nun einen »Widerstand«, ähnlich wie ein auf einer schiefen Ebene rutschender Körper einen sogenannten Reibungswiderstand erleidet, d. h. es kommen nicht alle darauf wirkende Bewegungsursachen als solche zur vollen Wirksamkeit, oder die von ihnen erzeugte Bewegung, lebendige Kraft, wird eben durch die Vorgänge, welche man unter dem Namen Widerstand zusammenfaßt, zum Theil wieder in Spannkraft umgesetzt. Diese kann dann als Wärme oder als Veränderung des Materials zur Erscheinung kommen.

Die Widerstände eines Stromes in Röhren sind ihrer Natur nach noch wenig 83
aufgeklärt; das, was darüber mit einiger Wahrscheinlichkeit behauptet werden kann, reducirt sich ungefähr auf Folgendes: 1) Die an der Röhrenwand unmittelbar vorbeistreichenden Flüssigkeitstheilchen werden vermöge der nicht näher bekannten Molekularwirkungen, welche die Ursache der sogenannten Adhäsion sind, daselbst festgehalten, und müssen, wenn sie wirklich vorbeiströmen sollen, durch einen Aufwand an lebendiger Kraft losgerissen werden. Man könnte freilich denken, daß an der Wand unmittelbar eine sie benetzende Flüssigkeitsschicht absolut ruhend adhärirt; dies mag in der That der Fall sein, macht aber den Aufwand an lebendiger Kraft doch nicht entbehrlich, denn es müssen jetzt, um den Strömungsvorgang zu erhalten, die bewegten Wassertheilchen von den ruhenden losgerissen werden, was auch ohne Kraftaufwand wegen der immer vorhandenen, wenn auch noch so geringen Zähigkeit der Flüssigkeiten nicht möglich ist. 2) Keine Wand ist vollkommen glatt und ohne alle Hervorragungen, an diesen aber müssen sich die geradlinig vorbeigehenden Flüssigkeitstheilchen stoßen und durch den unelastischen Stoß an lebendiger Kraft einbüßen. Der soeben mitgetheilte Gedankengang läßt sich nun leicht analytisch formuliren, indem man die beiden Theile des Widerstandes einzeln berechnet und nachher summirt. Der erste Theil des Widerstandes ist offenbar der Strömungsgeschwindigkeit proportional, da bei doppelter Geschwindigkeit doppelt so oft Theilchen von der Wand (oder der unbewegten Wandschicht) losgerissen werden müssen; er ist aber dann offenbar noch der Größe der Wandfläche selbst proportional, die dem Röhrenabschnitte zukommt, für welchen der Widerstand zu berechnen ist. Der zweite Theil des Widerstandes findet sich dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional, da durch eine Vermehrung derselben sowohl die Anzahl der Stöße als auch die Kraft der einzelnen Stöße vermehrt wird, so daß mit der Geschwindigkeit der

Digitized by Google

Verlust an lebendiger Kraft in quadratischem Verhältnisse wächst. Daß auch dieser Theil des Widerstandes der Größe der Wandfläche proportional sein muß, versteht sich von selbst. Gerstner, indem er auf diesem Wege weiter geht, gelangt zu seiner bekannten Formel, die nachher in vielen hydrodynamischen Untersuchungen verwandt wurde und die auch wir hier benutzen werden; ich ziehe es indessen vor, sie auf dem angedeuteten Wege gar nicht ausführlicher zu begründen, indem die zu Grunde gelegte Vorstellung über die Natur der Widerstände, wie sie eben angedeuet wurde, jedenfalls noch höchst unvollständig ist. Die fragliche Formel ist in Wahrheit nur eine empirische, was sich darin am offenbarsten zeigt, daß sie nur innerhalb gewisser Gränzen ihre überall nur annähernde Gültigkeit behält. Sobald die Dimensionen der Röhren diese Gränzen überschreiten, wie wir weiter unten sehen werden, ist der Zusammenhang der Widerstände mit den übrigen veränderlichen Größen ein ganz anderer, als der von der Gerstner'schen Formel geforderte. Wir wollen dieselbe daher in anderer Weise darstellen, ganz ohne eine Vorstellung über die physische Natur der Widerstände zu Grunde zu legen.

84 Denken wir uns aus dem Strome einen unendlich kurzen Elementarabschnitt herausgeschnitten, der von zwei durch den unendlich kleinen Abstand λ geschiedenen zur Strömungsrichtung senkrechten Querschnitten begränzt wird, und fragen wir uns, welche Verzögerung ein Theilchen beim Durchlaufen des Elementarabschnittes erleidet. Fassen wir zunächst ein allen Verzögerungen unmittelbar ausgesetztes, also an der Wand *) strömendes Theilchen ins Auge. Sein Verlust an Geschwindigkeit wird offenbar erstens der Länge des Weges, also innerhalb unseres Elementarabschnittes, der Größe λ proportional sein, denn je länger dieser, desto öfter ist es denselben verzögernden Wirkungen ausgesetzt. Zweitens aber ist man berechtigt, anzunehmen, daß dieser Verlust selbst von der Geschwindigkeit abhängt, »eine Function der Geschwindigkeit« sei, wie dies bei allen derartigen Widerständen angenommen wird. Welche Function der Geschwindigkeit, bleibt vor der Hand noch gänzlich unbekannt. Indessen darf man hoffen, daß dieselbe, wie in der Regel alle Functionen, durch eine nach steigenden Potenzen der Variablen (hier also der Geschwindigkeit), die wir mit v bezeichnen wollen, geordneten Reihe darstellbar sein wird, also $f(v) = A + Bv + Cv^2 + \text{ꝛc.}$ Das mit der nullten Potenz von v behaftete, von v unabhängige Glied dieser Reihe A muß nothwendig $= 0$ sein, da der Widerstand seinem Begriffe nach sofort verschwindet, wenn die Bewegung aufhört. Man rechnet ferner noch darauf, daß die Coefficienten der mit der dritten und höheren Potenzen von v behafteten Glieder von 0 nicht merklich verschieden sind, so daß man $f(v) = Bv + Cv^2$ setzen kann. Wir hätten somit den Geschwindigkeitsverlust eines an der Wand gelegenen Theilchens proportional $\lambda . (Bv + Cv^2)$ zu setzen. Die Anzahl der so während irgend einer bestimmten Zeit t den Abschnitt durchströmenden Theil-

*) Mag man nämlich auch sonst über die Widerstände eine Annahme machen, welche man wolle, jedenfalls wird zugestanden werden müssen, daß sie durch die Wände eingeführt werden bei einem aus parallelen Flüssigkeitsfäden gebildeten Strome.

Digitized by Google

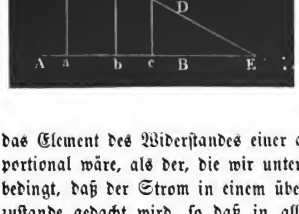
chen ist aber offenbar der Zeit t selbst, der Geschwindigkeit v und dem Umfange des kreisförmigen Röhrenquerschnittes proportional, daher, wenn d dessen Durchmesser bedeutet, proportional πd oder geradezu gleich $\pi d . t . v . N$, wo N eine gleich näher zu bezeichnende Constante bedeutet. Der Gesammtverlust an bewegender Kraft, also $N \pi \lambda t d (Bv + Cv^2)$, wo N die schon eingeführte constante Größe bedeutet, die so gewählt ist, daß $N . \pi . d$ die Anzahl aller jener unmittelbar gehemmten Theilchen bedeutet, die in irgend einem Augenblicke dem ringförmigen Abschnitte der Röhrenwand anliegen. Dieser unmittelbar die Wandtheilchen betreffende Verlust an bewegender Kraft hat sich aber zu vertheilen auf alle Theilchen, die den ganzen Querschnitt durchströmen, da wir ja vermöge des Parallelismus der Schnitte anzunehmen haben, daß alle Theilchen eines Querschnittes beständig mit gleichen Geschwindigkeiten begabt sind. Um also den Verlust an Geschwindigkeit zu berechnen, den alle diese Theilchen erleiden, muß man noch den Verlust an bewegender Kraft durch die ganze Masse dividiren, welche ihn erleidet, d. h. durch die Anzahl aller Theilchen, die während derselben Zeit den Querschnitt durchströmen; diese Anzahl ist aber offenbar proportional $^1/_4 \pi d^2 t . v .$ oder $= {}^1/_4 \pi d^2 t v M$ wo M, wiederum eine Constante ist, so beschaffen, daß $^1/_4 \pi d^2 M$ die Anzahl aller gleichzeitig einen Querschnitt des Rohres ausfüllenden Theilchen ist. Man hat also schließlich als Ausdruck für den Geschwindigkeitsverlust, den ein Theilchen in unserem Elementarabschnitte erleidet, $\frac{4\lambda}{d} \cdot \left(\frac{N}{M} Bv + \frac{N}{M} Cv^2\right)$, oder, wenn wir für die constanten Größen $\frac{N}{M} B$ und $\frac{N}{M} C$ zwei neue einfache Zeichen einführen, $= \frac{4\lambda}{d} (Av^2 + Bv)$; soll nun trotz dieses durch die Widerstände herbeigeführten Verlustes das Theilchen gleichwohl mit derselben Geschwindigkeit aus unserem Elementarabschnitte hervortreten, mit der es hineingetreten ist, wie dies die vorausgesetzte Beharrlichkeit des Stromes verlangt, so muß, während es den Abschnitt durchströmt, eine beschleunigende Kraft darauf wirken, die den Verlust ersetzt und seiner Größe demnach proportional sein muß. Diese beschleunigende Kraft kann aber nichts Anderes sein, als eine Druckdifferenz, d. h. im Anfange des Abschnittes muß der Druck höher sein, als am Ende. Die Größe der Druckdifferenz, sahen wir, muß der Verzögerung proportional, also $= \frac{4\lambda}{d} (Av^2 + Dv) \times E$ sein, wo E eine Constante bedeutet, oder, indem wir die beiden Constanten AE und DE mit α und β bezeichnen, $= \frac{4\lambda}{d} (\alpha v^2 + \beta v)$. Offenbar muß nun diese Druckdifferenz für jeden Elementarquerschnitt von der Länge λ, wo derselbe auch gegriffen wird, gleich groß sein, da die übrigen in der Formel enthaltenen Größen d und v für die ganze Röhre constant gedacht sind; d. h. aber mit anderen Worten, wenn man dem Strome entgegen an der Röhre aufwärts geht, so findet man den Druck stetig wachsend, und zwar in der Weise, daß die Druckdifferenzen zwischen Stellen, die um eine endliche Größe l von einander abstehen, dieser Größe selbst direct proportional sind. Nennen wir nämlich z. B. h_a den Druck, der im Querschnitte a stattfindet,

Digitized by Google

h_b den für den Querschnitt b gültigen, nennen wir ferner Δ die unendlich kleine Druckdifferenz, welche für einen von unseren Elementarabschnitten erforderlich ist, und umfaßt endlich das Röhrenstück $a\,b\,n$ solcher Elementarabschnitte, so muß $h_b - h_a = n\,\Delta$ sein, wie man ohne Weiteres sieht, wenn man von a aufwärts alle einzelnen Druckdifferenzen durchgeht, die in den einzelnen Elementarabschnitten gelten müssen (für den nächsten an a hat man nämlich den Druck $h_a + \Delta$, damit die Differenz $h_a + \Delta - h_a = \Delta$ werde, für den zweiten $h_a + 2\Delta$, denn $h_a + 2\Delta - (h_a + \Delta) = \Delta$ u. s. w. bis $h_b = h_a + n\Delta$); liegt nun ein dritter Querschnitt c so weit von a ab, daß m Elementarabschnitte zwischen beiden begriffen sind, so muß $h_c - h_a = m\,\Delta$ sein. Da aber die Elementarabschnitte alle an Länge gleich ($= \lambda$) gedacht sind, so verhalten sich offenbar die Abstände ab und ac der gewählten Querschnitte wie die Anzahlen der dazwischen begriffenen Elementarabschnitte, d. h. $ab : ac = n : m$, und da sich die Druckdifferenzen, wie wir so eben sahen, gerade so verhalten, so haben wir die behauptete Proportion erwiesen: $h_c - h_a : h_b - h_a = ac : ab$.

85 Graphisch dargestellt, nimmt sich dies Resultat so aus: AB (in Fig. 32) sei die Axe eines Röhrenstückes, in welchem eine Strömung in der Richtung von A nach B stattfindet; errichtet man darauf in jedem Punkte ein Perpendikel, dessen Länge dem in dem Fußpunkte wirksamen Drucke proportional ist, so endigen diese Perpendikel sämmtlich in einer geraden Linie CD. Diese Folgerung ist übrigens ganz unabhängig von der Natur der Widerstände, und würde auch gültig bleiben, wenn das Element des Widerstandes einer anderen Function der Geschwindigkeit proportional wäre, als der, die wir unterstellen. Diese Folgerung ist bloß dadurch bedingt, daß der Strom in einem überall gleichen Rohre in einem Beharrungszustande gedacht wird, so daß in allen Querschnitten derselbe Vorgang Statt hat. Es muß alsdann ja auch in allen Querschnitten derselbe Widerstand wirksam sein, und folglich auch in allen durch eine gleiche, bewegende Kraft überwunden werden, so daß unter dieser einen Voraussetzung, wie gezeigt wurde, nothwendig die Drücke im Verlaufe des Stromes so abnehmen, wie die Ordinaten einer geraden Linie. Die Neigung dieser Geraden gegen AB drückt die Natur der Strömung aus und hängt von der Beschaffenheit und Gestalt des Rohres ab. Man kann diese Gerade unmittelbar wahrnehmbar machen, da die Drücke sich durch die Höhe einer Flüssigkeitssäule messen lassen, der sie das Gleichgewicht halten; man braucht also nun z. B. bloß in beliebig vielen Punkten a, b, c das Stromrohr anzubohren und auf die Löcher senkrechte Glasröhren aufzusetzen; man wird alsdann gewahren, daß die Flüssigkeit bei a sich zu einer Höhe aa', bei b zu der Höhe bb' und bei c zu der Höhe cc' erhebt, und daß die drei Niveaus a', b', c' in einer geraden Linie liegen. Es läßt sich nun ferner noch ein

Fig. 32.



Digitized by Google

Punkt der Geraden CD allemal ohne Weiteres bestimmen, wenigstens wenn wir es mit einem Stromrohre zu thun haben, das schließlich ins Freie mündet. Sei nämlich E diese Mündungsstelle, so wird hier der Druck $= 0$ sein müssen, wenn wir vom Drucke der Atmosphäre absehen, was füglich geschehen kann, da derselbe am Anfange der Röhre auch einwirkt und also äquilibrirt wird, so daß er weder verzögernd noch beschleunigend wirken kann. Wir haben es an dieser Ausflußmündung E zu thun mit einem Aggregat von Flüssigkeitstheilchen, die alle mit parallelen und gleichen Geschwindigkeiten begabt sind und sich demnach vorhalten wie eine ruhende Masse. Allerdings wäre auch in einer ruhenden Masse nur im obersten Punkte dieses Endquerschnittes E der Druck der Null gleich, während er nach unten vermöge der Schwere immer größere Werthe bekäme, die bis zu einer dem verticalen Rohrdurchmesser entsprechenden Größe wachsen. Diesen können wir aber jedenfalls außer Acht lassen, selbst wenn wir nicht von der Schwere abstrahiren oder den Rohrdurchmesser sehr klein annehmen wollen, da es uns jedenfalls frei steht, in der ganzen Ausdehnung der Röhre nur die Drücke zu betrachten, welche an der obersten Linie der Röhre gelten. In dieser aber ist bei E, vom Atmosphärendruck abgesehen, jedenfalls der Druck Null. Somit wäre bewiesen, daß die gerade Linie, deren Ordinaten die Drücke messen, an der Ausflußöffnung die Abscissenaxe schneiden müsse. Am Anfange des letzten Elementarabschnittes muß also der Druck gerade $= \Delta$ sein, am Anfange der vorhergehenden $= 2\Delta$ u. s. w. Am Anfange der ganzen Röhre muß er also so viel mal Δ betragen, als die ganze Röhre Elementarabschnitte enthält; da aber Δ das Maß für die in einem Elementarabschnitte erzeugten Widerstände ist, so ist der Druck (gemessen durch die Höhe der Flüssigkeit in einem dort aufgesetzten Rohre) am Anfange der ganzen Röhre das Maß für die Summe der in der ganzen Röhre erzeugten Widerstände. Nennen wir die Länge der ganzen Röhre l und den in ihrer ganzen Ausdehnung erzeugten Widerstand w (der eben durch den Seitendruck am Anfange gemessen wird, so hat man $w = \frac{4l}{d}(\alpha v^2 + \beta v)$.

Gerstner, der durch seine oben angedeutete Entwickelung ebenfalls zu dieser Formel kommt, findet nun aus seinen Versuchen, daß die Größe β, die vom Durchmesser unabhängig sein sollte, mit ihm doch noch variirt; indessen zeigte sich die Abhängigkeit annäherungsweise sehr einfach, der Factor der ersten Potenz von v ist nämlich z. B. halb so groß anzunehmen, wenn der Durchmesser verviersacht wird, oder mit einem Worte: ist der Quadratwurzel des Durchmessers umgekehrt proportional, so daß man eine für erste Annäherungen sehr brauchbare Formel hat, wenn man schreibt:

$$w = \frac{4l}{d}\left(\alpha v^2 + \frac{b}{\sqrt{d}} v\right).$$

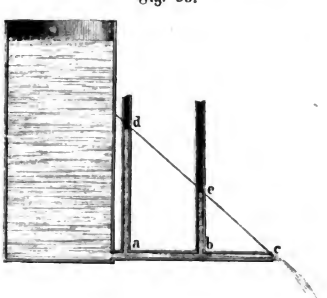
In dieser Form ist die Formel auch in späteren Arbeiten benutzt worden, und werden wir sie ebenfalls in dieser Form ferner anwenden.

Wir wollen uns jetzt vorstellen, die Strömung in der Röhre würde dadurch 86
erzeugt und im Gange erhalten, daß die Röhre an ihrem Anfange mit einem

Digitized by Google

Flüssigkeitsbehälter in Verbindung stände, der entweder selbst gegen den Strom gehalten als unerschöpflich anzusehen wäre, oder aus einem unerschöpflichen Reservoir in unveränderlicher Weise gespeist würde, so daß das Niveau des Behälters trotz des Ausfließens aus der Röhre immer dieselbe Höhe über dem Boden (und dem Röhrenanfange) behielte. In diesem Falle wird auch die Strömung, wie wir vorhin immer vorausgesetzt haben, eine constante sein, d. h. es wird in gleichen Zeiten gleich viel abfließen, denn das wird wohl von vorn herein auch ohne vollständige Durchdringung des physischen Herganges ersichtlich sein, daß in letzter Instanz die Geschwindigkeit der Strömung mit der Druckhöhe, der sie ihre Entstehung verdankt, in irgend einer nothwendigen Beziehung steht, so daß, wenn diese, auch jene constant bleibt. Wir wollen uns nun die Frage vorlegen: welches ist die Beziehung, die zwischen der Druckhöhe in dem Behälter und der Geschwindigkeit der Strömung im Rohre stattfindet, und welches ist ihr mathematischer Ausdruck? Um die gangbare Ableitung mit voller Berechtigung zu machen, muß jedoch noch vorausgesetzt werden, daß der Querschnitt des Behälters den Querschnitt des Stromrohres so vielmal übertrifft, daß die Flüssigkeitsmasse des Behälters, ohne merklichen Fehler, als ruhend angesehen werden kann gegen die Masse des Stromes. Ist nun die Geschwindigkeit der Strömung v, sind die Dimensionen der Röhre bekannt und ebenso die Constanten, welche in die Formel der Widerstände eingehen, so fanden wir vorhin, daß die Druckhöhe w im Anfange der Röhre $= \frac{4l}{d}\left(\frac{a}{\sqrt{d}}v + bv^2\right)$ gefunden werden müsse, sei diese bei a in der Fig. 33 in der That $= ad$. Höher als dieser Druck, muß der Druck in dem Behälter sein, schon weil er dem Drucke am Anfange des Rohres mindestens das Gleichgewicht halten muß. Um wie viel aber der Druck H im Inneren des Gefäßes höher stehen muß, als im Anfange des Rohres bei a, das ergiebt sich, wenn man bedenkt, daß die Flüssigkeit in dem Behälter (wenigstens der Voraussetzung nach so gut wie) in Ruhe ist, während die Flüssigkeit bei a eine endliche Geschwindigkeit besitzt; es muß also auf die Theilchen im Anfange der Röhre, abgesehen von einem, dem Widerstande in der ganzen Röhre Gleichgewicht haltenden Drucke, der ad gleich sein muß, noch ein Druck als bewegende Kraft wirken, der diese Theilchen von der Geschwindigkeit Null an, die sie im Inneren des Behälters hatten, momentan (oder in einem unmeßbar kleinen Zeitraume) beschleunigt bis zu der Geschwindigkeit v, die ihnen im Inneren des Rohres vermöge der Strömung zukommt. Es ist nun nach den Principien der Hydrodynamik (siehe Bd. I.

Fig. 33.



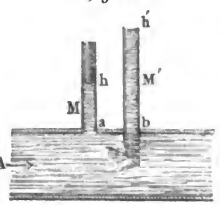
Digitized by Google

Nr. 110) eine Druckhöhe $f = \frac{v^2}{4g}$ nothwendig, um einem Theilchen beim Ausfließen die Geschwindigkeit v beizubringen; oder noch anschaulicher ausgedrückt: wenn ein Flüssigkeitstheilchen, einem Drucke Folge gebend, in Bewegung geräth und sich dadurch dem Drucke entzieht, so ist die Geschwindigkeit v der Bewegung, wofern nicht bei diesem Processe Kraft nach außen verloren geht, zu der Druckhöhe f, der das Theilchen entflohen ist, in der eben ausgedrückten Beziehung $f = \frac{v^2}{4g}$. Oder allgemeiner: wenn ein Flüssigkeitstheilchen von einem Orte höherer Spannung oder höheren Druckes $h + f$ zu einem Orte geringerer Spannung h übergeht — an welchem letzteren also die Moleküle weiter auseinander liegen, als an ersterem — so gewinnt es durch die Arbeit der dabei wirksam gewesenen abstoßenden Kräfte zwischen den Molekülen an lebendiger Kraft, was es durch Entfernung von seinen abstoßenden Nachbarn an Spannkräften verloren hat, und zwar ist dieser Gewinn allemal so groß, daß das Quadrat seiner Geschwindigkeit um die Größe $v^2 = 4gf$ zunimmt. Diese Gleichung drückt nach dem so eben Gesagten die Beziehung zwischen v und f nur annäherungsweise aus, wenn v die ganze Geschwindigkeit des Stromes in der Röhre (nicht bloß ihren Ueberschuß über die Geschwindigkeit in dem Behälter) bedeuten soll, aber offenbar um so genauer, je kleiner die Ausflußöffnung gegen den Querschnitt des Gefäßes ist, d. h. je mehr sich der Zustand der Flüssigkeit im Gefäße absoluter Ruhe nähert. Es ist nämlich begreiflich, daß der Druck f kleiner sein darf, wenn sich die Bedingungen des Versuches von dieser Gränze entfernen, denn wenn die Theilchen beim Ausfließen aus dem Behälter in die Röhre schon eine gewisse Geschwindigkeit besitzen, so bedarf es keiner so großen Kraft, um sie auf die Geschwindigkeit v zu bringen, als wenn sie von der Geschwindigkeit Null anfingen. Es ergiebt sich hieraus, daß beim Uebergange von der Röhre zum Gefäße das Wachsthum der Drücke, das innerhalb der Röhre stetig und den Ordinaten einer geraden Linie proportional war, eine Discontinuität erleidet, d. h. daß der Druck an zwei unendlich (oder wenigstens unmeßbar) nahe bei einander gelegenen Punkten einen endlichen Unterschied zeigt. Und zwar muß, wie wir gezeigt haben, die Druckhöhe H im Inneren des Gefäßes der am Anfange der Röhre stattfindenden ah um eine Größe f überlegen sein, die $= \frac{v^2}{4g}$ ist. Resumiren wir noch einmal: Beim Uebergange vom Gefäße zur Röhre sinkt der Druck plötzlich von H auf $H - f$, dafür steigt aber ebenso plötzlich die Geschwindigkeit von Null auf v. Man sieht nun, dieser Betrachtung gemäß, in der Regel die den Strom unterhaltende Druckhöhe H im Reservoir an als die Summe zweier Druckhöhen $H = f + w$, von denen die eine f — »Geschwindigkeitshöhe« genannt — dazu verwandt wird, den Theilchen beim Austreten die Geschwindigkeit v beizubringen. Der andere Summand w — »Widerstandshöhe« genannt — ist im Stande und dient dazu, dem Drucke $ah = w$, der durch die Summe der im Rohre bei der Geschwindigkeit v vorhandenen Widerstände im Anfange des Rohres erzeugt wird, das Gleichgewicht zu halten.

Digitized by Google

87 Die Geschwindigkeitshöhe kann noch auf eine andere Weise sichtbar gemacht werden, als durch die Beobachtung, daß H den Druck ah um eine endliche Größe übertrifft. Sei nämlich im Rohre AB, Fig. 34, ein Strom in der Richtung des Pfeiles; bei a sei ein Seitendruckmesser, in der oben schon beschriebenen Weise, in die Röhrenwand eingefügt; darin wird die Flüssigkeit bis zu einer gewissen Höhe h steigen, die den Druck im Punkte a angiebt und ein Maß für alle unterhalb a in der Röhre vorkommende Widerstände abgiebt. Ganz in der Nähe von a bei b sei nun eine andere senkrechte Röhre M' dicht in der Gefäßwand befestigt; sie endige aber in eine trichterförmige Erweiterung, deren Oeffnung der Strömungsrichtung entgegensteht, wie in der Figur angedeutet ist. In dieser Röhre M' wird alsdann die Flüssigkeit sich zu einer bedeutenderen Höhe h' erheben als in M, oder als die Höhe ist, welche man für den Punkt b aus der Beobachtung bei a und der Länge des Rohres leicht berechnen könnte. Ist diese letztere also der wahre Druck bei $b = h''$, so muß $h' - h''$ gerade der Geschwindigkeitshöhe gleich sein. Man darf diesen Versuch aber ja nicht etwa dahin mißverstehen, daß der Druck in der Richtung des Stromes um jenen Unterschied $h' - h''$ größer sei als gegen die Wand, wo er $= h''$ gefunden wurde. Sobald das Instrument M' entfernt wird, ist in der Richtung des Stromes der Druck so gut $= h''$, wie in jeder anderen. Durch Einführung dieses Instrumentes wird aber an der betreffenden Stelle sofort der Vorgang geändert; es werden nämlich die auf die Oeffnung der Röhre M' zueilenden Wassertheilchen ihrer Geschwindigkeit beraubt, und sie gerathen darum in eine Spannung, welche die Flüssigkeit so lange in M' in die Höhe treibt, bis der Druck h' der an der Oeffnung stattfindenden Spannung und dem daselbst sonst herrschenden Drucke h'' das Gleichgewicht hält; von da an bleibt der Zustand stationär. Der die Spannung messende Ueberschuß über h'' muß aber offenbar die oben bereits gefundene Geschwindigkeitshöhe $f = \frac{v^2}{4g}$ sein, da er, wie diese, hinreichen muß, den Theilchen, die durch das Anstoßen gegen die ruhende Flüssigkeit in der Oeffnung von M' ihre Geschwindigkeit verloren haben, dieselbe wieder zu ertheilen, da sie, von der Oeffnung abgleitend, mit der Geschwindigkeit v der Strömung weiter fortschreiten.

Fig. 34.



88 Der Vorgang in dem Apparate, den wir bisher unserer Betrachtung unterzogen, wird also durch folgende Formel in seinen wesentlichsten Beziehungen ausgedrückt: $H = \frac{v^2}{4g} + \frac{4l}{d}\left(\frac{a}{\sqrt{d}}v + bv^2\right)$. Darin bedeutet H die Höhe des Wasserstandes in dem Reservoir, v die Geschwindigkeit der Wassertheilchen in der Strömung, l die Länge des Rohres, d seinen Durchmesser; a und b sind zwei von der Natur der Röhrenwand und der Flüssigkeit abhängige constante Coeffi-

Digitized by Google

cienten. Endlich bedeutet g, wie gewöhnlich, die Beschleunigung, welche die Anziehungskraft der Erde an der Oberfläche einem schweren Körper im Verlaufe einer Secunde ertheilt.

Diese ganzen Betrachtungen nebst der daraus abgeleiteten Formel haben aber insofern eine allgemeinere, über den ursprünglich zu Grunde gelegten besonderen Apparat hinausgehende Bedeutung, als man jeden Strom, mag er in der Wirklichkeit hervorgebracht sein wie er will, so ansehen kann, als würde er durch Druck einer Flüssigkeitssäule von bestimmter Höhe unterhalten, und somit kann jede stromerzeugende Kraft auf einen hydrostatischen Druck reducirt oder durch einen solchen gemessen werden. Wir werden uns darum auch im Folgenden der Ausdrücke, Stromkraft und Druckhöhe H, die den Strom unterhält, als gleichbedeutender bedienen.

Es wird zunächst gut sein, durch einige Beispiele zu erläutern, in wie weit die 89
soeben abgeleitete Formel mit der Beobachtung übereinstimmt, um zu zeigen, in wie weit man berechtigt ist, dieselbe zur Orientirung in complicirteren Strömungsvorgängen zu benutzen. Vor Allem kann ganz allgemein hier angemerkt werden, daß unsere Formel überall nur auf Röhren, deren Weite eine gewisse Größe übersteigt, anwendbar ist. Ströme in einer Röhre, deren Durchschnittsfläche 0,65 $\square^{mm}$ betrug, konnten schon nicht mehr nach derselben beurtheilt werden. Wir müssen später über eigentliche Capillarröhren indessen doch noch eine Reihe von Bemerkungen machen, und halten uns daher zunächst hier an Röhren von solcher Weite, daß die Formel nicht von vorn herein ausgeschlossen ist. Die Beispiele entlehne ich Volkmann's Hämodynamik und wähle zunächst eine Versuchsreihe aus, welche die Abhängigkeit des Widerstandes w von der Geschwindigkeit v allein zu ermitteln zum Zwecke hatte. Es wurden an einer Röhre in acht Versuchen die zusammengehörigen Werthe von w und v bestimmt, dann aus zwei Paare*) zusammengehöriger Werthe die Coefficienten A und B in der Gleichung $w = Av + Bv^2$ berechnet und hernach, mit Benutzung derselben, für die sechs übrigen beobachteten Werthe von v das zugehörige w nach der Formel berechnet, sodann mit dem zugehörigen beobachteten Werthe von w verglichen. Im ungünstigsten Falle betrug die beobachtete Geschwindigkeit 682^{mm}, die als Wassersäule ausgedrückte beobachtete Widerstandshöhe 576^{mm}, während das berechnete $w = 587{,}9$ war, also nur um $^1/_{48}$ der ganzen gemessenen Größe zu groß; in 5 von den Versuchen war der Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung kleiner als $^1/_{100}$ der gemessenen Größe. Die Versuche wurden angestellt mit einer Messingröhre von $0{,}5^m$ Länge und $1{,}578^{mm}$ Durchmesser. Um ferner die Abhängigkeit des Widerstandes von der Röhrenlänge, der nach unserer Formel w geradezu proportional sein sollte, ließ Volkmann durch Zinnröhren von $7{,}03^{mm}$ Durchmesser in verschiedenen Versuchen mit einer immer gleichen Stromschnelle von 1^m strömen (die Stromschnelle schwankte nur zwischen 1,008 und 1,012),

*) Eigentlich werden alle acht Versuche zur Berechnung der Coefficienten gleichmäßig benutzt nach der bekannten Methode der kleinsten Quadrate.

Digitized by Google

aber in jedem Verſuche hatte die Röhre eine andere Länge. Zuſammengehörige Werthe von l und w waren dabei unter anderen $l = 3^m$ und $w = 811^{mm}$, ſowie $l = 1{,}5^m$ und $w = 273^{mm}$. Der Werth von $\frac{l}{w}$, der conſtant erwartet wurde, ſchwankte nur zwiſchen 3,7 und 4,0. Was endlich die Abhängigkeit des Widerſtandes vom Röhrendurchmeſſer betrifft, ſo ſtellte Volkmann ſechs Verſuche an, in denen die Stromſchnelle conſtant $= 1{,}487^m$ und die Röhrenlänge ebenfalls conſtant (der Werth von l iſt nicht angegeben) war (das Material der Röhren war bei einigen Zinn, bei anderen Meſſing), und das Caliber war allein von einem Verſuche zum anderen variabel. Setzt man in unſerer Formel $b\,4\,lv^2 = m$ und $\alpha\,4\,lv = n$, ſo hat man $w = \frac{m}{d} + \frac{n}{d\sqrt{d}}$, und es müſſen die ſechs durch die Verſuche gefundenen zuſammengehörigen Werthe von d und w ſich der Formel ſo fügen, daß m und n conſtante Größen bleiben. Es wird mit einer kleinen Umformung $wd = m + \frac{n}{\sqrt{d}}$, und man kann alſo ſehen, daß das Product des Widerſtandes mit dem Röhrendurchmeſſer variirt. Volkmann berechnete nun, mit Benutzung vorläufig beſtimmter Werthe von m und n, für ſeine ſechs Fälle den Werth von wd und verglich ihn mit dem von den Experimenten gelieferten. Die Uebereinſtimmung der Rechnung mit der Beobachtung war hier bei weitem weniger befriedigend, als in den obigen Verſuchen, wo die Abhängigkeit des Widerſtandes von der Geſchwindigkeit allein berückſichtigt wurde; denn die Differenz zwiſchen dem berechneten und gemeſſenen Werthe von wd ſtieg bis auf $^1/_{17}$ des ganzen.

90 Faſſen wir noch einmal die Reſultate zuſammen, ſo ergiebt ſich, daß die Formel $w = Av + Bv^2$ für eine beſtimmte Röhre, deren Querſchnitt eine gewiſſe Größe übertreffen muß, den Zuſammenhang zwiſchen Geſchwindigkeit und Widerſtand mit hinlänglicher Genauigkeit darſtellt, daß aber dieſe Formel doch nur den Werth einer ſogenannten empiriſchen beanſpruchen kann; denn wenn man in dieſelbe noch die Abhängigkeit des Widerſtandes vom Durchmeſſer und der Länge des Rohres mit aufnimmt, gegründet auf die üblichen Anſichten über die phyſikaliſchen Urſachen des Widerſtandes, und ſie in $w = \frac{4\,l}{d}\left(\frac{av}{\sqrt{d}} + bv^2\right)$ übergehen läßt, ſo wird dieſelbe ſchon weit weniger mit den Experimenten verträglich. Endlich iſt ſie auf Röhren von geringem Durchmeſſer gar nicht mehr anwendbar, was ſie doch ſein müßte, wenn jene Anſchauungen über den phyſikaliſchen Hergang wirklich die Wahrheit erſchöpften. Es geht alſo nun hier noch einmal durch Vergleichung der Folgerungen mit der Erfahrung hervor, worauf ſchon oben hingedeutet wurde, daß unſere Kenntniß von der Natur der Widerſtände eine äußerſt unvollkommene ſein muß. Insbeſondere iſt aber die Vorausſetzung vom Parallelismus der Schnitte, die vorhin ebenfalls gemacht wurde, eine ſehr von der Wahrheit abweichende; das läßt ſich von vorn herein ſehen. Denn

Digitized by Google

wenn die Geschwindigkeit in einem Querschnitte überall (in der Mitte und am Rande) und immerwährend dieselbe bleiben sollte, so müßte die den Randtheilchen ursprünglich allein zukommende Hemmung sich momentan auf die ganzen im Querschnitte enthaltenen Theilchen verbreiten, was bei der vollkommenen gegenseitigen Beweglichkeit unmöglich ist. Es muß also wohl am Rande, in der Nähe der Röhrenwand, eine geringere Geschwindigkeit herrschen, als gegen die Mitte. Auf diesen Umstand ist schon vielfach aufmerksam gemacht worden, aber es hat noch niemals gelingen wollen, denselben dem Kalkul zu unterwerfen. So weit dieser angewandt wurde, hat man vielmehr immer die Voraussetzung des Parallelismus der Schnitte gemacht. In der jüngsten Zeit ist wenigstens versucht worden, das Wachsen der Geschwindigkeit von der Wand gegen die Mitte der Röhre hin empirisch zu ermitteln. Darcy nämlich stellt dafür folgende Formel auf: $V - v = \frac{K r^{\frac{3}{2}} \sqrt{I}}{R}$, wo v die Geschwindigkeit eines Flüssigkeitsfadens bedeutet, der in der Entfernung r von der Axe des Rohres strömt; R ist dabei der Radius des Rohres und V die Geschwindigkeit des centralen Flüssigkeitsfadens, der die Axe selbst einnimmt (zugleich der größte Werth, den v annehmen kann für $r = 0$). K und I sind gewisse für diese Betrachtung constante Größen. In wie weit diese Formel gleichzeitig auf theoretischen Betrachtungen fußt, kann ich nicht angeben, da die angezogene Arbeit von Darcy bloß durch einen in den Comptes rendus gegebenen Auszug bekannt geworden ist. Aber selbst dieser allerdings vorgeschrittneren Annäherung an die Wahrheit liegt immer noch eine höchst wahrscheinlich ungerechtfertigte Anschauung zu Grunde. Man denkt sich dabei offenbar die verschiedenen Flüssigkeitsfäden gerade und der Röhrenaxe parallel, wenn auch nicht mehr mit gleichen Geschwindigkeiten begabt. Der Strömungsvorgang wurde dadurch so angesehen, als schöben sich in einander geschachtelte Cylinder (die einzeln gleichsam aus fester Substanz bestünden) mit ungleichen Geschwindigkeiten in einander, derart, daß der innerste die größte Geschwindigkeit hätte, die äußeren immer kleinere. Ich glaube nicht, daß man geneigt sein wird, diese Vorstellung festzuhalten, wenn man den Vorgang im Einzelnen zergliedert. Es kommt mir im Gegentheil wahrscheinlich vor, daß die unmittelbar an der Wand vorbeistreichenden Theilchen nicht mit einer constanten Geschwindigkeit vorwärts gehen, sondern daß dieselben durch Ueberwiegen der hemmenden Momente wirklich allmälig verzögert werden; so, daß ein solches von Zeit zu Zeit durch ein aus dem Inneren kommendes, in bogenförmiger Bahn beschleunigtes ersetzt wird, so würden sich die Flüssigkeitsfäden gegen die Wand hin krümmen und an dieser schlingenartig umbiegen. An der Wand würde sich mit anderen Worten eine fortlaufende Reihe von Wirbeln bilden, und Fig. 35 würde vielleicht eine angenäherte Vorstellung von dem Strömungshergange geben.

Fig. 35.

In Betreff einfacher gerader cylindrischer Röhren mit constantem Querschnitte sind nun noch einige Bemerkungen zu machen, die in dem bis- 91

herigen Zusammenhange keine Stelle finden konnten. Wir haben oben immer geradezu den Druck im Anfange des Rohres, den wir jetzt mit S bezeichnen wollen, mit dem ganzen im Rohre erzeugten Widerstande w — als statische Kraft gefaßt — identificirt. Es mußte also, wenn sonst alle Bezeichnungen von oben beibehalten werden, $H = \frac{v^2}{4g} + S$ sein, und die Geschwindigkeitshöhe $f = \frac{v^2}{4g}$ gefunden werden, wenn man die beobachtete Druckhöhe S von der ebenfalls beobachteten Höhe H in dem den Strom speisenden Reservoir abzieht. Es findet sich nun aber regelmäßig ein zu großer Rest f, wenn man diese Subtraction ausführt, d. h. eine Geschwindigkeitshöhe, welche, nach dem Grundsatze der Hydrodynamik $v = 2\sqrt{gf}$, eine größere Geschwindigkeit als die beobachtete — v — erzeugen müßte. Volkmann zieht hieraus den Schluß, daß die der Beobachtung unmittelbar zugängliche Größe S nicht wirklich identisch sei mit w, sondern dieselbe noch um eine Druckhöhe σ vermehrt werden müsse, um w zu geben, so daß man $S + \sigma = w$ zu setzen hätte. Mir scheint es, man könne nicht umhin, diese Identität doch beizubehalten; denn da wir es mit Strömen zu thun haben, die eine constante Geschwindigkeit beibehalten, so muß zwischen allen beschleunigenden und allen verzögernden Kräften Gleichgewicht bestehen. Es ist aber S die Summe aller beschleunigenden, w die Summe aller verzögernden Kräfte, die im Rohre wirksam sind; somit wäre man ohne alle Einschränkung berechtigt, $S = w$ zu setzen. Der Umstand, daß die beobachtete Geschwindigkeit v kleiner ausfällt, als die aus der Differenz $H - S$ als Geschwindigkeitshöhe berechnete, scheint mir vielmehr daher zu rühren, daß in dieser Differenz neben der wirklichen Geschwindigkeitshöhe noch eine nicht von der Röhre herrührende Widerstandshöhe steckt*), bestimmt, diejenigen Widerstände zu bewältigen, welche im Reservoir selbst und beim Ausfluß aus demselben entstehen. Letztere wäre dann die von Volkmann mit σ bezeichnete Größe. Dafür scheinen mir insbesondere noch Volkmann's eigene Versuche zu sprechen, denn er fand sie bei gleichbleibender Ausflußgeschwindigkeit ziemlich constant. Gerade aus diesem Grunde fand sich nun das Verhältniß $\frac{\sigma}{S}$ um so kleiner, je größer S ist. Die schließliche Behauptung Volkmann's, auf die er mit Recht großen Werth legt, ist darum gerechtfertigt, daß man σ um so eher ganz vernachlässigen dürfe, je größer der absolute Werth von S ist. Man darf nämlich um so ungestrafter dies — meßbare — S als die Summe aller vorhandener Widerstände betrachten; denn das vernachlässigte σ wird ein um so kleinerer Bruchtheil der ganzen gemessenen Größe S sein. So fand also namentlich Volkmann den Einfluß von σ um so kleiner, je länger die durchströmte Röhre bei gleichem Durchmesser war, und um so kleiner der letztere bei gleicher Länge war, wenn beidemale die Geschwin-

*) Man beobachtete ja auch beim sonst widerstandslosen Ausfließen, wenn keine Röhre durchströmt zu werden braucht, daß die Geschwindigkeit nicht so groß war, als die Druckhöhe nach der Formel verlangte. Siehe Gerstner's Mechanik. Bd. II. S. 138.

Digitized by Google

digkeit constant blieb. In einer anderen Versuchsreihe, wo er die Abhängigkeit der Größe σ und des Verhältnisses $\frac{\sigma}{S}$ von der Geschwindigkeit selbst untersuchte, fand er, daß σ mit v zugleich abnimmt, was mit unserer Betrachtungsweise sich sehr gut verträgt, und zwar nimmt mit abnehmendem v das σ offenbar langsamer ab als S; denn es ergab sich gleichzeitig, daß mit abnehmendem v auch $\frac{\sigma}{S}$ abnimmt.

Endlich ist hier noch eine Digression über die Capillarröhren nothwendig, 92
die, wie oben schon bemerkt wurde, sich dem für weitere Röhren geltenden hydrodynamischen Grundgesetze nicht fügen. Theoretische Betrachtungen existiren über diesen Gegenstand fast gar nicht. Wir verdanken alle unsere Kenntnisse über die Bewegungen einer Flüssigkeit in Capillarröhren zwei experimentalen Untersuchungen von Poiseuille und Hagen, die mehrere bemerkenswerthe empirische Gesetze gefunden haben. Die empirische Formel von Poiseuille drückt das in einer Secunde ausgeflossene Wasserquantum Q in Cubikmillimetern unmittelbar so aus:

$$Q = 1836{,}724\ (1 + 0{,}0336793\,T + 0{,}0002209936\,T^2)\ \frac{HD^4}{L},$$

worin H die stromerhaltende Druckhöhe in Quecksilber bei 0° Temperatur, D den Durchmesser und L die Länge der Röhre, alles in Millimetern gemessen, bezeichnet. Der Factor in der Klammer bestimmt die Correction für verschiedene Temperaturen, wobei T die Anzahl von Graden der 100theiligen Scala bedeutet, welche die jedesmal herrschende Temperatur mißt.

Insofern die in der Zeiteinheit ausfließende Wasserquantität das Product aus Röhrenquerschnitt und Stromgeschwindigkeit $\frac{\pi v D^2}{4}$ ist, kann man noch der Formel die einfache Gestalt geben: $\frac{HD^2}{Lv} = Const.$ (wobei übrigens die Correctur wegen der Temperaturen unbeachtet geblieben ist) und das Resultat so aussprechen: die Geschwindigkeit in einem Capillarrohre ist der Druckhöhe und dem Quadrate des Durchmessers direct, der Röhrenlänge verkehrt proportional.

Die Versuche von Poiseuille, aus denen diese Formel abgeleitet wurde, waren angestellt mit Glasröhren von außerordentlich kleinem Durchmesser, etwa $0{,}1^{mm}$. Obwohl Hagen seine Versuche mit Röhren von Messing und sehr viel größerem Durchmesser machte, so stimmen sie doch sehr gut mit jenen zusammen. Seine Formel*) drückt, in pariser Zollen gemessen, die Druckhöhe h von Wasser aus, welche den Strom erhält:

*) Hagen's Formel ist übrigens nicht als reine empirische Formel anzusehen; er giebt vielmehr zu ihrer theoretischen Begründung ungefähr Folgendes an: Die Geschwindigkeit in dem austretenden Wasserstrahle ist nicht überall dieselbe, sondern nimmt von dem Maximum c in der Axe nach der Wand hin ab, so daß sie an dieser selbst $= 0$ wird. Man könnte daher als einfachste Annahme gelten lassen, daß der in einer Entfernung x von der Axe gelegene Wasserfaden eine Geschwin-

Digitized by Google

$$h = \frac{1}{\varrho^4}\,[(0{,}00001726 - 0{,}000000785\,t + 0{,}0000000216\,t^2)\,lq + 0{,}0003886\,q^2],$$

worin ϱ den Halbmesser, l die Länge des Rohres in pariser Zollen, und q die in einer Secunde ausgeflossene Wassermenge in eben solchen Cubikzollen, endlich t die Temperatur in Graden der Réaumurschen Scala bedeutet.

Will man diese Formel mit der von Poiseuille vergleichen, so darf man zunächst das mit q^2 behaftete Glied weglassen, was bei der Enge der von Poiseuille angewandten Röhren und folglich sehr kleinen Ausflußmenge nicht von Bedeutung sein konnte. Thut man dies und führt zugleich den Durchmesser d statt des Radius ϱ, sowie Centesimalgrade T statt des Réaumurschen ein, so ergiebt sich:

$$q = 3621{,}1\,(1 + 0{,}036384\,T + 0{,}000523\,T^2)\,\frac{h d^4}{l}.$$

Mißt man endlich noch q, h, d und l in Millimetern statt in Zollen und bestimmt die Druckhöhe durch Quecksilber bei 0° (specif. Gew. = 13,598) und bezeichnet alsdann die entsprechenden Größen mit Q, H, D und L, so folgt:

$$Q = 1819{,}0\,(1 + 0{,}036384\,T + 0{,}000523\,T^2)\,\frac{HD^4}{L}.$$

Eine Formel, die bis auf die Wärmecorrection mit der von Poiseuille sehr gut übereinstimmt.

93 Indem wir in unseren Betrachtungen vom Einfacheren zum Complicirteren fortschreiten, wollen wir jetzt zusehen, ob man sich einigermaßen von den Erscheinungen Rechenschaft geben kann, die an Strömen beobachtet werden, welche in stellenweise erweiterten oder verengerten, sowie in winkelig gebrochenen Röhren beobachtet werden. Natürlich werden wir auch hier nur den Fall eines beharrlichen Stromes ins Auge fassen.

Es ist gut, gleich im Anfange dieser Untersuchung zu bemerken, daß alle im vorigen Paragraphen gemachten Ableitungen, die in ihren eigenen Gränzen

---

digkeit $v = \frac{(\varrho - x)c}{\varrho}$ habe. Der Strömungsvorgang reducirt sich durch diese Annahme auf ein Ineinanderverschieben von Flüssigkeitsröhren mit ungleicher Geschwindigkeit, die aber für jeden aus der eben angegebenen Formel berechnet werden kann, wenn man noch die mittlere, durch Beobachtung aufzufindende Geschwindigkeit k hinzunimmt, welche alle Theilchen haben müßten, um den wirklich stattfindenden Ausfluß zu bestreiten. Hagen findet unter diesen Voraussetzungen auf dem Wege der Integration die Druckhöhe, welche erforderlich wäre, allen einzelnen Flüssigkeitsröhren die betreffende Geschwindigkeit zu ertheilen, und die, welche die sämmtlichen Reibungswiderstände zwischen den einzelnen zu überwinden im Stande ist. Die Summe beider giebt dann die in seiner Formel auftretende Druckhöhe h, welche den Strom erhält. Natürlich ist die Correction wegen der Wärme rein empirisch zugefügt. Diese Correction kann auch begreiflicherweise das mit q^2 behaftete Glied nicht beschlagen, da dieses den Theil der Druckhöhe bedeutet, den wir oben mit dem Namen der Geschwindigkeitshöhe belegten.

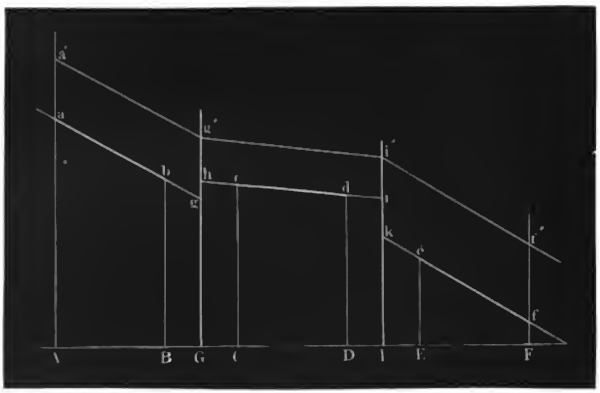
Digitized by Google

schon mangelhaft genug sind, jedenfalls nur gelten für gleichmäßig weite gerade Röhrenabschnitte, wo die Voraussetzung des Parallelismus der Schnitte und der Geradlinigkeit der Flüssigkeitsfäden, wenn sie auch nicht ganz genau sind, doch wenigstens einigermaßen Sinn haben. Daher wird man auch in einzelnen Abschnitten der nicht geradlinigen und ungleich weiten Röhren von den entwickelten Beziehungen zwischen Widerstand, Geschwindigkeit und den anderen veränderlichen Größen manches wiederfinden und werden dieselben einige orientirende Gesichtspunkte bieten, jedenfalls aber an den Stellen selbst, wo Richtung oder Weite des Stromrohres plötzliche Veränderungen erleiden, wird man sich auf Erscheinungen gefaßt machen müssen, zu deren Beurtheilung man die speciellen Gesetze nicht mehr brauchen kann, vielmehr zu allgemeineren Betrachtungen seine Zuflucht nehmen müßte, wofern überhaupt eine vollständige Einsicht der fraglichen Vorgänge bezweckt würde. Man müßte natürlich in letzter Instanz zu den allgemeinen Bewegungsgleichungen flüssiger Massen aufsteigen, in denen alle diese Vorgänge nothwendig mit begriffen sind. Auf das Betreten dieses Weges, der übrigens gegenwärtig überhaupt noch nicht gar weit gebahnt ist, müssen wir begreiflicherweise hier gänzlich verzichten; wir begnügen uns mit Ausmalung einiger Vorstellungen, die weniger mathematische Evidenz als Anschaulichkeit anstreben. Es bestehe die Röhre aus mehreren Abschnitten, von denen jeder einzeln gerade und von constanter Weite ist; sie liegen hinter einander, so daß ihre Axen in ein und dieselbe gerade Linie fallen, und werden nach einander durchflossen von einem beharrlichen Strome. Sind die einzelnen Abschnitte von einigermaßen beträchtlicher Länge, so wird sich in jedem ein Strom etabliren, der aus lauter geraden, der Axe parallelen Flüssigkeitsfäden zusammengesetzt gedacht werden kann, und darum, für sich betrachtet, unseren Gesetzen anheimfällt. In der That fand Volkmann für einen solchen Partialstrom das Grundgesetz $w = av^2 + bv$ gültig, wenn unter w die Differenz des Druckes am Anfang und am Ende dieses Stromes genommen wurde; nur dürfen diese Gränzpunkte den Uebergangsstellen zwischen den Röhrenabschnitten nicht gar zu nahe liegen; auch nehmen zwischen den Gränzpunkten die Drücke in der Richtung des Stromes ab, wie die Ordinaten einer geraden Linie. In zwei Röhrenabschnitten verhalten sich natürlich unter den gemachten Voraussetzungen die Stromgeschwindigkeiten umgekehrt wie die Querschnitte der beiden Röhrentheile. Dies sieht man ohne Weiteres ein, wenn man bedenkt, daß wegen der Continuität und Unzusammendrückbarkeit der gesammten Wassermasse durch *jeden* Querschnitt der ganzen Anordnung in der Zeiteinheit *dieselbe* Wassermenge gehen muß. Ist daher an irgend einer Stelle der Querschnitt $n$mal größer als an einer anderen, so müssen diesen letzteren die Theilchen mit $n$mal größerer Geschwindigkeit durchströmen, als jenen, damit ihn in der Zeiteinheit gerade soviel passiren. Es ist ferner ersichtlich, daß bei einem bestimmt gedachten Strome die gerade Linie, deren Ordinaten den Drücken proportional sind, für einen weiteren Abschnitt weniger gegen die Röhrenaxe geneigt ist, als in einem engeren, denn in einem Elemente eines weiteren Abschnittes werden aus zwei Gründen weniger Widerstände erzeugt, als in einem gleich langen Elemente eines engeren, einmal wegen der größeren Weite und

Digitized by Google

dann wegen der geringeren Geſchwindigkeit. Die Figur 36 kann alſo einen

Fig. 36.



Begriff von der Vertheilung der Drücke in einem Rohre geben, das aus drei Abſchnitten zuſammengeſetzt iſt; der mittlere iſt am weiteſten, der letzte am engſten. Die Ordinaten der gebrochenen Linie *abcdef* meſſen die Drücke, die an den verſchiedenen Punkten des bei *G* erweiterten, bei *I* wieder verengerten Rohres ſtatt haben. Zwiſchen *b* und *c*, ſowie zwiſchen *d* und *e* muß freilich die Variation der Drücke eine eigenthümliche ſein, und die Figur beanſprucht nicht, dieſe darzuſtellen. Zieht man nun die geraden Linien *ab*, *cd*, *ef* aus, bis ſie die in den Verbindungspunkten der Röhrentheile errichteten Perpendikel ſchneiden, ſo wird man der auffallenden Thatſache gewahr: am Ende des erſten engeren Abſchnittes iſt der Druck geringer als am Anfange des zweiten weiteren, und am Ende des zweiten weiteren Abſchnittes iſt der Druck höher als im Anfang des dritten wiederum engeren. Oder allgemein wird ſich behaupten laſſen, beim Uebergange aus einem engeren zu einem weiteren Querſchnitte tritt eine plötzliche Vermehrung, beim Uebergange von einem weiteren zu einem engeren Querſchnitte tritt eine plötzliche Verminderung des Druckes ein; oder mit noch anderen Worten ausgedrückt: vor einer Verengerung der Strombahn liegt ein höherer, vor einer Erweiterung ein niedrigerer Druck, als bei einer ſtetigen Zunahme zu erwarten wäre. Volkmann bezeichnet erſtere Erſcheinung im Anſchluß an den allgemeinen Sprachgebrauch über ähnliche Erſcheinungen bei offenen Canälen mit dem Worte »Stauung«, und bildet im Gegenſatze hierzu für die zweite Erſcheinung die Bezeichnung »negative Stauung«.

94 Um uns einigermaßen in dieſen Erſcheinungen zu orientiren, müſſen wir auf das allgemeine Princip von der Erhaltung der Kraft zurückgehen. Wir haben dabei noch den Vortheil, manches aus unſeren obigen Fundamentalbetrachtungen unter etwas veränderten Geſichtspunkten hier wieder erſcheinen zu ſehen.

Digitized by Google

Der Druck, den ein Flüſſigkeitstheilchen erleidet, iſt das Maß für den mittleren Molekularabſtand an der betreffenden Stelle der Flüſſigkeitsmaſſe *) und inſofern das Maß für die Summe ſeiner weſentlichen Spannkräfte. Die Befreiung eines Flüſſigkeitstheilchens von Druck bedeutet daher allemal ein und daſſelbe wie Entfernung von ſeinen Nachbartheilchen, alſo eine Verminderung ſeiner Spannkraftsſumme, folglich muß bei einer ſolchen die lebendige Kraft des Theilchens nothwendig um ein entſprechendes Quantum vermehrt werden. Dieſen Effect der Druckverminderung gewahrt man auch bekanntlich bei jedem Ausfließen einer Flüſſigkeit aus einem Gefäße, und haben wir oben bereits von dem Principe Gebrauch gemacht (ſiehe Nr. 86); ein Waſſertheilchen hat, ſo lange es im Gefäße iſt, ſo gut wie keine Geſchwindigkeit — keine lebendige Kraft — ſteht aber unter einem gewiſſen Drucke; hernach im Ausfließen entzieht es ſich dem Drucke — verliert an Spannkraft —, nimmt aber dabei eben eine Geſchwindigkeit an — gewinnt lebendige Kraft.

Die gerade Linie ab in der Figur deutet uns nun, indem ſie den Gang der Drücke vorſtellt, den Verluſt an Spannkraft an, den ein Theilchen allmälig erleidet, indem es den erſten Röhrenabſchnitt durchwandert; die in jedem Röhrenabſchnitte verlorene Spannkraft wird nun dem Flüſſigkeitstheilchen wirklich entzogen und auf die Wand übertragen, wo ſie etwa als Wärme oder Veränderung in der Conſtitution des Materials zum Vorſchein kommt, kurz, ſie wird durch die Widerſtände aufgezehrt. Dem Flüſſigkeitstheilchen wird ſie wirklich entzogen, ſagen wir, da trotz der Verminderung ſeiner Spannkraft factiſch ſeine lebendige Kraft nicht vermehrt wird, denn es ſtrömt mit immer gleicher Geſchwindigkeit durch den ganzen Röhrenabſchnitt. Wenn wir daher alle Ordinaten der Linie ag um eine gewiſſe, der conſtanten lebendigen Kraft entſprechende Größe vermehrten, oder mit anderen Worten, in einem gewiſſen Abſtande von ag eine ihr parallele Gerade — etwa $a'g'$ — zögen, ſo ſtellte uns dieſe die allmäligen Verluſte der geſammten Kraftſumme, lebendige Kraft und Spannkraft, dar, welche das Theilchen erleidet. Die Linie hi zeigt ebenſo den Gang der Spannkräfte im zweiten Röhrenabſchnitte, in welchem ſowohl die ſpecifiſchen Widerſtandscoefficienten als auch die Geſchwindigkeit kleiner ſind als im erſten, daher dieſe Gerade weniger ſtark gegen die Axe abfällt. Dieſe Gerade fängt nun bei h oberhalb g an, das Theilchen gewinnt alſo beim Uebergange aus dem erſten in den zweiten Abſchnitt an Spannkraft. In der That geht man wieder auf die Geſammtkraftſumme deſſelben zurück, die wir durch die Linie Gg' dargeſtellt hatten, ſo kann dieſe beim Uebergange aus dem engeren in den weiteren Röhrentheil offenbar nur in ſtetiger Weiſe (alſo um ein unendlich Kleines) verändert werden, wie an jeder anderen Stelle, denn es wird an dieſer Stelle offenbar auch nur ein unendlich

*) Man darf hierin keinen Widerſpruch mit der Incompreſſibilität der Liquida ſehen; dieſe iſt bekanntlich nur ein ungenauer Ausdruck, da alle Liquida in Wahrheit zuſammendrückbar ſind und folgeweiſe am Boden eines Gefäßes wirklich der Molekularabſtand kleiner iſt als an der Oberfläche; freilich beträgt die Abnahme des Molekularabſtandes ſelbſt für ſehr bedeutende Drücke nur äußerſt wenig, d. h. aber weiter nichts, als daß die ſtatiſchen Kräfte zwiſchen den Molekülen der Liquida in ſehr raſcher Zunahme begriffen ſind für geringe Abnahmen der Abſtände.

Digitized by Google

kleines Wärmequantum jeden Augenblick frei. Im Anfange des Abſchnittes GI wird alſo die Geſammtkraft dieſelbe, wie am Ende des vorhergehenden, d. h. unendlich wenig von Gg' verſchieden ſein. Aber beim Uebergange tritt ein anderes Verhältniß zwiſchen beiden Beſtandtheilen ein. Die Geſchwindigkeit und damit die lebendige Kraft erleidet eine plötzliche Verminderung um einen endlichen Theil, folglich muß die Spannkraft eine entſprechende Vermehrung ebenfalls um einen endlichen Theil erleiden, wenn die Summe beider nur um ein unendlich Kleines ſich ändern ſoll. Das Umgekehrte tritt an dem Punkte I ein, wo das Theilchen beim Uebergange in den engeren Röhrenabſchnitt eine plötzliche Vermehrung ſeiner Geſchwindigkeit (lebendigen Kraft) erfährt, wo alſo die Spannkraft plötzlich ſinken muß. Die Zuſammenhangsunterbrechungen in der Linie, deren Ordinaten in der ganzen Anordnung den Gang der Spannkräfte anzeigen, würden alſo ſofort verſchwinden, wenn man Linien zeichnete, deren Ordinaten eben nicht die Spannkraft, ſondern die Geſammtkraft meſſen, wenn man überall die Ordinaten um die lebendigen Kräfte vermehrte, man erhielte dann vielleicht in unſerem Falle eine Linie wie $a'g'i'f$, die ſelbſt keine Unterbrechung des Zuſammenhanges hat; nur ihre Neigung gegen die Axe erleidet an den Stellen g' und i' Knickungen, entſprechend den plötzlichen unſtetigen Aenderungen der Widerſtandscoefficienten und Geſchwindigkeiten bei G und I.

Vielleicht wird dies Ganze noch anſchaulicher, wenn man ſich irgend ein fließendes Molekül wirklich vorſtellt. Es kommt mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit und um einen beſtimmten Abſtand von ſeinen Nachbarn, Vorläufern und Nachfolgern entfernt aus dem erſten Röhrenabſchnitte; ſein Vorläufer, der ſchon im zweiten befindlich war, participirte bereits an der hier herrſchenden geringeren Geſchwindigkeit. Das gedachte Theilchen wird alſo auf ſeinen Vorläufer drängen und ſich ihm nähern, bis die dadurch vermehrte Abſtoßung ſeine eigene Geſchwindigkeit ſo weit verringert hat, daß ſie der für den weiteren Röhrenabſchnitt geltenden gleich kommt. Es herrſcht alſo jedenfalls im Anfange der weiteren Röhre ein kleinerer*) Molekularabſtand als am Ende der engeren, d. h. ein höherer Druck. Die Theilchen drängen ſich, weil die nachfolgenden größere Geſchwindigkeiten haben als die vorangehenden, zuſammen. Das Umgekehrte läßt ſich von der Stelle I ſagen. Ein vorangehendes Theilchen, das bereits in den engeren Röhrentheil getreten iſt, flieht gewiſſermaßen vor ſeinem Nachfolger, der Zwiſchenraum vergrößert ſich, dadurch aber eben wird das nachfolgende Theilchen von Druck entlaſtet und gewinnt lebendige Kraft, es wird mit der Verminderung der Spannkraft beſchleunigt und ſo geſchickt, an der raſcheren Strömung des engeren Rohres Theil zu nehmen.

Es braucht wohl kaum noch daran erinnert zu werden, daß in der Wirklichkeit dieſe Vorgänge doch viel complicirter ſein müſſen, als wir ſie hier angeſehen haben, daß namentlich bei Erweiterungen und Verengerungen einer Röhre

*) Nur muß man auch hier wieder im Auge behalten, daß der Unterſchied der Molekularabſtände wegen der geringen Compreſſibilität der Liquida verſchwindend klein ſein muß, ſelbſt wenn er der Effect ziemlich bedeutender Kräfte iſt.

Digitized by Google

seitliche Geschwindigkeiten, die der Axe nicht parallel sind, nicht vernachlässigt werden können; daß daselbst größere Wirbel auftreten müssen, die den Uebergang von der einen Geschwindigkeit zur anderen vermitteln. Namentlich muß auch noch daran erinnert werden, daß überall da, wo wir von einer sprungweisen Aenderung der Geschwindigkeit oder des Druckes sprachen, die Natur nicht solche, sondern nur sehr bedeutende Aenderungen auf verhältnißmäßig unbedeutende Strecken hat.

Wir sind über diesen Gegenstand, der scheinbar von sehr untergeordneter Anwendung im organischen Leben ist, etwas ausführlich gewesen, weil er allgemeine Gesichtspunkte darbietet, nach denen überhaupt Ströme zu beurtheilen sind, deren Bett Erweiterungen und Verengerungen unterworfen ist. Im thierischen Organismus erweitert sich nun aber in der That das Bett des Blutstromes sehr bedeutend und verengert sich nachher wieder, wenn auch nicht in so einfacher Weise, wie in dem soeben discutirten Apparate, sondern vielmehr durch Verzweigung, wobei die Querschnittssumme der Zweige den Querschnitt des Stammes übertrifft. Wir gehen sofort zu solchen verzweigten Strombahnen über, müssen nur zuvor mit zwei Worten die nicht geradlinigen Strombahnen berühren.

Daß eine Winkelbiegung der Strombahn wegen des Anstoßens der Theil- 95
chen als Widerstandsursache wirkt, ist von selbst verständlich. Je kleiner der Winkel ist, um so größer ist der Widerstand, den er einführt; einen einfachen Zusammenhang zwischen beiden Größen wird man nicht erwarten. Da der Winkel eine einzelne Widerstandsursache neben anderen ist, so wird er auf den Gesammtwiderstand einen um so geringeren Einfluß haben, je größer der Widerstand schon ohnehin ist. Allmälige Biegungen der Strombahn durch Krümmung scheinen an sich schon keinen bedeutenden Widerstand herbeizuführen.

Die wesentlichen Fragen, die bei verzweigten Strombahnen entstehen, hat 96
Volkmann durch einzelne Versuchsreihen beantwortet. Er fand, daß die Eingangs entwickelte hydrodynamische Grundformel größtentheils sehr brauchbar ist, um sich in den verwickelten Vorgängen zurechtzufinden.

Fig. 37.

Wir betrachten zunächst ein symmetrisches Röhrensystem, aus lauter gleich langen und gleich weiten Röhren zusammengesetzt, nach dem Schema, das die Figur 37 darstellt. Durch Versuche mit diesem Systeme stellte Volkmann die folgenden Sätze fest.

1) Der Seitendruck nimmt von der Einflußmündung gegen die Ausflußmündung stetig ab, ausgenommen an den Theilungs- und Vereinigungspunkten, wo positive oder negative Stauung Platz greift.

2) Punkte, deren Entfernung von der Einflußmündung gleich ist, die verschiedenen Röhren aber demselben Abschnitte *) angehören, zeigen auch denselben Druck.

*) Einen Abschnitt wollen wir einen zwischen zwei zur mittleren Stromrichtung senkrechten Ebenen begriffenen Theil des Systems nennen.

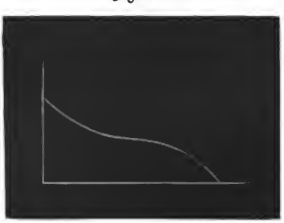
Digitized by Google

3) Die Seitendruckabnahme ist für das ganze System nicht gleichmäßig in jedem Abschnitte, um so rascher, je geringer dessen Weite, und in Abschnitten gleicher Weite ungefähr gleich rasch. Dieser Satz war nach den Erörterungen über Erweiterung einer Röhre vorauszusehen. Denn vor Allem ist klar, daß die Strömgeschwindigkeit auch hier wieder der Weite der Abschnitte umgekehrt proportional sein muß — unter Weite des Abschnittes natürlich die Summe der Querschnitte der zu dem Abschnitte gehörigen Röhren verstanden. Es muß nämlich offenbar durch jeden Totalquerschnitt des Systems in der Zeiteinheit gleich viel Flüssigkeit strömen.

4) Die Punkte in der Mitte des Systems haben einen höheren Seitendruck als die Hälfte des ganzen im Anfange geltenden, was wohl von den unterhalb der Mitte liegenden besonderen Stauungen (bei der Vereinigung der Zweige) herrühren mag.

Berechnet man für alle einzelnen Röhrenabschnitte v und dann mit Benutzung derselben vorläufig bestimmten Coefficienten $w = av^2 + bv$, so stimmt die Beobachtung, nämlich die Differenz der Seitendrücke am Anfange und Ende des Abschnittes, ziemlich gut damit überein. Im Ganzen erscheint aber der absolute Werth des Druckes in allen Theilen des Systems oberhalb der letzten Ausflußröhre erhöht, wohl durch die mehrfach erwähnten besonderen Stauungen.

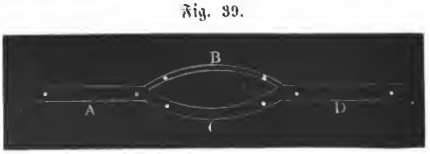
Fig. 38.



Die Resultate können anschaulich dargestellt werden, wenn man den an jeder Stelle des Systems geltenden Druck als Ordinate auf die betreffende Stelle der Axe desselben aufträgt; es würde sich dann etwa die Curve Fig. 38 ergeben, die durch einen Wendepunkt in der Mitte ausgezeichnet ist.

97 Zweitens untersuchte Volkmann ein System von vier gleich langen Röhren, von denen drei gleiche Weite hatten, während die vierte B, Fig. 39, der zweiten (C)

Fig. 39.



collateral zugeordnet, enger war. Jede Röhre hatte im Abstand von 300 mm zwei Druckmesser, so daß die in einem 300 mm langen Stücke derselben erzeugten Widerstände gemessen werden konnten. Hierauf konnte nach der Gerstner'schen Formel $w = \frac{m}{d} v^2 + \frac{n}{d\sqrt{d}} v$ die Geschwindigkeit in jedem einzelnen Röhrenabschnitte

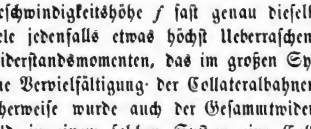
Digitized by Google

berechnet werden, wenn man nur vorläufig die für die betreffenden Materialien geltenden Coefficienten m und n aus zwei zusammengehörigen Werthpaaren von w und v in der Röhre A bestimmt hatte. Die Rechnung wurde in der Weise mit der Beobachtung verglichen, daß man aus den für B und C sich ergebenden Geschwindigkeiten berechnete, wie viel Flüssigkeit diese beiden Collateralarme zusammen in der Zeiteinheit lieferten; diese Summe mußte dann mit der beobachteten Menge, welche D in der Zeiteinheit wirklich lieferte, übereinstimmen. Die Uebereinstimmung fiel in der That befriedigend aus. Von ähnlicher Anwendbarkeit zeigte sich die Gerstner'sche Formel bei einem Systeme, wo die beiden Collateralröhren von gleicher Weite und ungleicher Länge waren.

Auf Beobachtungen, angestellt an Druckmessern, die gerade auf die Verbindungsstellen der Röhren aufgesetzt waren, wollen wir nicht näher eingehen, da an solchen unsere theoretischen Hülfsmittel, die nur unter der Voraussetzung geradliniger Ströme abgeleitet wurden, nothwendig ihren Dienst versagen; denn an diesen Stellen werden die einzelnen geradlinigen Stromabtheilungen durch Wirbelbildung vermittelt, man kann also hier nicht einmal in sehr benachbarten Punkten ein und dieselbe Stromrichtung voraussetzen.

Noch einen Versuch Volkmann's über verzweigte Strombahnen müssen 98
wir hier mittheilen, weil er auf wesentliche Punkte der Lehre vom Blutkreislaufe ein besonderes Licht zu werfen geeignet ist. Mit dem zuerst erörterten Systeme (Fig. 37) verglich er nämlich ein zweites kleineres, das aus ebenso langen und weiten einzelnen Röhren nach dem Schema der Figur 40 gebildet war. Es verhielt sich daher die Länge dieses Systems zur Gesammtlänge des obigen wie 3 : 5. Wurden in beiden Systemen Ströme unterhalten durch denselben Druck H im Reservoir, so war in beiden Fällen v und w, sowie folglich auch die Geschwindigkeitshöhe f fast genau dieselbe. Dies wichtige Resultat, das für viele jedenfalls etwas höchst Ueberraschendes hat, zeigt also, daß ein plus von Widerstandsmomenten, das im großen System unzweifelhaft vorhanden ist, durch eine Vervielfältigung der Collateralbahnen ausgeglichen werden kann. Natürlicherweise wurde auch der Gesammtwiderstand allemal beträchtlich vermehrt, sobald in einem solchen System eine Collateralbahn verschlossen wurde. Die Folgerungen, die Volkmann aus den erwähnten Thatsachen gezogen hat, ergeben sich so unmittelbar, daß wir nicht umhin können, dieselben wenigstens anzudeuten, wenn sie auch eigentlich in das engere Gebiet der Physiologie zu verweisen sind. Man begreift nämlich jetzt erstens, welche Bewandtniß es mit der Verwunderung mancher Physiologen hat, die es kaum glaublich fanden, daß die Herzkraft im Stande sein sollte, das Blut durch eine so ungeheure Anzahl von Capillaren zu treiben; wir sehen jetzt, je größer die Anzahl der Capillaren ist, desto leichter ist die Flüssigkeit durch dieselben zu bewegen, denn sie sind ja lauter neben einander liegende Collateralbahnen. Zweitens aber ist verständlich, wie dieselbe statische Herzkraft (die der Druckhöhe H entspricht) genügen

Fig. 40.



Digitized by Google

kann, um das Blut durch die großen Bahnen eines großen und die kleinen eines kleinen Thieres zu treiben, denn man kann mutatis mutandis das Gefäßsystem des letzteren mit dem kleineren, das des großen mit dem größeren Systeme vergleichen.

Zweites Capitel.

Wellenbewegung in elastischen Röhren.

Bewegt sich eine Flüssigkeit in einem ausdehnbaren elastischen Schlauche, so können zwei sehr wesentlich verschiedene Fälle gedacht werden. Einmal nämlich kann die Strömung erhalten werden durch eine am Anfange des Schlauches mit unveränderter Stärke wirkende statische Kraft, dann wird der ganze Strömungshergang sich genau so gestalten, wie in einem starren Rohre. Es wird nämlich über kurz oder lang ein Beharrungszustand eintreten, der an jedem Punkte einen gewissen unveränderlichen Druck mit sich führt; der Schlauch wird sich an jeder Stelle soweit ausdehnen, daß die dadurch in seiner Wandung wach gerufenen elastischen Kräfte gerade dem von innen wirkenden Drucke das Gleichgewicht halten. Von da an wird der Schlauch seine Gestalt nicht mehr verändern können und sich folglich genau ebenso verhalten, wie eine starre Röhre. Wir brauchen also diesem Falle weiter gar keine Aufmerksamkeit zu schenken. Ganz anders gestaltet sich dagegen die Sache, wenn in den Anfang des Schlauches periodisch Flüssigkeitsmassen mit gewisser Geschwindigkeit geworfen werden. Es wird nämlich alsdann in dem ganzen Schlauche keine continuirliche Strömung zu Stande kommen, sondern in jedem Punkte desselben wird die Geschwindigkeit des daselbst befindlichen Theilchens ebenso periodisch beschleunigt und verzögert werden, möglicherweise bis Null, oder sogar eine entgegengesetzte Richtung annehmen. Nicht minder wird der Druck an jedem Punkte periodische Schwankungen erleiden. Man kann sich kurz so ausdrücken: wenn in den Anfang eines elastischen Schlauches (der bereits mit Flüssigkeit gefüllt gedacht wird) eine neue Flüssigkeitsmasse geworfen wird, so schreitet eine Welle durch den Schlauch fort, d. h. ein gewisser Bewegungsvorgang der kleinsten Theilchen pflanzt sich continuirlich von Theilchen zu Theilchen mit einer gewissen Geschwindigkeit fort, derart, daß nach Verlauf einer gewissen Zeit um einen gewissen Abstand weiter abwärts gelegene Theilchen in ähnlichen Bewegungszuständen begriffen sind, als vor Ablauf dieser Zeit die zuerst ins Auge gefaßten.

100 Wird der Anfang des Schlauches geschlossen, sobald durch denselben die neue Flüssigkeitsmasse eingetreten ist, so daß durch diesen nichts zurücktreten kann, so unterscheidet sich die entstehende Wellenbewegung außer durch viele andere Eigenthümlichkeiten von den bekannten Wellenbewegungen des Lichtes und Schalles noch ganz besonders dadurch, daß sie nicht in einer bloßen Fortpflanzung eines Bewegungsvorganges besteht, sondern daß gleichzeitig eine Fort-

Digitized by Google

schaffung materieller Theilchen damit verbunden ist. Mit anderen Worten: nachdem die Welle den Schlauch durchlaufen hat und das Gleichgewicht wieder hergestellt ist, befinden sich die sämmtlichen Flüssigkeitstheilchen nicht mehr an denselben Stellen wie vor Beginn der Bewegung, sondern sie sind im Sinne der Wellenfortschreitung um eine gewisse Strecke fortgeschoben. Bekanntlich kehren umgekehrt die Theilchen einer Aethermasse, nachdem diese von einem Lichtwellenzuge durchsetzt wurde, genau in ihre alten Gleichgewichtslagen zurück. Ebenso thun die Wassertheilchen einer ruhenden Wassermasse, an deren Oberfläche (etwa durch einen hineingeworfenen Stein) ein Wellenzug erregt wurde. Eine Welle, die in dem Sinne ihrer Fortpflanzung auch die ganze Masse, welche sie durcheilt, um eine gewisse Strecke weiter fördert, nennt man, nach Weber, eine Bergwelle. Den entgegengesetzten Vorgang nennt man Thalwelle. Dieser letztere kann in einem elastischen Schlauche entstehen, wenn man aus dem Anfange eines unter gewisser Spannung gefüllten Schlauches etwas Flüssigkeit austreten läßt und dann die Oeffnung wieder verschließt, offenbar werden successive immer weiter vom Anfange entfernte Flüssigkeitstheilchen in Bewegung gerathen. Die Welle (oder der Bewegungszustand) pflanzt sich also in der Richtung vom Anfange gegen das Ende hin fort. Dahingegen werden alle Theilchen am Schlusse der Bewegung dem Anfange näher liegen als vor Beginn derselben, denn sie müssen in dieser Richtung nachrücken, um die am Anfange durch das Ausfließenlassen entstandene Lücke wieder zu füllen. In diesem Falle geschah also die Fortschreitung der Masse in entgegengesetztem Sinne wie die Fortschreitung der Welle.

Es ist vielleicht gut, die Bewegung in Bergwellen und Thalwellen zuerst 101
für etwas einfachere Fälle zu studiren und nachher erst auf solche in elastischen Schläuchen genauer einzutreten. Ich schicke deshalb das von der Wellenlehre voraus, was Ernst Heinrich Weber als Einleitung einer Abhandlung über Wellen in elastischen Schläuchen vorangestellt hat, der ich mich überhaupt in den folgenden Nummern fast wörtlich anschließen werde. Die Abhandlung ist in der That so gedrängt und gleichzeitig, so weit gegenwärtig allgemeinere Betrachtungen möglich sind, vollständig, daß ich weder in Stoff noch in Form etwas ab- oder zuzuthun wüßte.

Der einfachste Fall ist der der Wellenbewegung in einer incompressibelen Flüssigkeit mit freier Oberfläche. Indem wir die Hauptgesetze dieser Bewegung im Folgenden mittheilen, wird es unvermeidlich sein, einiges Bd. I. S. 274 ff. bereits Gesagte zu wiederholen.

Man unterscheidet auch hier eine positive oder Bergwelle von einer negativen oder Thalwelle. Bei einer Bergwelle ist die in Bewegung begriffene Flüssigkeitspartie über dem Niveau erhaben, bei der Thalwelle umgekehrt darunter vertieft. Wenn man bei freier Oberfläche der Flüssigkeit eine einzelne Bergwelle erregt, so entsteht allemal hinter ihr durch das beschleunigte Niedersinken, das vermöge der Trägheit über die Gleichgewichtslage hinaus geht, eine Thalwelle. Es kann dies aber durch Erregen einer neuen Bergwelle verhindert werden. Eine positive Welle wird unter anderen dadurch erregt, daß man eine

Digitized by Google

mit Waſſer gefüllte Röhre mit ihrem einen Ende in das Waſſer eingetaucht hat, und nun das in ihr befindliche Waſſer plötzlich niederſinken läßt, indem man z. B. das obere Ende der Röhre, das vorher geſchloſſen war, plötzlich öffnet. Eine Thalwelle erregt man, wenn man in einer ſolchen eingetauchten Röhre das Waſſer plötzlich (etwa durch Anſaugen) zum Steigen nöthigt und darin zurückhält.

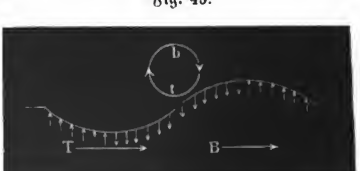
Man hat bei einer in der Richtung des Pfeiles *B*, Fig. 41, fortſchreitenden Bergwelle den Vordertheil und den Hintertheil des Wellenberges zu unterſcheiden. Jener liegt nach der Seite, wohin die Welle fortſchreitet, dieſer nach der, woher ſie kam. Alle Waſſertheilchen, die dem Vordertheile angehören, ſind im Steigen, alle, welche dem Hintertheile angehören, im Sinken begriffen. Steigen und Sinken geſchieht aber nicht in genau ſenkrechter Richtung, ſondern alle Waſſertheilchen der ganzen Bergwelle bewegen ſich zugleich nach vorwärts. Jedes Waſſertheilchen, durch deſſen Ort die Bergwelle geht, beſchreibt nämlich eine halbe Ellipſe, die einem Halbkreis um ſo mehr ähnlich wird, je tiefer das Waſſer (je entfernter der Boden) iſt. Das Waſſertheilchen bewegt ſich alſo zuerſt vorwärts und aufwärts, dann vorwärts und abwärts.

Fig. 41.

Bei einer in der Richtung des Pfeiles *T*, Fig. 42, fortſchreitenden Thalwelle ſind, wie die kleinen Pfeile andeuten, alle zum Vordertheil gehörigen Waſſertheilchen im Sinken, alle zum Hintertheil gehörigen im Steigen begriffen. Gleichzeitig aber bewegen ſich die einen wie die anderen rückwärts, d. h. in entgegengeſetzter Richtung als die Thalwelle fortſchreitet. Jedes Theilchen, indem es erſt zum Vordertheil, dann zum Hintertheil gehört, beſchreibt eine Bahn, wie der gekrümmte Pfeil *t* andeutet, ſo daß es zuerſt ſich rückwärts und abwärts, hernach rückwärts und aufwärts bewegt. Wenn daher, wie in Fig. 43, ein Wellenberg und ihm folgend ein gleich großes Wellenthal durch das Waſſer

Fig. 42.

Fig. 43.



fortſchreitet, ſo bewegt ſich jedes Waſſertheilchen in der elliptiſchen Bahn *bt*, die, wenn das Waſſer tief iſt, einem Kreiſe ſehr ähnlich wird. Während alſo ein Waſſertheilchen ſich in dieſer faſt kreisförmigen Bahn einmal herumbewegt, ſchreitet die Welle um ihre Länge, d. h. um die Länge des Wellenberges und des Wellenthales fort, natürlich auch dann, wenn die Welle bei gleicher Höhe 50 oder 100mal länger iſt als die hier gezeichnete; in der Wirklichkeit ſind aber die

Digitized by Google

Wellen in der That im Verhältniß zu ihrer großen Länge in der Regel sehr niedrig, während sie hier der Raumersparniß wegen hoch und kurz gezeichnet sind.

Wenn eine Reihe gleicher Wellen, worin gleich große Berge und Thäler abwechselnd auf einander folgen, ein Wassertheilchen in Bewegung setzen, so vollendet dasselbe immer von Neuem einen Umlauf in derselben Bahn, so oft eine neue Welle den Ort passirt, und kehrt daher immer auf seinen vorigen Ort zurück. Wir wissen bereits, daß diese Bahn eine in verticaler Ebene enthaltene Ellipse ist, die einem Kreise um so ähnlicher wird, je entfernter, um so gestreckter und einer horizontalen Linie ähnlicher aber, je näher dem Boden das betreffende Theilchen liegt. Anders verhält es sich aber, wenn die wellenerregende Ursache von der Art ist, daß eine Reihe von Wellen mit großen Bergen und kleinen Thälern entsteht.

Fig. 44 BT zeigt eine Bahn, die ein Wassertheilchen durchläuft, wenn der Wellenberg ungefähr doppelt so groß ist als das darauf folgende Wellenthal. Unter diesen Umständen bleibt das Wassertheilchen nicht an seiner Stelle, sondern rückt bei jeder Welle ein Stück vorwärts, so viel nämlich, als in der Figur die Spitze des gekrümmten Pfeiles von seinem Anfange entfernt ist. Eine

Fig. 44.

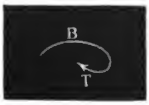


Fig. 45.

Reihe solcher Wellen kann also das Wassertheilchen in eine bedeutende Entfernung von seiner Anfangslage bringen, so führen es vier Wellen von der hier vorausgesetzten Beschaffenheit von a nach b, Fig. 45, auf einem Wege, den die Linie der Figur darstellt.

Unter gewissen Umständen kann das Wellenthal äußerst klein sein im Verhältniß zum Wellenberge oder sogar ganz fehlen, z. B. wenn die Wellen am Anfange eines schmalen, mit Wasser erfüllten Grabens dadurch erregt werden, daß periodisch und schnell genug hinter einander gewisse Mengen Wasser hineingepumpt werden. Wenn das Pumpen so schnell geschieht, daß gerade, nachdem der Wellenberg um seine Länge fortgeschritten ist, ein neuer Wellenberg gebildet wird, so entstehen gar keine Wellenthäler (unter dem Niveau vertiefte Wellen), sondern nur eine Reihe von Wellenbergen und dann rücken die Theilchen mit dem Durchgange jedes neuen Wellenberges vorwärts.

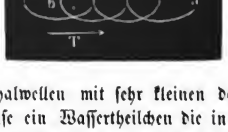
Aehnlich verhält es sich nun auch mit den Wellenthälern. Wenn am Anfange eines schmalen, mit Wasser gefüllten Grabens durch eine Saugpumpe periodisch Wasser eingesaugt wird, so entsteht bei jedem Saugen ein Wellenthal, und wenn das zweite Einsaugen nicht schnell genug auf das erste folgt, ein kleinerer Wellenberg. Beide laufen im Graben weiter fort und ein irgendwo darin befindliches Wassertheilchen beschreibt, während eine Welle seinen Ort passirt, die Bahn TB, Fig. 46 (a. f. S.), geht also zuerst ein größeres Stück

Digitized by Google

rückwärts, hierauf ein kleineres vorwärts. Auf diese Weise bewegt sich ein Wassertheilchen, das durch eine Reihe von Thalwellen ohne dazwischen liegende Bergwellen in Bewegung gesetzt wird, mit jeder neuen Welle ein Stück rückwärts, und nähert sich also dem Orte, von dem aus die Thalwellen erregt

Fig. 46.

Fig. 47.



werden. Vier auf einander folgende Thalwellen mit sehr kleinen dazwischen liegenden Bergwellen würden beispielsweise ein Wassertheilchen die in Fig. 47 dargestellte Bahn beschreiben lassen, wenn sie selbst in der Richtung des Pfeiles *T* sich fortpflanzen und es von *a* nach *b* bringen.

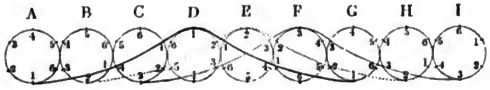
Wenn auch in den zuletzt beschriebenen Fällen gleichzeitig mit der Wellenfortpflanzung eine Fortschaffung von Masse geschah, so bleibt erstere doch immer nur das Fortschreiten einer Form, und ist auch hier nicht zu verwechseln mit dem Fortschreiten eines Körpers. Bei Thalwellen liegt dies am klarsten am Tage, weil die Fortschaffung der Masse dabei in entgegengesetzter Richtung geschieht, als das Fortschreiten der Form. Am leichtesten wäre noch der andere Fall, wo bloße Bergwellen die Wassertheilchen in ihrer eigenen Fortpflanzungsrichtung befördern, der Verwechselung mit einem Strömen ausgesetzt. Doch auch hier gewahrt man den Unterschied leicht, wenn man bedenkt, daß, während eine 2 Zoll hohe Bergwelle einen 100 Fuß langen Graben durchläuft, sich ein an der Oberfläche liegendes Wassertheilchen nur 2 Zoll fortgeschoben wird. Folgen nun freilich immer neue Bergwellen nach, so wird das Wassertheilchen durch jede um neue 2 Zoll weiter geschafft. Wird durch das Abfließen des Wassers der am Ende des Grabens anlangenden Wellen verhindert, daß die Bergwellen reflectirt werden und den Graben in umgekehrter Richtung durchlaufen, so kann auf diese Weise ein Wassertheilchen durch eine lange Reihe von Bergwellen allmälig und absatzweise vom Anfange des Grabens bis zum Ende fortgeführt werden. Was hier vom Fortrücken der Wassertheilchen durch positive und negative Wellen gesagt wurde, gilt auch von den in einer elastischen ausdehnbaren, mit Wasser erfüllten Röhre entstehenden Wellen, wie bereits weiter oben vorläufig angedeutet wurde.

102 Will man sich noch eine ganz anschauliche Vorstellung von der Art und Weise machen, wie die Wellenbewegung an einer freien Wasseroberfläche aus der Kreisbewegung der einzelnen Wassertheilchen resultirt, so zergliedere man die folgenden Figuren. Fig. 48 zeigt bildlich, wie eine Welle, bestehend aus einem Berge und zwei halben Thälern, also vom tiefsten Punkte des einen bis zum tiefsten Punkte des folgenden Thales reichend, um $^1/_6$ ihrer Länge fortschreitet, so daß sich ihr Gipfel von *D* nach *E* bewegt, und welche Lage sie hierauf annimmt, wenn sie um ein zweites Sechstel fortgeht, so daß ihr Gipfel

Digitized by Google

von E nach F gelangt. Es muß dabei also jedes Theilchen an der Oberfläche erst $^1/_6$ und dann ein zweites Sechstel seiner Kreisbahn durchlaufen. Unter A

Fig. 48.



bis I sind die Kreisbahnen von 9 solchen Theilen verzeichnet. An jeder einzelnen sind 6 Punkte bezeichnet, die um $^1/_6$ der Bahn von einander entfernt sind. Im ersten Augenblicke befinden sich die 10 Theilchen an den Punkten ihrer respectiven Bahnen, welche auf der ersten stark ausgezogenen Wellenlinie liegen und die als zusammengehörige erste Lagen alle mit der Ziffer 1 bezeichnet sind. Die zweite Lage der Welle geht daraus hervor, wenn man alle Theilchen in demselben Sinne (wie die Zeiger einer Uhr) um $^1/_6$ ihrer Bahn fortschreiten läßt, sie kommen dann in die mit der Ziffer 2 bezeichneten Punkte, und die Verbindung aller dieser Punkte ergiebt die Oberfläche in der zweiten um $^1/_6$ ihrer Länge fortgeschrittenen Lage der Welle, die in der Figur punktirt gezeichnet ist. Indem von Neuem alle Oberflächentheilchen im Sinne eines Uhrzeigers $^1/_6$ ihrer Bahn durchlaufen, kommen sie in die mit 3 bezeichneten Punkte, deren Verbindung die dritte Lage der Wellenoberfläche (schwach ausgezogene Linie der Figur) ergiebt. In Fig. 49 und 50 ist dann in derselben Weise der weitere Verlauf der Welle gezeichnet, indem jedesmal die Punkte wieder durch Wellenlinien verbunden sind, die die Wassertheilchen nach Verfluß eines neuen Sechstels ihrer ganzen Umlaufszeit einnehmen. Fig. 49 beginnt mit der letzten Lage

Fig. 49.

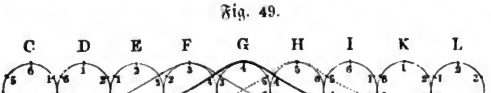


Fig. 50.

in der Figur 48 und ebenso Fig. 50 mit der letzten Lage in Fig. 49. Wollte man also die Vorstellung von dem ganzen Hergange in seiner natürlichen Lage haben, so müßte man die gleichbenannten Kreise der drei Figuren (E, F, G, H, I) auf einander legen. Bei der letzten Lage hat das Theilchen, dessen Bahn bei G gezeichnet ist, wieder den tiefsten Punkt seiner Bahn eingenommen, den es in der ersten Lage hatte, und der Wellengipfel ist um die ganze Länge der Welle nach rechts verschoben.

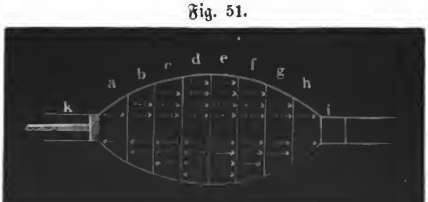
Digitized by Google

103 Eine Wellenbewegung kann durch verschiedene Kräfte unterhalten werden, in den soeben beschriebenen Fällen that es die Schwerkraft. Wellen, die an einem durch ein Gewicht gespannten biegsamen Faden fortschreiten, werden durch die spannende Kraft des Gewichtes, also nur mittelbar durch die Schwere unterhalten. Bei den Wellen, welche an einem elastischen, zwischen zwei festen Punkten ausgespannten Faden erregt werden, kommt zu der spannenden Kraft der Wirbel noch die Elasticität des Fadens hinzu. Complicirter ist der Fall, wenn die Wellenbewegung in einer von incompressibeler Flüssigkeit erfüllten beugsamen, dehnbaren elastischen Röhre stattfindet.

Es kann keineswegs dieser Vorgang dadurch erklärt werden, daß man das elastische Rohr ansieht, als aus unzähligen, der Länge nach dicht neben einander aufgespannten Saiten bestehend *), und die Wellenfortpflanzungsgesetze in solchen auf die Röhre überträgt, wobei man das darin enthaltene Wasser bloß als angehängte träge Masse wirken läßt, die wie der Ueberzug einer mit Draht übersponnenen Saite, die Wellen derselben verlangsamt. Es wird vielmehr in unserem gegenwärtigen Falle die Welle dadurch fortgepflanzt, daß die bewegte Flüssigkeit die Röhrenwand in einer gewissen Strecke ausdehnt und spannt, und der gespannte Theil der Wand die Flüssigkeit bewegt, indem er auf sie drückt, und dadurch wieder die Ausdehnung und Anspannung der nächsten Abtheilung der Röhre hervorbringt. Ein gespannter Theil der elastischen Wand wirkt nicht unmittelbar bewegend auf den benachbarten Theil der Wand, sondern nur mittelbar durch die incompressibele Flüssigkeit.

Eine den Verhältnissen entsprechendere Vorstellung erhält man, wenn man sich die von der Flüssigkeit erfüllte und ausgedehnte elastische Röhre, Fig. 51, durch unveränderliche Gränzen, die den Querschnitten der Rohre entsprechen, in Abtheilungen (Röhrenelemente) *a, b, c, d, e, f, g, h, i* getheilt denkt. Ein Stempel

Fig. 51.



möge Wasser aus der unausdehnbaren Röhre *k* in die ausdehnbare *ia* mit einer anfangs zunehmenden, hernach abnehmenden Geschwindigkeit hereingedrängt und dadurch die Röhre so erweitert haben, daß das in den verschiedenen Röhrenabschnitten enthaltene Wasser die durch die Zahl der punktirten Pfeile angedeu-

*) H. Frey, Versuch einer Theorie der Wellenbewegung des Blutes in den Arterien. Müller's Archiv, 1845. S. 169.

Digitized by Google

teten Geschwindigkeiten angenommen hat. In einem einzelnen Röhrenabschnitte wird nun offenbar der durch die Spannung der ringförmigen Wand hervorgebrachte Druck um so höher sein, je mehr die Wand über ihren natürlichen Umfang hinaus ausgedehnt worden ist. Mag der Druck, welcher so in den beiden Abschnitten *e* und *d*, deren ringförmige Wand am meisten ausgedehnt wurde, entsteht, durch die Anzahl der darin gezeichneten ausgezogenen Pfeile gemessen sein, sowie auch in jedem der anderen Abschnitte *a, b, c, f, g, h*, deren Wand eine geringere Ausdehnung erlitten hat, welchem Umstande gemäß also auch in *b* weniger ausgezogene Pfeile als in *c* u. s. f. eingezeichnet sind. Man übersieht alsdann leicht, daß die in den Abschnitten von *a* bis *d* enthaltenen Wassertheilchen von rechts her einen stärkeren Druck erfahren als von links, folglich in ihrer bereits erlangten, nach rechts gerichteten Geschwindigkeit verzögert werden. Umgekehrt erfahren die in den Abschnitten von *e* bis *h* (resp. auch *i*) enthaltenen Wassertheilchen von links her einen stärkeren Druck und werden dadurch in ihrer ebenfalls nach rechts gerichteten Geschwindigkeit beschleunigt. Anschaulich ist das Ganze dem Auge dargestellt durch die Richtung der Pfeilspitzen. So kommt im nächsten Zeitmomente die Flüssigkeit in *a* zur Ruhe und die ausgedehnte Röhrenwand dieses Abschnittes kehrt zu ihrem ursprünglichen Durchmesser zurück, dagegen muß in demselben Zeitmomente in der Abtheilung *i*, in der bis dahin keine Bewegung des Wassers und keine Ausdehnung des Rohres stattfand, das Wasser in Bewegung gesetzt und die Röhrenwand ausgedehnt werden, und auf diese Weise schreitet die Welle um eine Abtheilung in der Richtung der punktirten Pfeile fort. Man übersieht ferner auch noch, daß sich das Wasser in dem Röhrenabschnitte *e* während desselben Zeittheilchens noch anhäufen und die Röhrenwandung noch mehr ausdehnen und dadurch selbst wieder den Druck vergrößern müsse, den das ringförmige Stück der elastischen Röhrenwand auf das enthaltene Wasser ausübt, da durch den größeren scheibenförmigen Querschnitt zwischen *e* und *d* mehr Wasser in die Abtheilung *e* hineindringt, als durch den kleineren scheibenförmigen Querschnitt zwischen *e* und *f* aus *e* herausgeht, dasselbe gilt von den Röhrenabtheilungen *g* und *h*. Das Entgegengesetzte ereignet sich im Hintertheile der Welle in der Abtheilung *d*, in welche durch den scheibenförmigen kleinen Querschnitt zwischen *d* und *c* weniger Flüssigkeit eindringt, als durch den scheibenförmigen großen Querschnitt zwischen *d* und *e* herausgeht. Dasselbe gilt von den Röhrenabtheilungen *b* und *c*.

Weiter läßt sich die unmittelbare anschauliche Zergliederung des Vorganges 104
nicht treiben. Wilhelm Weber hat die Gesetze desselben auf dem Wege der mathematischen Analysis genauer entwickelt, leider aber noch nicht publicirt, und E. H. Weber hat zur Prüfung dieser Theorie eine Versuchsreihe unternommen, deren Resultate im Wesentlichen sogleich mitgetheilt werden sollen. Die Versuche gingen darauf aus, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen unter verschiedenen Umständen zu ermitteln. Eine Röhre von vulcanisirtem Kautschuk, deren Wand 4^{mm} stark war und deren Lumen einen Durchmesser von 27,5^{mm} hatte, wurde unter dem Drucke einer Wassersäule (deren Höhe variirt werden kann) mit

Digitized by Google

Waſſer gefüllt und dann geſchloſſen; an einer beſtimmten Stelle war die Wand mit einem Fühlhebel verbunden, der durch ſeinen Ausſchlag anzeigte, wann die Aenderung des Lumens, d. h. die Welle an dieſem Punkte anlangte. Die Welle ſelbſt konnte an einem Ende der ganzen Röhre in einem beſtimmten Augenblicke, etwa einem Chronometerſchlage, erregt werden. Eine Bergwelle wurde erregt, indem man die mit Waſſer erfüllte Röhre in einer Strecke von gewiſſer Länge möglichſt ſchnell und immer auf dieſelbe Weiſe zuſammendrückte, z. B. indem man mittelſt eines Holzkäſtchens die Röhre auf dem Tiſche zuſammendrückte und die eingeſchloſſene Flüſſigkeit in den nächſten Theil der Röhre auszuweichen nöthigte. Wenn man das niedergedrückte Käſtchen plötzlich wieder erhebt, ſo daß die benachbarte Flüſſigkeit in den frei gewordenen Raum hineinſtürzt, ſo erregt man eine Thalwelle, was natürlich auch zu einem ebenſo beſtimmten Zeitpunkte geſchehen kann. Dadurch, daß man bei Erzeugung der Bergwelle die Wände der Röhre nicht bis zu gegenſeitiger Berührung, ſondern nur bis auf einen gewiſſen Punkt zuſammendrückt, kann man auch noch die lebendige Kraft der Welle variiren. Es kann jetzt offenbar die Zeit gemeſſen werden, welche die Welle braucht, um bis zu der mit dem Fühlhebel verſehenen Stelle fortzuſchreiten, ferner die Zeit, welche ſie braucht, um von da weiter bis zum Ende, von hier reflectirt wieder zurück bis zum Fühlhebel zu kommen, dann die Zeit, welche verſtreicht, bis ſie von hier auf dem Rückwege bis zum Anfange, von da abermals reflectirt und wieder bis zum Fühlhebel kommt u. ſ. w. Alle dieſe Wegſtrecken ſind aber ebenfalls meßbar und dienen, verglichen mit den darauf zugebrachten Zeiten, zur Beſtimmung der geſuchten Fortpflanzungsgeſchwindigkeit. Es fand ſich aus derartigen Verſuchen:

1. Die Spannung des Rohres iſt ohne auffallenden Einfluß auf die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit. Der geringe Einfluß der Spannung, welcher noch wahrgenommen wurde, beſtand aber darin, daß die Welle um ſo langſamer fortſchreitet, je größer die Spannung iſt. Wurde nämlich die Röhre unter dem Drucke einer Waſſerſäule von 8^{mm} Höhe gefüllt und geſchloſſen, ſo durchliefen die Bergwellen die Strecke von 9620^{mm} in 0,752 Secunden. Wurde aber die Röhre unter dem Drucke einer Waſſerſäule von 3,5 Meter Höhe gefüllt und geſchloſſen, war alſo die Spannung 437mal größer als im vorigen Falle, ſo durchliefen die Bergwellen die Strecke von 9860^{mm} in 0,864 Secunden, alſo eine Strecke von 9620^{mm} in 0,843 Secunden.

2. Poſitive Wellen (Bergwellen oder Spannungswellen) und negative Wellen (Thalwellen, Erſchlaffungswellen) ſcheinen mit derſelben Geſchwindigkeit fortzuſchreiten.

Bei der Spannung von 8^{mm} Waſſerdruck durchliefen eine Strecke von 9620^{mm}:

die poſitiven Wellen in	0,752 Secunden
die negativen Wellen in	0,892 »
Differenz	0,140 Secunden.

Bei einer Spannung von 3,5 Meter Waſſerdruck durchliefen eine Strecke von 9860^{mm}:

Digitized by Google

die positiven Wellen in 0,864 Secunden,
die negativen Wellen in 0,888 »
Differenz 0,024 Secunden.

3. Die Verschiedenheit der lebendigen Kräfte der Welle scheint nicht eine verschiedene Geschwindigkeit ihres Fortschreitens zu bedingen, denn die Welle schritt mit derselben Geschwindigkeit fort, es mochte, um eine Welle zu erregen, eine große oder kleine Abtheilung der Röhre zusammengedrückt werden, es mochte die Zusammendrückung geschwind oder langsam, mit größerer oder kleinerer Kraft geschehen, und es mochte endlich die Röhrenabtheilung ganz zusammengedrückt werden, so daß dieselbe sich ganz entleerte, oder nur halb, so daß die Röhre an dem Orte, wo die Welle erregt wurde, sich nur etwa zur Hälfte entleerte. Hiermit stimmt überein, daß die Wellen nicht langsamer fortschreiten, nachdem sie schon einen großen Weg zurückgelegt und durch Reibung an lebendiger Kraft verloren haben.

4. Die Röhre aus vulcanisirtem möglichst elastischem Kautschuk erweiterte sich, während der Wasserdruck von 8 mm bis zu 3,5 Meter Druckhöhe gesteigert wurde, in ihrem Durchmesser von 35,5 mm bis zu 41 mm, also um 0,154 ihres Durchmessers. Sie verlängerte sich von 9620 bis zu 9860, also um 0,026 ihrer Länge. Die Verlängerung war also etwa 6 Mal kleiner als die Erweiterung.

5. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle betrug in dieser Röhre im Mittel 11472 mm in der Secunde. Die von W. Weber entwickelte Theorie hätte dafür eine solche von 10150 mm (in der Secunde) gefordert, so daß die Einstimmung von Theorie und Versuch genügend genannt werden darf.

6. Bei starker Spannung der Röhre verschwand die Wellenbewegung schneller als bei schwacher Spannung.

7. Wenn eine positive Welle (Spannungswelle, Bergwelle) erregt wurde, so entstand nicht ohne besondere neue Ursache hinter derselben eine negative Welle (Thalwelle, Erschlaffungswelle).

Ueber den Einfluß des Röhrendurchmessers auf die Geschwindigkeit der Wellen wurden keine Versuche angestellt. Die Theorie verlangt aber, daß ceteris paribus mit wachsendem Durchmesser der Röhre die Wellengeschwindigkeit ebenfalls wachse.

Sehr abweichende Erscheinungen werden aber in Röhren beobachtet, deren 105
sehr beugsame Wände, wie z. B. die der Därme, gefaltet sind und aus geschlängelten Fäden bestehen, wenn die Röhren so mit Flüssigkeit erfüllt werden, daß sie nur schwach gespannt sind. Denn unter diesen Umständen erweitern sich die Röhren zunächst nicht durch eine Ausdehnung der Substanz ihrer Fasern, sondern durch eine Geradlegung und Entfaltung der Fasern und der Falten, und erst nachdem die Ausdehnung der Röhre den Grad erreicht hat, wobei die Geradlegung und Entfaltung erfolgt ist, wird die Elasticität der Substanz der Röhrenwandung wirksam.

Die mittlere und innere Arterienhaut besteht nicht aus jenen wellenförmig geschlängelten Fäden, welche Zellgewebe und Sehnenbündel bilden, sondern aus

Digitized by Google

concentrischen, gleichartigen, elastischen Lamellen. Man hat sich daher wohl vorzusehen, ehe man die an mäßig ausgedehnten Därmen beobachteten Erscheinungen auf die Lehre vom Pulse anwendet. Inzwischen sind die Versuche an Därmen sehr instructiv, weil sie erlauben, die Wellen unmittelbar mit dem Auge zu verfolgen und die verschiedenen Erscheinungen direct zu beobachten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist nämlich über 10 Mal kleiner als an der Kautschukröhre, die zu den oben beschriebenen Versuchen diente. Man unterscheidet hier mit dem bloßen Auge Bergwellen und Thalwellen, sieht ihre Reflexion am geschlossenen Ende, man sieht das ungestörte Durcheinanderhindurchgehen zweier Bergwellen und Thalwellen, oder auch die Interferenz, die entsteht, wenn eine Thalwelle einer gleichgroßen Bergwelle begegnet, und sieht, wie nachher beide ihren Lauf ungestört fortsetzen.

Ersetzt man ein Stückchen des Darmes durch eine gleichweite Glasröhre, so kann man an suspendirten Staubtheilchen die Bewegung der die Welle bildenden Wassertheilchen studiren. Sie bewegen sich, während eine Bergwelle vorübergeht, in derselben Richtung ein Stück vorwärts, in welcher die Welle fortschreitet; wenn aber eine Thalwelle vorbeigeht, ein Stück in entgegengesetzter Richtung. Man nimmt auf diese Weise wahr, daß einer erregten Bergwelle eine kleine Thalwelle nachfolgt, wenn auch die Erregung so geschieht, daß dadurch unmittelbar keine Thalwelle entstehen kann, z. B. durch die plötzliche Zusammendrückung eines Stückes vom Darm, die dauernd erhalten wird. Eine solche nachfolgende Thalwelle ist etwa $^1/_6$ so groß als die vorangehende Bergwelle. Natürlich mißt man diese Größen durch die von den sichtbaren Theilchen vorwärts und rückwärts beschriebenen Bahnen.

Im Folgenden sind noch die Gesetze für die Wellen in einem Darme zusammengestellt, insbesondere sofern sie von den oben für die Kautschukröhre gegebenen abweichen.

1. Die Verschiedenheit der Spannung der im Darm enthaltenen Flüssigkeit oder, was dasselbe ist, der Röhrenwände hat einen sehr bedeutenden Einfluß auf die Geschwindigkeit der Wellen, und zwar bei positiven und negativen in gleichem Grade.

2. Positive Wellen (Bergwellen, Spannungswellen), die in derselben Weise erregt wurden, wie an der Kautschukröhre, schreiten beträchtlich schneller fort als negative (Thalwellen, Erschlaffungswellen), auch dann, wenn zum Behufe der Erregung einer Thalwelle ein nur halb durch Druck entleertes Anfangsstück des Darmes plötzlich von dem drückenden Körper befreit wurde. Die Geschwindigkeit der positiven verhält sich zu der der negativen Wellen in den Versuchen von E. H. und Th. Weber $= 11 : 7$.

3. Die Welle schreitet um so schneller fort, je mehr lebendige Kraft sie besitzt, also um so schneller, ein je größeres Stück des Darmes comprimirt wird, um eine positive Welle zu erregen, ferner um so schneller, mit je größerer Kraft und folglich Geschwindigkeit die Zusammendrückung zu demselben Zwecke geschah. Die Welle schreitet daher auch Anfangs schneller fort, als wenn sie schon eine

Digitized by Google

bedeutende Wegstrecke durchlaufen und daher einen Theil ihrer lebendigen Kräfte eingebüßt hat.

4. Die Wellen in dem schwachgespannten Darme nehmen, während sie sich fortbewegen, an Länge zu. Man beobachtete die Zeit, welche ein im Wasser schwebendes Körperchen brauchte, um seine Bahn zu durchlaufen. Diese betrug für eine negative Welle am Anfang des 1700mm langen Darmes 1,3 Zeittheile (Intervalle zweier Chronometerschläge), am Ende etwas mehr als das Doppelte, 2,7 bis 2,8. Nun schreitet eine Welle genau in derselben Zeit um ihre Länge fort, in welcher ein durch sie in Bewegung gesetztes Wassertheilchen seine Bahn durchläuft. Würde nun nicht die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie sub 3. bemerkt wurde, selbst beim Fortschreiten etwas vermindert, so würde man die Zunahme der Länge der negativen Welle während ihres Fortschreitens aus den gegebenen Daten genau berechnen können.

Fig. 52.

Von den wichtigsten Erscheinungen des ganzen Blutkreislaufes kann man sich eine deutliche Vorstellung verschaffen, wenn man einen elastischen Schlauch (entweder aus Kautschuk oder einem Darm) in sich selbst zurückleitet und den so entstehenden Kreis an einer Stelle mit einem Pumpwerke und zwei Ventilen versieht, so daß nur in einer Richtung Flüssigkeit das System durchströmen kann. Die von Weber angewandte Einrichtung war näher folgende. Ein Stück Dünndarm *h* (Fig. 52) vertritt die Stelle des Herzventrikels. An beiden Enden desselben sind »Röhrenventile« angebracht, die einen Strom in derselben Richtung zulassen. Sie sind folgendergestalt hergerichtet: Auf eine kurze Holzröhre ist ein kurzes Stückchen Dünndarm *b* aufgebunden. Dies Ganze ragt in eine Glasröhre *d* hinein, deren Anfang durch die Holzröhre selbst verstöpselt wird, drei Fäden — durch zwei punktirte Linien in der Figur angedeutet — am anderen Ende der Glasröhre angeknüpft, verhindern, daß das Darmstück in die Holzröhre zurückgestülpt wird. Durch die Wand der Glasröhre hindurch kann natürlich das Spiel des Ventils gesehen werden, und es ist namentlich interessant, zu bemerken, wie dasselbe sich schließt, wenn in der Richtung *hbv* ein Wellenberg dagegen anrückt, sich umgekehrt öffnet, wenn in dieser Richtung ein Wellenthal kommt. Durch den Trichter *l* wird der 106

Digitized by Google

ganze Apparat mit Waſſer gefüllt und geſchloſſen, man ahmt dann die Wirkungen des Herzens nach, indem man periodiſch zuerſt allemal die Stelle *v* (die Dienſte der Vorkammer verſehend), hernach das Darmſtück *h* (Herzkammer) comprimirt. *b* ſpielt dann die Rolle der Atrioventricularklappe, *g* die der Arterienklappe. Bei der Zuſammendrückung von *v* weicht ein Theil der Flüſſigkeit in der Richtung *vv'* zurück, ein anderer Theil kommt ins Pumpwerk *h*, das ſo allemal gleichmäßig angefüllt wird. Weber vergleicht ſehr paſſend die Function der Vorhöfe mit dem Abſtreichen eines aufgehäuften Scheffels beim Kornmeſſen. Deswegen haben auch die in die Vorhöfe mündenden Venen keine Ventile. Hätten ſie ſolche, ſo müßte natürlich alles in den Vorhöfen enthaltene Blut in die Ventrikel gepreßt werden, und es hinge wieder vom Zufalle ab, wie vollkommen oder unvollkommen ſich das Atrium jedesmal mit Blut füllte.

Fig. 53.

Wir ſtellen uns jetzt vor, das Darmſtück *h* wird zuſammengedrückt, dabei ſchließt ſich zuerſt das Ventil *b* und die ganze Flüſſigkeit muß nach *gka* ausweichen. Wäre *aa'* eine unausdehnbare Röhre, ſo könnte nur die ganze Flüſſigkeitsſäule *aa'v'v* gleichzeitig bewegt werden, und die Zuſammendrückung von *h* hätte ſomit eine Strömung zur Folge.

Da nun aber *aa'v'v* eine ausdehnbare Röhre iſt, ſo geſchieht die Verſchiebung des Waſſers ſucceſſiv, die von *e* ausgetriebene Menge findet zunächſt in dem ſich ausdehnenden Theile von *a* Platz und erzeugt daſelbſt eine poſitive Welle (Bergwelle), welche mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit nach *a'v'v* fortſchreitet. Wäre bei *g* kein Ventil und hörte die Zuſammendrückung von *h* nach Austreibung des Waſſers ſofort auf, ſo würde die geſpannte Röhre *a* ſogleich einen Theil des Waſſers nöthigen, rückwärts nach *h* auszuweichen, und hierdurch würde in *a* eine negative Welle (Thalwelle) entſtehen und der Bergwelle nach *a'v'v* folgen. Bei gänzlich mangelnden Ventilen würden die Waſſertheilchen in *a'v'v*, während dieſe negative Welle hindurchginge, um ein ebenſo großes Stück rückwärts ſich bewegen, als ſie ſich vermittelſt der voraufgehenden poſitiven Welle vorwärts bewegt hätten, ſo daß ſie alle am Ende wieder an demſelben Orte wären, den ſie zu Anfang einnahmen. Das Ventil *g* verhindert aber das

Digitized by Google

Zurückweichen nach *h*. Es folgt daher der Bergwelle keine Thalwelle. Die periodischen Zusammendrückungen von *h* bringen nur positive Wellen hervor. Jede solche bewegt alle Wassertheilchen, ein Stückchen im Sinne des Pfeils *a* nach *vh* zu, und hilft so die Flüssigkeit im Kreise herumbewegen, ohne daß sie durch Strömen fortfließt.

Es muß noch der Erfolg der Erschlaffung von *h* in Betracht gezogen werden, welche jeder Zusammendrückung folgt; wir sahen bereits, daß bei der Erschlaffung von *h* wegen des Ventils *g* von *a* her keine Flüssigkeit in den frei gewordenen Raum eindringen kann, wohl aber kann dies von *v* her geschehen, da das Ventil *b* in der Richtung des Pfeiles *v* offen steht. Es schreitet daher in der Richtung von *v* nach *v'* (dem Theil *v* entgegen) eine negative Welle in dem Schlauche fort. Sie bringt jedes Wassertheilchen ein Stückchen von seinem ursprünglichen Orte weg in der ihrer Fortpflanzungsrichtung entgegengesetzten, also in demselben Sinne, wie die von *a* nach *a'* fortschreitende Bergwelle. Somit unterstützen sich bei der gedachten Einrichtung der Ventile die beiden Wellen (Bergwelle und Thalwelle), welche bei jeder Zusammendrückung und nachfolgenden Erschlaffung von *h* entstehen und in entgegengesetzter Richtung (die Bergwelle von *a* nach *a'*, die Thalwelle von *v* nach *v'*) die ganze geschlossene Bahn durchlaufen, bezüglich ihrer Wirkung auf die Fortschaffung der Wassertheilchen. Wären aber die Ventile nicht vorhanden, so würden von *h* nach jeder Seite Bergwellen und Thalwellen fortschreiten, von denen die eine die Verschiebung der Wassertheilchen wieder aufhöbe, welche die andere hervorgebracht hat, so daß im Ganzen jedes Theilchen am Ende wieder dieselbe Stelle einnähme, die es Anfangs hatte.

Ist der Röhrenzirkel *h a a' v' v* nirgend beengt, so durchläuft ihn jede positive Welle mit großer Geschwindigkeit ganz, und es ist, schon ehe die neue Contraction von *h* eintritt, überall wieder der Druck im Röhrenzirkel ausgeglichen. Anders verhält es sich, wenn man irgendwo ein namhaftes Hemmniß anbringt. Z. B. wenn man in die Glasröhre *p* einen Badeschwamm oder ein Sieb von mehrfach genommenem feinmaschigen Tüll einfügt. Die Flüssigkeit kann hier wegen des Reibungswiderstandes nicht so schnell durchdringen, als zur Fortpflanzung der ganzen positiven Welle erforderlich ist. Die Wellenbewegung wird daher durch den Schwamm reflectirt und unmerklich gemacht (im lebenden Thiere durch die Capillargefäße). Wiederholt sich nun die periodische Zusammendrückung von *h* rasch genug, so entsteht in *a a'* eine Anhäufung der Flüssigkeit, denn mit jeder Zusammendrückung von *h* wird eine neue Quantität Wasser nach *a a'* eingetrieben, während nicht soviel in derselben Zeit durch den Schwamm *c* nach *v'* hinüber dringen kann. In *v v'* entsteht aber mit jeder Erschlaffung von *h* eine noch größere Verminderung der Flüssigkeit, weil aus *v* mehr Wasser nach *h* eindringt, als gleichzeitig durch *c* von *a'* her in *v'* eindringt. Die Zunahme in *a a'* und die Abnahme in *v v'* dauert so lange, bis der dadurch hervorgebrachte Unterschied des Druckes, den die Flüssigkeit in *a a'* und in *v' v* erleidet, so groß ist, daß er, abgesehen von der Wellenbewegung, einen Strom bedingt, hinlänglich stark, um zwischen zwei aufeinander folgenden Zusammendrückungen von *h* soviel Flüssig-

Digitized by Google

keit durch den Schwamm zu befördern, als mit jeder Zusammendrückung von h nach a entleert wird. Von da an bleibt alsdann der Zustand bei fortgesetzter Thätigkeit des Pumpwerkes beharrlich. Wie groß die Druckdifferenz sein müsse, damit sich ein beharrlicher Zustand herstellt, hängt von der Größe des Widerstandes ab, welchen der Schwamm der Bewegung der Flüssigkeit bietet, und dieses hängt, wie wir aus den früheren Betrachtungen bereits wissen, ceteris paribus (d. h. wenn die Klebrigkeit der Flüssigkeit und andere derartige Umstände dieselben sind) wieder davon ab, wie eng, wie lang die engen Wege und wie zahlreich diese Wege sind. Die Engigkeit jener Wege, sowie ihre Länge vermehren, die größere Zahl der Wege vermindern den Widerstand.

Die von der Wellenbewegung wohl zu unterscheidende Strombewegung, die wir soeben kennen gelernt haben, dauert natürlich auch dann noch einige Zeit fort, wenn das periodische Zusammendrücken von h aufhört, nämlich gerade so lange, bis die Druckdifferenz zwischen aa' und vv' wieder ausgeglichen ist.

107 Es ist nicht ohne Interesse, aus dem Vorigen noch einmal herauszuheben, welche Folgen das in Bewegung gesetzte mit Ventilen versehene Pumpwerk für den Druck in verschiedenen Abschnitten des Röhrenzirkels hat. Geht man von einem Zustande der Ruhe, der mit überall gleichem Drucke verbunden ist, aus, so ergiebt sich vor Allem, daß eine Bewegung des Pumpwerkes, welche die im Röhrenzirkel enthaltene Flüssigkeit in eine kreisförmig geschlossene Strömung versetzt, zunächst eine veränderte Vertheilung des Druckes hervorbringt. Während sie nämlich in dem einen Abschnitte aa' (der dem arteriellen Systeme entspricht) den Druck vermehrt, vermindert sie denselben nothwendig in dem anderen (dem venösen Systeme entsprechenden) Abschnitte vv'. Aber es wird daneben auch in der Regel eine Veränderung des Gesammtdruckes, den die ganzen Wände des Röhrenzirkels erleiden, durch die Bewegung des Pumpwerkes hervorgebracht werden. Anders ausgedrückt: der mittlere Druck wird ein anderer sein in dem Röhrenzirkel, wenn sich die darin enthaltene Flüssigkeit durch das Pumpen bewegt, als wenn sie ruht. Unter dem mittleren Drucke ist dabei ein bestimmter Druckwerth zu verstehen, der auf jedem Oberflächenelemente lasten müßte, wenn die ganze Oberfläche dieselbe Summe von Drücken erleiden sollte, welche sie factisch bei einer ungleichen Vertheilung der Drücke erleidet. Um dies deutlich zu machen, wollen wir ein vereinfachtes Beispiel analysiren. Wir denken uns zwei ganz gleiche Röhren unter demselben Drucke p mit Flüssigkeit gefüllt, die eine repräsentirt jetzt den Abschnitt vv', die andere den Abschnitt aa' in Ruhe. Die Summe allen Druckes, den beide elastische Röhrenwände zusammen erleiden, ist $2.pO$, wenn O die Oberfläche jeder Röhre bedeutet. Es werde jetzt aus der einen Röhre ein Flüssigkeitsvolum v herausgenommen und in die andere gebracht, in ersterer wird offenbar der Druck sinken, in letzterer vermehrt werden. Ganz dasselbe hat statt, wenn wir in unserem Röhrenzirkel die Pumpe h in Bewegung setzen. Es fragt sich nun, welche Summe von Drücken erleiden die gesammten Röhrenwände bei der neuen Flüssigkeitsvertheilung. Nehmen wir an, um die Aufgabe zu vereinfachen, die Röhren veränderten ihren Binnenraum nur durch Erweiterung des Lumen, und für die Ausdehnung eines ringförmigen

Digitized by Google

Elementes wären die Gesetze der linearen Ausdehnung elastischer Fäden gültig. Sei der ursprüngliche Durchmesser jeder der beiden Röhren ϱ, der Durchmesser der unter dem Drucke p gefüllten r, so daß $2\pi(r-\varrho)$ die lineare Ausdehnung eines Elementarringes unter dem Drucke p wäre, oder auf die Längeneinheit reducirt $\frac{r-\varrho}{\varrho}$; wenn also in einem anderen Falle die lineare Ausdehnung der Längeneinheit eine andere, etwa $\frac{r'-\varrho}{\varrho}$, d. h. wenn der Halbmesser der Röhre in einem anderen Falle r' wäre, so müßte die ausdehnende Kraft (der Druck) p', der dazu gehört, sich zu p verhalten, wie diese lineare Ausdehnung zu jener, d. h. $p' : p = \frac{r'-\varrho}{\varrho} : \frac{r-\varrho}{\varrho}$. Sei nun die Länge jeder der beiden Röhren l, und sei gerade r' ($< r$) der Halbmesser, welchen die erstere annimmt, wenn man, wie vorhin vorausgesetzt wurde, das Flüssigkeitsvolum v herausnimmt, so daß $v = \pi(r^2 - r'^2)\,l$ wäre. Wird dasselbe Volum der anderen Röhre hinzugefügt, so muß deren Volum $= \pi r^2 l + \pi(r^2 - r'^2)\,l$ werden, und da es cylindrisch bleibt und die Länge l behält, muß seine Grundfläche $\pi(2r^2 - r'^2)$ werden. Der Radius eines Kreises, dessen Oberfläche $\pi(2r^2 - r'^2)$ ist, muß aber $= \sqrt{2r^2 - r'^2}$ sein, folglich ist der Druck p'', welcher diesem Röhrenradius entspricht, zu berechnen aus der Gleichung $p'' : p = \frac{\sqrt{2r^2 - r'^2} - \varrho}{\varrho} : \frac{r-\varrho}{\varrho}$ oder $p'' = p\,\frac{\sqrt{2r^2 - r'^2} - \varrho}{r-\varrho}$; mit der Oberfläche des zweiten Rohres multiplicirt, giebt dies als Summe des Druckes in demselben $2\pi l p \,.\, \sqrt{2r^2 - r'^2} \,.\, \frac{\sqrt{2r^2 - r'^2} - \varrho}{r-\varrho}$; im ersten Rohre war aber der Druck $p' = p\,\frac{r'-\varrho}{r-\varrho}$, daher die Summe des Druckes auf die ganze Oberfläche $2\pi l \,.\, pr'\,\frac{r'-\varrho}{r-\varrho}$, so daß die Summe des Druckes auf die ganze Oberfläche in beiden Röhren nach der veränderten Flüssigkeitsvertheilung $= 2\pi l p\left(r'\,\frac{r'-\varrho}{r-\varrho} + \sqrt{2r^2 - r'^2}\,\frac{\sqrt{2r^2 - r'^2} - \varrho}{r-\varrho}\right)$ wird; vorher war sie aber $2\pi l p\,(r+r)$. Daß die Größe $(r+r)$ nicht mit der in der Klammer des anderen Ausdruckes enthaltenen identisch ist, zeigt sich am einfachsten dadurch, daß dieser im Allgemeinen irrational, jener rational ist; das erste beste Zahlenbeispiel wird noch das Größenverhältniß anschaulich machen: sei $\varrho = 10$; $r = 15$; $r' = 12$; dann hat man $r + r = 30$, aber $r'\,\frac{r'-\varrho}{r-\varrho} + \sqrt{2r^2 - r'^2}\,\frac{\sqrt{2r^2 - r'^2} - \varrho}{r-\varrho}$ nahezu $= 31$, d. h. wenn man aus dem einen Rohre so viel Flüssigkeit herausnimmt, daß sein Halbmesser nur noch $= 12$ ist, und dieses Flüssigkeitsquantum in das andere Rohr hineinbringt, wodurch sein Halbmesser auf 17,49 gebracht wird, so wird die Gesammtsumme der Drücke in beiden Röhren vermehrt, von

Digitized by Google

$2\pi lp$. 30 auf $2\pi lp$. 31. Mit anderen Worten, der oben definirte mittlere Druck *) wird gesteigert. So kann also auch durch die Herzaction der mittlere Druck im ganzen Gefäßsysteme beträchtlich größer werden, als in einem hypothetischen Zustande der Ruhe, denn es wird hier diese Steigerung des mittleren Druckes noch größer ausfallen als in unserem Beispiel. Es wurde nämlich in dem Beispiel der ursprüngliche Rauminhalt und der Elasticitätsmodulus in beiden Behältern gleichgesetzt. Im Gefäßsysteme ist dies nicht der Fall, das Venensystem, aus welchem das Herz schöpft, hat eine größere Capacität als das Arteriensystem, in welches das Herz einpumpt, und gleichzeitig sind die Venenwände dünner als die Arterienwände, derart, daß die elastische Kraft der letzteren jedenfalls bei einer gewissen linearen Ausdehnung eine größere Druckvermehrung erzeugt, als eine gleiche lineare Zusammenziehung der Venenwände Druckverminderung. Die lineare Zusammenziehung selbst kann aber wegen der größeren Capacität nicht einmal bei den Venenwänden so bedeutend sein als die Ausdehnung der Arterienwände, wenn ein gewisses Flüssigkeitsvolum aus dem einen System in das andere gebracht wird.

Im Uebrigen hängt der mittlere Druck im ganzen Röhrenzirkel von der ursprünglichen Anfüllung ab. Ihr entspricht im Blutkreislaufe des Menschen das Uebergewicht der Resorption über die Excretion.

108 Obwohl die Lehre von den besonderen Pulswellen des menschlichen Körpers eigentlich der Physiologie angehört, so ergeben sich doch einige Folgerungen bezüglich derselben so unmittelbar aus den soeben angestellten Betrachtungen, daß wir nicht umhin können, dieselben hier unmittelbar zu ziehen. Wir entnehmen die nachfolgenden Bemerkungen derselben Abhandlung von Weber, aus welcher auch das Vorhergehende entlehnt wurde.

Die Pulswelle wird in der Arteria maxillaris externa etwa $^1/_6$ oder $^1/_7$ Secunde früher gefühlt als auf dem Fußrücken an dem Endzweige der Arteria tibialis antica. Der Weg vom Herzen bis zu jenem Punkte ist aber etwa 1320 mm kürzer als bis zu diesem, so daß man also anzunehmen hat, die Pulswelle legt in $^1/_6$ oder $^1/_7$ Secunde eine Strecke von 1320 mm zurück; man hat ihr demnach eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 9240 mm in der Secunde zuzuschreiben. Sie wäre also nicht viel kleiner als die der Welle in der Kautschukröhre, welche 11250 mm betrug.

Bei dieser bedeutenden Fortpflanzungsgeschwindigkeit darf man sich die Pulswelle nicht als eine kurze, längs der Arterien fortrollende vorstellen, vielmehr ist dieselbe so lang, daß nicht einmal eine einzige ganze Platz hat in der Strecke von dem Anfange der Aorta bis zur Zehenspitze. Nehmen wir an, daß die eine Pulswelle erzeugende Zusammenziehung des Herzventrikels $^1/_3$ Secunde dauert, so ist der Anfang der Welle schon 3080 mm (mehr als 9 Pariser Fuß) weit fortgeschritten, während das Ende derselben gerade noch in der Aorta entsteht. Der

*) Man würde ihn in beiden Fällen erhalten, wenn man die Gesammtsummen des Druckes $2\pi lp$ 20 und $2\pi lp$ 31 durch die Gesammtoberflächen dividirte; im ersten Falle würde er natürlich $= p$ werden, im zweiten Falle $= \frac{2\pi lp \,.\, 31}{2\pi l\, 12 + 2\pi l\,.\,17{,}49}$.

Digitized by Google

Anfang der Pulswelle ist daher schon unwahrnehmbar geworden durch vielfache Reflexion und große Friction in den kleineren Arterien und Haargefäßen, ehe noch das Ende derselben im Anfange der Aorta entstanden ist. An den unzähligen Theilungswinkeln nämlich und an allen Orten, wo ein merklicher Widerstand geleistet wird, werden, wie man aus der allgemeinen Wellenlehre weiß, Theile der Welle reflectirt, die das Arteriensystem in entgegengesetzter Richtung (nach der Aorta zu) durchlaufen und eine gleichmäßige Anspannung des Arteriensystems hervorbringen müssen.

Weber macht bei dieser Beschreibung der Gestalt der Pulswelle noch besonders darauf aufmerksam, daß sie nicht den Abbildungen widerspreche, welche Ludwig und Volkmann von den Pulswellen geliefert haben, indem sie dieselben mittelst Ludwig's Kymographion sich selbst aufzeichnen ließen. Das Instrument ist so eingerichtet, daß es die Länge der Welle außerordentlich verkürzt. Bei Volkmann (s. Hämodynamik Taf. VII. und VIII.) sind unter anderen die Wellen so gezeichnet, als schritten sie in einer Secunde 6 mm fort, sie sind also im Bilde 1540 Mal kürzer als in Wirklichkeit.

Die soeben erwähnte vielfache partielle Reflexion der Pulswellen und das Aufstauen an den Haargefäßen bedingt nun im ganzen arteriellen Systeme einen ziemlich gleichen Druck des Blutes. Die Möglichkeit einer solchen Gleichmäßigkeit des Druckes in diesem Systeme wird insbesondere noch hergestellt durch den geringen Antheil, den die Arterienwände an der Erzeugung des gesammten, der Blutbewegung entgegenstehenden Widerstandes nehmen. In der That haben wir bereits aus unseren obigen allgemeinen Betrachtungen über Strombewegung in Röhren ersehen, wie außerordentlich viel größer der Widerstand in engen Röhren ist als in weiten, und es wird hiernach schon wahrscheinlich sein, daß der größte Theil des Widerstandes für die Blutbewegung in den engen Capillargefäßen erzeugt wird. Aus den Untersuchungen von Young geht namentlich hervor, daß, wenn Wasser in unseren Adern circulirte, der Widerstand, den dasselbe von der Aorta an bis in die Arterien von einem Durchmesser von $^1/_{172}$ englischen Zoll erleiden würde, so gering wäre, daß es in einer senkrechten Glasröhre, die man in die Wand einer Arterie von $^1/_{172}$ Zoll Durchmesser einsetzte, nur um 2 Zoll weniger hoch steigen würde, als in einer Röhre, die man in die Wand der Aorta einsetzte. Wenn also in letzterer das Wasser 7 Fuß 6 Zoll hoch stiege, so würde es in einer den Haargefäßen näheren Arterie von $^1/_{172}$ Zoll Durchmesser den Druck einer Säule von 7 Fuß 4 Zoll tragen. Nach einigen Versuchen von Hales vermuthet nun Young, daß die Friction des Blutes ungefähr 4 Mal größer ist als die des Wassers. Die Druckdifferenz zwischen der Aorta und einer Arterie von $^1/_{172}$ Zoll Durchmesser fiele demnach 4 Mal größer, also = 8 Zoll, aus. Diese Resultate sind auch durch mehrere Versuche am lebenden Thiere (namentlich durch die von Poiseuille) bestätigt; andere scheinen ihnen zu widersprechen.

Insofern hiernach in allen Theilen des arteriellen Systems nahezu derselbe Druck anzunehmen ist, vergleicht es Weber seiner Function nach sehr geschickt mit der Windlade einer Orgel, welche auch dazu bestimmt ist, daß die von den

Digitized by Google

Bälgen in sie hineingepumpte Luft in ihr sich anhäufe, unter einem hohen und gleichen Druck stehe und von da aus in alle mit derselben in Verbindung stehende Pfeifen mit gleicher Kraft einströme, möge die einzelne Pfeife dem Orte, wo die Luft in die Windlade eintritt, nahe oder entfernt sein. So soll auch das Blut aus dem arteriellen Systeme, in welchem sich der Druck der Blutwellen angehäuft und ausgeglichen hat, in alle Partien des Haargefäßsystems unter gleichem Drucke einströmen, gleichgültig, ob sie dem Herzen nahe oder entfernt liegen. Für die Function des Haargefäßsystems ist diese Veranstaltung begreiflicherweise von der größten Wichtigkeit.

Anhang.

Ueber die Arbeit des Herzens.

109 Zum Beschlusse dieses Capitels bleibt uns noch eine sehr wichtige und interessante Frage zu behandeln übrig, mit welcher sich die meisten Physiologen mit mehr oder weniger Erfolg beschäftigt haben, die überhaupt in der Lehre vom Blutkreislaufe arbeiteten, nämlich die Frage: welche Kraft muß aufgewandt werden, um einen Strom unter gegebenen Verhältnissen in einer bestimmten Stärke zu erhalten? In physiologischer Anwendung mit einem Worte die Frage nach der Herzkraft oder besser der Herzarbeit. Aus manchen irrthümlichen Strebungen, die Größe dieser Kraft zu ermitteln, darf vielleicht geschlossen werden, daß die Auffassung des Sinnes dieser Frage einige Schwierigkeit habe. Es mag dadurch gerechtfertigt erscheinen, wenn wir uns hier mit einiger Ausführlichkeit über den Gegenstand verbreiten. Wir wollen zu dem in den hydrodynamischen Auseinandersetzungen mehrfach zur Erläuterung der Principien gebrauchten Apparate zurückkehren, ich meine ein Wasserreservoir, von dessen unterstem Theile eine Röhrenleitung ausgeht, durch welche das im Reservoir enthaltene Wasser ausfließt und in der Röhrenleitung einen Strom bedingt. Wir haben gesehen, damit der Strom eine constante Stärke behalte, muß an der Stelle, wo das Reservoir in die Röhrenleitung einmündet, eine fortwährend constante statische Kraft auf die ausfließenden Theilchen wirken. Wir sahen ferner, daß diese statische Kraft als Summe zweier Kräfte betrachtet werden konnte; die eine hält allen in der Röhrenleitung wirksamen Widerstandsmomenten das Gleichgewicht, die andere war gerade im Stande, die Wassertheilchen von der Geschwindigkeit 0 bis zu der im Anfange des Stromes stattfindenden Geschwindigkeit zu beschleunigen. In unserem Apparate war nun die statische Kraft eine Druckhöhe, nämlich die Höhe des Niveaus der Flüssigkeit im Reservoir über der Ausflußöffnung in die Röhrenleitung. Daher bezeichneten wir auch geradezu den einen Bestandtheil als Widerstandshöhe, den anderen als Geschwindigkeitshöhe. Nach den im ersten Abschnitte auseinandergesetzten Principien wird aber eine Kraft,

Digitized by Google

wofern sie nicht im Gleichgewicht gehalten wird, sondern wirkliche Bewegung erzeugt, als solche vernichtet, und es muß von anderswoher eine neue Kraft an ihre Stelle treten, wenn dieselbe Wirkung von Neuem hervorgebracht werden soll. So wird hier in Folge des Ausflusses das Wasserreservoir selbst ausgeleert, daher die bewegende Druckhöhe vermindert, und so würde der Strom immer schwächer werden und zuletzt ganz aufhören. Nun könnte man freilich nach eben den Principien weiter schließen, das ausfließende Theilchen erlangt so viel an lebendiger Kraft, als es an Spannkraft verliert, und wenn man nur diese richtig verwendet, so kann damit, indem das bewegte Wassertheilchen wieder zur Ruhe kommt, die alte (Druck-) Kraft wieder erzeugt werden, die den Strom ferner im Gange erhält; näher könnte man behaupten, das bewegte Theilchen kann eben durch diese Bewegung vermöge seiner Trägheit wieder auf das Niveau des Reservoirs steigen, oder bei Hemmung auf andere Weise wieder unter den Druck am Boden des Reservoirs gebracht werden. Das ist aber nach den Lehren im ersten Capitel dieses Abschnittes unmöglich, denn ein Wassertheilchen, das eine Röhre durchflossen hat, bringt nicht so viel lebendige Kraft mit, als es Spannkraft verloren hat, weil ein Theil derselben mittelst der Widerstände unterwegs auf andere Körper (etwa als Wärme) übertragen wurde. Dieser Verlust muß von anderer Seite ersetzt werden. Der Strom kann sich nicht aus eigenen Mitteln im Gange erhalten; es muß eine ihm äußere Kraftquelle vorhanden sein, wenn er constant dauern soll.

Ehe wir nach der Ergiebigkeit fragen, welche diese Kraftquelle haben muß, 110
wollen wir die Vorstellung noch etwas weiter ausspinnen, wobei wir uns von der früher gedachten Anordnung unseres schematischen Apparates etwas werden entfernen müssen. Wir haben uns nämlich in den früheren Auseinandersetzungen immer gedacht, das Niveau im Reservoir wird dadurch auf immer constanter Höhe erhalten, daß von irgendwo anders her neues Wasser zufließt und den Abgang ersetzt. Dies neue Wasser bringt seine Kraft mit (als Höhe über dem Boden) und es wurde uns daher nicht unmittelbar klar, eine wie große Kraft in jedem Zeittheil aufgewandt werden mußte, um den Strom gleichmäßig zu erhalten. Wir wollen uns aber jetzt in dem Apparate einen geschlossenen Kreisstrom construiren, derart, daß das ausgeflossene und gewissermaßen entkräftete Wasser wieder in das Reservoir zurückgeführt wird, um die zurückgelegte Bahn von Neuem zu betreten; dabei wird uns dann wohl die neue Kraftgröße, welche dem alten Stoff wiederum mitgetheilt werden muß, isolirt zur Anschauung kommen, und wir haben uns dann gleichzeitig dem geschlossenen Kreislaufe des Blutes im Schema mehr angenähert, um dessen Aufklärung es uns ja doch zuletzt zu thun ist. Denken wir uns also nunmehr, die Röhrenleitung kehre auf irgendwie gestaltetem Wege in die Nähe des Anfanges zurück, so daß sich die Ausflußmündung in der Nähe des Reservoirs befindet. Die ganze Röhrenleitung soll außerdem, wie auch schon oben, immer in einer Horizontalebene begriffen gedacht werden, so daß die Schwere an keiner Stelle der Röhrenleitung beschleunigend oder verzögernd auf den Strom wirkt, und daß die Ausflußmündung eben so tief unter dem Niveau im Reservoir liegt, als die Einflußmündung. Dazu wollen wir noch die besondere Voraus-

Digitized by Google

setzung machen, die Ausflußmündung sei nach oben gekehrt, so daß die Bewegungsrichtung des ausfließenden Theilchens vertical der Schwere entgegen gerichtet wäre. Offenbar würde nun der Strom constant erhalten bleiben, und ein geschlossener Kreisstrom sein, wenn die in jedem Augenblicke ausfließenden Theilchen wieder in das Reservoir geschafft und auf das erniedrigte Niveau aufgegossen würden. Dieses erlangte so immer die Höhe des verflossenen Augenblickes wieder, und erhielte sich folgeweise im ganzen Zeitverlaufe constant. Von selbst können die Theilchen aber nicht in das Reservoir zurückgehen, sondern sie müssen durch einen Kraftaufwand dahin zurückgeführt werden, dessen Größe wir jetzt bestimmen wollen.

111 Wir hatten angenommen, daß die Bewegung beim Ausfließen vertical aufwärts gerichtet war; geschah nun der Ausfluß mit einer Geschwindigkeit v' so steigt ein Wasserstrahl aus der Ausflußmündung empor, dessen Höhe $h' = \frac{v'^2}{4g}$ ist*). Wenn also das Niveau im Reservoir die Höhe H über der Einflußmündung für den verlangten Strom besitzen muß, so muß das ausgeflossene Theilchen noch um $H - \frac{v'^2}{4g}$ gehoben werden, damit es wieder auf das ursprüngliche gelangt. Diese Differenz ist der Natur der Sache nach immer positiv, weil ja sonst der Voraussetzung zuwider kein Kraftverlust im Röhrensystem stattgefunden hätte, vielmehr die lebendige Kraft des ausfließenden Theilchens gleich oder größer wäre, als die Spannkraft des einfließenden. So muß aber jedes ausfließende Theilchen gehoben werden, wenn der Strom im Gange bleiben soll. Fließen also in der Zeiteinheit so viel Wassertheilchen aus (oder durch jeden beliebigen Querschnitt des Rohres), daß sie zusammen m Kilogramm wiegen, so muß in der Zeiteinheit das Gewicht m auf die Höhe $H - \frac{v'^2}{4g}$ gehoben werden. Dies ist also das Maß für die in der Zeiteinheit zu verbrauchende Kraft, um den Strom im Gange zu erhalten. Diese Kraft oder besser ausgedrückt Arbeitsgröße (durch diesen Ausdruck begegnet man von vornherein jedem Mißverständnisse) ist damit auch sogleich auf die für solche Größen übliche Maßeinheit reducirt. Da nämlich m in Kilogrammen gemessen ist, $H - \frac{v'^2}{4g}$ eine lineare in Meter gemessene Größe ist, so ist die Arbeit, welche dazu gehört, m Kilogramm auf die Höhe $H - \frac{v'^2}{4g}$ zu heben, $= m\left(H - \frac{v'^2}{4g}\right)$ unmittelbar eine Anzahl von Arbeitsmaßeinheiten oder Kilogrammmetern.

Wenn wir noch die Größe H in ihre beiden Summanden zerlegen, so gestaltet sich der Ausdruck etwas allgemeiner. Nennen wir nämlich die Geschwindigkeit beim Einströmen in die Röhrenleitung v und h die Spannung im Anfang derselben oder die Widerstandshöhe, so haben wir $H = \frac{v^2}{4g} + h$, und

*) Bd. I. Nr. 88.

folglich ist die in der Zeiteinheit aufzuwendende Arbeit $= m\left(h + \left[\frac{v^2}{4g} - \frac{v'^2}{4g}\right]\right)$, d. h. also die zur Erhaltung des Stromes erforderliche Arbeit muß im Stande sein, die gesammte ausfließende Menge zu heben auf die ganze Widerstandshöhe vermehrt um den Ueberschuß der Höhe, welche der Anfangsgeschwindigkeit entspricht, über die, welche der Ausflußgeschwindigkeit entspricht. Wäre die ganze Röhrenleitung von gleichem Querschnitt, so wäre also auch überall dieselbe Geschwindigkeit, also auch $v' = v$ und die eben erwähnte Differenz der Null gleich; folglich würde in diesem Falle die ausfließende Masse gerade auf die Widerstandshöhe zu erheben sein. Die zu h zu addirende Differenz $\frac{v^2}{4g} - \frac{v'^2}{4g}$ kann auch negativ ausfallen; es braucht nur der Endquerschnitt der Röhrenleitung kleiner zu sein, als der Anfangsquerschnitt, so daß die Ausflußgeschwindigkeit v' größer wird, als die Einflußgeschwindigkeit v. Es könnte diesemnach scheinen, als ob man Arbeit ersparen könnte, wenn man eine derartige Veranstaltung trifft. In der That wird es wohl möglich sein, durch Verengerung der Ausflußöffnung einen Strom herzustellen, dessen Erhaltung weniger Kraftaufwand fordert, als der einer weiten Oeffnung entsprechende Strom; man muß aber wohl bedenken, daß man ceteris paribus mit Verengerung der Ausflußmündung auch die in der Zeiteinheit ausfließende Quantität vermindert, so daß zwar der neue Strom allerdings mit geringerem Kraftaufwande erhalten wird, dafür aber auch beträchtlich weniger stark ist, d. h. daß bei ihm weniger Masse in gegebener Zeit den Querschnitt passirt. Wollte man dagegen bei verengerter Ausflußöffnung doch noch dieselbe Wassermasse den Querschnitt passiren lassen, so müßte man eine beträchtlich größere Geschwindigkeit im ganzen Strome hervorbringen; damit würden nothwendig überall in noch größerem Verhältnisse die Widerstände wachsen, also würde in diesem Falle bei einem negativen Werthe der Differenz $\frac{v^2}{4g} - \frac{v'^2}{4g}$ eine bedeutende Vermehrung der Größe h unvermeidlich sein, so daß doch wohl im Ganzen $m\left(h + \frac{v^2}{4g} - \frac{v'^2}{4g}\right)$ bei der neuen Anordnung größer ausfallen würde, als in der alten*).

Für eine Röhrenleitung, wie wir sie uns bisher vorstellten, ist der soeben gefundene Ausdruck für die zur Erhaltung des Stromes erforderliche Arbeit allemal vollkommen ausreichend, weil bei vollkommen freiem Ausfluß, den wir voraussetzten, der Druck der ausfließenden Theilchen allemal nothwendig Null (oder dem Druck der umgebenden Atmosphäre gleich) sein muß. Angenommen, dieser Druck wäre nicht Null, sondern $= h'$, so wäre diese Größe in obigem Ausdrucke von h noch abzuziehen, denn der Druck h' wäre für sich ja im Stande, die ausfließende Masse um die Höhe h' zu heben, bis er sich auf 0 reducirte, so

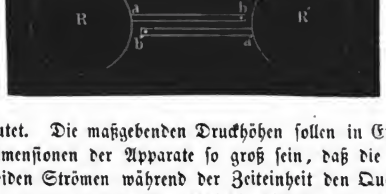
*) Hieran ließen sich vielleicht fruchtbare Reflexionen knüpfen über die Zweckmäßigkeit des Umstandes, daß die Venenlumina größer sind, als die der entsprechenden Arterien.

Digitized by Google

daß sie durch die äußere Kraft nur noch um $h - h'$ gehoben zu werden brauchte. In einem ganz geschlossenen Kreislaufe ohne freien Abfluß kann aber dieser Fall in der That vorkommen, so daß wir bei der Betrachtung der Herzkraft selbst gezwungen sind, auch auf diesen Druck am Schlusse der Röhrenleitung Rücksicht zu nehmen.

112 Wir wollen unserem schematischen Apparate jetzt noch einen neuen Theil hinzufügen, um uns der Einrichtung des Blutkreislaufes bei den höheren Wirbelthierclassen noch mehr anzunähern. Wir wollen nämlich zwei Röhrenleitungen und zwei Wasserreservoire in der Art combiniren, wie es die Figur 54 im

Fig. 54.



Grundriß andeutet. Die maßgebenden Druckhöhen sollen in Einstimmung mit den übrigen Dimensionen der Apparate so groß sein, daß die gleiche Wassermenge m in beiden Strömen während der Zeiteinheit den Querschnitt passirt, und also bei b und b' auch ausfließt. Sei die Einflußgeschwindigkeit bei $a = v$ und daselbst die den Widerständen in der Röhre ab entsprechende Druckhöhe $= h$, so muß das Niveau in R um $h + \frac{v^2}{4g}$ über dem Röhrenanfange gelegen sein. Sei die Einflußgeschwindigkeit bei $a' = u$, sowie die Widerstandshöhe daselbst $= h'$, dann steht das Niveau in R' auf der Höhe $h' + \frac{u^2}{4g}$. Wenn endlich noch die Ausflußgeschwindigkeit bei b mit v', die bei b' mit u' bezeichnet wird, so ergiebt sich leicht, daß bei R' eine Kraftquelle vorhanden sein muß, welche in der Zeiteinheit die Arbeit $m\left(h + \frac{u^2}{4g} - \frac{v'^2}{4g}\right)$ ausgiebt, d. h. welche die mit der Geschwindigkeit v' bis zu der Höhe $\frac{v'^2}{4g}$ steigende Masse m gerade noch bis zu der Höhe $h' + \frac{u^2}{4g}$ im Reservoir R' erhebt; bei R muß eine Kraftquelle vorhanden sein, die während der Zeiteinheit die Arbeit $m\left(h + \frac{v^2}{4g} - \frac{u'^2}{4g}\right)$ leistet, denn hier muß die Masse m, welche vermöge der Ausflußgeschwindigkeit u' auf die Höhe $\frac{u'^2}{4g}$ ansteigen würde, noch bis zur Höhe $h + \frac{v^2}{4g}$ gehoben werden. Läßt man in Gedanken die Röhrenleitung ab den großen Körperkreislauf bedeuten, $a'b'$ ebenso den kleinen Lungenkreislauf, so ist offenbar die letzterwähnte Arbeitsgröße diejenige Arbeit, welche der linke Herzventrikel, die zuerst

Digitized by Google

berechnete dagegen die, welche der rechte Ventrikel in der Zeiteinheit leisten muß. Wären, was freilich, wie schon bemerkt wurde, bei freiem Ausfluß nicht vorkommen kann, bei b und b' noch überdies Spannungen vorhanden, so müßten diese in den Ausdrücken für die beiden Arbeitsgrößen von h und h' abgezogen werden. Noch eine Bemerkung ist hier einzuschalten, um die soeben abgeleitete Berechnung der Arbeitsgröße zu rechtfertigen, welche zur Erhaltung eines gegebenen Stromes erfordert wird.

Es könnte nämlich einer glauben, man braucht das bis zu einem gewissen Punkte gestiegene Wasser gar nicht bis zu der Niveauhöhe des Reservoirs zu heben, man kann es ja in der Höhe, in der es sich befindet, in das Reservoir irgendwie hineinstecken. Allerdings, aber dazu gehört genau dieselbe Arbeit, die soeben berechnet wurde. Von selbst fließt es nämlich in dieser Höhe nicht in das Reservoir hinein, da in derselben schon ein gewisser Druck herrscht, das hineinzutreibende Wasser aber, um *diesem entgegen* einzudringen, weder Druck (Spannkraft) noch Geschwindigkeit (lebendige Kraft) besitzt. Es müßte also durch eine äußere Arbeit hineingetrieben werden. Daß ferner diese Arbeit genau der oben berechneten gleich kommt, sieht man, wenn man ihre Leistung genauer verfolgt. Es wird nämlich dabei die ganze im Reservoir höher liegende Wassermasse gehoben. Freilich jedes ihrer Theilchen nur wenig, dafür ist aber die Masse selbst größer, und man würde leicht finden, daß das Product der Masse in die Hubhöhe, d. h. die Arbeit in beiden Fällen gleich ausfällt.

Vergegenwärtigen wir uns noch, welche Größen wir durch Messung kennen 113
müßten, um das im Obigen enthaltene Raisonnement auf das Herz wirklich anwenden zu können, und die Leistung desselben numerisch in Kilogrammmetern auswerthen zu können. Die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit A des linken Herzens würde beispielsweise gegeben sein durch die Gleichung

$$A = m\left([h - h'] + \left[\frac{v^2}{4g} - \frac{u'^2}{4g}\right]\right),$$

und zwar wäre m die während der Zeiteinheit durch irgend einen Gesammtquerschnitt des Kreislaufes strömende Blutmenge, also namentlich die Menge, welche während der Zeiteinheit aus dem Vorhof in den Ventrikel oder von diesem in das Ostium arteriosum entleert wird. h wäre der mittlere Druck im Anfange der Aorta, h' derselbe im linken Vorhof, v die mittlere Geschwindigkeit des Blutes im Anfange der Aorta, u' die mittlere Geschwindigkeit desselben im linken Vorhof, mit der es in den Ventrikel einströmt. Diese fünf Größen wären als bekannt vorauszusetzen, wenn die angezeigte Rechnung sollte numerisch ausgeführt werden können. Wenn die Arbeit des rechten Ventrikels berechnet werden sollte, so müßten den Buchstaben in der Klammer natürlich Bedeutungen gegeben werden, die zum rechten Ventrikel in derselben Beziehung stehen, wie die anderen zum linken.

Folgender Einwendung muß hier noch begegnet werden, die auf den ersten 114
Blick unserer Schlußweise gemacht werden könnte: Die in den Ventrikel einströmende Blutmasse kommt in diesem erst vollständig zur Ruhe, ehe sie durch die Systole von Neuem in Bewegung gesetzt wird, und deshalb ist die wirkliche

Digitized by Google

Geſchwindigkeit u' am Schluſſe des Kreislaufes immer $= 0$, und es darf nicht die Höhe, welche der Einflußgeſchwindigkeit in dem Ventrikel entſpricht, abgezogen werden von der Geſchwindigkeitshöhe in der Arterie. Es wäre in der That möglich, daß die Blutmaſſe in dieſer Weiſe einen Augenblick ruht, aber das würde an unſerem Raiſonnement durchaus nichts ändern; denn wollte man dieſen Augenblick wirklich zum Ausgangspunkte nehmen, ſo würde man gleichwohl noch zu demſelben Reſultate kommen, man hätte alsdann allerdings u' allemal $= 0$ zu ſetzen, dafür müßte man aber der mit h' bezeichneten Größe einen höheren Werth beilegen, der ebenfalls demſelben Augenblicke der Ruhe vor Beginn der Syſtole entſpricht, und zwar läßt ſich behaupten, daß dadurch der Werth des ganzen Ausdruckes unverändert bleiben müßte. Man bedenke nämlich dieſes: Im Herzen wird nicht der Druck $h + \frac{v^2}{4g}$ durch die Schwere einer ebenſo hohen Flüſſigkeitsſäule hervorgebracht, ſondern durch das Beſtreben der Herzwand, ſich zu verkleinern (bedingt theils durch die Elaſticität, theils durch die active Contraction dieſer Wandung). Indem nun das Blut unter dem Drucke h' mit der Geſchwindigkeit u' in den Ventrikel einſtrömt, dehnt es deſſen Wandung aus (gegen ihre elaſtiſchen Kräfte); wäre Alles im Gleichgewicht, ſo würde die Ausdehnung ſo weit gehen, daß die dadurch bewirkte Spannung dem Drucke h' gleich käme; geht aber noch durch den Anſtoß an die Wände die Geſchwidigkeit u' verloren, ſo wird die lebendige Kraft auch noch zur Ausdehnung mit verwandt und es entſteht im Ventrikel eine höhere Spannung als h', die ganz ohne Zuthun neuer Kräfte gerade wieder die Geſchwindigkeit u' erzeugen könnte. Die active Leiſtung des Herzens braucht alſo nicht kleiner und nicht größer zu ſein, als nach der erſten Betrachtung, und man könnte in der That ſtatt der Größen u' und h ſchreiben 0 und die Spannung des Ventrikels vor der Syſtole; wir haben die beiden anderen Größen aber vorgezogen, in die Rechnung einzuführen, weil eher Hoffnung dazu vorhanden iſt, die mittlere Spannung im Vorhof zu meſſen, als die Spannung im Ventrikel vor der Syſtole.

115 Denſelben Gedankengang können wir auch noch in etwas anderer Form wiedergeben, indem wir gleich von vornherein von den Bedingungen des Blutkreislaufes ausgehen und den Kraftverluſt verfolgen, den ein Theilchen allmälig erleidet, wenn es das Gefäßſyſtem durchwandert. Wir erinnern uns dabei zuvörderſt wieder daran, daß die Kraft, welche ein Flüſſigkeitstheilchen beſitzt, in jedem Augenblicke aus zwei Theilen beſteht, nämlich aus ſeiner lebendigen Kraft $\frac{1}{2}\mu v^2$ (wenn μ ſeine Maſſe und v ſeine Geſchwindigkeit bezeichnet) und ſeiner Spannkraft, die durch den in einer Flüſſigkeitsſäule von der Höhe h ausgedrückten Druck gemeſſen wird, unter dem es ſteht. Um einzuſehen, daß dieſe beiden Größen von derſelben Gattung ſind, brauchen wir uns nur die Wahrheit ins Gedächtniß zurückzurufen, daß um ſo viel die Spannkraft abnimmt, die lebendige Kraft zunimmt, d. h. daß, wenn das Theilchen von einem Druck h auf einen Druck h' übergeht, ſeine Geſchwindigkeit derart wächſt, daß das Quadrat derſelben um eine $h - h'$ proportionale Größe zunimmt, oder geradezu,

Digitized by Google

daß dann die Geschwindigkeit um die Größe $2\sqrt{g(h-h')}$ wächst. μh ist also das Maß für den Spannkraftsvorrath, den das Theilchen hat, wenn es unter dem Drucke h steht. Indem wir auch noch die lebendige Kraft des Theilchens auf dasselbe Maß réduciren oder in Spannkraft übersetzen, haben wir einen Ausdruck für den gesammten Kraftvorrath. Diese Uebersetzung geschieht natürlich dadurch, daß wir den Druck ermitteln, unter dem das mit der Geschwindigkeit v begabte Theilchen in der Ruhe stehen müßte, um sich selbst überlassen, zum Druck Null übergehend, die Geschwindigkeit v anzunehmen. Dieser Druck, durch die Höhe einer Säule von derselben Flüssigkeit dargestellt, ist aber nach den früher entwickelten Grundsätzen nichts Anderes, als die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{4g}$; indem wir sie mit der Masse μ multipliciren und zu dem schon ausgedrückten Vorrath von Spannkräften μh addiren, erhalten wir in dem Ausdruck $\mu.\left(h+\frac{v^2}{4g}\right)$ den gewünschten für die Gesammtsumme der dem Flüssigkeitstheilchen innewohnenden Kräfte. Es mögen sich jetzt die in diesem Ausdrucke gebrauchten Buchstaben h und v auf die Verhältnisse im Anfange der Aorta beziehen, so daß h nicht mehr allgemein gedacht wird, sondern ganz bestimmt den mittleren Druck im Aortenanfange bedeutet, und v ebenso die daselbst geltende mittlere Geschwindigkeit. Dabei ist das Mittel so zu verstehen, daß, wenn h und v beständig an der Stelle den betreffenden Werth beibehielten, eben so viel Blut das Gefäßsystem passiren würde, als bei den in der That stattfindenden periodisch wechselnden Werthen dieser Größen dasselbe passirt. Wir haben nun bereits bei verschiedenen Gelegenheiten gesehen, daß auf dem Wege des Theilchens zwischen den beiden Summanden Spannkraft und lebendige Kraft hie und da ein Austausch statt hat, d. h. daß hie und da Spannkraft lebendig wird (Geschwindigkeit erzeugt) oder lebendige Kraft in Spannkraft umgesetzt wird; so sahen wir insbesondere, daß bei einer Erweiterung des Strombettes die Geschwindigkeit vermindert, der Druck erhöht wird, umgekehrt bei einer Verengerung die Spannung rasch sinkt und durch den Uebergang von hohem zu niedrigem Druck die Bewegung des Theilchens beschleunigt wird. Im Ganzen jedoch gewahrten wir, daß die gesammte Kraftsumme eines Blutttheilchens stromabwärts immer vermindert wird, indem Theile derselben vermittelst der sogenannten Widerstände an die umgebenden Theile übertragen werden, ohne daß neue Kraft zugeführt wird, möglicherweise könnte freilich auch irgendwo im Laufe des Stromes eine Bewegungsursache liegen, die der Kraftsumme einen Zuwachs ertheilte. In der That, verfolgen wir ein Blutttheilchen vom Anfang der Aorta ausgehend, so begegnet es im ganzen Arterien-, Capillaren- und Venensystem, wie früher auseinandergesetzt wurde, keiner neuen Kraftquelle, es wird also auf diesem ganzen Wege nur Verluste erleiden, es wird unter einem Drucke h_1 und mit einer Geschwindigkeit v_1 in den rechten Vorhof einströmen, deren Größe zu h und v in einer solchen Beziehung steht, daß unbedingt $\left(h+\frac{v^2}{4g}\right)>\left(h_1+\frac{{v_1}^2}{4g}\right)$ ist. Man braucht aber nicht etwa zu denken, daß nothwendig $h>h_1$ und

Digitized by Google

$v > v_1$ sein müßte, es brauchte zum Beispiel nur die Mündung des gesammten Venensystems in den Vorhof eine einzige engere Oeffnung zu sein als die Aorta, dann müßte nothwendig $v_1 > v$ sein, aber dafür würde dann auch nothwendig h einen kolossalen Werth annehmen, so daß $\left(h + \frac{v^2}{4g}\right)$ doch noch immer größer bliebe als $\left(h_1 + \frac{v_1{}^2}{4g}\right)$; das Verhältniß der beiden Summanden kann also durch Anordnungen im Röhrensystem geändert werden, die Summe muß aber nothwendig im Anfang desselben größer sein, als bis an einen Punkt, wo eine neue Kraftquelle ins Spiel kommt. Im rechten Herzen kommt nun wirklich eine solche neue Kraftquelle ins Spiel, die auf eine jetzt für uns ganz gleichgültige Weise die Kräfte des durchpassirenden Theilchens vermehrt, mag $\mu\left(h' + \frac{v'_2}{4g}\right)$ der neue Werth sein, den ihre Summe dadurch erlangt, wobei also vorausgesetzt wird $\left(h' + \frac{v'^2}{4g}\right) > \left(h_1 + \frac{v_1{}^2}{4g}\right)$. Mit diesen Kräften ausgerüstet, beginnt das Theilchen seine Wanderung im kleinen Kreislauf, es trifft hier wiederum nur Veranstaltungen, die ihm Kraft entziehen, keine, die ihm solche zuführen können, bis es durch Lungenarterien, Capillaren und Venen hindurch zum linken Vorhof kommt. Mag auf diesem Wege der Kraftverlust so groß gewesen sein, daß der Rest $\mu\left(h'_1 + \frac{v'_1{}^2}{4g}\right)$ noch bleibt, der jedenfalls kleiner als $\mu\left(h' + \frac{v'^2}{4g}\right)$ sein muß, übrigens aber zu $\mu\left(h_1 + \frac{v_1{}^2}{4g}\right)$ in jeder beliebigen Beziehung stehen kann. Die obige Bemerkung über das Verhalten dieser beiden Summanden zu den Summanden der Kraft in der Lungenarterie oder Aorta behält auch hier ihre Geltung, nur wollen wir, um es mit bestimmteren Vorstellungen zu thun zu haben, der Wirklichkeit entsprechend gleich speciell annehmen, daß sowohl $h'_1 < h$ (und $< h'$) als $v'_1 < v$ (und $< v'$) sei. Indem das Theilchen nun in die Aorta übergeht, muß es von dem geringeren Druck h'_1 auf den höheren h gebracht und ihm statt der Geschwindigkeit v'_1 die größere v beigebracht werden. Das erfordert Kraft oder Arbeit; einmal ist ja Beschleunigung an sich als Folge einer Kraftwirkung bekannt, dann aber ist Erhöhung des Druckes nichts Anderes als Annäherung des Theilchens μ an seine Nachbaren, wogegen sich die Abstoßungskräfte sträuben, was folglich ebenso einen Kraftaufwand erfordert. Das Maß dieser Arbeit ist aber der Ueberschuß der Kraft, die das Theilchen in der Aorta hat über die, welche es aus dem linken Vorhof mitbrachte, d. h. die Differenz $\mu\left(h + \frac{v^2}{4g}\right) - \mu\left(h'_1 + \frac{v'_1{}^2}{4g}\right) = \mu\left([h - h'_1] + \frac{v^2 - v'_1{}^2}{4g}\right)$. Diese Arbeit ist aber genau dieselbe als die, welche erforderlich ist, um das Gewicht μ auf eine Höhe $= (h - h'_1) +$

Digitized by Google

$\left(\frac{v^2}{4g} - \frac{v_1'^2}{4g}\right)$ zu erheben. Es muß also in der linken Herzhälfte eine Kraftquelle vorhanden sein, welche auf jedes Theilchen, das hindurchgeht, diese Arbeit zu verwenden vermag. Wenn während der Zeiteinheit n solcher Theilchen das linke Herz passiren und die Gesammtmasse $n\mu$ derselben $= m$ gesetzt wird, so ist die Kraft des linken Herzens so bestimmt, daß sie während der Zeiteinheit eine Arbeit $= m\left[h - h_1') + \left(\frac{v^2}{4g} - \frac{v_1'^2}{4g}\right)\right]$ Kilogrammmeter auszugeben im Stande ist. Behalten wir die oben gewählten Bezeichnungen bei, so ergiebt sich ganz in derselben Weise als Ausdruck für die vom rechten Herzen in der Zeiteinheit zu leistende Arbeit $m\left[h' - h_1) + \left(\frac{v'^2}{4g} - \frac{v_1^2}{4g}\right)\right]$.

Man wird es nicht auffallend finden, daß in beiden Erläuterungen die Arbeit der Vorhöfe nicht von derjenigen der Ventrikel gesondert betrachtet wurde, diese in der Natur der Sache allerdings gegründete Sonderung würde nämlich nur eine ganz unnütze Complication in die Betrachtung eingeführt haben. Man sieht so wie so, daß an eine numerische Auswerthung der Herzkraft vor der Hand gar nicht gedacht werden kann. Es fehlen nämlich die in der Formel vorkommenden Größen. Am ersten könnte man noch die h ermitteln, die v werden vermuthlich von nicht sehr bedeutendem Einfluß sein, da jedenfalls v und v' sowie v' und v_1 sich nicht sehr von einander unterscheiden; am allerwenigsten haben aber die Bestrebungen Erfolg gehabt, die darauf ausgingen, die Größe m durch Versuche oder Schlüsse zu bestimmen.

Digitized by Google

Vierter Abſchnitt.

Vom Schalle.

Erſtes Capitel.

Weſen der Töne.

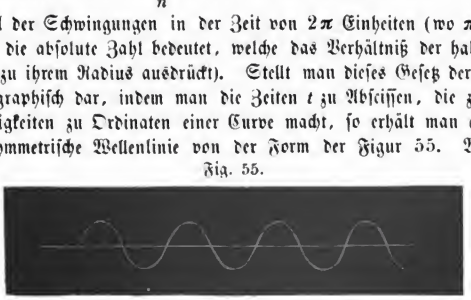
116 Streng genommen iſt der Begriff des Schalles ein rein phyſiologiſcher, in ſo fern er nämlich denjenigen Zuſtand des Senſoriums bedeutet, in welchen daſſelbe durch irgend welche Erregung des Gehörnerven verſetzt wird. Man überträgt aber im Sprachgebrauche den Namen Schall auch auf den Inbegriff derjenigen phyſikaliſchen, dem Körper äußerlichen Hergänge, welche normaler-weiſe oder in der Regel den Gehörnerven erregen, und zwar ſind dies bekanntlich kleine zitternde Bewegungen der Moleküle des Mediums, welches das Ohr umgiebt, und die ſich den Theilchen des letzteren ſelbſt mittheilen. Da in der Regel das Ohr von Luft umgeben iſt, ſo haben wir für unſere Zwecke eine hinreichend weite Definition vom phyſikaliſchen Begriffe des Schalles, wenn wir darunter ein im Raume ſich ſucceſſiv fortpflanzendes Erzittern der Luftmoleküle verſtehen. Der Umfang dieſes Begriffes umfaßt zwei Gruppen von Erſcheinungen, die in der Wiſſenſchaft wie im gemeinen Leben mit dem Namen »Geräuſche« und »Töne« belegt werden. Wie das Erzittern der Lufttheilchen beſchaffen ſein muß, um die Vorſtellung dieſes oder jenes bekannten Geräuſches hervorzubringen, kann nach dem gegenwärtigen Stande der Wiſſenſchaft nicht entfernterweiſe angegeben werden. Wir können uns daher nicht weiter mit dem phyſikaliſchen Weſen der Geräuſche beſchäftigen. Die Beſchaffenheit des Erzitterns der Lufttheilchen, das, dem Ohre mitgetheilt, die Vorſtellung eines beſtimmten Tones veranlaſſen ſoll, läßt ſich dagegen bis zu einem gewiſſen Grade beſtimmen. Ein Erzittern von dieſer beſtimmten Beſchaffenheit ſoll im Folgenden ſchlechtweg ein Ton (im phyſikaliſchen Sinne) genannt werden. Es iſt aus dem vierten Abſchnitte des erſten Bandes bereits bekannt, daß im Allgemeinen ein Ton in periodiſch regelmäßiger Wiederkehr eines gleichen Bewegungszuſtandes der Luftmoleküle beſteht, und daß die erſte weſentliche Qualität des Tones — die Tonhöhe — von der Dauer der Periode abhängt, d. h. davon, wie oft eine und dieſelbe Phaſe dieſes Bewegungszuſtandes für ein gegebenes Luftheilchen während der Zeiteinheit wiederkehrt. Es iſt aber in dem citirten Abſchnitte keine beſondere Unterſuchung der Frage gewidmet: Iſt für jeden Ton der Bewegungszuſtand eines Luftheilchens innerhalb einer Periode einem beſonderen Geſetze zu unterwerfen? oder nicht? Ich kann

Digitized by Google

nicht zu entscheiden wagen, ob in dieser Frage die Acten als geschlossen anzusehen sind, beschränke mich daher darauf, die Resultate einer von Seebeck darüber angestellten Untersuchung in allgemeinen Umrissen vorzuführen.

Zuvörderst muß an die bekannte Thatsache erinnert werden, daß das Erzittern der Lufttheilchen bei einem Tone näher definirt werden kann als »Longitudinalschwingung«, d. h. die ganze Bewegung eines Lufttheilchens, über dessen Ort ein Ton fortschreitet, ist jedenfalls begriffen in einer gerade zur Fortpflanzungsrichtung des Tones parallelen Linie. Soll diese Bewegung außerdem periodisch wiederkehren, so kann sie nur noch bestehen in einem Hin- und Hergehen des Luftmolekules auf einer (kurzen) geradlinigen Bahn, welche die Gleichgewichtslage des Molekules als einen ihrer Punkte enthält. Letzteres übrigens braucht vielleicht nicht nothwendig der Mittelpunkt der Bahn zu sein. Jedenfalls aber bestimmt die Länge der Bahn (die Excursionsweite der Schwingung oder die »Amplitude«), eine zweite wesentliche Eigenschaft des Tones, seine Stärke oder Intensität. Durch diese Einschränkungen wird die soeben aufgeworfene Frage sogleich näher dahin bestimmt: Muß innerhalb eines Hin- und Herganges die stetig veränderliche Geschwindigkeit nach einem bestimmten Gesetze variiren oder nicht? damit die Empfindung eines bestimmten reinen Tones entstehe. Die ersten Bearbeiter der Theorie des Schalles gingen von der Annahme aus, die auch noch heutzutage manchen akustischen Untersuchungen stillschweigend zu Grunde liegt, die Empfindung eines reinen Tones werde nur dann hervorgebracht, wenn die Geschwindigkeit eines schwingenden Lufttheilchens, die mit v bezeichnet werden mag; nach dem Gesetze variirt $v = a \,.\, cos\,(nt + \tau)$, wo a eine constante Größe ist (die größte Geschwindigkeit, die das Theilchen überhaupt in seiner Bahn erlangt; die Intensität des Tones wird alsdann durch a^2 gemessen); τ ist eine andere Constante, die sich bloß auf den Anfang der Zeitrechnung bezieht; t bedeutet die variabele Zeit, und n ist eine absolute Zahl, welche die Höhe des Tones bestimmt, insofern die Form des Ausdruckes sogleich sehen läßt, daß v allemal nach Verfluß einer Zeit $\frac{2\pi}{n}$ wieder denselben Werth bekommt; n ist folglich die Anzahl der Schwingungen in der Zeit von 2π Einheiten (wo π, wie gewöhnlich, die absolute Zahl bedeutet, welche das Verhältniß der halben Kreisperipherie zu ihrem Radius ausdrückt). Stellt man dieses Gesetz der Geschwindigkeiten graphisch dar, indem man die Zeiten t zu Abscissen, die zugehörigen Geschwindigkeiten zu Ordinaten einer Curve macht, so erhält man eine stetige, allseitig symmetrische Wellenlinie von der Form der Figur 55. Wir wollen 117

Fig. 55.



diese Annahme die engere Annahme über das Wesen der Töne nennen. Es giebt nun aber noch andere Arten, die Lufttheilchen in periodisches Erzittern zu

Digitized by Google

verſetzen, bei welchen zwar auch jedes derſelben nach Ablauf einer Zeit $\frac{2\pi}{n}$ allemal wieder dieſelbe Geſchwindigkeit erhält, aber wo nachweisbar das Geſetz, nach welchem die Geſchwindigkeit innerhalb einer Periode variirt, ein ganz anderes iſt als das eben angegebene. Ein recht auffallendes Beiſpiel bietet die bekannte Sirene (ſiehe Bd. I. Nro. 148). Die Geſchwindigkeiten eines dadurch erſchütterten Lufttheilchens können etwa durch die Ordinaten der Curve, Fig. 56, dargeſtellt werden. Das Lufttheilchen macht nämlich einzelne Excurſionen, die durch Zeiträume vollſtändiger Ruhe von einander getrennt ſind. Man ſieht leicht, daß noch unendlich viele Geſetze ſich denken laſſen für die Variation der Geſchwindigkeiten, alle darin übereinſtimmend, daß nach $\frac{2\pi}{n}$ Zeiteinheiten derſelbe Bewegungszuſtand wiederkehrt. Iſt die vorhin dargeſtellte engere Annahme richtig, ſo können dieſe verſchiedenen Bewegungsmodi nicht den einen Ton von der Höhe n*) hören laſſen, und es fragt ſich, welchen Eindruck derartige Bewegungen vermuthlich hervorbringen würden.

Fig. 56.

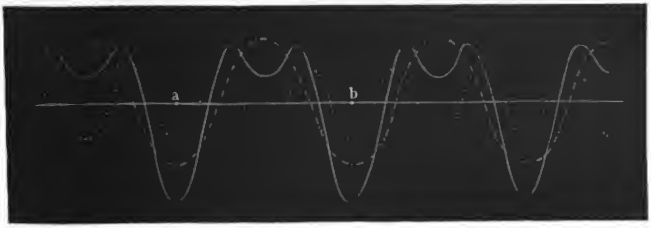
118 Das Geſetz der periodiſchen Variation der Geſchwindigkeit mag ſein welches es will oder, mit anderen Worten, die Geſchwindigkeit mag irgend welche beliebige Function der Zeit ſein (ſelbſt discontinuirlich, wie ſie es bei den Erſchütterungen mittelſt der Sirene in der That ſein muß), wofern ſie nur eine periodiſche iſt und die Dauer einer Periode $= \frac{2\pi}{n}$, ſo kann es, wie die Analyſis beweiſt, immer dargeſtellt werden durch eine Gleichung von der Form $v = a_1 \cos(nt + \tau_1) + a_2 \cos(2nt + \tau_2) + \ldots a_i \cos(int + \tau_i) + \ldots a_0$, wo die Conſtanten a und τ (deren Anzahl auch, ſowie die Gliederzahl der Reihe unendlich groß werden kann) in jedem beſtimmt gegebenen Falle durch eine beſtimmte Methode gefunden werden können. Nach dem bekannten Principe der Superpoſition kleiner Bewegungen ſummiren ſich die von einzelnen Bewegungsurſachen für ein Theilchen geforderten Geſchwindigkeiten in jedem Augenblicke einfach algebraiſch, und die Summe ſtellt die wirkliche Geſchwindigkeit dar, die das Theilchen vermöge des Zuſammenwirkens der einzelnen Urſachen hat, vorausgeſetzt, daß ſie ſämmtlich in einer und derſelben geraden Linie begriffen ſind. Man kann alſo hier umgekehrt die durch eine Summe dargeſtellte, von einer Urſache herrührende Geſchwindigkeit ſo anſehen, als verdankte ſie ihren Urſprung ebenſo vielen verſchiedenen Urſachen, als die Summe Glieder hat, oder näher: Die periodiſche Erſchütterung in unſerem Falle iſt genau ſo, als ob gleichzeitig

*) Der Kürze wegen ſoll die Tonhöhe n genannt werden, wenn wie in obigem Beiſpiel die Dauer einer Oscillation $\frac{2\pi}{n}$ Zeiteinheiten beträgt, oder in der Zeiteinheit $\frac{n}{2\pi}$ Oscillationen vollendet werden.

Digitized by Google

in derſelben Richtung ein Ton (nach der engeren Annahme, d. h. mit dem beſtimmten regelmäßigen Geſetze der Geſchwindigkeitsfolge) von der Höhe n und der Intenſität $a_1{}^2$, ein zweiter von der Höhe $2n$ und der Intenſität $a_2{}^2$ — die obere Octav des vorigen — ein dritter von der Höhe $3n$ — die Quinte der Octave des erſten — und der Intenſität $a_3{}^2$ u. ſ. w. fortgepflanzt würde. Deren Anzahl und relative Stärke wäre für jeden beſonderen Fall beſonders zu ermitteln, ſowie die Anfänge derſelben, die durch die Größen τ_1, τ_2, τ_3 ꝛc. gegeben ſind. Wäre die engere Annahme ſtreng richtig, ſo müßte das Ohr, durch eine Bewegung von der vorausgeſetzten Form afficirt, alle dieſe Töne gleichzeitig hören. In der That kommt dieſer Fall unter Umſtänden vor. Schwingen z. B. die Luftheilchen ſo, daß die ſucceſſiven Geſchwindigkeiten eines ſolchen wie die Ordinaten der Curve, Fig. 57, variiren, und iſt der Abſtand von a nach b (die Dauer

Fig. 57.



der Periode) $= \frac{2\pi}{n}$, ſo hört man gleichzeitig den Ton n und ſeine Octave oder $2n$; die Gleichung der Curve iſt aber $v = a_1 \cos nt + a_2 \cos 2nt$; τ_1 und τ_2 ſind hier beide Null. Jede Ordinate der Curve kann angeſehen werden als die algebraiſche Summe der Ordinaten zweier anderer Curven (der . . . . und der — — — bezeichneten), von denen die eine den Ton n, die andere den Ton $2n$ darſtellt, d. h. die eine einen Bewegungszuſtand repräſentirt, der ſich nach Verfluß der Zeit $\frac{2\pi}{n}$ wiederholt; die andere einen ſolchen, der ſich nach Verfluß der Zeit $\frac{2\pi}{2n}$ wiederholt, und zwar einen Bewegungszuſtand, der dem Geſetze unterworfen iſt, wie es die engere Annahme zum Hören eines reinen Tones fordert. Die Intenſität des erſteren n würde $a_1{}^2$, die des Tones $2n$ würde $a_2{}^2$ ſein; a_1 und a_2 ſind in der Figur die größten Ordinaten der beiden punktirten Curven. Man kann leicht den eben beſchriebenen zuſammengeſetzten Bewegungszuſtand wirklich hervorrufen, wenn man eine Saite mit beſonderen (bekannten) Manipulationen ſo anſtreicht, daß ſie einmal als Ganzes und gleichzeitig in zwei Hälften getheilt ſchwingt. Man hört alsdann den Grundton der Saite nebſt ſeiner Oberoctave erklingen.

Seebeck hat nun andere periodiſche Schwingungszuſtände hervorgebracht, 119
für welche er zwar die Summe, die v ausdrückte, nicht vollſtändig herſtellen,

Digitized by Google

aber wenigstens einige allgemeine Beziehungen zwischen den Größen a_1, a_2 ꝛc., also zwischen den Intensitäten der componirenden Schwingungszustände ermitteln konnte, und dadurch die Annahme geprüft, daß die einfachen Schwingungscomponenten als ebenso viele einfache Töne wahrgenommen werden. Besonders schlagend ist das folgende seiner Experimente. Durch eine besondere Einrichtung der Sirene brachte er den Lufttheilchen eine in Fig. 58 ungefähr anschauliche

Fig. 58.

periodische Bewegung bei; die Dauer einer Periode, der der Abscissendifferenz ab entsprechende Zeitraum, mag wieder $\frac{2\pi}{n}$ sein; die Bewegung besteht also aus gleich weit von einander abstehenden Hin- und Hergängen, die durch Zwischenräume absoluter Ruhe von einander getrennt sind. Seebeck hat ferner ganz allgemein gezeigt, daß, wenn man eine solche Bewegung in der oben definirten Form

$v = a_1 \cos(nt + \tau_1) + a_2 \cos(2nt + \tau_2) + a_3 \cos(3nt + \tau_3) +$ ꝛc.

darstellen will, jedenfalls $a_1 < a_2 < a_3$ ausfallen muß, was sie auch sonst für besondere Werthe bekommen müssen. Wäre also die engere Annahme richtig, so müßte bei der beschriebenen Einrichtung der Sirene und der Periode $\frac{2\pi}{n}$ der Ton n mit der geringsten, die Töne $2n$, $3n$ u. s. w. mit größerer Intensität vernommen werden. In der That aber vernimmt man bei diesem Versuche nur den Ton n, die harmonischen Obertöne entweder gar nicht oder nur äußerst schwach und veränderlich mit der Stellung des Ohres, so daß ihr Mitklingen vielleicht bloß in Einmischung reflectirter Wellen seinen Grund hat. Aus diesen und ähnlichen Versuchen schließt Seebeck: die engere Annahme über das Wesen der Töne ist jedenfalls zu eng, und eine einfache reine Empfindung des Tones n wird nicht bloß durch eine Bewegung von der Form $v = a \cos(nt + \tau)$ hervorgebracht, sondern kann auch noch durch unzählige verschiedene andere periodische Bewegungen hervorgerufen werden, die jedenfalls das mit der ersteren gemein haben, daß die Dauer einer Periode $= \frac{2\pi}{n}$ ist. Jedoch wäre umgekehrt die Annahme zu weit, daß jede mögliche Bewegung von der Periode $\frac{2\pi}{n}$ den reinen einfachen Ton n hören läßt, wie schon aus dem einen gegentheiligen, oben ausgeführten Beispiele zu schließen ist.

120 Diese weitere Annahme über das Wesen der Töne empfiehlt sich übrigens noch dadurch, daß sie von der dritten wesentlichen Eigenschaft derselben, dem

Digitized by Google

Klange, wenigstens principiell Rechenschaft giebt. Man unterscheidet bekanntlich, ob ein Ton von bestimmter Höhe von einer Flöte oder von einer Geige ꝛc. hervorgebracht worden ist, und die weitere Annahme läßt für diese Verschiedenheit hinlänglichen Spielraum. Die beiden Bewegungszustände haben nämlich das gemein, daß beide Male die Dauer einer Periode $= \frac{2\pi}{n}$ ist; aber sie unterscheiden sich durch die Variation der Geschwindigkeiten innerhalb einer Periode. Das Ohr zählt also nicht bloß die Anzahl der Perioden in einer Zeiteinheit, indem es die Höhe des Tones schätzt, sondern es beobachtet auch den Gang der Geschwindigkeitscurve innerhalb einer Periode, indem es den Klang unterscheidet. So wäre es z. B. möglich, daß bei einem Flötenton die Geschwindigkeiten im ersten Abschnitte der Periode rasch wachsen und langsam abnehmen, bei einem Geigenton dagegen ebenso schnell abnehmen als wachsen. Natürlich lassen sich unzählige Verschiedenheiten in dieser Beziehung denken; welche wirklich ist, hat bisher nur in sehr wenigen Fällen ermittelt werden können.

Zweites Capitel.

Von der Erzeugung des Schalles.

A. Von der Stimme.

Von den unendlich vielen verschiedenen Arten der Schallerzeugung interes- 121
siren uns hier 1) diejenigen, welche geeignet sind, auf die Hervorbringung der Stimme im Kehlkopfe Licht zu werfen, und 2) die Entstehungsarten verschiedener Geräusche, die in den Respirationswerkzeugen und Bluthahnen vorkommen.

Was zunächst die Tonbildung im Kehlkopfe betrifft, so sind darüber bekanntlich zwei wesentlich verschiedene Annahmen vorhanden. Die eine verdankt vorzugsweise Johannes Müller ihre Ausbildung und zählt wohl die meisten deutschen Forscher unter ihren Anhängern. Nach ihr sind die Schwingungen der unteren Stimmbänder (Ligg. thyreoarytaenoidea inferiora), die sie, von ihren eigenen elastischen Kräften getrieben, ausführen, das ursprünglich Stimmerzeugende. Die Höhe des Tones würde demgemäß vorzugsweise durch den Spannungsgrad dieser Bänder bedingt. Der Luftstrom spielt dabei eine secundäre Rolle, und Müller vergleicht selbst seine Wirkung an irgend einer Stelle mit der des Geigenbogens. Im Ganzen stellt diese Annahme den Kehlkopf den Zungenpfeifen nahe. Sie ist im ersten Bande S. 342 ff. bereits vorgetragen. Um Wiederholungen zu vermeiden, werde ich daher von ihr ganz absehen. Ich werde im Folgenden bloß die physikalischen Principien vorführen, auf welche sich die andere Theorie der Stimme gründet. Sie wird vorzugsweise von französischen Gelehrten vertheidigt, rührt in ihren Elementen von Savart

Digitized by Google

her, wurde von Masson weiter ausgebildet und neuerdings von Longet (Traité de physiologie) ausführlich dargestellt. Nach ihr ist der Luftstrom das ursprünglich Tonerzeugende. Die Höhe des Tones hängt daher vorzugsweise ab vom Luftdrucke, von der Gestalt und Größe der Stimmritze und der angränzenden Hohlräume.

122 Bekanntlich hat bereits Savart gefunden, daß der Ausfluß eines Liquidums aus einer irgendwie beschaffenen Oeffnung im Boden oder der Wand eines Gefäßes nicht mit constanter Geschwindigkeit geschieht, sondern daß, wenn man den den Ausfluß bewirkenden Druck constant erhält, die Ausflußgeschwindigkeit periodisch ab- und zunimmt, woraus die scheinbaren Gestaltverhältnisse des Wasserstrahles erklärt werden können. Masson*) hat nachgewiesen, daß auch die Ausflußgeschwindigkeit eines Gases unter constantem Drucke eine periodisch variabele ist. Die Ausflußöffnung wird so der Sitz von Vibrationen, die einen Ton erzeugen, indem sie sich der umgebenden Atmosphäre mittheilen. Die Anzahl dieser Vibrationen in der Zeiteinheit ist auch hier, wie bei den tropfbaren Flüssigkeiten, der Quadratwurzel aus dem Drucke (oder der mittleren Ausflußgeschwindigkeit) direct proportional, aber unabhängig von der Größe der Oeffnung. Die so hervorgebrachten Töne sind an sich äußerst schwach; sie können aber ungemein verstärkt werden, wenn man geeignete Ansatzstücke vor die Ausflußöffnung bringt, so daß zuerst ein abgeschlossenes Luftvolum durch die periodischen Geschwindigkeitsänderungen in Schwingungen versetzt wird, ehe sich diese in der ganzen Atmosphäre verbreiten.

Einem solchen Ansatzrohre kommt bekanntlich (wie aus der Theorie der Blasinstrumente, Bd. I. Nro. 135, bekannt ist), wie einer bestimmt gespannten Saite, ein eigener Grundton nebst einer Reihe harmonischer Obertöne zu, der gehört wird, wenn man die darin enthaltene Luftmasse irgendwie in andauernde Oscillationen versetzt. Man müßte daher nach dem Principe der ungestörten Superposition der Schwingungen erwarten, daß man allemal den eigenen Ton des Ansatzrohres oder einen seiner harmonischen Obertöne gesondert hören müßte neben dem Tone der Ausflußöffnung, sofern dieser nicht mit jenem zusammenfällt. In der That hat Masson diese Erscheinung in einigen Fällen beobachtet. Meist jedoch fand er, daß die Schwingungen der im Ansatzstücke enthaltenen Luftmasse und der Ausflußöffnung dergestalt auf einander reagirten, daß sich ihre Schwingungsdauer innerhalb gewisser Gränzen ausglich; er schließt hieraus, daß das Princip der Superposition kleiner Schwingungen nicht streng gültig ist. Das kann uns durchaus nicht befremden, wenn wir uns daran erinnern, daß dieses Princip eben nur eine mathematische Abstraction ist, basirt auf einen Calcul, der, von der absoluten Strenge abweichend, sich mit einer ersten Annäherung begnügt. Einerseits fand nämlich Masson, daß häufig der eigene Ton der Oeffnung verstärkt gehört wird, wenn der eigene Ton der Ansatzröhre weder damit zusammenfällt, noch dazu harmonisch ist, wenn er vielmehr nur einem der harmonischen nahe liegt; es konnte sogar ein Rohr einen Ton hören lassen,

*) Annal de chim. et de phys. Mars 1854.

Digitized by Google

der tiefer als sein Grundton war. Andererseits aber blieb bei ein und demselben Ansatzstücke der Ton in seiner Höhe unverändert und erlitt bloße Intensitätsschwankungen, wenn der Druck und folglich die Ausflußgeschwindigkeit zwischen gewissen Gränzen variirte, wobei nach dem vorhin aufgestellten Grundgesetze die Höhe des eigenen Tones der Oeffnung variiren mußte. Endlich ist noch die längst bekannte Thatsache als hiehergehörig in Erinnerung zu bringen, daß eine Röhre einen tieferen Ton hören läßt, als nach der oben angezogenen Theorie zu erwarten wäre, wenn ihre Wände nicht starr, sondern elastisch oder weich sind.

Auf solche physikalische Versuche gestützt, spricht sich Longet folgender- 123
gestalt über die Stimme des Menschen (und überhaupt der Säugethiere mit doppelter Stimmritze) aus. Während der Hervorbringung eines Tones nähern sich die Cartil. arytaenoideae einander so, daß zwei Oeffnungen übrig bleiben; vorn zwischen den unteren Stimmbändern die eigentliche »Stimmritze«, hinten zwischen den Cartil. aryt. die »Athemritze«.

Das periodisch veränderliche Ausströmen der Luft durch die Stimmritze ist die primitive Ursache des Tones. Er wird verstärkt in einem Ansatzstücke, bestehend aus den Morgagnischen Ventrikeln und dem oberhalb der Stimmbänder gelegenen Theile des Kehlkopfrohres.

Die Oeffnung der Stimmritze entspricht immer dem eigenen Tone des verstärkenden Ansatzstückes, welcher veränderlich ist mit dem Starrheitsgrade der muskulösen Kehlkopfwände und mit seinen Dimensionen.

Die Höhe des hervorgebrachten Tones hängt vom Drucke der Luft beim Ausströmen ab, so jedoch, daß dieser bei bestimmter Einrichtung des Ansatzstückes zwischen gewissen Gränzen schwanken darf.

Mit dieser begränzten Druckschwankung variirt die Stärke des Tones, so daß man ein und denselben Ton immer stärker hört, wenn man von der unteren Gränze des Druckes allmälig zur oberen aufsteigt.

Die oberen Stimmbänder theilen das vorhin definirte verstärkende Ansatzstück in zwei Abtheilungen, die ebenfalls oben bereits namhaft gemacht wurden. Bei der Brustst imme schwingen die in beiden Stücken enthaltenen Luftmassen im Einklange.

Man kann also nach dieser Theorie mit Savart das Stimmorgan vergleichen einer Lockpfeife, die mit einem Ansatzrohre versehen ist.

B. Von den Geräuschen in den Respirationswegen und Blutbahnen.

Es ist bereits im ersten Capitel dieses Abschnittes gesagt, daß die Physik 124
bis jetzt über das Wesen der Geräusche noch nicht genügenden Aufschluß giebt; man wird daher von ihr auch nicht viel Detail über deren Entstehungsarten erwarten können. Nur wenige ganz allgemeine Sätze stehen fest, die dann auch als leitende Gesichtspunkte bei der Erforschung und praktischen Benutzung der in der Ueberschrift erwähnten Geräusche dienen können. Wir müssen uns hier um so mehr beschränken auf die kurze Darlegung dieser wenigen physikalischen Thatsachen, da ein Eingehen in Einzelheiten jedenfalls nicht so weit möglich ist,

Digitized by Google

daß dadurch dem Medicin Studirenden das Studium specieller Werke über physikalische Diagnostik entbehrlich gemacht würde.

Durch die alltägliche Erfahrung sowohl, als durch eigens angestellte Experimente, ist bekannt: Alle Körper, ihr Aggregatzustand mag sein welcher er will, sind im Stande, durch geeignete Erschütterung in Bewegungszustände zu gerathen, welche, der Luft mitgetheilt und zum Ohre fortgepflanzt, als Geräusche empfunden werden. Jedoch geben gasförmige Körper am leichtesten Geräusche zu hören, feste Körper schon schwerer und Liquida sehr schwer, und nur unter ganz besonderen Verhältnissen, die im thierischen Körper sicherlich niemals gegeben sind. Insbesondere haben zunächst die sogenannten Herztöne, Geräusche, die, musikalischen Tönen oft sehr nahe stehend, bekanntlich jede Systole und Diastole des Herzens begleiten, nach den anerkanntesten Autoritäten*) ihre Ursache in der plötzlichen Anspannung der Atrioventrikularklappen und der Semilunarklappen. Es ist auch durch physikalische Versuche außerhalb des Körpers nachgewiesen, daß die plötzliche Anspannung einer elastischen Membran, auch wenn sie rings von einem Liquidum umgeben ist, ein Geräusch oder einen Ton hervorbringt.

Was ferner die Geräusche in den übrigen Theilen der Blutbahn betrifft, so haben wir kürzlich eine physikalische Untersuchung von Theodor Weber**) erhalten über die beim Strömen einer tropfbaren Flüssigkeit in elastischen Röhren vorkommenden Schallerscheinungen. Durch die Resultate derselben, die ich im Folgenden der Hauptsache nach mittheilen werde, ist unter Anderem auch das bestätigt worden, was bereits früher auf ähnlichem Wege von Kiewisch***) gefunden war.

1) Die Geräusche entstehen, wie bereits oben angedeutet wurde, durch Schwingungen der Röhrenwand, nicht durch Reibung der Flüssigkeitstheilchen unter einander; die Flüssigkeit spielt nur die Rolle der erschütternden Körper, wie etwa ein Geigenbogen.

2) Röhre und Flüssigkeit mag beschaffen sein wie sie wollen; wenn man die Stromgeschwindigkeit immer mehr steigert, so entsteht zuletzt ein Geräusch, natürlich an allen Stellen, wenn die Röhre überall gleichartig ist.

3) In ein und derselben Röhre bringen dünnflüssige Liquida leichter (bei geringerer Geschwindigkeit) Geräusche hervor als zähflüssige, schwere leichter als leichte. Die untersuchten Flüssigkeiten folgten sich in dieser Beziehung daher in der Ordnung, daß am leichtesten Quecksilber Geräusche erzeugte, dann Wasser, Milch, verdünntes Blut und am allerschwersten reines Blut.

4) Rauhigkeiten an der inneren Röhrenfläche begünstigen die Entstehung eines Geräusches, so daß man es bereits bei einer geringeren Geschwindigkeit hört, als wenn die Röhre glatt wäre.

5) In dünnwandigen Röhren entstehen leichter Geräusche als in dickwandigen.

---

*) Skoda, Ueber Auscultation und Percussion. Vierte Auflage. S. 173.

**) Archiv für physiol. Heilk. Jahrg. 14. Heft I.

***) Verhandl. der Würzburger physikalisch-medicinischen Gesellschaft. Bd. I.

Digitized by Google

6) Bei gleichem Verhältnisse von Lumen und Windstärke entstehen Geräusche leichter in weiten als in engen (wegen der größeren Berührungsfläche).

7) Es bedarf einer viel größeren Geschwindigkeit, um in starren Röhren (aus Glas oder Messing) Geräusche hervorzubringen, als in biegsamen (aus Kautschuk, Venenwand, Darmwand).

8) Am allerleichtesten entstehen Geräusche an solchen Stellen, wo der Strom aus einem engeren Theile seines Bettes in einen weiteren übergeht, und zwar ganz besonders dann, wenn er nicht central in die erweiterte Stelle eintritt, oder wenn er nicht in der Axe derselben verläuft, sondern schräg gegen ihre Wand gerichtet ist. Vermehrung oder Verminderung der Spannung scheint keinen namhaften Einfluß auf die hier betrachteten Erscheinungen zu haben.

Die Anwendungen auf Arterien- und Venengeräusche ergeben sich unmittelbar. Die besondere Häufigkeit eines Geräusches in der Jugularvene bei Anämischen findet hier auch in jedem Falle ihre Erklärung; denn ist, wie die Einen wollen, Dünnflüssigkeit des Blutes das Wesen der Anämie, so giebt uns die unter 3. angeführte Thatsache Aufschluß; besteht aber die Anämie in wirklicher Blutarmuth, so haben wir in Nro. 8. die Erklärung; denn es muß alsdann der Halstheil der Jugularvene zusammenfallen und in den weiteren Brusttheil derselben eintreten, der ja vermöge seiner Lage und Umgebung nicht in entsprechendem Maße zusammenfallen kann.

Daß im Respirationsorgane, wo beständig Luftmassen mit anderen Körpern 125
in Berührung sich bewegen, die günstigsten Bedingungen zur Entstehung von Geräuschen leicht gesetzt sind, ergiebt sich schon aus dem an die Spitze gestellten Satze, nach welchem Luft am leichtesten in schallende Bewegung geräth. Man sieht aber ferner auch sofort, daß hier die mannigfaltigsten Geräusche entstehen können, wo in der gesunden und kranken Lunge die Berührungsweisen der flüssigen und festen Körper mit dem vorbeistreichenden Luftstrom so überaus mannigfaltig sein können, und wo ferner noch bei dem Vorhandensein unzähliger Scheidewände und größerer oder kleinerer, mehr oder weniger abgeschlossener Räume die einmal entstandenen Geräusche durch Reflexion und Resonanz in der mannigfaltigsten Weise modificirt werden müssen. Wollten wir uns in Betreff dieser normalen und krankhaften Athmungsgeräusche auf Einzelheiten einlassen, so würden wir uns in eine unerschöpfliche Casuistik verlieren, die selbst ein ganzes Buch füllte und in der That viele Bücher füllt.

Es könnte an dieser Stelle vielleicht noch eine physikalische Discussion des Instrumentes, mittelst dessen man in der Regel die soeben abgehandelten Geräusche beobachtet, erwartet werden — ich meine des Stethoskopes. Die Physik kann, so weit ich sehe, darüber nichts Anderes aussagen, als: im Allgemeinen wird jedenfalls die Schallintensität durch das Stethoskop geschwächt; die Modificationen der Form und Größe innerhalb der üblichen Gränzen sind jedoch fast vollkommen gleichgültig. Hiermit stimmen die anerkannt ersten Autoritäten *)

*) Skoda L. c. S. 25 ff.

Digitized by Google

überein. Eine Modification, die kürzlich von L. Fick*) vorgeschlagen wurde, kommt mir in der That, von physikalischer Seite angesehen, empfehlenswerth vor, nämlich die, statt eine Platte ans Ohr zu legen, das conisch zugespitzte Rohr in den Gehörgang zu stecken. Dadurch wird offenbar der vollständige Abschluß des den Schall fortpflanzenden Luftraumes sehr erleichtert.

126 In Betreff der Percussionsgeräusche scheinen nach Skoda's Versuchen folgende Sätze festzustehen: 1) Wird eine Luftmasse durch Anstoß an ihre feste Umgebung in Schallschwingungen versetzt, so ist der Schall um so heller (resp. lauter), je dünner die Schicht fester Substanz ist, durch welche die unmittelbare Erschütterung fortgepflanzt werden muß. Ist gar kein abgeschlossener Luftraum unter der unmittelbar gestoßenen Stelle, so ist der Schall ganz gedämpft, kaum hörbar, was auch nach dem oben aufgestellten Principe zu vermuthen war, wonach in festen Körpern nicht so leicht Schallschwingungen entstehen als in gasförmigen. 2) Je größer die durch den Stoß an die Wand erschütterte Luftmasse ist, desto voller klingt der Schall. Ich sehe von physikalischer Seite nichts, was dieser von Skoda aufgestellten Unterscheidung eingewandt werden könnte, obwohl sie von vielen Aerzten gänzlich verlassen ist. 3) Der Schall einer in biegsame Wände eingeschlossenen Luftmasse klingt tympanitisch, wenn dieselben wenig, nicht tympanitisch, wenn sie stark gespannt sind. Die Höhe eines dem Percussionsschalle etwa beigemengten musikalischen Tones scheint nach Skoda überall nicht sehr beachtenswerth, und stellt er darüber keine besonderen Regeln auf. Ueber einzelne besondere Modificationen des Percussionsschalles können wir uns hier aus den bereits mehrfach angegebenen Gründen nicht verbreiten.

Drittes Capitel.

Von der Fortpflanzung des Schalles.

127 Zu den im ersten Bande vorgetragenen Lehren über den Gegenstand dieses Capitels haben wir nur wenige Beobachtungen hinzuzufügen, welche sich auf Bedingungen beziehen, wie sie im Gehörwerkzeuge des Menschen gegeben sind. Vorzugsweise müssen wir eine ältere Untersuchung Savart's**) über die Functien des Trommelfelles berücksichtigen, weil sie in allen physiologischen Abhandlungen über diesen Gegenstand angezogen wird. Man weiß und kann sich jeden Augenblick an einem Claviere überzeugen, daß ein selbständigen Tönens fähiger Körper unter Anderem auch dann in tönende Vibrationen geräth, wenn er von einem

*) Müller's Archiv 1855.

**) Annal. de chim et de phys. Vol. 26. p. 1.

Digitized by Google

durch die Luft fortschreitenden Wellenzuge getroffen wird. Eine gespannte Saite läßt bekanntlich in einem solchen Falle immer den ihr eigenen Ton hören, geräth aber überall nur dann in merkliches Mitschwingen, wenn der sie treffende Wellenzug einem dem ihrigen harmonischen und nicht gar zu fernen Tone angehört, am heftigsten, wenn der erregende Ton mit ihrem eigenen geradezu identisch ist. Gespannte Membranen dagegen gerathen immer in lebhafte Mitschwingungen, die sich durch die Bewegungen aufgestreuten Pulvers leicht sichtbar machen lassen. Durch dieses Mittel beobachtet man zugleich noch die besonderen Eigenheiten des Bewegungszustandes, in welchen die gespannte Membran unter verschiedenen Bedingungen geräth. Davon sollen im Folgenden die wichtigsten Fälle hervorgehoben werden.

Vor Allem bemerkenswerth ist, daß auch hier die Bewegungen auffallend lebhafter sind, wenn der erregende Ton einer der benachbarten harmonischen des eigenen Tones der Membran ist, etwa seine untere Octave oder die untere Quinte der unteren Octave ꝛc. Dieser Umstand muß den Physiologen einigermaßen in Verlegenheit setzen, da er die für das Gehör höchst nachtheilige Folge haben müßte, daß man bei einer gegebenen Trommelfellspannung einzelne bestimmte Töne sehr viel lauter hören würde als alle anderen. Da man aber derart nichts beobachtet, so glaubt Savart, daß der eigene Ton des Trommelfelles bei seiner Kleinheit und den in Wirklichkeit vorkommenden Spannungen einen so hohen Ton besitzt, daß keiner der in der Regel gehörten ihm nahe genug käme, um die erwähnte Erscheinung zu veranlassen. Weiter unten wird man sehen, wie Seebeck die Physiologie weit glücklicher aus der Verlegenheit zieht.

Abgesehen von dieser discontinuirlichen Begünstigung des Mitschwingens für einzelne Töne findet aber eine continuirliche statt, von der höchst wahrscheinlich auch das Gehörorgan keine Ausnahme macht. Je mehr sich nämlich allgemein der erregende Ton dem eigenen Ton der Membran annähert, desto lebhaftere Mitschwingungen macht dieselbe, daher eine kleine Membran lebhafter mit sehr hohen Tönen schwingt als mit tiefen. In der That machen aber tiefe Töne auf unser Ohr, selbst bei bedeutender objectiver Intensität, einen schwachen Eindruck.

Mit veränderter Höhe des erregenden Tones ändert sich nicht bloß die Lebhaftigkeit des Mitschwingens, sondern auch die Art und Weise. Es theilt sich nämlich im Allgemeinen die Membran in schwingende Partieen, welche durch ruhende Linien (Knotenlinien) von einander abgegränzt sind, so daß bei aufgestreutem Pulver Klangfiguren entstehen, wie auf einer mit dem Bogen angestrichenen Platte. Ceteris paribus wächst die Anzahl der Abtheilungen mit der Höhe des Tones.

Besondere Aufmerksamkeit verdient ein Punkt, den Savart zuerst hervorgehoben hat und der seitdem vielfache Besprechung erfahren hat, weil er in der Lehre vom Gehöre unmittelbare Anwendung leidet. Er hat nämlich experimentell gezeigt, daß eine Membran mit ein und demselben Tone viel weniger lebhaft mitschwingt, sobald man sie stärker anspannt. Man wird nach dem Obigen anzunehmen berechtigt sein, daß dies nur dann gilt, wenn der eigene Ton der Membran bei der schwächeren Spannung schon beträchtlich höher liegt als der

Digitized by Google

erregende. Es ist nämlich dann geradezu dieser Satz identisch mit dem obigen, daß eine Membran um so stärker mitschwingt, je näher der erregende Ton ihrem eigenen kommt. Abgesehen hiervon hat aber Munke eine Einwendung gegen die Beweiskraft des Savart'schen Experimentes gemacht, die vielleicht nicht ganz stichhaltig ist. Savart richtete nämlich eine kreisförmige Membran so vor, daß er das Ende eines Hebels gegen ihren Mittelpunkt andrücken und ihr dadurch eine größere Spannung ertheilen konnte. Er beobachtete alsdann, daß aufgestreute Sandkörner höher geworfen wurden, wenn der Hebel nicht angedrückt. Munke meint nun, durch das Andrücken des Hebels wäre, abgesehen von der Spannungsvermehrung, ein neuer (!) Knotenpunkt eingeführt, und die beiden einzelnen Radien der Membran hätten zwar weniger excursive, aber vielleicht noch ebenso kräftige Schwingungen ausgeführt, als vorher der ganze Durchmesser. Es scheint mir nun, wenn in der That die lebendige Kraft der Mitschwingung in beiden Fällen hätte dieselbe sein sollen, so hätte auch die Maximalgeschwindigkeit der Membrantheilchen (beim Passiren der Gleichgewichtslage) im zweiten Falle eher größer als kleiner sein müssen als im ersten Falle, und da doch von dieser allein, die dem Sandkörnchen mitgetheilt wird, nicht aber von der Excursionsweite die Wurfhöhe abhängt, so hätten auch die Sandkörnchen mindestens ebenso hoch geworfen werden müssen. Wenn die ursprüngliche Ansicht Savart's gültig bliebe, so wäre damit der Musc. tensor tympani als Dämpfer der Schallintensität dem Sphincter pupillae an die Seite zu stellen.

128 In der Abhandlung, welcher das soeben Mitgetheilte entnommen wurde, geht Savart außerdem auf einige allgemeine Sätze über die Mittheilung der Schallschwingungen an feste Körper ein. Der wichtigste ist der, daß die Schwingungsrichtung in festen Körpern bei der Fortpflanzung erhalten bleibt, wie in der Luft. Bringt man z. B. eine Klangscheibe, die zu ihrer Ebene senkrechte Schwingungen ausführt und der Luft ebenso gerichtete beibringt, in verticaler Stellung über eine mit Sand bestreute horizontale Membran, so sind die Mitschwingungen der letzteren ebenfalls horizontal, also liegen die Schwingungsbahnen ihrer Theilchen in ihrer Ebene, was sich durch eigenthümliche tangentiale Bewegungen der Sandkörner zu erkennen giebt. Besonders günstig ist es für die Versetzung eines festen Systemes in Mitschwingungen, wenn wenigstens ein Theil seiner Oberfläche zur Schwingungsrichtung des erregenden Tones senkrecht ist. Ist z. B. die soeben gedachte Membran in ein Stück Carton eingeklebt und biegt man einen Theil desselben vertical aufwärts, also senkrecht zur Schwingungsrichtung der (noch immer vertical gedachten) Klangscheibe, so werden die Mitschwingungen der Membran sofort lebhafter. Auch von einer Membran theilen sich die Schwingungen, mit Beibehaltung ihrer Richtung, leicht festen Körpern mit, die daran befestigt (etwa angeklebt) sind. In ihnen bilden sich dann wieder Knotenlinien, als wären sie unmittelbar zum Tönen gebracht. Daß von diesen Sätzen mannigfache Anwendung auf die Schallfortpflanzung durch das äußere Ohr zum Trommelfell und von diesem zum inneren Ohre gemacht werden kann, liegt auf der Hand; doch scheinen Savart's eigene Schlüsse in dieser Richtung vielfach etwas gewagt.

Digitized by Google

Von anderer Seite her werfen noch die Betrachtungen Seebeck's*) bedeutendes Licht auf die Mitschwingungen des Trommelfelles und inneren Ohres mit objectiven Tönen. Er hat nämlich die Theorie der Mitschwingungen gespannter Membranen oder sonst flächenartig ausgebreiteter Körper entwickelt**), mit Berücksichtigung des Widerstandes eines Mediums, in welchem die Bewegung stattfindet. Hiernach wird 1) die Schwingungsdauer der Membrantheilchen, die Anfangs dem eigenen Ton der Membran entspricht, erst allmälig der Schwingungsdauer des erregenden Tones gleich, aber in um so kürzerer Zeit, je größer der Widerstand ist. 2) Ist nach dieser Ausgleichung die lebendige Kraft der Mitschwingung der lebendigen Kraft des erregenden Tones um so näher proportional, je größer der Widerstand ist, beinahe unabhängig von der Höhe des Tones. Daß übrigens die lebendige Kraft der Mitschwingung ceteris paribus an absoluter Größe abnimmt, je größer der Widerstand ist, versteht sich von selbst. Da nun das Trommelfell sich mittelst der Gehörknöchelchen auf das Labyrinthwasser stützt und daher nur mit allen diesen Theilen zusammenschwingen kann, so wird seinen Schwingungen ein beträchtlicher Widerstand geleistet; es befindet sich gewissermaßen in demselben Falle, als ob es sich in einem sehr stark widerstehenden Medium, wie etwa Wasser, bewegte. Man darf demnach erwarten, einmal daß sehr bald die Schwingungsdauer des erregenden Tones an die Stelle der Schwingungsdauer des Tones tritt, den unser System, für sich erschüttert, hervorbringen kann; ja die Zeit, die hierzu gebraucht wird, kann verschwindend klein sein und muß es in der That sein, da man sonst allemal im Anfange einer Erregung den Ton des Trommelfelles hören müßte, während man doch immer sofort den objectiven Ton vernimmt. Ferner aber wird wegen des bedeutenden Widerstandes nach dem zweiten Satze die lebendige Kraft der Mitschwingung in den inneren Ohrtheilen der lebendigen Kraft des objectiven Tones nahezu proportional sein, unabhängig von der Höhe des letzteren, so daß man die Intensität des gehörten Tones der des objectiven Tones einigermaßen proportional zu setzen berechtigt ist. Somit ist wenigstens ein annähernd richtiges Urtheil über die relative Stärke verschieden hoher Töne durch das Gehörorgan gesichert.

*) Pogg. Annal. Bd. 68, S. 458 und Dove's Repertorium Bd. 8, S. 103.
**) Dove's Repertorium der Physik. Bd. 8, S. 69.

Digitized by Google

Fünfter Abschnitt.

Wärmelehre.

Erstes Capitel.

Wärmeerzeugung durch chemischen Proceß.

129 Eine wahrscheinliche theoretische Ansicht vom Wesen der Wärme wurde bereits im ersten Abschnitte mitgetheilt. Wir haben hier nur noch eine anschauliche Erklärung davon hinzuzufügen, was damit gemeint sei, wenn man sagt, eine bestimmte Wärmequantität (die z. B. ein Gramm Wasser um 1 Grad erwärmt) sei nichts Anderes, als ein bestimmter Kraftvorrath, oder, wie man sich gewöhnlicher auszudrücken pflegt, sei eine bestimmte Quantität lebendiger Kraft. Damit läßt sich zugleich auch eine Vorstellung verbinden von der Wärmeerzeugung durch chemischen Proceß, die freilich nicht mehr als eine sehr allgemein gehaltene Hypothese zu sein beanspruchen kann, die aber mancherlei, was in der Lehre der thierischen Wärme von großer Bedeutung ist, auf eine anschauliche Weise dem Gedächtnisse übergiebt.

Es wurde im ersten Abschnitte als wahrscheinlich hingestellt, daß die Wärme, welche die Temperatur eines Körpers bedingt, im Gegensatze zur strahlenden Wärme, bestehe in *stehenden* Schwingungen, welche die intermolekularen Aetheratome ausführen unter dem Einfluß der abstoßenden Kräfte der als relativ feste Abstoßungscentra wirkenden Molekularätherſphären. Stellen wir uns ein einzelnes Aetheratom in einem warmen Körper vor und fassen seinen Bewegungszustand näher ins Auge. Wir wollen zunächst, um die Anschauung zu vereinfachen, uns bloß zwei benachbarte Moleküle denken, auf deren Verbindungslinie das gedachte Aetheratom eine geradlinige Bahn zu beschreiben genöthigt ist. Es sei in einem gewissen Augenblicke gerade in seiner Gleichgewichtslage (in der Mitte) angekommen und habe eine gewisse Geschwindigkeit v in der Richtung nach dem einen Abstoßungscentrum hin; wenn daher seine Masse m wäre, so wäre in diesem Augenblicke seine lebendige Kraft $\frac{1}{2}mv^2$. Indem es sich nun aber dem Abstoßungscentrum nähert, wird seine Bewegung verzögert, seine lebendige Kraft nimmt ab, weil ja durch die Annäherung einander abstoßender Körper die Spannkraftssumme vermehrt wird. Nach einer gewissen Zeit wird es ganz

Digitized by Google

zur Ruhe gekommen sein, die ganze lebendige Kraft $^1/_2 mv^2$ wird sich in Spannkraft umgesetzt haben. Die überwiegende Abstoßung des Centrums, dem in dieser Lage das Aetheratom näher ist, treibt es nun mit beschleunigter Geschwindigkeit auf demselben Wege wieder zurück. Es kommt in der Gleichgewichtslage mit derselben Geschwindigkeit v wieder an und geht nun auf die andere Seite darüber hinaus auf das andere Abstoßungscentrum zu. Dasselbe Spiel wiederholt sich und würde sich bis ins Unendliche wiederholen, wenn die Abstoßungscentra absolut fest wären. Da dies aber nicht der Fall ist, wird immer etwas von der in der gedachten Bewegung wirksamen Kraft an die Umgebung abgegeben, d. h. zunächst zur Verrückung der als Abstoßungscentra wirkenden ponderabelen Moleküle selbst verwandt, und so der Körper durch die Wärme ausgedehnt. Dann wird auch ein Theil der Kraft auf die benachbarten intermolekularen Aetheratome übertragen, welche noch nicht in gerade so lebhafter Bewegung begriffen sind, da dieselben mit unserem gedachten Atome doch auch nicht außer aller mechanischer Beziehung sind. Sie gerathen dadurch in lebhaftere Bewegung; mit anderen Worten: es wird Wärme von dem wärmeren Körper auf die kältere Nachbarschaft durch Leitung übertragen. Die soeben betrachtete oscillirende Bewegung unseres Atoms repräsentirt eine gewisse Kraft $^1/_2 mv^2$, welche ganz lebendig ist in dem Augenblick, wo das Atom die Gleichgewichtslage passirt, ganz Spannkraft, wenn es seine äußersten Excursionslagen erreicht hat, und theils lebendig, theils Spannkraft in jedem möglichen Verhältniß bei allen Zwischenlagen des Atoms. In der Wirklichkeit wird freilich das Atom nicht eine geradlinige Bahn beschreiben zwischen zwei Abstoßungscentren, sondern es wird von seiner Gleichgewichtslage nach allen möglichen Richtungen bald hier, bald dort hinaus schwingen, weil ihm auf jeder Richtungslinie abstoßende Moleküle gegenüberstehen. Inzwischen wird diese complicirtere Bewegung doch aus lauter Elementen zusammengesetzt zu denken sein, welche in der soeben beschriebenen Weise erfolgen. Wenn man also bei einem warmen Körper die Hälfte der Masse jedes einzelnen Aetheratoms multiplicirte mit dem Quadrate der Geschwindigkeit, mit welcher dasselbe beim Oscilliren die Gleichgewichtslage passirt, alle diese Producte addirte, so hätte man das Maß der Kraft, welche die in dem Körper enthaltene Wärme repräsentirt. Nach obiger Erörterung, das verdient noch Erwähnung, ist der Ausdruck etwas uneigentlich, wenn man, wie dies häufig geschieht, sagt, eine Wärmequantität sei nichts Anderes als eine Quantität lebendiger Kraft; denn wie wir eben gesehen haben, ist sie vielmehr in fortwährender Verwandlung aus lebendiger in Spannkraft und umgekehrt begriffen.

Indem wir jetzt zu der Wärmeerzeugung durch den chemischen Proceß über- 130
gehen, werden wir uns vorzugsweise an diejenigen Stoffe halten und sie als Beispiele wählen, welche im thierischen Haushalte eine Rolle spielen. Es muß dabei das einleitungsweise in Nr. 11 gesagte Allgemeine theilweise wiederholt werden, jedoch hier näher bestimmt durch eine einzelne Vorstellung. Stellen wir uns also ein ruhendes isolirtes Kohlenstoffmolekül vor; nach den im ersten Abschnitte gegebenen Definitionen sind wir im Stande, anzugeben, was unter seinem Spannkraftsvorrath in Beziehung zum ganzen Weltraum zu verstehen ist; oder,

Digitized by Google

besser ausgedrückt, wir können angeben, welcher Antheil des in der Materie vorhandenen Gesammtvorrathes an Spannkräften herrührt von den Beziehungen des gedachten Kohlenstoffatomes zu allen übrigen der Natur. Wir müßten zu diesem Zwecke offenbar unser Atom mit allen übrigen Atomen einzeln genommen combiniren, für jede dieser Zusammenstellungen bei der wirklich statthabenden Entfernung die Spannkraftsumme (in der Seite 6 beschriebenen Weise) ermitteln und alle diese Summen addiren. Man wird ohne Weiteres zugestehen, daß die Curve, deren Ordinate die Intensität der Anziehung zwischen zwei Atomen mißt, außerordentlich rasch gegen die Abscissenaxe abfällt und derselben dann sehr nahe bleibt, d. h. daß für alle meßbaren Abstände die Intensität der Anziehung zwischen zwei einzelnen Atomen eine außerordentlich kleine Größe ist. Der die Spannkraftsumme messende Flächenraum wird daher nur sehr wenig verändert, wenn man die Entfernung zwischen zwei einzelnen Atomen verändert, ohne daß sie dabei in unmittelbare Nähe an einander kommen. Eine merkliche Aenderung in unseres gedachten Kohlenstoffatomes Gesammtvorrathe an Spannkräften kann in einem solchen Falle nur dann eintreten, wenn es gleichzeitig einer ungeheuren Menge anderer Atome genähert oder gleichzeitig von einer ungeheuren Anzahl entfernt wird, z. B. vom ganzen Erdkörper. Dabei werden nämlich unzählige Partialspannkraftsummen zugleich in demselben Sinne verändert (zugleich vermehrt oder zugleich vermindert) und die Summirung dieser kleinen Veränderungen von demselben Vorzeichen kann wegen der großen Anzahl eine merkbare Größe hervorbringen. Würde man hingegen das Kohlenstoffatom in einer horizontalen Ebene bewegen, so daß es dem Erdkörper im Ganzen weder genähert noch von demselben entfernt würde, so kann der Gesammtvorrath an Spannkräften nicht namhafte Veränderungen erleiden, weil es dabei ungefähr eben so vielen Atomen genähert als von anderen entfernt wird; der Ueberschuß zu Gunsten der einen oder der anderen ist nicht von unermeßlicher Anzahl.

Man kann andererseits den für das gedachte Kohlenstoffatom vorhandenen Gesammtvorrath an Spannkräften sehr beträchtlich verändern, wenn man nur einzelne andere Atome in ihrer räumlichen Beziehung dazu verändert, vorausgesetzt, daß man dieselben aus meßbaren Abständen in seine unmittelbare Nähe bringt oder daraus in meßbare Abstände entfernt. Man begreift es, wenn man bedenkt, daß die Ordinatenwerthe der Spannkraftscurve zweier Atome für sehr kleine Abstände sehr groß werden, so daß ein die Spannkraftssumme messendes Flächenstück in dieser Gegend, selbst wenn es sehr schmal ist, doch einen bedeutenden Werth haben kann. So wird z. B. der Spannkraftsvorrath sehr bedeutend vermindert werden, wenn man nur ein einziges Sauerstoffatom in die allerunmittelbarste Nähe des Kohlenstoffatomes führt, d. h.: wenn man ein Sauerstoffatom veranlaßt, sich damit zu Kohlenoxyd chemisch zu verbinden; denn die eben hier gemeinte Annäherung zweier Atome in die Sphäre merkbar starker Anziehung ist nichts Anderes als chemische Verbindung (s. Nr. 11). Es läßt sich nunmehr der allgemeine Satz aussprechen: Die bei einem gegebenen Zustande in der ganzen Materie vorhandene Spannkraftssumme kann durch Ortsveränderung zweier einzelner Atome nur dann eine namhafte Veränderung

Digitized by Google

erfahren, wenn diese eine chemische Verbindung oder Zersetzung ist, und zwar wird, da die ponderabelen Atome einander anziehen, bei der Verbindung — Annäherung — im Allgemeinen die Spannkraft vermindert, mithin lebendige Kraft frei, bei der Zersetzung — Entfernung — die Spannkraft vermehrt, mithin lebendige Kraft vernichtet oder verbraucht.

Da die beiden Moleküle, die sich bei einem chemischen Processe mit einander 131
verbunden haben, hernach offenbar in relativer Ruhe sind, oder wenigstens höchst wahrscheinlich in keiner lebhafteren Bewegung begriffen sind und also nicht mehr lebendige Kraft besitzen als vor ihrer Vereinigung, dennoch aber die Summe der Spannkräfte zwischen ihnen vermindert worden ist, so muß ein dieser Verminderung entsprechendes Aequivalent von Kraft irgendwo anders hin übertragen sein. Es liegt nichts näher als die Annahme, daß die intermolekularen Aetheratome diejenige Materie sind, auf welche diese Kraft in Form oscillatorischer Bewegung übertragen wird, und zwar dürfte der Seite 10 beispielsweise geschilderte Vorgang ein Bild für diese Uebertragung abgeben können, wie ebenfalls früher bereits angedeutet wurde. Wir brauchen nur in den dort mit *a* und *b* bezeichneten materiellen Punkten die einander anziehenden ponderabelen Kerne der beiden Moleküle zu sehen, die bei der chemischen Verbindung auf einander zueilen, sowie in *c* ein interstitielles Aetheratom, das von den Aethersphären der Atome *a* und *b* abgestoßen wird.

Die Bewegung, welche so bei der chemischen Verbindung den interstitiellen Aetheratomen mitgetheilt wird, ist nichts Anderes als die dabei gebildete Wärme; bei einem bestimmten chemischen Processe muß natürlich allemal eine bestimmte Quantität von Wärme frei werden, da eine ebenso bestimmte Quantität von Spannkraft verloren geht. Man wird nämlich nicht bezweifeln, daß ein bestimmter chemischer Verbindungsproceß mit einem bestimmten Atomabstand schließen muß, und daß er mit einem meßbaren Abstand der zu verbindenden Atome beginnt; ob dieser letztere übrigens ein Millimeter oder ein Kilometer beträgt, gilt gleich, da, wenn wir einmal aus der unmittelbaren Nähe, man könnte sagen, aus dem Bereiche chemischer Entfernungen heraus sind, eine neue Entfernung von beliebigem Werthe dem Flächenraume der Spannkraftscurve keine namhafte Größe mehr hinzufügt. Daß übrigens unter Umständen durch eine chemische Verbindung auch noch andere Bewegungen eingeleitet werden, namentlich elektrische, verschlägt dem Principe nichts, sondern dient ihm im Gegentheil zur Bestätigung, wenn nur beachtet wird, daß, wo dies der Fall ist, an der entstandenen Wärme ein äquivalenter Ausfall bemerkbar ist. So ist z. B. in neuerer Zeit der folgende, für diese Theorie höchst wichtige Versuch von Favre*) angestellt worden: Wenn sich 1 Gramm Zink mit Sauerstoff und Schwefelsäure zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbindet, so entspricht diesem Vorgang eine Verminderung des Gesammtvorrathes der Materie an Spannkräften um eine ganz bestimmte Quantität; es muß also, wo dieser Vorgang stattfindet, allemal eine ebenso bestimmte Quantität lebendiger Kraft frei oder Spannkraft anderswohin übertragen werden. In der That entsteht ja in der Regel bei dem ge-

*) Annales de chim. et de phys. März 1854, und Comptes rendus Bd. 39. S. 1212.

Digitized by Google

nannten Processe an Ort und Stelle eine der Spannkraftsverminderung äquivalente Wärmemenge, die sich durch Temperaturerhöhung der im chemischen Processe begriffenen Masse zu erkennen giebt. Läßt man aber die Auflösung des Zinkes in einer Volta'schen Zelle vor sich gehen und den dabei erzeugten elektrischen Strom eine Arbeit verrichten, so kommt am Orte der Auflösung um so viel weniger Wärme zum Vorschein, als der geleisteten Arbeit entspricht. Am einfachsten überzeugt man sich von dieser quantitativen Aequivalenz, und darin besteht gerade Favre's Versuch, wenn die geleistete Arbeit bloß in Ueberwindung eines Leitungswiderstandes besteht und folgeweise schließlich ganz zur Erwärmung des Schließungsdrahtes der Kette verwandt wird. Favre zeigte nämlich kalorimetrisch: für 1 Gramm gelöstes Zink wird allemal im Ganzen dieselbe Wärme frei, mag ein großer oder ein kleiner Leitungswiderstand im Schließungsdrahte gewesen sein. Nur wird bei einem geringen Leitungswiderstande fast diese ganze Wärmemenge am Orte des chemischen Processes selbst frei, während bei einem beträchtlichen Leitungswiderstande ein namhafter Theil derselben im Schließungsbogen frei wird; d. h. während im einen Falle die Spannkraft direct in Wärme umgesetzt wird, wird sie es im anderen Falle zunächst in elektrische Bewegung und dann erst mittelbar in Wärme. Hätte man den elektrischen Strom äußere mechanische Arbeit verrichten lassen, so wäre ohne Zweifel für ein Gramm gelösten Zinkes im Ganzen weniger Wärme frei geworden.

132 Kommen wir noch einmal auf das obige Beispiel vom Kohlenstoffatom zurück. Wir hatten ein Sauerstoffatom damit zu Kohlenoxyd verbunden gedacht dadurch war Spannkraft verloren gegangen und Wärme frei geworden. Der nach dieser Verbindung in der ganzen Materie noch vorhandene Spannkraftsvorrath kann aber noch einmal durch Vermittelung desselben Kohlenstoffatomes eine Verminderung erleiden, wenn nämlich noch ein zweites Sauerstoffatom in seine unmittelbare Nähe herangezogen und ein Kohlensäuremolekül gebildet wird. Es ist übrigens zu vermuthen, daß die neue Spannkraftsverminderung von anderem Betrage ist, als die beim Hinzutreten des ersten Sauerstoffatomes. Schwerlich nämlich kommt das zweite in genau denselben Abstand wie das erste. Ferner wird höchst wahrscheinlich bei dem zweiten Processe das erste Sauerstoffatom aus seiner Anfangslage herausgerückt und vielleicht wieder ein klein wenig vom Kohlenstoffatom entfernt, welchen Umstand eine Spannkraftsvermehrung begleiten würde. Endlich kommt das zweite Sauerstoffatom nicht nur in die unmittelbare Nähe eines Kohlenstoff-, sondern auch eines anderen Sauerstoffatomes, was wiederum die Gesammtverminderung an Spannkräften anders gestalten wird. Mit anderen Worten: Man wird eine andere Wärmequantität erwarten dürfen, wenn man ein Atom Kohlenoxyd zu Kohlensäure verbrennt, als wenn man ein Atom Kohlenstoff zu Kohlenoxyd verbrennt; die bald anzuführenden Versuche bestätigen diese Erwartung. Es lassen sich sogar Fälle in der eben angedeuteten Weise denken, wo das Hinzutreten eines neuen Atoms in eine Verbindung nicht die Spannkraft im Ganzen vermindert und demgemäß Wärme frei macht, sondern wo umgekehrt die mit der neuen Verbindung nothwendig gleichzeitige Entfernung der bereits vorher verbundenen Atome eine größere Vermehrung der Spann-

Digitized by Google

kräfte herbeiführt, als die Annäherung des neuen Atomes Verminderung. Eine solche Verbindung würde nicht Wärme frei machen, sondern binden.

Es ist ferner hier zu bemerken, daß bei der Verbindung von Kohlenstoff mit dem ersten Atom Sauerstoff schon nicht so viel Spannkraftsverminderung und folglich Entbindung von Wärme eintritt, als aus der einfachen Annäherung des Sauerstoff- und Kohlenstoffatomes zu berechnen wäre, weil jedenfalls damit ein Auseinandergehen der sich ebenfalls anziehenden Kohlenstoffatome nothwendig verbunden ist und dies Auseinandergehen eine Spannkraftsvermehrung bedeutet. Der unverbundene Kohlenstoff nämlich ist fest und das Product der Verbindung — Kohlenoxyd — ist gasförmig. Man drückt diese Betrachtung auch wohl kurz so aus: Zu der beobachteten Verbrennungswärme des Kohlenstoffes müßte seine latente Verdampfungswärme noch addirt werden, wenn das Aequivalent für die vorhin erwähnte Spannkraftsverminderung gefunden werden sollte.

Hat sich das Kohlenstoffatom mit zwei Sauerstoffatomen zu Kohlensäure verbunden, so kann die alsdann in der Materie noch vorhandene Spannkraftssumme durch *seine* Bewegungen gleichwohl noch weiter vermindert werden, und zwar insbesondere dadurch, daß das gebildete Kohlensäuremolekül ein Molekül Metalloxyd heranzieht, um damit ein kohlensaures Salz zu bilden. Eine weitere Spannkraftsverminderung und Entbindung lebendiger Kräfte kann das Kohlenstoffatom nicht hervorbringen, obwohl noch unerschöpfliche Vorräthe von Spannkräften vorhanden sind, bei denen es betheiligt ist; man braucht nur an die Anziehungskräfte zu denken, die das Kohlenstoffatom zu allen übrigen Sauerstoffatomen ebenso gut äußert, als zu denen, mit welchen es verbunden ist. Diese Kräfte können aber nicht lebendig werden, weil kein neues Sauerstoffatom mehr in die unmittelbare Nähe des Kohlenstoffatoms gezogen werden kann, nachdem dasselbe einmal in die Constitution eines Molekûls von kohlensaurem Salze eingegangen ist.

Alles, was bis jetzt an dem Beispiele eines Kohlenstoffatomes erörtert 133
wurde, kann leicht auf irgend ein anderes übertragen werden, d. h. man wird sich eine Vorstellung machen können, wie z. B. durch irgend welche chemische Verbindung eines Wasserstoffatomes die Gesammtspannkraftsumme der Materie vermindert werden und wie viel Wärme daher bei einem solchen Processe frei werden muß. Auch complicirtere Verhältnisse, wie sie namentlich bei der Wärmeökonomie des Thierleibes in Frage kommen, können von dem gewonnenen Gesichtspunkte aus einigermaßen überblickt werden. Seien z. B. *n* Atome Kohlenstoff mit ebenso vielen Wasserstoffatomen chemisch verbunden, und man lasse dieses Kohlenwasserstoffmolekül zu Kohlensäure und Wasser verbrennen. Die Gesammtspannkraftsumme der Materie erleidet dabei zunächst eine Vermehrung durch das Auseinanderreißen des Kohlenstoffes und Wasserstoffes; gleichzeitig aber wird diese Summe durch den anderen Theil des Processes vermindert, indem an jedes Kohlenstoffatom 2, und an jedes Wasserstoffatom 1 Sauerstoffatom in unmittelbare Nähe herantreten. Die letzterwähnte Verminderung übersteigt bei Weitem jene zuerst beschriebene Vermehrung; das Resultat des ganzen Processes wird also immer noch eine Umsetzung von Spannkraft in lebendige Kraft, mit anderen Worten,

Digitized by Google

eine Entbindung von Wärme sein, aber die entbundene Quantität von Wärme kann offenbar nicht so groß sein, als wenn man gleich große isolirte Quantitäten von Kohlenstoff und Wasserstoff zu Kohlensäure und Wasser verbrannt hätte. Ein Theil der Verbrennungswärme wird gewissermaßen zu der Spannkraftsvermehrung verbraucht, welcher die Trennung des Kohlenstoffes vom Wasserstoffe begleitet.

134 Für die thierische Wärmeökonomie ist noch die Frage sehr wichtig nach der Quantität lebendiger Kraft, welche frei wird, wenn eine Verbindung von Wasserstoff, Kohlenstoff und Sauerstoff unter schließlicher Bildung von Kohlensäure und Wasser verbrannt wird, um so mehr, als hierüber vor noch nicht gar langer Zeit unter den bedeutendsten Naturforschern irrige Ansichten herrschten, die freilich kürzlich experimentell widerlegt worden sind. Der Einfachheit wegen wollen wir uns einen Körper vorstellen, bestehend aus 1 Atom Kohlenstoff, 1 Atom Wasserstoff und 1 Atom Sauerstoff. Dieser Körper ist zwar im gegenwärtigen Schatze der Chemie nicht zu finden, würde jedoch wenigstens in seiner procentischen Zusammensetzung mit gewissen Körpern aus der Gruppe der sogenannten Kohlenhydrate übereinstimmen.

Welche Aenderung im Gesammtvorrathe von Spannkräften der Natur hervorgebracht wird, wenn ein Molekül dieser Verbindung in der verlangten Weise (wozu noch zwei fremde, also entfernte Sauerstoffatome herbeigezogen werden müssen) verbrannt wird, hängt offenbar von der Constitution des Moleküls selbst ab, nicht bloß von seiner quantitativen Zusammensetzung. Jedenfalls ist es von vornherein sehr unwahrscheinlich, daß diese Aenderung und folglich die frei werdende Wärme genau dieselbe sei, wie wenn ein freies Kohlenstoffatom für sich zu Kohlensäure verbrennt. Man hat dies gleichwohl früher angenommen, weil man dachte, in dem Körper ist Wasserstoff und Sauerstoff, weil in dem zu Wasser erforderlichen Gewichtsverhältniß, auch wirklich schon zu Wasser verbunden vorhanden, so daß das hernach bei der Verbrennung zum Vorschein kommende Wasser nichts zur Verbrennungswärme beitragen kann. Es ist im Gegentheil höchst wahrscheinlich, daß in dem Kohlenhydrat-Molekül das Sauerstoff- und das Wasserstoffatom einander noch nicht so nahe sind, wie in einem wirklichen Wassermolekül. Daher würde zunächst bei der Verbrennung die weitere Annäherung dieser zwei in dem brennenden Molekül schon enthaltenen Atome, indem sie zu Wasser zusammentreten, eine erste Verminderung der Spannkraftsumme und folglich Freiwerden von Wärme bedingen. Freilich nicht von demselben Betrage, als wenn ein freies Wasserstoffatom mit einem freien Sauerstoffatom zu Wasser zusammentritt; denn wenn auch in dem Kohlenhydratmolekül Wasserstoff und Sauerstoff einander noch nicht so nahe sind, als im Wasser, so sind sie doch ohne Zweifel schon in so kleiner Entfernung, daß die Ordinaten der Spannkraftscurve merkliche Werthe haben. Zweitens trennt sich aber in demselben Processe das Kohlenstoffatom von dem Wasserstoff- und von dem Sauerstoffatom, mit denen es verbunden war, und diesem Theile des Processes entspricht eine Vermehrung der Spannkraftssumme. Drittens endlich kommen zum Kohlenstoffatom zwei neue Sauerstoffatome aus der Ferne, das geschieht mit einer gerade so großen Verminderung des Gesammtvorrathes an

Digitized by Google

Spannkräften, als wenn ein freies Kohlenstoffatom vollständig verbrennt. Die gesuchte Gesammtveränderung der Spannkräfte bei dem fraglichen Processe ist also die algebraische Summe von drei Summanden; zwei davon mit negativem Vorzeichen entsprechen einer Verminderung der Spannkraftsumme, und hiervon ist wiederum der eineseiner Größe nach bekannt, nämlich der Verbrennungswärme eines Kohlenstoffatomes äquivalent; der dritte Summand, mit positivem Vorzeichen, einer Spannkraftsvermehrung entsprechend, und der zweite der eben erwähnten negativen Summanden sind an Größe vollständig unbekannt, nur wenn sie zufällig gleich wären, würden die früheren Voraussetzungen in Betreff der Verbrennungswärme von Kohlenhydraten gerechtfertigt sein. Wir werden weiter unten noch Versuche kennen lernen, aus denen sich folgern läßt, daß in der That diese beiden Summanden einander in der Regel nicht gleich sind, d. h. daß die Verbrennungswärme einer Kohlenhydratmenge nicht gleich ist der Verbrennungswärme des darin enthaltenen Kohlenstoffes.

Eine sehr wichtige Consequenz aus dem Principe der Erhaltung der Kraft 135
in Beziehung auf Wärmeerzeugung beim chemischen Processe muß hier noch hervorgehoben werden, um so mehr, da sie durchaus nichts Hypothetisches an sich hat und für die Lehre von der thierischen Wärme von großer Wichtigkeit ist. Wenn eine Anzahl von Stoffen aus dem unverbundenen Zustande übergeführt wird in ihre möglichst stabilen binären Verbindungen (z. B. Kohlenstoff, Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff in Kohlensäure, Wasser und Ammoniak), so wird dabei allemal dieselbe Quantität lebendiger Kraft (Wärme) frei, mag die Ueberführung auf noch so verschiedenem Wege und durch noch so verschiedene Zwischenstufen der Verbindung geschehen. Diese lebendige Kraft ist nämlich offenbar nichts Anderes, als das Aequivalent für die Differenz zwischen dem Spannkraftsvorrath, welcher in der Materie vorhanden ist, wenn die Stoffe unverbunden sind, und demjenigen, welcher übrig bleibt, nachdem sich die Stoffe verbunden haben. Daß aber diese Differenz von der Art und Weise, wie die Verbindung zu Stande kommt, absolut unabhängig ist, versteht sich von selbst. Statt des ganz unverbundenen Zustandes kann hierbei natürlich auch irgend eine bestimmte Art der Verbindung als Ausgangszustand angenommen und immer noch der obige Satz behauptet werden. So z. B. wird sich in Betreff der oben schon als Beispiel gebrauchten vier Elemente behaupten lassen: Wenn man eine Quantität Eiweiß*) nebst einer entsprechenden Menge freien Sauerstoffs durch directe Verbrennung in die binären Endproducte verwandelt, so wird genau dieselbe Wärmequantität frei, als wenn man zuerst sich bilden läßt etwa Harnstoff und Kohlensäure und dann erst Kohlensäure, Wasser und Ammoniak.

Diesen Satz werden wir später noch brauchen, jedoch in etwas anderer Fassung. Der Satz, wie er eben ausgesprochen wurde, ist nämlich die Um-

*) Um die Vorstellung nicht übermäßig zu compliciren, lassen wir die Aschenbestandtheile, sowie den Schwefel und Phosphor, die im Eiweiß enthalten sind, unberücksichtigt, was übrigens an der principiellen Erörterung offenbar gar nichts ändert.

Digitized by Google

schreibung einer Gleichung, in welcher links vom Gleichheitszeichen die Summe zweier Wärmemengen steht, die nach einander frei werden, wenn man einen gewissen chemischen Proceß in zwei Tempos vor sich gehen läßt; rechts vom Gleichheitszeichen steht eine Wärmemenge, die sich entwickelt, wenn man in einem Male auf directem Wege übergeht vom Anfangszustande der Stoffe zum Schlußzustande. Diese Gleichung kann offenbar umgeformt werden, indem man den zweiten links stehenden Summanden beiderseits subtrahirt. Dann hat man links nur noch eine Wärmequantität, die im ersten Tempo jener chemischen Vorgänge frei wird, und auf der rechten Seite hat man dann eine Differenz zweier Wärmequanta, deren Minuend die ganze bei directem Uebergange zu den Schlußproducten frei werdende Wärme, deren Subtrahend die beim zweiten Tempo des mittelbaren Ueberganges frei werdende Wärme ist.

136 Wir schließen an diese theoretischen Betrachtungen die numerischen Angaben der Quantitäten von Spannkraft, welche bei verschiedenen chemischen Processen als solche vernichtet und in lebendige Kraft umgesetzt werden. Oder mit anderen Worten, die Resultate experimenteller Untersuchungen über die Wärmemengen, welche bei verschiedenen chemischen Processen und namentlich bei den wichtigsten Oxydationen oder Verbrennungen frei werden. Man hat derartige Versuche schon in früheren Zeiten angestellt; indessen entnehme ich die sämmtlichen folgenden Daten den in den letzten Jahren veröffentlichten Untersuchungen von Favre und Silbermann, die sich der vollkommensten Apparate bedient haben. Da sie überdies alle früher schon untersuchten Körper von Neuem geprüft haben, so würde eine Angabe der älteren Zahlen überflüssig sein. Die Principien der Methode (Calorimetrie) sind Bd. II. Nr. 176 auseinandergesetzt, die Einzelnheiten der Verfahrungsweisen von den beiden genannten Gelehrten können in den Originalabhandlungen *) nachgelesen werden.

Bei den folgenden Angaben ist als Einheit der Wärmequantitäten, wie gewöhnlich, diejenige Wärmemenge angenommen, welche einem Gramm Wasser zugeführt werden muß, damit seine Temperatur von 0^0 auf $+ 1^0$ der Centesimalscala steigt.

Bei der Verbindung von 1 Grm. Wasserstoff mit der erforderlichen Menge Sauerstoffs, um Wasser zu bilden, wird eine Wärmemenge von 34462 der soeben definirten Einheiten (calories) frei. Diese Zahl ist beträchtlich größer als die früher von anderen Forschern für dieselbe Größe gefundenen Werthe (Lavoisier giebt ihn z. B. zu 22170 Calories an). Der neue Werth verdient aber, abgesehen von allen Vervollkommnungen der Methode, insbesondere darum mehr Vertrauen, weil Favre und Silbermann das bei der Verbrennung gebildete Wasser durch die Wage bestimmten, während die früheren Autoren das zur Verbrennung verwandte Wasserstoffgas volumetrisch maßen.

Bei der Verbindung von 1 Grm. Wasserstoff mit der erforderlichen Menge Chlors zu Salzsäure findet eine Wärmeentwickelung von 23783,3 Einheiten statt.

*) Annales de chimie et de physique. 3te Folge. Bd. 34 u. 36.

Digitized by Google

Besondere Aufmerksamkeit schenkten die beiden Forscher, mit deren Resul- 137
taten wir uns hier beschäftigen, dem Kohlenstoff; sie untersuchten die Verbrennungswärmen verschiedener physikalischer Modificationen dieses Stoffes und fanden sie um erhebliche Größen verschieden, welche sehr weit außerhalb der Fehlergränzen liegen. Nach den durch die obigen Auseinandersetzungen gewonnenen theoretischen Vorstellungen kann uns ein Einfluß des Molekularzustandes eines Stoffes auf seine Verbrennungswärme nicht auffallen. Ein Gramm calcinirter, von Wasserstoff ganz befreiter Holzkohle lieferte bei seiner vollständigen Verbrennung zu Kohlensäure 8080 Wärmeeinheiten. Ein Quantum Kohlenoxyd, das gerade ein Gramm Kohlenstoff enthält, liefert beim Hinzutreten eines ferneren Aequivalentes Sauerstoff, d. h. bei seiner Verbrennung zu Kohlensäure 5607 Wärmeeinheiten. Diese Wärmemenge muß nach der zuletzt (Nr. 135) oben gezogenen unbestreitbaren theoretischen Folgerung aus dem Principe der Erhaltung der Kraft, abgezogen von der bei vollständiger Verbrennung eines Grammes Kohlenstoff zu Kohlensäure, also von der Zahl 8080, diejenige Wärmemenge übrig lassen, welche frei wird, wenn 1 Gramm Kohlenstoff sich mit der gehörigen Menge Sauerstoff zu Kohlenoxyd verbindet; diese Differenz ist 2473. Aus directen Versuchen wurde für dieselbe Größe der Werth 2397,8 gefunden.

Man könnte sich vielleicht darüber wundern, daß es nach diesen Versuchen den Anschein hat, als würde beim Hinzutreten des zweiten Sauerstoffatomes zum Kohlenstoff mehr Spannkraft verloren (in Wärme umgesetzt), als beim Hinzutreten des ersten. Die Sache verliert aber sofort alles Auffallende, wenn man bedenkt, daß von der bei der Verbindung des ersten Sauerstoffatomes mit dem Kohlenstoffe frei werdenden Wärme wohl ein beträchtlicher Bruchtheil dazu verwandt wird, den Kohlenstoff in den gasförmigen Aggregatzustand überzuführen, eine Größe, die sich der Beobachtung vollständig entzieht, worauf schon Seite 167 hingedeutet wurde.

Die Wärmemengen, welche andere ebenfalls untersuchte Modificationen des Kohlenstoffs bei vollständiger Verbrennung zu Kohlensäure entbinden, sind in folgender Tabelle übersichtlich zusammengestellt; bei einigen sind zwei Versuchsreihen durch zwei Zahlen repräsentirt.

1 Gramm gewöhnlicher Holzkohle (braise)	7838	Wärmeeinheiten
» Zuckerkohle	8039,8	»
» Kohle aus Gasretorten . .	8047,3	»
» Graphit aus Hochöfen . . .	7787,5—7731,1	»
» natürlicher Graphit	7811,5—7781,7	»
» Diamant	7770,1—7878,7	»

Die Holzkohle, darauf machen die Verfasser aufmerksam, die hier mit der größten Verbrennungswärme auftritt, hat, nach Regnault, auch die größte specifische Wärme. Andererseits ist zwar zu bemerken, daß Graphit und Diamant, deren Verbrennungswärme merklich dieselbe ist, sehr verschiedene specifische Wärme besitzen.

Ferner untersuchten Favre und Silbermann die Kohlenwasserstoffe, 138
zunächst das Grubengas, C_2H_4; seine Verbrennungswärme fand sich = 13063,

Digitized by Google

also, ganz in Uebereinstimmung mit unseren Betrachtungen, kleiner als die Summe der Verbrennungswärme von den betreffenden Mengen Kohlenstoff und Wasserstoff, die in einem Gramme C_2H_4 enthalten sind.

Sehr interessante Resultate ergaben die Kohlenwasserstoffe, welche gleiche Anzahl von Kohlenstoff- und Wasserstoffatomen enthalten; es zeigte sich dabei sofort, daß ganz im Sinne unserer Betrachtungen die Verbrennungswärme eines zusammengesetzten Körpers nicht allgemein die Summe der Verbrennungswärmen seiner Bestandtheile ist. Dulong war bei seinen Untersuchungen über Verbrennungswärme von dieser Voraussetzung ausgegangen, indem er nicht bedachte, daß bei der Verbrennung eines zusammengesetzten Körpers ein Theil der frei werdenden Kraft in der Regel zur Trennung der verbunden gewesenen Stoffe verbraucht werden müsse. Man bezeichnet daher diesen irrthümlichen Lehrsatz kurz als das Dulong'sche Gesetz. Nur das ölbildende Gas macht eine scheinbare Ausnahme. 1 Gramm ölbildendes Gas (C_4H_4) nämlich erzeugt bei seiner Verbrennung 11857 Wärmeeinheiten, nach dem Dulong'schen Gesetze würde sich dafür ungefähr derselbe Werth ergeben (genau 11848,8). Es scheint hiernach, als ob durch die Verbindung des Kohlenstoffes mit dem Wasserstoff zu ölbildendem Gase keine Spannkraftsverminderung in der Materie hervorgebracht würde, so daß zur Trennung seiner Bestandtheile hernach auch kein Verbrauch von lebendiger Kraft nothwendig wäre; in der That kann man sich dies vorstellen, wenn man annimmt, daß die mit der Verbindung einhergehende Ueberführung des Kohlenstoffes in den gasförmigen Zustand (Entfernung der Kohlenstoffatome von einander) um eben so viel die Spannkraftsumme vermehrt, als sie durch die Verbindung (Annäherung) des Wasserstoffes vermindert wird. Dieselbe Vorstellung wird am angeführten Orte von Favre und Silbermann so ausgedrückt: Die bei der Verbindung C_4H_4 erzeugte Wärme muß gleich der Wärme sein, die verbraucht wird, um den Kohlenstoff gasförmig zu machen, oder näher: Die Verbrennungswärme des ölbildenden Gases ist gleich der Verbrennungswärme seines Wasserstoffes plus der seines als fest gedachten Kohlenstoffes; die Verbrennungswärme einer gleichen Menge gasförmigen Kohlenstoffes würde jedenfalls bedeutend größer sein, und zwar gerade um die latente Verdampfungswärme, setzte man also diese Größe in die betreffende Summe ein, wie es doch geschehen müßte, da im ölbildenden Gase gasförmiger Kohlenstoff verbrennt, so fiele sie größer aus als die beobachtete Verbrennungswärme, wie unsere allgemeinen Schlußfolgerungen es verlangen.

139 Für die nach der Formel $(C_2H_2)n$ zusammengesetzten liquiden Carbüre fanden Favre und Silbermann ein höchst merkwürdiges Gesetz. Die Verbrennungswärme eines dieser Reihe angehörigen Stoffes ist nämlich um so kleiner, je mehr der Atomcomplex C_2H_2 in einem Moleküle des Stoffes verdichtet erscheint, oder je größer das Atomgewicht des Stoffes ist, und zwar ist die Verbrennungswärme (auf 1 Gramm) eines folgenden Stoffes der Reihe allemal um 37,18 Einheiten kleiner, wenn er sich vom vorhergehenden dadurch unterscheidet, daß der Complex C_2H_2 einmal mehr in seine Constitution ein-

Digitized by Google

geht. Z. B. die Verbrennungswärme des Körpers $C_{22}H_{22}$ ist um 37,48 Einheiten kleiner als die des Körpers $C_{20}H_{20}$. Das schon erwähnte Gas von derselben procentischen Zusammensetzung kann natürlich in dieser Reihe nicht erwartet werden, da bei seiner Verbrennung keine Kraft mehr darauf verwandt zu werden braucht, den Kohlenstoff in den gasförmigen Aggregatzustand zu versetzen.

Es folgen hier noch die numerischen Angaben, auf welche sich das ausgesprochene Gesetz stützt.

Ein Gramm	erzeugt bei seiner Verbrennung
Amylen ($C_{10}H_{10}$) . . .	11491 Wärmeeinheiten
Paramylen ($C_{20}H_{20}$) . .	11303 »
$C_{22}H_{22}$ (Kochpunkt 180°)	11262 »
Ceten ($C_{32}H_{32}$)	11055 »
Metamylen ($C_{40}H_{40}$) . .	10928 »

Berechnet man beispielsweise nach dem Gesetze aus der Verbrennungswärme des Amylens die des Paramylens $= 11491 - (5 \times 37{,}5)$, so ergiebt sich als Werth derselben 11303,5, was vorzüglich stimmt; die Constante 37,5 (oder genau 37,48) ist durch Combination des Amylens mit dem Metamylen berechnet.

Die Verbrennungswärmen einiger Aetherarten, Alkohole, Säuren und 140
einiger anderer Körper stellen sich folgendermaßen heraus.

Ein Gramm	entbindet bei seiner Verbrennung
gewöhnlicher Schwefeläther . . .	9027,6 Wärmeeinheiten
Amyläther ($C_{10}H_{11}O$)	10188 »
Methylalkohol	5307,1 »
gewöhnlicher Alkohol	7183 »
Amylalkohol $5(C_2H_2) + H_2O_2$.	8918,6 »
Ethalalkohol $10(C_2H_2) + H_2O_2$.	10629,2 »
Aceton $3(C_2H_2) + O_2$	7303 »
Wachs	10490 »
Ameisensäure	2091 »
Essigsäure	3505,2 »
Buttersäure	5647 »
Valeriansäure	6439 »
Ethalsäure $(C_2H_2)\ 16 + O_4$ . .	9316 »
Stearinsäure	9716,5 »
Terebene $C_{20}H_{16}$	10662 »
Terpentinöl $C_{20}H_{16}$	10852 »
Citronenöl $C_{10}H_8$	10959 »

Die allgemeinen Folgerungen aus dieser Tabelle, die übrigens nicht alle in der citirten Abhandlung aufgeführten Körper enthält, sind weniger frappant.

Die Verbrennungswärme der componirten Aetherarten von der Formel $(C_2H_2)n + O_4$ wurde höher gefunden als die der in der Tabelle aufgezählten isomeren Säuren.

Digitized by Google

In ähnlicher Weise wie der Kohlenstoff ergab auch der Schwefel eine verschiedene Verbrennungswärme (wenn er mit Sauerstoff sich zu SO_2 verbindet), je nach seinem Molekularzustande. Wurde nämlich alter Schwefel, der etwa 7 Jahre seit seinem Gusse gelegen hatte, verbrannt, so lieferte 1 Gramm eine Wärmemenge von 2220,5 Einheiten. Von frisch gegossenem Schwefel gab 1 Gramm dagegen bei seiner Verbrennung 2260,3 Wärmeeinheiten aus.

141 Unter den ferneren Versuchen von Favre und Silbermann wähle ich noch einige aus, die aufs Deutlichste zeigen, daß manchmal auch bei einer chemischen Verbindung die Spannkraftsumme gemehrt wird (siehe Nr. 132).

Es war in der angezogenen Nummer allerdings nur davon die Rede, daß beim Hinzutreten neuer Elemente zu einer schon bestehenden Verbindung weniger Spannkraft verloren geht, als durch die dabei stattfindende Lockerung der bestehenden aufgehäuft wird. Es wurde dabei aber nicht daran gedacht, daß die Spannkraftsumme in der Materie durch eine Verbindung von Elementen überhaupt größer werden könne, als sie ist, wenn diese Elemente ganz unverbunden sind, wie das die hier folgenden Beispiele darthun. In der That ist dieser Fall schwer zu denken, und man kann, um eine anschauliche Erklärung zu gewinnen, zu der Vorstellung seine Zuflucht nehmen, daß irgend eines der in Frage kommenden sogenannten Elemente, etwa der Schwefel, oder im anderen Falle der Sauerstoff, in Wahrheit kein Element ist, sondern schon eine Verbindung, deren Zusammenhang bei der neuen Verbindung gelockert wird. Schwefel z. B. könnte angesehen werden als eine Verbindung, die im freien Schwefel fester wäre als in dem Schwefel der Bestandtheil des Schwefelkohlenstoffes ist. 1 Gramm Schwefelkohlenstoff entbindet bei seiner Verbrennung 3400,5 Wärmeeinheiten. Hätte man aber die in einem Gramme CS_2 enthaltenen Kohlenstoff- und Schwefelmengen jede für sich verbrannt, so hätte man bloß 3146,3 Wärmeeinheiten erhalten, man muß hieraus schließen, bei der Verbindung der betreffenden Mengen dieser beiden Stoffe zu 1 Gramm CS_2 tritt statt einer Spannkraftsverringerung eine Spannkraftsvermehrung ein, die an Größe einer Wärmebindung (einem Aufwande an lebendiger Kraft oder Wärmeverbrauch) von 254,2 Einheiten entspricht. Diese Kraft muß begreiflicherweise wieder lebendig oder diese Wärme muß wieder frei werden, wenn sich die Elemente wieder trennen, und erscheint also in der Verbrennungswärme des Schwefelkohlenstoffes, addirt zu der Wärme, welche durch die Verbindung seiner Bestandtheile mit Sauerstoff erzeugt wird.

Ein zweites hierher gehöriges Beispiel bietet die Verbrennung des Kohlenstoffes in Stickstoffoxyd dar. Dabei wird nämlich mehr Wärme gebildet, als wenn dieselbe Kohlenstoffmenge in reinem Sauerstoff verbrennt. Es muß also offenbar bei diesem Processe nicht nur das Hinzutreten zweier Sauerstoffatome zu einem Kohlenstoffatome, sondern auch die Trennung derselben von zwei Stickstoffatomen, mit denen sie verbunden waren, eine Verringerung der Spannkraftsumme und folglich eine Wärmeentbindung verursachen. Was die Quantität der durch diese Trennung gebildeten Wärme betrifft, so berechnet sich aus den Versuchsdaten für jedes aus der Verbindung mit Stickstoff ausscheidende

Digitized by Google

Gramm Sauerstoff eine Menge von 1038 Calories. Man kann diese Quantität auch noch auf anderem Wege ermitteln; Stickoxydul zerfällt nämlich unter dem Einflusse der Wärme geradeauf in seine einfachen Bestandtheile. Auf diesem Wege erhielten Favre und Silbermann 1090,5 Wärmeeinheiten für jedes ausscheidende Gramm Sauerstoff. Die Zahl weicht wenig von der auf dem ersteren Wege gefundenen 1038 ab, welche überdies die kleinste unter den aus den ersten Experimenten abgeleiteten war.

Auch wenn sich Sauerstoff von Wasser, mit dem er zu Wasserstoffsuperoxyd (HO_2) verbunden war, trennt, so wird Wärme frei, und zwar für jedes Gramm Sauerstoff 1363 Einheiten, wozu eigentlich noch die latente Gaswärme des Sauerstoffs gerechnet werden müßte.

Das Verfahren, welches angewandt werden muß, um die Wärmebindung oder Entbindung zu bestimmen bei Processen, die selbst eine Wärmezufuhr erfordern oder die nur unter höheren Temperaturen zu Stande kommen, ist leicht zu errathen. Man bringt nämlich in das Calorimeter neben die in den fraglichen Proceß eingehenden Stoffe eine Wärmequelle von bekannter Ergiebigkeit, etwa eine gemessene Menge zu verbrennender Kohle. Hernach wird die ganze freiwerdende Wärmemenge gemessen und der Ueberschuß über die bekannte Verbrennungswärme der Kohle oder der Ausfall an derselben ist die bei dem Processe entbundene oder gebundene Wärme.

Zweites Capitel.

Wärmeökonomie der Thiere *).

Ohne hier auf die älteren irrthümlichen Ansichten von den Quellen der 142
thierischen Wärme einzugehen, werden wir uns darauf beschränken, den gegenwärtigen Stand der Frage darzulegen. Bekanntlich zweifelt jetzt Niemand mehr daran, daß die einzige Quelle der thierischen Wärme die chemischen Processe sind, die innerhalb des Thierleibes unaufhörlich vorgehen. Gleichwohl ermangelt dieser Satz noch immer eines strengen Beweises, und es kann jede neue zu erwartende Untersuchung auf diesem Gebiete eigentlich keinen anderen Zweck haben, als einen solchen zu liefern, wie denn auch schon seit Ende des vorigen Jahrhunderts bereits alle Arbeiten über thierische Wärme darauf ausgingen, ein neues Beweisstück herbeizuschaffen; auszunehmen sind freilich einige wenige Arbeiten, die den Gegenbeweis versuchten.

*) Helmholtz, über »thierische Wärme« in der Berliner medicinischen Encyklopädie. — Gavarret, Physique medicale. Paris 1854.

Digitized by Google

Die Zweifellosigkeit des Satzes gründet sich auf die Ueberzeugung aller Naturforscher von der Allgemeinheit des Principes der Erhaltung der Kraft. Man sieht nämlich fortwährend den Thierleib lebendige Kraft auf andere Körper übertragen, d. h. man sieht ihn einerseits Wärme abgeben, andererseits ponderabele Massen durch seine Muskelthätigkeit in Bewegung setzen, oder, was damit identisch ist, die Spannkraft ponderabeler Massen vermehren, indem er seine eigene Last oder fremde Lasten hebt, mit einem Worte, man sieht ihn mechanische Arbeit verrichten. Das Princip der Erhaltung der Kraft zwingt uns nun, anzunehmen, daß der Organismus nicht die primitive Quelle der ausgegebenen Kräfte ist, die vorher gar nicht in der Welt gewesen wären. Wir müssen vielmehr demselben Principe gemäß von vornherein überzeugt sein, daß die ganze ausgegebene Kraft schon vorher irgendwo vorhanden gewesen ist, sei es als Spannkraft, sei es als lebendige Kraft, so daß durch das Leben eines Thieres die Kräftesumme des Universums nicht vermehrt und nicht vermindert wird. Die Möglichkeit einer Erklärung leuchtet ein. Wenn ein Thier in der angegebenen Weise Kraft auszugeben im Stande sein soll, so muß es — das ist aus der täglichen Erfahrung bekannt — Nahrungsmittel aufnehmen, die vorzugsweise aus Kohlenstoff, Wasserstoff, Stickstoff und wenig Sauerstoff bestehen. Im Leibe des Thieres kommen diese Stoffe, die mit einer sehr energischen Anziehungskraft zum Sauerstoffe begabt sind, mit letzterem, der in unverbundenem Zustande aufgenommen wird, in Berührung, und die genannten Elemente der Nahrungsmittel verlassen, mit mehr oder weniger Sauerstoff verbunden, den Körper. Nach den Erörterungen des vorigen Capitels ist dieser Proceß (Verbrennung) unzertrennlich von einer Verminderung des Spannkraftsvorrathes der Materie, und es kann uns nun nicht mehr wundern, daß das Leben des Thieres, das so einerseits die chemische Spannkraftssumme vermindert, andererseits lebendige Kraft oder mechanische Arbeit entstehen läßt.

143 Ein vollständiger Beweis für die Wahrheit der Behauptung, daß die chemischen Processe die einzige Kraftquelle des Organismus sind, ist freilich erst dann als geliefert anzusehen, wenn man Schritt für Schritt diese Processe verfolgen kann und zeigen, wie die dabei hervorgebrachten Molekularbewegungen schließlich in Wärme und mechanische Arbeit der Muskeln umgesetzt werden. Daß hierzu gegenwärtig sehr wenig Aussicht ist, wird Niemand leugnen. Ein sehr schätzbarer, wenn auch nicht ganz vollständiger Beweis für den chemischen Ursprung der thierischen Wärme und Arbeit würde aber offenbar schon geliefert sein, wenn man nachweisen könnte, daß die beiden Kraftquantitäten, deren eine die umgeformte andere ist, einander genau gleich sind. Mit anderen Worten, wenn bewiesen werden könnte, daß die bei den chemischen Processen im Organismus verlorene chemische Spannkraft genau dieselbe Kraftgröße ist, wie die gesammten Kraftausgaben des Organismus oder die von ihm ausgegebene Wärme vermehrt um die von ihm verrichtete Arbeit. Seit mehr als 30 Jahren sind zwar von verschiedenen Forschern wiederholte Anstrengungen zu diesem Zwecke gemacht worden, aber der Beweis ist noch keineswegs als erbracht anzusehen. Wir

Digitized by Google

haben uns im Folgenden genauer mit diesen Versuchen zu beschäftigen und den Sinn der aufgeworfenen Fragen, sowie die Wahl der Mittel zu ihrer Lösung zu würdigen.

Was zunächst die Kraftausgaben des Thierkörpers betrifft, so sind dieselben 144
im Principe sehr leicht zu messen und auf eine Summe zurückzuführen. Diese Summe setzt sich nämlich aus Größen zusammen, welche drei verschiedenen Gattungen angehören: 1) freie Wärme, 2) latente Wärme, 3) mechanische Arbeit. Ueber jede dieser drei Größengattungen müssen zunächst einige Bemerkungen vorausgeschickt werden, so daß man sieht, wie sie auf eine gemeinsame Maßeinheit zurückgeführt werden können.

1) Die freie Wärme, welche der Körper abgiebt, ist einmal die unmittelbar von seiner äußeren Oberfläche ausgestrahlte Wärme, ferner aber die Wärme, welche die Egesta mitnehmen. Nahrungsmittel, Wasser und Luft werden im Allgemeinen kalt in den Körper eingeführt und warm (oder wenigstens wärmer) wieder hinausgestoßen. Die ganze freie Wärme kann unmittelbar calorimetrisch gemessen werden.

2) Latente Wärme giebt der Thierkörper insofern ab, als er eine beträchtliche Quantität Wasser in dampfförmiger Gestalt entläßt, das er in liquider Form aufgenommen hat. Sie ist gemessen, sobald man die ausgegebene Dampfmenge kennt; denn man weiß, daß eine Wärmequantität von 550 Einheiten nothwendig ist, um 1 Gramm Wasser in Dampf zu verwandeln.

3) Bei der mechanischen Arbeit, deren Zurückführbarkeit auf dasselbe Maß nicht sogleich in die Augen fällt, müssen wir etwas weiter ausholen und länger verweilen. Sie kann in sehr verschiedener Form von den Muskeln des Körpers geleistet werden, entweder bringt er gewissen Massen gewisse Geschwindigkeiten bei, oder er hebt gewisse Lasten auf gewisse Höhen, oder er überwindet bei gewissen Bewegungen gewisse Widerstände. Immer aber wird man die Leistungen zunächst messen können in Kilogrammmetern, d. h. man kann immer angeben, ein wie großes Gewicht von einer wie großen Höhe herabfallen müßte, um dieselbe Leistung zu verrichten. Eine Anzahl von Kilogrammmetern kann aber zu den beiden anderen in Wärmeeinheiten ausgedrückten Größen nicht unmittelbar addirt werden, so daß man die Summe mit der auf anderem Wege zu findenden Verbrennungswärme vergleichen könnte. An und für sich ist zwar, wie wir weiter oben gesehen haben (Nr. 129), eine Wärmequantität eine Größe von derselben Gattung wie eine mechanische Arbeitsgröße, und es handelt sich nur noch darum, die für beide Größenarten üblichen Maßeinheiten auf einander zu reduciren, oder anzugeben, wie viel Wärmeeinheiten ein Kilogrammmeter ist. Mit anderen Worten, man muß ermitteln, wie viele Kilogramme und wie hoch man dieselben erheben könnte, wenn man eine Wärmeeinheit als solche zum Verschwinden brächte, d. h. die Bewegung der Aetheratome in einem warmen Körper um die betreffende Größe verzögerte, in der Weise, daß dadurch ponderabele Massen in steigende Bewegung versetzt würden. Ob und wie dieser Versuch ausführbar ist, geht uns zunächst nichts an. Oder man könnte auch umgekehrt fragen: Wenn man ein Kilogramm ein Meter herabfallen läßt und die dabei erlangte Geschwindigkeit (Leistungsfähigkeit, lebendige

Digitized by Google

Kraft) darauf verwendet, die interstitiellen Aetheratome eines anderen Körpers, etwa einer Wassermasse in Oscillationen zu versetzen, so daß das gefallene Kilogramm selbst keine Geschwindigkeit mehr hat, wie viele Wärmeeinheiten erhält man alsdann?

145 Den letzteren Weg hat Joule*) betreten, um die Wärmeeinheit auf die Arbeitseinheit zu reduciren, oder um, wie man sich häufig ausdrückt, das mechanische Aequivalent der Wärme zu finden. Der Versuch wurde in folgender Weise angestellt: Durch ein Gewicht von bekannter Größe wurde ein Schaufelrad in Bewegung gesetzt, das in einer bekannten Wassermasse von bekannter Temperatur gänzlich untertauchte. Seine Bewegung wird durch den Widerstand des Wassers gehemmt, und statt daß das treibende Gewicht, wie es bei freiem Falle thun würde, mit beschleunigter Geschwindigkeit sänke, nimmt es überhaupt nur eine unbedeutende Geschwindigkeit an, so daß seine lebendige am Ende des Versuches ganz vernachlässigt werden kann. Die ganze Spannkraft zwischen dem Gewichte und der Erde, welche durch das Sinken desselben verloren gegangen ist, muß also in dem Wasser, dessen Reibung dem Gewichte seine lebendige Kraft nahm, als Wärme zum Vorschein kommen. In der That findet sich auch die Temperatur desselben am Ende des Versuches erhöht, und man kann aus dieser Erhöhung und der bekannten Masse des Wassers die Anzahl von Wärmeeinheiten berechnen, die ihm zugeführt wurden. Andererseits ergiebt das Product des Gewichtes in die Höhe, um die es gesunken ist, die Anzahl von Kilogrammmetern, welche der gefundenen Anzahl von Wärmeeinheiten äquivalent sind. Es ergiebt sich aus diesen Versuchen von Joule, daß 1 Wärmeeinheit nach der obigen Definition, d. h. also diejenige Wärmequantität, welche einem Gramme Wasser zugeführt werden muß, damit seine Temperatur von n Grad auf $n+1$ Grad der Centecimalscala steige, äquivalent ist einer mechanischen Arbeit von 0,425 Kilogrammmeter**).

Aus zwei anderen Beobachtungsreihen, die auf wesentlich anderen Principien beruhen, leitete er für dieselbe Größe die Zahlen 0,438 und 0,460 her. Man darf sich nicht wundern, daß diese im Principe zwar sehr interessanten Versuche so abweichende Resultate geben. In der That liegen in der Ausführung höchst beträchtliche Fehlerquellen. Bei den näher beschriebenen Versuchen wirken sie alle darauf hin, das Resultat zu groß ausfallen zu lassen; denn einmal konnte leicht Wärme für die Beobachtung verloren gehen, und andererseits wurde der in den Verbindungsgliedern der Maschine unvermeidlich statt habende Verlust an mechanischer Kraft von dieser nicht in Abrechnung gebracht. Selbst die Zahl 0,425 ist also wahrscheinlich noch eher zu groß als zu klein.

Auf einem anderen Wege hat Clausius***) und vor ihm Holtzmann†)

*) Philos. Magaz. Vol. XXVII, p. 205.

**) Der Leser wird vielleicht an anderen Orten das mechanische Aequivalent der Wärme, als von Joule zu 425 ganzen Kilogrammmetern angegeben, gefunden haben; hierin liegt kein Widerspruch mit der obigen Angabe, die nur deshalb 1000 mal kleiner ist, weil die zu Grunde gelegte Wärmeeinheit ebenfalls 1000 mal kleiner angenommen wurde.

***) Poggend. Annal. 3. Reihe Bd. 19, S. 368 und 500.

†) Poggend. Annal. Bd. 72a; auch besonders erschienen Mannheim 1845.

Digitized by Google

dieſelbe Größe mittelſt theoretiſcher Betrachtungen abgeleitet, die hier nicht Platz finden können. In Clauſius' Rechnungen gehen gewiſſe conſtante Größen ein, die von Experimentatoren erſten Ranges genau beſtimmt waren. Er findet das mechaniſche Aequivalent einer Wärmeeinheit = 0,421 Kilogrammmeter.

Einen ähnlichen Gedankengang hat Perſon*) kürzlich in etwas anderer Form gegeben, die ohne analytiſche Hülfsmittel zu verſtehen iſt; er mag deshalb bei der großen Wichtigkeit des Gegenſtandes noch Platz finden. Man denke ſich ein Cubikmeter Luft bei einer Temperatur von 0^0 unter dem Drucke von H Kilogrammen auf jeden Quadratmeter Oberfläche. Sei p das Gewicht dieſer Luftmaſſe und ſei c die ſpecifiſche Wärme der Luft für conſtantes Volum (d. h. die Wärmequantität, welche der Gewichtseinheit Luft zugeführt werden muß, damit die Temperatur um einen Centeſimalgrad ſteige, ohne daß das Volum vergrößert wird, wobei natürlich der Druck vermehrt wird). Führt man jetzt unſerem Cubikmeter Luft die Wärmemenge pc zu, ohne daß man eine Aenderung der Volums zuläßt, ſo ſteigt die Temperatur von 0^0 auf 1^0, und der Druck ſteigt gleichzeitig von H auf $(1 + \alpha)\, H$, wo α den bekannten conſtanten (Ausdehnungs-) Coefficienten 0,00367 bedeutet. Stellt man nun Communication mit einem leeren Raume her, der α Cubikmeter groß iſt, ſo hat man die nämliche Wärmequantität, die nämliche Temperatur und den Druck H. Nach Verſuchen von Joule und Regnault ſinkt nämlich die Temperatur einer Gasmenge nicht, wenn ſie ſich ausdehnt, ohne Arbeit zu leiſten, d. h. ohne einen Widerſtand zu überwinden. Denkt man ſich jetzt wiederum wie im Anfange eine Luftmaſſe p in einem Cubikmeter Raum bei der Temperatur 0^0 und dem Drucke H, und ſei C die ſpecifiſche Wärme bei conſtantem Drucke. Führt man jetzt der Luftmaſſe, die ſich unter dem Drucke H beliebig ausdehnen kann, die Wärmemenge pC zu, ſo ſteigt die Temperatur um 1^0, und das Volum wird $1 + \alpha$ genau ſo wie in obigem Falle, wo bloß die Wärmemenge pc zugeführt war; dafür iſt aber im zweiten Falle eine Arbeit αH geleiſtet worden. Man muß alſo den Unterſchied der beiden zugeführten Wärmemengen der im zweiten Falle verrichteten Arbeit gleichſetzen und haben $p\,(C - c) = \alpha H$, oder das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit muß $= \frac{\alpha H}{p(C-c)}$ ſein. Wenn man in dieſe Formel die numeriſchen Werthe der einzelnen Größen einſetzt, ſo ergiebt ſich das Arbeitsäquivalent der Wärme = 0,424 Kilogrammmeter.

Von ganz anderer Seite her hat Kupffer**) den Werth des mechaniſchen Aequivalentes der Wärme berechnet, indem er die Kraft der Wärme, welche einen Metalldraht ausdehnt, vergleicht mit der Kraft eines Gewichtes, welches daſſelbe leiſtet. Auch die auf dieſem ganz verſchiedenen Wege gefundene Zahl ſtimmt mit den anderen nahezu überein.

Mit Hülfe des mechaniſchen Aequivalentes der Wärme können wir nun die 146
geſammten Kraftausgaben des Thierkörpers in Wärmeeinheiten ausdrücken. Bei

*) Comptes rendus. T. 39, p. 1131.

**) Poggend. Annal. Bd. 86, S. 310.

Digitized by Google

den bisherigen Versuchen, die Einnahmen mit den Ausgaben zu vergleichen, ist zwar die mechanische Arbeit immer ganz unberücksichtigt geblieben. In der That hatte man dazu ein Recht, indem man die dem Versuche unterworfenen Thiere unter solche Bedingungen versetzte, daß sie keine mechanische Arbeit leisten konnten. Wenn man aber etwa seine Besteigung des Montblanc als Zeit des Versuches wählte, so würde höchst wahrscheinlich keineswegs die ausgegebene mechanische Arbeit als ein gegen die ausgegebene Wärme verschwindend kleiner Bruchtheil der Gesammtkraftausgabe erscheinen. Es müßte sich im Gegentheile zeigen, daß bei heftigen Muskelanstrengungen, die eine äußere Arbeit hervorbringen, die Wärmeabgabe verhältnißmäßig kleiner, d. h. ein kleinerer Bruchtheil der als chemische Spannkraft aufgenommenen Kraft würde. Der Widerspruch dieser Behauptung mit der alltäglichen Erfahrung, daß die thierische Wärme mit Muskelanstrengungen steigt, ist nur ein scheinbarer; denn es steigt (und zwar ohne Zweifel in viel größerem Verhältniß) auch der Verbrauch an Brennmaterial, d. h. an Nahrungsmitteln.

147 Die Kraftabgabe des Menschen discutirt Helmholtz in der citirten Abhandlung folgendergestalt: Im Ganzen hatte nach einer überschlägigen Rechnung, deren Grundlagen weiter unten einleuchten werden, ein Mann von 82 Kilogramm Körpergewicht 2700000 Wärmeeinheiten in 24 Stunden zu verausgaben, die sich in die oben aufgestellten Rubriken*) wie folgt vertheilen. 1) Der Mensch nehme während des Tages 1,5 Kilogramm Wasser von 12° Wärme zu sich und eine Quantität Speisen von derselben mittleren Temperatur und Wärmecapacität. Um diese Masse von 12° auf 37° (die mittlere Körpertemperatur) zu erwärmen, bedarf es 70157 Wärmeeinheiten. Das sind 2,6 % der Gesammtwärme; doch ist diese Angabe jedenfalls eher zu hoch als zu tief gegriffen.

2) Durch Combination der Valentin'schen Bestimmungen des CO_2 gehaltes der Exspirationsgase mit den Bestimmungen der absoluten vom Menschen ausgehauchten CO_2 menge von Andral und Gavarret findet sich, daß der Mensch höchstens 16400 Grm. Luft in 24 Stunden respirirt, deren Capacität für Wärme so groß ist wie die von 4377 Grm. Wasser. Zur Erwärmung der Respirationskraft, die bei 0° nach Valentin nur bis zu 32° geschieht, bei 21° aber bis zu 37°, sind also erforderlich bei 21° 70032, bei 0° 140064 Wärmeeinheiten, d. h. 2,6, höchstens 5,2 % der Gesammtwärme.

3) Die Luft verläßt die Respirationswege mit mehr Wasserdampf beladen, als sie in dieselben eintrat. Gesetzt sie wäre ganz trocken eingeathmet, so müßte sie, um bei 37° vollständig gesättigt fortzugehen, 0,04 ihres Gewichtes an Wasserdampf mitführen. Es müßten 656 Grm. Wasser zu diesem Ende verdunsten, das kostet bei 37° 397536 Wärmeeinheiten oder 14,7 % der Gesammtwärme.

*) Um Mißverständnissen vorzubeugen, mag hier ausdrücklich bemerkt sein, daß die Reihenfolge der Ziffern hier nicht mit den obigen Rubriken zusammenstimmt, so daß hier z. B. ein Theil der abgegebenen freien Wärme sub 3 abgehandelt wird, die oben sub 1 zusammengefaßt wurde.

Digitized by Google

Demgemäß wird von der Gesammtwärme des Menschen verbraucht

zur Erwärmung der Ingesta weniger als . . .	2,6 %
zur Erwärmung der Respirationsluft weniger als	5,2 %
zur Lungenverdunstung weniger als	14,7 %
Summa weniger als	22,5 %.

Für die Hautabkühlung und Verdunstung bleiben also noch mehr als 77,5 % der Gesammtwärme übrig. Es könnte allerdings ein Theil dieses Restes, der, wie schon bemerkt, keineswegs verschwindend klein zu sein brauchte, nicht in der Form von Wärme, sondern in der von mechanischer Arbeit abgegeben werden. Jedoch ist diese Annahme nicht nothwendig und wurde in der That nicht gemacht, dagegen der Vorgang der Hautabkühlung und Ausdünstung noch weiter zergliedert.

Die directe Abgabe freier Wärme von der Haut ist proportional der Differenz zwischen der Temperatur der Haut und der des umgebenden Mediums und der Wärmeleitungsfähigkeit des letzteren. Diese Behauptung braucht hier nicht bewiesen zu werden, da sie ohne Weiteres aus den Grundprincipien der Wärmeabgabe folgt, wie sie an geeigneter Stelle, Bd. II Cap. 6, auseinandergesetzt sind. So hat man bekanntlich ruhend das Gefühl behaglicher Wärme (d. h. normaler Ableitung) im Wasser, wenn dasselbe 27—31°; in unbewegter Luft, unbekleidet, wenn sie 22—25°; gekleidet, wenn sie 15—20° warm ist. Die Temperatur der Haut und folglich ihr Ueberschuß über die des umgebenden Mediums kann durch wechselnden Congestionszustand zwischen weiten Gränzen schwanken. Sie beträgt gemeiniglich 32—37°. Beiläufig mag gesagt sein, daß dieser wechselnde Congestionszustand der Haut wohl das Hauptmittel für den Organismus ist, sich verschiedenen ableitenden Bedingungen anzupassen, ohne daß die Temperatur der inneren Theile einem Wechsel unterworfen wird*).

Die Hautabkühlung hängt näher ab 1) davon, wieviel Wärme jedes einzelne Lufttheilchen der Haut entziehen kann; 2) davon, wieviel Lufttheilchen sich mit der Haut ins Gleichgewicht der Wärme und Feuchtigkeit setzen können. Was die erstere Größe betrifft, so läßt sich leicht berechnen, welche Wärmemenge ein gegebenes Luftvolum erfordert, um sich mit der nassen (schwitzenden) Haut in Gleichgewicht der Wärme und Feuchtigkeit zu setzen, da hier das Gleichgewicht der Feuchtigkeit ohne Weiteres als vollständige Sättigung bestimmt ist. Man kennt nämlich die Wärmecapacität der Luft, die latente Verdampfungswärme bei 37° und die Dunstmenge, die ein bei 37° gesättigtes Luftvolum enthalten muß. Bei nicht schwitzender Haut erleiden die Verdampfungsverhältnisse eine wesentliche Aenderung. Es ist nämlich alsdann das Wasser an die Epidermis mit einer gewissen Kraft hygroskopisch gebunden; soll also kein neues Wassertheilchen mehr in die umgebende Luft verdampfen, d. h. diese im Gleichgewichte der Feuchtigkeit mit der Haut sein, so braucht darin keine so hohe Wasserdampfspannung vorhanden zu sein, da noch eine andere (die hygroskopische) Kraft das Wassertheilchen

*) Bergmann in Müller's Archiv. 1845. S. 300.

Digitized by Google

zurückzuhalten strebt. Die der Haut anliegende Luftschicht nimmt daher nur so viel Wasser auf, daß die Expansivkraft des Dampfes, vermehrt um die hygroskopische Anziehung der feuchten Haut gegen Wasser, dem Maximum der Wasserdampfspannung bei der Hauttemperatur gleich kommt. Nicht schwitzende Haut liefert daher selbst bei gleicher Temperatur weniger Wärme als schwitzende. Hörte die Wasserausscheidung in der Haut ganz auf, so würde dieselbe »lufttrocken«, d. h. sie enthielte nur noch so viel Wasser, daß die hygroskopische Kraft, mit welcher es zurückgehalten wird, seinem Verdunstungsbestreben gleich käme, es fände alsdann gar keine Verdunstung statt. Die nachfolgende kleine Tabelle läßt die abkühlende Kraft der Luft in verschiedenen Temperatur- und Feuchtigkeitszuständen sehen. Es sind in derselben die Wärmemengen ausgedrückt in der üblichen Einheit verzeichnet, welche ein Gramm Luft bei 760^{mm} Druck einer 37° warmen Haut entzieht, indem es sich mit derselben in Gleichgewicht der Temperatur und Feuchtigkeit setzt. Unter A ist angenommen, die Haut schwitze, so daß das Gleichgewicht der Feuchtigkeit vollkommene Sättigung mit Wasserdampf bei 37° ist; unter B ist dagegen eine lufttrockene Haut vorausgesetzt, die keine Verdunstung zuläßt.

Temperatur der Atmosphäre.	A. Feuchtigkeit in Procenten des Maximums der Dunstmenge.				B. Ohne Verdunstung.
	50	70	90	100	
35	11,6	8,0	4,3	2,4	0,5
30	15,0	12,1	9,3	7,9	1,7
25	17,9	15,8	13,6	12,5	2,9
20	20,5	18,9	17,3	16,5	4,2
15	22,9	21,7	20,5	19,9	5,6
10	25,1	24,2	23,3	22,9	6,9
5	27,2	26,5	25,9	25,5	7,4
0	29,1	28,6	28,2	28,0	9,9

Die Einrichtung der Tabelle erhellt aus einem Beispiele am besten. Ein Gramm Luft, das bei einer Temperatur von 15° mit 90 % derjenigen Wasserdampfmenge geschwängert ist, welche bei dieser Temperatur zu seiner Sättigung hinreichen würde, entzieht einer 37° warmen Haut, wenn sie schwitzt 20,5 Wärmeeinheiten, wenn sie trocken ist 5,6 Wärmeeinheiten, vorausgesetzt, daß sie sich mit der Haut ins Gleichgewicht der Temperatur und Feuchtigkeit setzt.

Was die zweite Größe betrifft, von der, wie wir sahen, der Wärmeverlust durch die Haut abhängt, nämlich die Menge von Lufttheilchen, welche sich während der Zeiteinheit mit der Haut ausgleichen, so wird diese natürlicherweise bestimmt von der Wärmeleitungsfähigkeit und dem Bewegungszustande der Luft. Ein numerischer Calcul kann aber hierüber auch nicht mit entfernter Annäherung versucht werden.

Digitized by Google

Wir wenden uns jetzt zu den Versuchen, die man bisher angestellt hat, um 148
die Wärmeausgabe eines Thieres mit dem von ihm während derselben Zeit verbrauchten Brennmateriale zu vergleichen. Diese Versuche bestehen wesentlich darin, daß man ein Thier in einem Calorimeter eine Zeitlang absperrt, so daß man messen kann, welche Wärmemenge es während derselben nach außen abgiebt, sowohl durch Strahlung und Leitung als durch Verdunstung. Indem man gleichzeitig die von ihm exspirirte Luft mit der inspirirten vergleicht, ergiebt sich einerseits, wieviel Sauerstoff es der Atmosphäre entzogen hat, andererseits wieviel Kohlensäure es ausgehaucht hat. Die Forscher, von welchen diese Versuche angestellt wurden, unterstellen dabei: Der absorbirte Sauerstoff wird verwendet theils zur Verbrennung von Kohlenstoff zu Kohlensäure, theils zur Verbrennung von Wasserstoff zu Wasser. Sie nehmen ferner an, die ganze gebildete Kohlensäure wird ausgeathmet, und man findet daher den zur Wasserbildung verwandten Theil des absorbirten Sauerstoffes, wenn man den in der ausgeathmeten Kohlensäure enthaltenen Sauerstoff von dem ganzen aus der Inspirationsluft verschwundenen Sauerstoff abzieht*). Sie glaubten endlich, bei der Bildung einer gewissen Menge Kohlensäure und Wassers würde allemal eine und dieselbe Menge Wärme frei, gleichgültig, ob der dazu dienende Kohlenstoff und Wasserstoff frei oder in irgend einer complicirten Verbindung gewesen wären. Sie verglichen daher die nach dieser Annahme bei der Bildung der beobachteten Kohlensäuremenge und der berechneten Wassermenge frei werdende Wärme mit der von dem Thiere wirklich abgegebenen Wärme. Wenn z. B. eine Kohlensäure- und Wassermenge gebildet war, welche *m* Gramm Kohlenstoff und *n* Gramm Wasserstoff enthielt, so berechneten sie die Wärmemengen, welche bei der Verbrennung von *m* Gramm freien Kohlenstoffes und von *n* Gramm freien Wasserstoffes entwickelt werden, addirten diese beiden Größen und glaubten so diejenige Wärmemenge gefunden zu haben, die durch den organischen Proceß hätte frei werden müssen und welche daher mit der beobachteten ausgegebenen Wärmemenge des Thieres zu vergleichen sei. Es fand sich aber allemal diese letztere *größer*, als die aus den Respirationsproducten berechnete Verbrennungswärme. Das soeben Gesagte bezieht sich auf eine Untersuchung von Dulong und eine von Despretz, deren numerische Resultate in den folgenden Tafeln zusammengestellt sind. Die Zahl bedeutet die nach den obigen Annahmen aus den Respirationsproducten berechnete Verbrennungswärme, wenn die gleichzeitig an das Calorimeter abgegebene Wärme durch 100 ausgedrückt wird, so daß also z. B. im ersten Versuche die wirklich abgegebene Wärme sich zu der nach den theoretischen Ansichten als Verbrennungswärme erklärbaren verhalten haben würde wie 100 : 72,9.

---

*) Es muß hier gleich erwähnt werden, daß, obwohl nur ausnahmsweise, zuweilen die absorbirte Menge Sauerstoff noch nicht so groß ist als die Sauerstoffmenge, welche in der ausgehauchten Kohlensäure enthalten ist. Weiter unten werden wir auf diesen Punkt noch einmal zurückkommen.

Digitized by Google

Aus den Respirationsproducten berechnete Verbrennungswärme nach Dulong.

Katze, 2 Monate alt . . .	72,9	Wärmeeinheiten
Katze, 2 Monate alt . . .	68,8	»
Katze, 3 Monate alt . . .	71,5	»
Katze, 4 Monate alt . . .	75,8	»
Katze, 4 Monate alt . . .	73,6	»
Hund, 45 Tage alt . . .	72,8	»
Hund, 50 Tage alt . . .	80,2	»
Hund, 60 Tage alt . . .	79,2	»
Altes Meerschweinchen . .	69,4	»
Meerschweinchen	74,9	»
Junges Meerschweinchen . .	80,0	»
Kaninchen, 4 Monate alt . .	75,5	»
Kaninchen, 2 Monate alt . .	83,3	»
Falke	71,5	»
Falke	78,9	»
Taube	74,5	»
	Mittel 75,2.	

Aus den Respirationsproducten berechnete Verbrennungswärme nach Despretz.

Weibliches Kaninchen, mehrere Jahre alt	90,4	Wärmeeinheiten
Dasselbe Thier	85,8	»
6 Kaninchen, 15 Tage alt	82,1	»
Männliches Kaninchen	86,7	»
3 erwachsene männliche Meerschweinchen	88,8	»
3 erwachsene weibliche Meerschweinchen	88,9	»
Hündin, 5 Jahre alt	80,8	»
Hündin, 7 bis 8 Monate alt . . .	74,1	»
2 vier bis fünf Wochen alte Hunde .	74,5	»
Kater, weniger als 2 Jahre alt . . .	80,6	»
3 erwachsene männliche Tauben . . .	78,8	»
Erwachsene Ente	79,2	»
Große virginische Ohreule (erwachsen) .	77,0	»
Erwachsener Hahn	79,7	»
4 Eulen	74,6	»
4 Elstern mit Fleisch gefüttert . . .	75,4	»
	Mittel 81,1.	

149 Diese beiden mit äußerster Sorgfalt von anerkannten Experimentatoren ausgeführten Versuchsreihen konnten nicht verfehlen, der Gegenstand zahlreicher Discussionen zu werden, da ihr Resultat so unbefriedigend und unerwartet war. Liebig, der den theoretischen Voraussetzungen in Betreff der Verbrennungswärme damals beistimmte, glaubte gegen die numerischen Endresultate der Untersuchungen zwei Einwendungen machen zu müssen, welche den scheinbaren Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung möglicherweise beseitigen könnten. Er

Digitized by Google

machte nämlich erstens darauf aufmerksam, daß die beiden Beobachter die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes und des Wasserstoffes zu niedrig angenommen haben. Dulong trifft diese Bemerkung in der That; er bediente sich der von Lavoisier bestimmten Zahlen (7237,5 für den Kohlenstoff und 22170 für den Wasserstoff). Despretz hingegen nahm zwar auch die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes und Wasserstoffes bloß zu 7914,2 und 23640 an, aber diese beiden Zahlen hatte er selbst mit demselben Calorimeter bestimmt, in welchem hernach die thierische Wärme gemessen ist, so daß er bei Bestimmung der letzteren denselben Fehler machen mußte wie bei Bestimmung der ersteren. In der That nähern sich die Zahlen Dulong's denen von Despretz sehr, wenn man die Versuche berechnet mit Hülfe der von Favre und Silbermann gefundenen Verbrennungswärmen des Kohlenstoffes und Wasserstoffes 8080 und 34462. Man findet auf diese Weise, daß die Zahlen Dulong's schwanken zwischen den Gränzen

Minimum . . . 79,2 Wärmeeinheiten,
Maximum . . . 99,4 »

während die von Despretz berechneten Zahlen schwanken zwischen den Gränzen

Minimum . . . 74,1 Wärmeeinheiten,
Maximum . . . 90,4 »

Ein zweiter Einwand Liebig's gründet sich darauf, daß die Temperatur des Thieres am Ende des Versuches nicht angegeben ist. Er meint, das Thier könne sich während des Versuches abgekühlt haben, und so könnte in der vom Calorimeter angegebenen Wärmemenge neben der Verbrennungswärme des Kohlen- und Wasserstoffes auch noch eine gewisse Wärmequantität aus dem ursprünglichen Wärmevorrath des Thieres enthalten sein, welche den Ueberschuß jener über diese erkläre. Bei Despretz' Versuchen ist eine solche Abkühlung allerdings nicht absolut von der Hand zu weisen, denn er ließ die Thiere in einer verhältnißmäßig kalten Luft bewegungslos athmen, und unter solchen Umständen tritt nach den Versuchen von Legallois*) eine Abkühlung ein. Die Einzelheiten der Dulong'schen Versuche lassen einem solchen Verdachte weniger Raum.

Despretz selbst scheint geneigt, den Rest der abgegebenen Wärme, den er nach seinen theoretischen Ansichten nicht als Verbrennungswärme herausrechnen kann, gar nicht als durch chemischen Proceß erzeugt anzusehen, vielmehr ihn mechanischen Ursachen (Reibung namentlich im Blutkreislaufe) zuzuschreiben. Für den Standpunkt, den wir hier gegenwärtig eingenommen haben, auf dem wir die Wärmeökonomie der Thiere zu einer Kraftökonomie verallgemeinern, verliert diese Erklärung alle Bedeutung; denn wir müssen auf demselben gerade auch die Arbeit der Muskeln, mag sie schließlich Wärme oder äußere mechanische Arbeit hervorbringen, aus der bei den chemischen Umsetzungen verlorenen Spannkraft ableiten, da diese die einzige Kraftquelle des Organismus bilden.

*) Annal. de chim. et de phys. T. IV. p. 1.

Digitized by Google

150 Der Leser hat schon errathen, daß wir an einem anderen Punkte angreifen, um den Ueberschuß der abgegebenen thierischen Wärme über die aus dem absorbirten Sauerstoff berechnete Verbrennungswärme zum Verschwinden zu bringen. Nach den Auseinandersetzungen des vorigen Capitels und nach vielen daselbst mitgetheilten Thatsachen muß sich uns die Ueberzeugung aufgedrängt haben, daß Dulong und Despretz die Verbrennungswärme, abgesehen von den zu geringen numerischen Ansätzen für Kohlenstoff und Wasserstoff, nach unrichtigen Principien berechneten, die nothwendig ein zu kleines Resultat liefern. Die richtigen Principien können freilich nur erst im Allgemeinen bezeichnet werden, ohne daß es möglich wäre, danach die Rechnung im Einzelnen durchzuführen. Als Nahrungsmittel treten in den Organismen Stoffe von complicirter Zusammensetzung ein, die bekanntlich in zwei Gruppen zerfallen. Die eine Gruppe, die man zuweilen vorzugsweise als Respirationsmittel oder Brennmaterial bezeichnet hat, enthält Stoffe aus zwei Reihen chemischer Verbindungen, nämlich aus der der sogenannten Kohlenhydrate und der der Fette. Sie bestehen aus bloß drei Elementen: Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff, die ohne Zweifel den Körper in Form von Kohlensäure und Wasser verlassen. Die andere Gruppe der Nahrungsstoffe, durch ihren Stickstoffgehalt ausgezeichnet, enthält den Leim nebst den ihm verwandten Körpern und die sogenannten Proteinkörper. Ihre Bestandtheile verlassen den Thierleib zum Theil unter der Form von weniger complicirten und sauerstoffreicheren, aber immer noch quaternären und stickstoffhaltigen Verbindungen, die großentheils im Harn enthalten sind. Ein Theil ihres Kohlenstoffes und Wasserstoffes wird aber auch als Kohlensäure und Wasser von den Lungen ausgeschieden.

Die Verminderung, welche durch die soeben nur andeutungsweise besprochenen chemischen Vorgänge der Gesammtvorrath der Materie an Spannkräften erfährt, ist aber weit größer, als wenn man nach dem Dulong'schen Principe bloß denjenigen Theil berücksichtigt, welcher auf die mit Hülfe des absorbirten Sauerstoffes gebildeten Kohlensäure und Wassermengen fällt; denn es treten auch Elemente, die schon vorher in loserer Verbindung waren, in engere, wobei die Spannkraft vermindert und lebendige Kraft frei werden muß (siehe Nr. 134). Zwei Beispiele mögen genügen, diesen Satz erfahrungsmäßig über allen Zweifel zu erheben, der in der angezogenen Nummer schon aus inneren Gründen wahrscheinlich gemacht wurde. Bei der Verbrennung von 1 Gramm Traubenzucker ($C_{12}H_{28}O_{14}$) müßte nach dem Dulong'schen Principe nur so viel Wärme frei werden, als sich bei der Verbrennung von seinem Kohlenstoffgehalt bildet, d. h. 2973 Wärmeeinheiten. Läßt man aber das Gramm Traubenzucker gähren, so wird schon eine beträchtliche (bis jetzt nicht numerisch bestimmte) Wärmequantität frei; es geht $^1/_3$ seines C mit $^1/_7$ seines O als CO_2 fort, sowie $^1/_7$ seines H mit $^1/_7$ seines O als H_2O, und es bleibt 0,455 Gramm Alkohol zurück. Letzterer allein verbrannt, liefert aber (nach Favre und Silbermann) schon 3268 Wärmeeinheiten; wieviel mehr müßte 1 Gramm Traubenzucker gekadauf zu CO_2 und H_2O verbrannt mehr als 2973 Wärmeeinheiten liefern. Von den Zersetzungen der proteinartigen und leimartigen Verbin-

Digitized by Google

dungen giebt Helmholtz*), auf Mulder's Analysen gestützt, folgendes Schema:

	1 Atom Protein	$= C_{40} H_{62} N_{10} O_{12}$
davon abgezogen	$2\frac{1}{2}$ At. Harnstoff	$= C_5 H_{20} N_{10} O_7$
	5 At. Wasser	$= H_{10} O_5$
	bleibt	$C_{35} H_{32}$
	1 Atom Leim	$= C_{13} H_{20} N_4 O_5$
davon abgezogen	1 At. Harnstoff	$= C_2 H_8 N_4 O_2$
	3 At. Wasser	$= H_6 O_3$
	bleibt	$C_{11} H_6$
	1 Atom Chondrin	$= C_{40} H_{66} N_{10} O_{17}$
davon abgezogen	$2\frac{1}{2}$ At. Harnstoff	$= C_5 H_{20} N_{10} O_5$
	12 At. Wasser	$= H_{24} O_{12}$
	bleibt	$C_{35} H_{22}$.

Die bei diesen Schemen übrig bleibenden Wasserstoff- und Kohlenstoffatome müssen ohne Zweifel noch auf Kosten des respirirten Sauerstoffes verbrannt werden und, wenigstens die daraus entstehende Kohlensäure, unter den Respirationsproducten auftreten. Einstweilen abgesehen von letzterem Verbrennungsprocesse, hat man unter den Umsetzungen der stickstoffhaltigen Verbindungen mehrere Vorgänge, die den Spannkraftsvorrath der Materie vermindern (und lebendige Kraft entstehen lassen), mehrere andere, welche ihn vermehren und nur auf Kosten von lebendiger Kraft geschehen können. Wenn man aber bedenkt, wie enorm der Spannkraftsverlust (die Wärmeentwickelung) bei der Bildung von Wasser ist, selbst wenn seine Elemente schon vorher in einer loseren Verbindung waren, was eben aus den Betrachtungen über die Verbrennungswärme des Traubenzuckers erhellt; wenn man ferner bedenkt, daß der Harnstoff eine so außerordentlich viel stabilere Verbindung ist als Eiweiß und Leim, so daß man wohl annehmen darf, daß in diesem Körper die Elemente in viel innigerer Berührung sind als in jenen, und daß also der noch vorhandene Spannkraftsvorrath zwischen den Elementen beim Harnstoff viel geringer ist als zwischen denselben Atomen, so lange sie in einem Eiweißatome lagen, dann kann es nicht zweifelhaft sein, daß beim Zerfallen des Eiweißes und Leimes in Harnstoff, Wasser und einen gewissen Kohlenwasserstoff mehr Spannkraft verschwindet als angehäuft wird, und daß folglich im Ganzen jenes Zerfallen schon von einer Wärmeentbindung begleitet sein müsse, zu welcher hernach noch die Wärme kommt, welche beim Verbrennen des übrig bleibenden Kohlenstoffes und Wasserstoffes frei wird. Nur der letztere Antheil aber könnte in den Zahlen von Dulong und Despretz als Summand auftreten, da einzig von dem Processe, welcher diesen Antheil hervorbringt, in den Respirationsproducten Spuren vorkommen.

Es gäbe ein sehr einfaches Verfahren, die ganze Wärmemenge zu bestimmen, 151
welche durch die Zersetzung von 1 Gramm Eiweiß, so weit sie ins Bereich des thierischen Lebens fällt, entbunden wird. Man brauchte nur von der Wärmemenge, welche bei vollständiger directer Verbrennung von 1 Gramm Eiweiß (zu

*) In der mehrfach angeführten Abhandlung.

Digitized by Google

Kohlensäure, Wasser und Ammoniak) entsteht, diejenige Wärmemenge abzuziehen, welche frei wird, wenn man so viel Harnstoff, als aus 1 Gramm Eiweiß entsteht, für sich zu Kohlensäure, Wasser und Ammoniak verbrennt. Nach Nr. 135 nämlich muß dieselbe Wärmequantität frei werden, mag ein Gramm Eiweiß nebst dem zugehörigen freien Sauerstoff zuerst in Harnstoff, Wasser und Kohlensäure und nachher in Ammoniak, Wasser und Kohlensäure oder gleich direct in diese binären Endverbindungen übergeführt werden.

Aus den soeben angestellten Betrachtungen läßt sich eine bemerkenswerthe Folgerung ziehen, die durch die mitgetheilten Experimente Dulong's und Despretz' auffallend bestätigt wird. Man sieht und es wurde bereits hervorgehoben, daß vorzugsweise von den Umsatzproducten der quaternären stickstoffhaltigen Verbindungen ein guter Theil in den Egestis der Respirationsorgane nicht zum Verschein kommt. Wenn man also auf diese Egesta die Berechnung der gebildeten Wärme ausschließlich gründet, so wird man von der Wärme vorzugsweise den Theil zu gering anschlagen, der eben vom Umsatz der quaternären Verbindungen herrührt. Ein fleischfressendes Thier führt nun verhältnißmäßig mehr solcher Verbindungen mit seinen Nahrungsmitteln ein als ein Pflanzenfresser, und man wird also bei einem Fleischfresser nach der Dulong'schen Berechnungsweise die gesammte chemischen Processen verdankte Wärme um einen größeren Bruchtheil unterschätzen als bei einem Pflanzenfresser. In der That, wie obige Tabellen zeigen, übertrifft die abgegebene Wärme die berechnete Verbrennungswärme bei den Fleischfressern im Allgemeinen um mehr Procente als bei den Pflanzenfressern.

152 Wenn man annimmt, daß der Stoffwechsel beim Menschen einen ähnlichen Gang einhält, als bei den von Dulong und Despretz untersuchten Thieren, so können ihre Versuche dazu dienen, die ganze Wärme annähernd zu berechnen, welche ein Mensch während 24 Stunden durch seinen Stoffwechsel producirt. Helmholtz stellt diese Rechnung in der mehrfach citirten Abhandlung folgendermaßen an: Ein Mensch von 82 Kilogramm Körpergewicht athmet nach Scharling durch Lungen und Haut während 1 Stunde 36,6 Grm. CO_2 aus. Dem entspricht eine Wärmebildung von 72115 Einheiten, wenn die Lavoisier'sche Zahl für die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes zu Grunde gelegt wird, was hier nothwendig war, da die Berechnung auf die Dulong'schen Versuche gegründet ist, die ebenfalls von Lavoisier's Zahlen Gebrauch macht. Nach Valentin's Versuchen wird neben jedem Theil CO_2, der ausgehaucht wird, 0,1243 O zu Wasserbildung verwendet; demnach verbrennt der Mensch in einer Stunde neben 9,98 Grm. C, welche die 36,6 Grm. CO_2 geben, noch 0,5673 Grm. H zu Wasser, was eine Wärmebildung von 13275 Einheiten giebt. Die aus den Respirationsproducten berechnete Verbrennungswärme beträgt somit im Ganzen 85390 Einheiten, und wenn man nach den Dulong'schen Versuchen annimmt, daß diese im Mittel 75 % der gesammten dem Stoffwechsel verdankten Wärme ist, so ergiebt sich, daß ein Mensch von 82 Kilogramm in einer Stunde 113853 Wärmeeinheiten producirt. Aus diesem Calcul ist die weiter oben (siehe Nr. 147) angewandte runde Zahl 2700000 gezogen, als Werth der in 24 Stunden gebildeten Wärme.

Digitized by Google

Es giebt noch eine andere Methode, die Wärmequellen des Organismus 153
zu bestimmen, d. h. die Summe der im ganzen organischen Processe verbrannten Stoffe. Sie wurde zuerst von Bouſſingault angewandt und besteht in der Vergleichung der aufgenommenen Nahrungsmittel mit den Excrementen bei einem Thiere, dessen Gewicht am Ende des Versuches dasſelbe geblieben ist, das es im Anfang war. Der ganze Werth dieser Vergleichung wird am besten einleuchten, wenn wir einen solchen Versuch in allen seinen numerischen Daten verfolgen.

			Grm.
Eine Turteltaube von 186,585 Grm. Gewicht	nahm während 24 Stunden auf	Wasser als Getränk	6,378
		frische Hirse	16,063
		Summe	22,441
	Gab aus an Excrementen		8,230

Die aufgenommenen Nahrungsmittel und die Excremente zerfallen noch so:

			Grm.
Nahrungsmittel in 24 Stunden	getrunkenes Wasser		6,378
	16,063 Grm. frische Hirse enthalten	Wasser	2,249
		trockenen Stoff	13,814

oder näher

		Grm.
enthalten die Nahrungsmittel in 24 Stunden	freies Wasser	8,627
	feste organische Stoffe	13,458
	mineralische Stoffe	0,356
	Summe	22,441

		Grm.
Die in 24 Stunden abgegebenen Excremente enthalten	freies Wasser	5,007
	feste organische Stoffe	2,862
	mineralische Stoffe	0,361

Man sieht zunächst (was ein Prüfstein der Genauigkeit ist), daß die mit den Excrementen ausgeführten mineralischen Stoffe bis auf einige Milligramme mit den in der Nahrung aufgenommenen übereinstimmen. Die Differenz der Wassermengen und der festen organischen Stoffe zu Gunsten der Nahrungsmittel muß also durch Lungen- und Hautausdünstung entfernt worden sein, das heißt genau

		Grm.
in 24 Stunden	Wasser	3,620
	organische Stoffe	10,596

Bouſſingault bestimmte auch noch die Elemente der soeben aufgeführten 10,596 Gramm fester organischer Substanz, die im Blutkreislaufe zersetzt und durch Haut und Lunge eliminirt worden sind. Begreiflicherweise geschieht dies durch Vergleichung der Analyse der Nahrungsmittel und Excremente.

Digitized by Google

	C Grm.	H Grm.	O Grm.	N Grm.
Die durch Nahrungsmittel aufgenommene feste organische Substanz bestand aus .	6,365	0,869	5,769	0,455
Die mit den Excrementen ausgegebene feste organische Substanz bestand aus	1,294	0,163	1,109	0,296
Folglich bestand der zersetzte, durch Haut und Lungen ausgeschiedene Rest aus .	5,071	0,706	4,660	0,159

Der Kohlenstoff war ohne Zweifel als Kohlensäure, der Wasserstoff als Wasser und der Stickstoff im freien Zustande ausgehaucht. Was den Kohlenstoff betrifft, so hat Bouſſingault noch einen Controleversuch mit demselben Thiere angestellt. Er ließ es einige Zeit in einem gesperrten Raume leben, und es ergab sich, daß es in einer Stunde 0,209 Grm. Kohlenstoff in der Form von Kohlensäure abgab. Der vierundzwanzigste Theil der Zahl 5,071, welche vorhin indirect gefunden war als die Kohlenstoffmenge, welche in Kohlensäure während 24 Stunden den Leib des Thieres verließ, ist 0,211. Eine solche Uebereinstimmung muß in hohem Grade Zutrauen erwecken für die von Bouſſingault angewandte indirecte Methode. Daß freier Stickstoff unter den gasförmigen Ausscheidungen von Haut und Lunge vorkommt, haben Dulong, Deſpretz und Regnault*) direct beobachtet.

Die Analyse der Nahrungsmittel läßt in der Regel (auch in unserem vorhin ausgeführten Beispiele) sehen, daß der darin enthaltene Sauerstoff nicht hinreicht, den ganzen vorhandenen Wasserstoff zu Wasser zu oxydiren, und daß daher im Allgemeinen die oben (Nr. 148) gemachte Voraussetzung gerechtfertigt ist, daß der absorbirte Sauerstoff theils dazu verwandt wird, Kohlensäure und theils Wasser zu bilden. Zuweilen kommen aber Ausnahmen von dieser Regel vor. Barral**) fand in den Nahrungsmitteln eines Hammels bei drei Versuchen folgende Verhältnisse der vier Elemente:

	N Grm.	O Grm.	H Grm.	C Grm.
Erster Versuch	2,89	139,98	15,27	157,27
Zweiter Versuch . . .	9,38	195,58	23,09	225,18
Dritter Versuch	6,19	179,91	19,74	204,39

Um 15,27, 23,09, 19,74 Grm. Wasserstoff zu Wasser zu verbrennen, reichten aber beziehlich 122,16, 184,72, 157,92 Grm. Sauerstoff hin. Der Ueberschuß an Sauerstoff in den Nahrungsmitteln konnte also noch einen Theil des Kohlenstoffes in Kohlensäure verwandeln, und es konnte so in den Respirationsproducten eine gewisse Kohlensäuremenge auftreten, welche ihren Sauerstoffgehalt nicht der eingeathmeten Luft, sondern den Nahrungsmitteln verdankte. So erklärt sich die merkwürdige Erscheinung, welche Regnault einige Male beobachtete (Experiment 50, 87, 92 der citirten Arbeit), daß die Thiere eine Koh-

*) Annal. de chim. et de phys. 3te Folge Bd. XXVI, S. 299.
**) Statique chimique. Paris 1850. p. 308.

Digitized by Google

lensäuremenge aushauchten, deren Sauerstoffgehalt größer war als die ganze absorbirte Sauerstoffmenge.

Durch Betrachtungen von der Art der bis hierher angestellten meint Ga- 154
varret in seinem kürzlich erschienenen Buche*) über thierische Wärme, seien die Fragen der Wärmeökonomie vollständig spruchreif, und fehlten zu ihrer definitiven Beantwortung nur noch einige Experimentaluntersuchungen, namentlich über die Verbrennungswärmen der ternären und quaternären Körper. Er resumirt den ganzen Gedankengang mit folgenden Worten**): »Ein erwachsenes Thier, das gerade vollständig ernährt wird, verbrennt die ganze Masse der in seinen Nahrungsmitteln enthaltenen ternären Stoffe. Die eiweißartigen (quaternären) Stoffe erleiden nur zum Theil eine vollständige Verbrennung, zum anderen Theil eine weniger beträchtliche chemische Umwandlung.

»Die Analyse der Nahrungsmittel ergiebt die Mengen der darin enthaltenen ternären und quaternären Verbindungen.

»Die Eiweißstoffe, welche im Zustande von stickstoffhaltigen Excrementen den Körper verlassen, verlieren jedenfalls keinen Stickstoff; die in den Excrementen enthaltene Stickstoffmenge kann also zur Kenntniß des bloß umgewandelten Antheiles der Eiweißstoffe dienen. Die Untersuchung der einzelnen stickstoffhaltigen Auswurfsstoffe muß dann den mehr oder minder vorgeschrittenen Grad der Oxydation anzeigen, welche die Eiweißstoffe erlitten haben.

»Andererseits ergiebt die freie durch die Lunge ausgehauchte Stickstoffmenge geradezu den Theil der Eiweißstoffe, welcher im Blutkreislaufe vollständig verbrannt worden ist.

»Somit ist bekannt:

1) Die Menge der ternären Stoffe, die während einer gegebenen Zeit aufgenommen und vollständig verbrannt sind;

2) die Menge von Eiweißstoffen, die vollständig verbrannt worden ist;

3) die Menge von Eiweißstoffen, welche bloß eine mehr oder weniger beträchtliche Umwandlung erlitten hat. Auch kennt man den Grad der Oxydation, welcher jeder dieser verschiedenen Umwandlungen entspricht.«

»Die Wissenschaft besitzt«, fährt Gavarret fort, »gegenwärtig die Mittel, um direct die Wärmemengen zu bestimmen, welche bei der Vereinigung jedes dieser Stoffe mit dem Sauerstoff frei werden müssen.«

---

*) Physique medicale. Paris 1855.
**) A. a. O. S. 280.

Drittes Capitel.

Temperaturtopographie der Thiere.

155 Unter Temperaturtopographie wollen wir die Lehre von der Vertheilung der Temperaturen in den verschiedenen Gegenden und Systemen des thierischen Organismus verstehen; wir wollen aber unter dieser Ueberschrift auch noch das mit anführen, was über die Temperaturverschiedenheiten verschiedener Thiere beigebracht werden muß, da es mit jener Lehre in gewisse Beziehungen gebracht werden kann, wenn es auch, streng genommen, in das Gebiet der vergleichenden Physiologie zu verweisen ist. Die Temperaturtopographie hat sich schon früh einer mehr oder weniger aufmerksamen Beachtung und Pflege zu erfreuen gehabt, die sie zum großen Theil einer Ueberschätzung der Dienste zu danken hat, welche sie den Fundamentalfragen der Lehre von der thierischen Wärme leisten kann.

Das Interesse der Temperaturtopographie liegt eigentlich nur darin, daß sie entscheiden kann, an welchen Orten diejenige Wärme frei wird, welche nach den im vorigen Capitel abgehandelten Erfahrungen vom Thiere nach außen abgegeben wird. Somit kann allerdings mittelbar die Theorie vom chemischen Ursprunge der thierischen Wärme durch die Temperaturtopographie gestützt werden, wenn es sich zeigt, daß die von ihr bezeichneten Hauptherde der thierischen Wärme gleichzeitig diejenigen Orte sind, an welchen muthmaßlich die lebhaftesten chemischen Processe statthaben. Man würde indessen sehr irren, wenn man etwa geradezu annehmen wollte, an irgend einer Stelle höherer Temperatur wird ganz allgemein mehr Wärme frei als an einem Orte niederer Temperatur Einer solchen Ansicht würde eine falsche Vorstellung von der Bedeutung der Temperatur irgend eines Punktes in einem Körper, worin fortwährend Wärmeströme fließen, zu Grunde liegen. Diese Bedeutung ist keine andere, als die Bedeutung des Wasserstandes in einem See mit Zu- und Abfluß, der von diesen beiden Umständen in gleichem Grade abhängt. Man kann den Wasserstand erhöhen, ohne den Zufluß zu vergrößern, wenn man die Ausflußöffnung verkleinert, denn es bedarf nun einer größeren bewegenden Kraft (eines höheren hydrostatischen Druckes), um aus der engeren Oeffnung die ganze zufließende Wassermasse hinauszutreiben. In derselben Weise ist bei einem Wärmestrome die Temperatur oder eigentlich der Temperaturüberschuß über die Umgebung für irgend einen Punkt die treibende Kraft. Man weiß ja, daß ceteris paribus die von einem Punkte zum anderen übergeführte Wärmemenge um so größer ist, je größer der Ueberschuß der Temperatur des einen über die des anderen. Dieser Temperaturüberschuß muß demgemäß größer sein, wenn von einem anderen Punkte ebenso viel Wärme abgeleitet werden soll, obgleich die übrigen Bedingungen der Ableitung (gewissermaßen die Ausflußöffnung des Wärmesees), insbesondere die

Digitized by Google

Wärmeleitungsfähigkeit der umgebenden Substanzen kleiner ist. Im thierischen Körper wird nun von jedem Punkte alle Wärme, die ihm zugeführt wird, auch abgeleitet, denn es häuft sich erfahrungsgemäß keine daselbst an. Es kann sich also recht gut ereignen, daß ein Punkt *a* wegen mangelhafter Ableitungsbedingungen einer größeren stromtreibenden Kraft (einer höheren Temperatur) bedarf als ein anderer Punkt *b*, dessen Wärmezufluß und dessen selbständige Wärmeerzeugung nicht kleiner, vielleicht sogar beträchtlich größer ist.

Nachdem durch diese vorläufige Betrachtung hinlänglich der Irrthum beseitigt ist, daß die Temperatur einer Körperstelle ein Maß für die Wärmeerzeugung daselbst ist, müssen noch mehr im Einzelnen die Umstände untersucht werden, von welchen die Temperaturverschiedenheiten abhängen. Wir müssen namentlich darauf ausgehen, Principien zu finden, auf welche sich ein quantitativer Calcul gründen läßt. 156

Wir stützen unsere ganze Schlußfolgerung auf eine, auch bei der obigen vorläufigen Erörterung bereits unterstellte Thatsache, die um so weniger irgend welchem Zweifel ausgesetzt ist, wenn wir unsere Unterstellung selbst innerhalb des Kreises rein physiologisch normaler Erscheinungen noch einschränken und alle Fälle mehr oder weniger plötzlicher Temperaturschwankungen (etwa bei heftigen Muskelanstrengungen) von vornherein ausschließen. Die Unterstellung lautet so: Für mäßige Zeiträume (von einigen Stunden) kann der thierische Organismus gelten als ein Körper im Gleichgewichte der Temperaturen, oder die darin fließenden Wärmeströme befinden sich in einem Beharrungszustande, im »dynamischen Gleichgewichte«, d. h. trotz fortwährenden Wärmeaustausches zwischen den einzelnen Körpertheilen unter einander, sowie zwischen den Körpertheilen und dem umgebenden Medium ändert doch innerhalb mäßiger Zeiträume kein Theil seine Temperatur merklich, tritt nirgend eine merkliche Wärmeanhäufung oder ein merklicher Wärmeverlust ein. Das Gleichgewicht der Temperaturen kann aber offenbar in einem Körper immer dann und nur dann bestehen, wenn jeder Raumtheil in jedem Zeittheile genau ebenso viel Wärme empfängt, als er abgiebt. Durch die Bedingung, daß das Gleichgewicht der Temperaturen erhalten werden soll, wird daher fest bestimmt, wie viel Wärme an jedem Punkte in der Zeiteinheit frei werden muß, sobald bekannt ist, wie viel Wärme während der Zeiteinheit von jenem Punkte abgegeben wird und wie viel er auf anderem Wege als durch selbständige Wärmeerzeugung gewinnt. Es muß nämlich an jedem Punkte offenbar so viel Wärme frei werden, als die Differenz zwischen der Wärmeabgabe und der sonstigen Wärmeeinnahme beträgt, damit im Ganzen weder eine Abkühlung, noch eine Wärmeanhäufung stattfinde. Für Punkte außerhalb des Blutgefäßsystemes würden sich diese Betrachtungen sehr einfach gestalten, da der Wärmeverlust und Gewinn hier nur vermittelt wird durch Wärmezu- und Wärmeableitung, resp. an der äußeren Oberfläche durch Strahlung. Man würde daher nur für jeden Punkt aus der dort stattfindenden Wärmeleitungsfähigkeit des Gewebes, sowie aus den ebendaselbst constant bestehenden Temperaturdifferenzen zu berechnen haben, wie viel Wärme dem betreffenden Punkte zu- und abgeleitet wird. Nach einem ursprünglich von

Digitized by Google

Newton vermuthungsweise ausgesprochenen Gesetze, das freilich nach den neueren Untersuchungen von Dulong und Petit nicht in aller Strenge gültig ist, für unsere hiesigen Zwecke jedoch als gültig angesehen werden darf, geht nämlich von einem Punkte zum anderen in der Zeiteinheit eine Wärmemenge über, welche der Leitungsfähigkeit des Körpers und der Temperaturdifferenz der beiden Punkte direct ihrem Abstande umgekehrt proportional ist, und zwar ist die Richtung des Wärmeüberganges immer die vom wärmeren Punkte zum kälteren. Der Ueberschuß des Abgeleiteten über das Zugeleitete wäre dann der am Punkte selbst frei werdenden Wärme gleich zu setzen.

157 Etwas anders gestaltet sich nun der Calcul für eine Stelle innerhalb des Kreislaufes, denn hier wird jedem Orte auch durch das Fließen des Blutes Wärme zugeführt und entzogen; und zwar überwiegt der so herbeigeführte Wärmeaustausch jedenfalls den zwischen den auf einander folgenden Blutschichten durch Leitung stattfindenden der Art, daß man letzteren unbedenklich in der Rechnung wird vernachlässigen dürfen. Die ganze Betrachtung würde sich übrigens so gestalten: Man stelle sich ein durch zwei Querschnitte begränztes Stück des Kreislaufes vor und denke sich, aus anderweitigen Ermittelungen bekannt, die Geschwindigkeit des Blutstromes an dieser Stelle, die Temperatur ihres Anfangs- und die ihres Endquerschnittes, sowie endlich noch die Wärmemenge, welche während der Zeiteinheit von jenem Stücke des Kreislaufes nach außen abgegeben wird; man kann nun aus der Geschwindigkeit und dem Flächeninhalte des Querschnittes berechnen, wie viel Masseneinheiten Blutes während der Zeiteinheit das fragliche Stück des Kreislaufes durchströmen, und zwar strömt das Blut mit der Temperatur des Anfangsquerschnittes hinein, mit der des Endquerschnittes heraus, daher ist seine von außen herrührende Wärmeeinnahme während der Zeiteinheit das Product aus jener Blutmasse der Wärmecapacität des Blutes und der Temperatur des Anfangsquerschnittes, die Wärmeausgabe während der Zeiteinheit aber setzt sich zusammen aus der Wärme, die an der Stelle dem Kreislaufe von außen entzogen wird, und die wir als bekanntes Rechnungsdatum angesehen haben, und aus dem Producte der durchströmenden Blutmasse, der Wärmecapacität des Blutes und der Temperatur des Endquerschnittes. Die an dem Orte erzeugte Wärme muß nun offenbar gleich sein der Wärmeausgabe, vermindert um die Einnahme, oder mit anderen Worten, die Wärmeeinnahme, zusammen mit der an Ort und Stelle erzeugten Wärme, muß gerade die Wärmeausgabe decken, damit das Gleichgewicht der Temperatur erhalten werde, d. h. daß an dem fraglichen Orte die Temperatur im Verlaufe der Zeit constant bleibt. Bildet man nun jene Differenz zwischen Ausgabe und Einnahme wirklich, so findet sich dieselbe gleich der Summe des mehrfach erwähnten Wärmeverlustes nach außen und des Productes aus der während der Zeiteinheit durchströmenden Blutmasse, der Wärmecapacität des Blutes und der Differenz zwischen der Temperatur des End- und Anfangsquerschnittes. Der erste Summand, der Wärmeverlust nach außen, ist immer positiv, es ist wenigstens höchst unwahrscheinlich, daß an irgend einer Stelle des Körpers die Temperatur des Blutes

Digitized by Google

in den Gefäßen geringer wäre, als die der umgebenden Gewebe, und nur in diesem Falle könnte jener Wärmeverlust für eine Partie des Kreislaufes negativ ausfallen, d. h. ein Wärmegewinn sein. Der zweite Summand hingegen kann sehr wohl negativ sein, und zwar ist er es jedesmal dann, wenn die Temperatur des Endquerschnittes niedriger als die des Anfangsquerschnittes ist. In einem solchen Falle wäre also die dargestellte Summe, welche die an Ort und Stelle erzeugte Wärmequantität mißt, kleiner als ihr erster Summand, d. h. eben diese Wärmequantität kleiner als die von derselben Stelle nach außen abgegebene Wärmemenge. Mit anderen Worten ausgedrückt, nimmt sich dies Resultat so aus: wenn an einer Stelle des Kreislaufes weniger Wärme erzeugt wird, als nach außen abgeleitet wird, so verläßt das Blut diese Stelle weniger warm, als es in dieselbe eintrat. Jedenfalls geht aus dieser Betrachtung die Wahrheit der Eingangs schon aufgestellten Behauptung hervor, daß es irrthümlich sei, wenn man annehme, eine Körperstelle müsse eine um so intensivere Wärmeentwickelung besitzen, eine je höhere Temperatur sie besitzt. Die Temperatur des Ortes geht gar nicht ein in den Ausdruck für die Intensität der Wärmeentwickelung, wenigstens dann nicht, wenn man die Wärmeableitung nach außen als an und für sich gegeben ansieht. Die Ableitung nach außen ist zwar ceteris paribus der Temperatur proportional, aber sie hängt außerdem noch von vielen anderen Umständen ab, die eben durch den ganzen thierischen Körper hin keineswegs paria sind. Es kann daher sehr gut der Fall vorkommen, daß von zwei gleich großen Abschnitten des Kreislaufes der eine eine höhere Temperatur besitzt als der andere, und daß gleichwohl von letzterem mehr Wärme abgeleitet wird als von ersterem und daß mithin in letzterem auch mehr Wärme erzeugt werden muß als in ersterem, wenigstens wenn, was ja ebenfalls möglich ist, die auf die Strömung bezüglichen Umstände für beide Abschnitte dieselben sind.

Um diese ganze Betrachtung übersichtlich in Form einer Gleichung hinschreiben zu können, wollen wir die einzelnen darin vorkommenden Größen durch Buchstaben bezeichnen, sei namentlich V der Verlust und G der Gewinn durch selbständige Wärmeerzeugung in dem betrachteten Abschnitte des Kreislaufes während der Zeiteinheit; sei ferner t die Temperatur des Anfangs-, t' die des Endquerschnittes, B die während der Zeiteinheit durchströmende Blutmenge, endlich c die Wärmecapacität des Blutes. Zwischen diesen Größen besteht alsdann zufolge der obigen Auseinandersetzung die Gleichung:

$$V - G = Bc\,(t - t').$$

Versuchen wir es jetzt einmal, mit Hülfe dieser Gleichung die Temperatur- 158
differenzen des arteriellen und venösen Blutes beim Menschen zu beleuchten. Wir würden dann den ganzen kleinen Kreislauf ins Auge zu fassen haben, und unsere beiden Endquerschnitte würden den gesammten Blutstrom, etwa in der Lungenarterie (resp. rechten Herzen) und der Lungenvene (linken Herzen) durchsetzen. Bekanntlich wollen Becquerel und Breschet die Temperatur des letzteren um 0,65° im Mittel höher gefunden haben, als die des ersteren, so daß wir $t - t' = -0{,}65$ zu setzen hätten. Nehmen wir als die Zeiteinheit

Digitized by Google

einen Tag, nehmen wir ferner $c = 1$ an (die Wärmecapacität des Blutes gleich der des Wassers), und legen wir endlich die Angabe Valentin's zu Grunde, daß in der Minute 7500 Grm. Blut die Lungen durchströmen (eine Angabe, die eher zu niedrig als zu hoch sein dürfte, so ergiebt sich $Bc\,(t - t') = -7020000$. Mithin müßten in den Lungencapillaren mindestens (wenn nämlich $V = 0$ wäre — was von der Wahrheit jedenfalls sehr weit absteht) 7020000 Wärmeeinheiten gebildet werden. Nach überschlägigen Rechnungen, die Helmholtz in seiner mehrfach citirten Abhandlung angiebt, beträgt aber die während 24 Stunden frei werdende Gesammtwärme nur 2750000 Einheiten. Danach mag man die Temperaturangabe von Becquerel und Breschet beurtheilen. In neuerer Zeit sind von G. v. Liebig in Bischoff's Laboratorium Untersuchungen über die Temperaturdifferenz des arteriellen und venösen Blutes angestellt, die sich sehr gut mit unseren Betrachtungen vertragen. Er findet nämlich die Temperatur im rechten Herzen höher als im linken*), und giebt als kleinsten Werth der Differenz 0,04°, als größten 0,10° an, so daß wir in unserer Formel $t - t' < 0{,}10$ und $> 0{,}04$ zu machen hätten. Führen wir mit

*) In der Arbeit von Liebig werden übrigens außer den Temperaturschwankungen von Ort zu Ort noch zeitliche Schwankungen in der Temperatur des venösen Blutes verzeichnet. Wir sind überzeugt, daß dieselben, wenn sie in Wirklichkeit vorhanden wären, jedenfalls nicht durch gewöhnliche thermometrische Beobachtung, wie es Liebig behauptet, erkannt werden können. Seite 46 der citirten Abhandlung heißt es, daß die Temperatur in der vena cava zwischen Ein- und Ausathmung den höchsten, gegen Ende der Ausathmung den tiefsten Stand erreicht; die Größe der Schwankungen wird zu 0,07° bis 0,10° angegeben. Auf der folgenden Seite ist sogar von Schwankungen um 0,02° die Rede, welche eintreten sollen wenn 78 Athemzüge in der Minute erfolgen. Es ist vollkommen sicher, daß die in einer großen Thermometerkugel enthaltene Queckſilbermasse innerhalb $\frac{1}{78}$ Minute ihre Temperatur nicht mit der der umgebenden Flüſſigkeit ausgleichen kann. Es kann höchstens (und das kaum) die äußerste, der Glaswand anliegende Schicht in dieser kurzen Zeit angefangen haben, die umgebende neue Temperatur anzunehmen. Soll nun aber der Erfolg, d. h. die Gesammtausdehnung, herrührend von dieser partiellen Erwärmung der Queckſilbermasse, derselbe sein, als ob die Temperatur der ganzen Masse um 0,02° gestiegen wäre, so muß jedenfalls der wirklich mehr erwärmte kleine Theil des Queckſilbers eine viel höhere Temperatur angenommen haben. Um so mehr müßte also die Temperaturschwankung der umgebenden Flüſſigkeit unvergleichlich bedeutender sein. An einem Beispiel wird sich am deutlichsten sehen lassen, wie die Sache gemeint ist. Ein Thermometer tauche in einen Wasserstrom, dessen Temperatur 10° wäre; plötzlich soll während $\frac{1}{78}$ Minute eine Wassermasse in Continuität mit der übrigen vorüberströmen, deren Temperatur 11° beträgt. Niemand wird daran zweifeln, daß hierbei die Erwärmung durch das Glas der Thermometerkugel hindurch noch so unbedeutend ist, daß die abgelesene scheinbare Temperaturschwankung höchstens 0,02° betragen konnte. Andererseits wird aber gewiß Jeder zugeben und Liebig selbst wird nicht in Abrede stellen wollen, daß das venöse Herzblut nach einer Inspiration nicht um einen ganzen Grad wärmer ist, als nach einer Exspiration. Wir glauben daher, daß die angeführten zeitlichen Temperaturschwankungen irgend welchen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden müssen. Wir können uns insbesondere des Gedankens nicht erwehren, daß parallaktische Ablesungsfehler, durch kleine unvermeidliche Bewegungen des Thermometers bedingt, daran schuld sind.

Digitized by Google

diesen beiden Werthen die Rechnung aus, so ergiebt sich im ersten Falle $Bc\ (t - t') = 432000$, im zweiten $Bc\ (t - t') = 1080000$. Nach Helmholtz' Angaben ist der Wärmeverlust durch die Lungen etwa $^1/_5$ des Gesammtverlustes, also während 24 Stunden $= 550000 = V$. Dieser würde, wenn man $G = 0$ setzt, d. h. annimmt, daß gar keine Wärme in den Lungen frei würde, eine Temperaturdifferenz zu Gunsten des rechten Herzens bedingen, welche ins Bereich der Liebig'schen Zahlen fällt, aber die kleinste davon würde, wie man sieht, noch einen positiven Werth von G fordern, die größte einen negativen, d. h. sich gar nicht mit der Angabe Helmholtz' vertragen; mit anderen Worten, sie setzt jedenfalls einen noch viel größeren Werth von V voraus, wobei natürlich nicht entschieden ist, ob $G = 0$ oder > 0 ist. So viel sieht man jedenfalls sogleich, daß die Genauigkeit der angeführten Versuche, so groß sie auch schon ist, doch noch nicht hinreicht, zu entscheiden, ob in den Lungen Wärme frei wird oder nicht, selbst wenn der Werth von V aus anderen Versuchen mit vollkommener Sicherheit bekannt wäre.

Offenbar ist auch gerade der kleine Kreislauf, obgleich in den Lungen, an und für sich genommen, die Abkühlungsbedingungen sehr günstige sind, doch der Ort, wo die Temperaturdifferenzen am kleinsten zu erwarten sind. Nach unserer Gleichung nämlich ist $t - t' = \frac{V-G}{Bc}$, d. h. die Temperaturdifferenz ist im Allgemeinen um so kleiner, je größer B, je mehr Blut den fraglichen Abschnitt in der Zeiteinheit durchströmt; und im kleinen Kreislaufe ist in jedem Augenblicke eine gleich große Blutmasse, wie sie im übrigen ganzen Körper vertheilt ist, auf den engen Thoraxraum zusammengedrängt, daher B immer verhältnißmäßig sehr groß zu denken ist. Fassen wir dagegen ein Stück des großen Kreislaufes ins Auge, und denken uns eine Capillarenausbreitung nicht gar fern von der äußeren Oberfläche, etwa in der Cutis oder selbst in der Mundhöhle, so sind die Abkühlungsbedingungen (Wärmeleitung nach außen) der Art, daß ein großes V zu erwarten ist. Der Blutstrom ist aber an dieser Stelle weit weniger dicht als in den Lungen, B also nicht nur absolut, sondern verhältnißmäßig (zur Größe des Stückes) viel kleiner als in obigem Falle, G wird ceteris paribus mit der Dichte des Blutstromes abnehmend gedacht werden können, so daß also an einem solchen der Bruch, welchem $t - t'$ gleich ist, einen großen Zähler und einen kleinen Nenner, also einen großen Werth bekommt. So darf man also z. B. erwarten, daß die aus der Mundhöhle rückführenden Venen und die darin verbreiteten Capillaren selbst Blut von ziemlich viel geringerer Temperatur enthalten werden, als die zuführenden Arterienstämmchen. Bei ganz tief im Inneren des Körpers gelegenen Stellen des Kreislaufes, etwa bei einem Stückchen Leber oder anderen Stücken der Bauch- und Beckeneingeweide, wird sich die Sache noch anders gestalten. Die Abkühlungsbedingungen sind hier so, daß V höchst wahrscheinlich merklich gleich Null wird. G wird daher an solchen Stellen größer als V werden und dadurch $t - t'$ einen negativen Werth bekommen, d. h. aber nichts Anderes, als das in den tiefer im Inneren gelegenen Theilen befindliche und daraus zurückkehrende Blut besitzt eine höhere Temperatur als das Blut der

Digitized by Google

zuführenden Arterien. Im ganzen Arteriensysteme, wenigstens so weit es aus Gefäßen von nicht mikroskopischer Größe besteht, dürfte nun wohl unbestritten überall ein und dieselbe Temperatur herrschen, und da die der Oberfläche nahe gelegenen Theile eine niedrigere, die tiefer gelegenen eine höhere Temperatur besitzen müssen als jene überall gleiche Temperatur des Arterienblutes, so sieht man, daß um so mehr diese letzteren wärmer als jene ersteren sein müssen. In der That fand auch in letzterer Zeit wieder L. Fick*) einen weit außerhalb der Fehlergränzen liegenden Unterschied zwischen der Temperatur der Mundhöhle und der des Rectums. Ja er fand sogar bei Thieren Rectum und Vagina merklich wärmer als das Herz, was mit unseren soeben gemachten Deductionen vollständig im Einklange steht, denn im Herzen mischt sich das aus dem Inneren kommende wärmere Blut mit dem kälteren, was aus den äußeren Theilen zurückkommt, und nimmt so wieder die von der Temperatur des Arterienblutes, wie wir sahen, nur sehr wenig verschiedene Temperatur des Venenblutes im kleinen Kreislaufe an.

159 Es ist ohne Zweifel dem Leser nicht entgangen, daß die soeben mitgetheilten Betrachtungen und die Beobachtungen, auf welche sie sich stützen, ganz geeignet sind, die im vorigen Capitel ausgesprochenen Ansichten über die Entstehungsweise der thierischen Wärme von einer anderen Seite her wahrscheinlich zu machen. Wenn nämlich in der That, wie an jener Stelle behauptet wurde, die chemischen Umsetzungen der Körperbestandtheile, die vorzugsweise durch die Gegenwart des durch die Respiration ins Blut aufgenommenen freien Sauerstoffes bedingt sind, als einzige Quellen der Wärme anzusehen sind, so wird an allen Stellen der Blutbahn Wärme frei werden, da überall der Sauerstoff in Berührung mit oxydabelen Substanzen ist. Andererseits läßt sich aber kaum die Annahme von der Hand weisen, daß in den Capillaren des großen Kreislaufes, welche die functionirenden Organe durchziehen, vorzugsweise die wärmeerzeugenden Oxydationen vorfallen, da der Sauerstoff des Blutes hier vorzugsweise die durch die Function der Organe schon chemisch afficirten und darum zur Oxydation disponirten Stoffe antrifft. Aber auch in den Capillaren der Lunge darf man eine lebhafte Oxydation erwarten, weil hier das Blut noch am sauerstoffreichsten ist, indem er, eben aufgenommen, noch nicht zu Oxydationen verwandt worden ist, also hier ein anderer Umstand, wovon die Lebhaftigkeit des Oxydationsprocesses abhängt, das Maximum seiner Wirksamkeit entfaltet. Damit stimmen die aufgezählten Erfahrungen wenigstens qualitativ sehr gut, namentlich daß bei der großen Abkühlung in den Lungen das arterielle Blut kälter ist als das venöse, und daß sehr tief gelegene Gegenden des Leibes wärmer sind als selbst das rechte Herz.

160 Fassen wir jetzt den Thierkörper als Ganzes und abstrahiren von der Temperaturverschiedenheit einzelner Theile, die übrigens ohnehin immer nur sehr gering sind, so ergeben sich mehrere wichtige Folgerungen, die namentlich dann interessant und fruchtbar werden, wenn man verschiedene Thiergruppen in das

*) Müller's Archiv 1853, S. 408.

Digitized by Google

Bereich der Untersuchung zieht. Die mittlere Temperatur eines ganzen Thieres muß nämlich in derselben Weise wie die Temperatur einer besonderen Stelle angesehen und berechnet werden als das Resultat des Verhältnisses der Wärmezufuhr und der ableitenden Bedingungen. Natürlich ist hierbei die ganze Wärmezufuhr nichts Anderes, als die durch den Lebensproceß des Thieres gebildete Wärme, und die Wärmeabgabe sind die Wärmemengen, welche von der äußeren Oberfläche als solche ausgestrahlt oder abgeleitet wird, und welche andererseits zur Verdunstung des Wassers verwandt wird, und welche endlich zur Erwärmung der Ingesta auf die Temperatur des Körpers, bei welcher sie als Egesta wieder entfernt werden, verbraucht wird. In beiden letzteren Beziehungen sind große und kleine Thiere gleich gestellt, in Beziehung auf die Wärme aber, welche durch Ausstrahlung und Ableitung verloren geht (und welche nach Nr. 147 den größten Theil der Gesammtwärme ausmacht), sind große und kleine Thiere von einander verschieden. Die unter sonst gleichen Verhältnissen von einem Körper ausgestrahlten und abgeleiteten Wärmemengen stehen begreiflicherweise im geraden Verhältnisse zur Größe seiner Oberfläche. Bei ähnlicher Gestalt wächst die Oberfläche nicht so schnell als das Volumen, denn die Oberfläche wächst proportional der zweiten, das Volumen proportional der dritten Potenz ein und derselben linearen Dimension. Sind also zwei ähnliche, ungleich große Körper von demselben Material, derselben Oberflächenbeschaffenheit und derselben Temperatur in ein und demselben Mittel der Abkühlung ausgesetzt, so wird in gleichen Zeiträumen beim größeren Körper die Abkühlung einen nicht so großen Bruchtheil der gesammten, in ihm enthalten gewesenen Wärme betragen als in dem kleineren. Sollen also beide durch einen inneren Verbrennungsproceß auf gleicher Temperatur erhalten werden, so muß dieser bei dem kleineren Körper verhältnißmäßig viel intensiver sein als beim größeren, d. h. für ein Gramm Substanz muß beim kleineren Körper mehr verbrannt werden als für ein Gramm Substanz beim größeren.

Bei zwei verschiedenen Thieren kann man zwar keineswegs alles Uebrige, wie in der soeben angestellten Betrachtung geschah, vollkommen gleich setzen, namentlich nicht die Gestalt und die Oberflächenbeschaffenheit (Wärmeleitungsfähigkeit und Ausstrahlungsvermögen der äußeren Bedeckungen), gleichwohl ist aber der eine Factor der Größe so vorwiegend wirksam, daß er sich in den Versuchen sehr deutlich bemerklich macht, und zwar ganz in der eben abgeleiteten Weise, was aufs Neue wieder rückwärts der zu Grunde gelegten Anschauung als Stütze dient, daß die thierische Wärme den Oxydationsprocessen ihren Ursprung verdankt. Wenn auch, nach dem vorigen Capitel, die wärmeerregenden Umsetzungen keineswegs bloß in Verbrennung von Kohlenstoff bestehen, so kann doch jedenfalls bei ähnlich genährten Thieren die Kohlensäureexhalation als proportional dem ganzen Stoffwechsel und folglich als proportional den Wärmequellen gelten. Letellier*) bestimmte die Kohlensäureexhalation für verschiedene Thiergattungen, deren Temperatur merklich gleich war

*) Annales de chimie et de physique. 3te Reihe, Bd. XIII, S. 478.

Digitized by Google

bei gleicher Temperatur der umgebenden Luft. Große Vögel, Tauben und dergl. deren Gewicht ungefähr 159 Gr. betrug, hauchten an Kohlensäure aus

für ein Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . . 4gr,581,

kleine Vögel, deren Gewicht nur etwa 28 Gr. betrug, hauchten dagegen aus

für ein Kilogramm Körpergewicht in einer Stunde . . . 13gr,034.

Ein anderer Versuch desselben Forschers vergleicht Meerschweinchen vom mittleren Gewichte 701,5 Gr. und Mäuse vom mittleren Gewichte 14,9 Gr. Auch diese beiden Thiergattungen gleichen sich annähernd in Beziehung auf Gestalt, Oberflächenbeschaffenheit und Temperatur.

Die Meerschweinchen lieferten

für 1 Kilogramm Körpergewicht in einer Stunde . 2gr,526 Kohlensäure,

die Mäuse hauchten aus

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . 16gr,711 »

Zu denselben Resultaten kam Regnault. Er verglich den Sauerstoffverbrauch von Hühnern (Gewicht im Mittel 1414gr,231) und von kleinen Vögeln (Gewicht im Mittel 23gr,6). Während die Hühner verbrauchten

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . 1gr,148 Sauerstoff,

verbrauchten die kleinen Vögel

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . 11gr,474 »

Es braucht wohl nicht besonders darauf aufmerksam gemacht zu werden, daß die Reduction auf 1 Kilogramm Körpermasse das Verhältniß der Intensität des Stoffwechsels bei verschiedenen Thieren stört, da der Antheil fast todter Materie (Federn, Haare ꝛc.), die zum Stoffwechsel so gut wie gar nicht mitwirken, bei verschiedenen Thieren ganz verschieden ist. Dennoch wird Niemand den soeben angestellten Vergleichungen einen großen Werth absprechen, so lange man strengere Methoden nicht anwenden kann, um so weniger, als in den Vergleichungen schon jetzt das Gesetzmäßige nicht zu verkennen ist.

Setzen wir jetzt die Größe zweier Thiere gleich, aber die Temperatur oder den Ueberschuß derselben über die Temperatur des umgebenden Mittels verschieden, so wird das Thier von höherer Temperatur in der Zeiteinheit, nach dem oben erwähnten Gesetze (Nr. 156), mehr Wärme verlieren, als das von niederer Temperatur, und folglich einen lebhafteren Stoffwechsel nöthig haben, um seine höhere Temperatur zu behaupten. In dieser Beziehung bietet die Arbeit von Regnault über die Respiration ebenfalls einige beachtenswerthe Versuche dar. Er bestimmte die absorbirte Sauerstoffmenge einmal bei Hühnern, die mit Hafer und Brod gefüttert wurden, dann bei Kaninchen, deren Größe mit der der Hühner nahezu übereinstimmten, und die mit Brod und Blättern gefüttert wurden. Das Kaninchen absorbirt im Mittel

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . 0gr,914 Sauerstoff,

während das Huhn, das eine höhere Körpertemperatur zu erhalten hat, verbraucht:

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . 1gr,186 »

Diese beiden Versuche sind um so vollständiger unter einander vergleichbar, da der Stoffwechsel bei den verglichenen Thieren offenbar sehr ähnlich war.

Digitized by Google

Bei den Kaninchen nämlich wurden $\frac{930}{1000}$ des absorbirten Sauerstoffes, bei den Hühnern $\frac{932}{1000}$ desselben zur Bildung von Kohlensäure, der Rest in beiden Fällen zur Bildung von Wasser verwandt.

Die hier entwickelten Principien sind weiter ausgebeutet in der vergleichenden Uebersicht des Thierreiches von Bergmann und Leuckart (IV. Abschnitt). Es finden sich daselbst höchst scharfsinnige und fruchtbare teleologische Betrachtungen über den Zusammenhang der Intensität des Stoffwechsels und der Wärmebildung mit der Größe und der Lebensweise verschiedener Thiergattungen. Wir können hier nicht weiter in diese interessante Materie eingehen, haben namentlich die sogenannten kaltblütigen Thiere ganz unerwähnt lassen müssen. In diesem Betreff muß der Leser auf die citirte Stelle verwiesen werden, wo er außerdem auch noch Bemerkungen findet über die sonst dunkle Frage, wie es den warmblütigen Thieren möglich wird, sich so verschiedenen äußeren Bedingungen der Wärmeableitung anzupassen, ohne daß die Temperatur der inneren Organe bedeutend geändert wird.

Es folgen hier noch einige numerische Data über die Temperatur ver- 161
schiedener Organismen. Ich entnehme sie zum größten Theil dem bereits oben citirten Werke von Gavarret.

I. Temperaturbestimmungen einiger Säugethiere und Vögelarten.

Säugethiere.

Bezeichnung.	Temperatur.	Beobachtungsort.	Beobachter.
Hammel	37,3° — 40,00	Rectum.	J. Davy.
Desgl.	39,5 — 40,00	»	»
Desgl.	40,0 — 40,50	»	»
Ziege	40,00	»	»
Affe	35,50	»	Prevost u. Dumas.
Pferd	36,80	»	»
Hund	37,40	»	»
Meerschweinchen	38,00	»	»
Kaninchen	38,00	»	»
Hammel	38,00	»	»
Katze	38,50	»	»
Ziege	39,20	»	»
Erwachsenes Meerschweinchen	35,76	»	Despretz.
Hund von drei Monaten .	39,48	»	»
Erwachsene Katze	39,78	»	»
Ochs	37,50	»	J. Hunter.
Kaninchen	37,50	»	»

Digitized by Google

Bezeichnung.	Temperatur.	Beobachtungsort.	Beobachter.
Eſel	36,95	Rectum.	J. Hunter.
Eſelin	37,78	Vagina.	»
Tiger	37,20	Rectum.	J. Davy.
Gemeine Ratte	38,80	»	»
Gemeiner Haſe	37,80	»	»
Vögel.			
Gemeiner Sperling . . .	42,10	Rectum.	J. Davy.
Gemeine Taube (im Käfig) .	42,10	»	»
Gemeines Huhn	42,50	»	»
Gemeine Droſſel	42,80	»	»
Taube (frei)	43,30	»	»
Gemeines Huhn	43,90	»	»
Gemeine Ente	43,90	»	»
Reiher	41,00	»	Prevoſt u. Dumas.

Als Mittelzahlen aus vielen Beobachtungen ergeben ſich die Körpertemperaturen in verſchiedenen Lebensaltern, nach Bärenſprung, wie folgt:

Kind unmittelbar nach der Geburt . . .	30,250*)
» etwas ſpäter	29,56
» in den erſten 10 Tagen	30,04
» bis zu Pubertät	30,1
Erwachſener von 15 bis 20 Jahren . .	29,91
» » 21 » 30 » . . .	29,66
» » 31 » 40 » . . .	29,69
» » 41 » 50 » . . .	29,55
» » 51 » 60 » . . .	29,57
» » 61 » 70 » . . .	29,67
» » 80 » . . .	29,97.

Zwiſchen den beiden Geſchlechtern findet ſich beim Menſchen kein merklicher Temperaturunterſchied.

Die Temperaturſchwankungen nach der Tageszeit ſind gleichfalls von Bärenſprung beſtimmt und finden ſich ſeine Reſultate in nachſtehender Tabelle zuſammengeſtellt. Die Temperaturen ſind in Graden der Réaumur'ſchen Scala angegeben und unter der Achſel gemeſſen.

*) Die folgenden Angaben ſind gemacht in Graden der Réaumur'ſchen Scala.

Digitized by Google

Tageszeit.	Stunde.	Puls.	Temperatur.	Zahl der Beobachtungen.
Morgens im Bett vor dem Kaffee	5 — 7	50	29,35	2
» nach dem Kaffee	7 — 9	57,3	29,75	3
Vormittags	9 — 11	62,5	29,81	4
Vor dem Mittageſſen	1 — 2	59,5	29,47	4
Nach » »	2 — 4	66,5	29,73	5
Nachmittags	4 — 6	74,4	29,99	5
»	6 — 8	74	29,95	4
Nach dem Abendbrot	8 — 10	67,3	29,62	6
Vor Schlafengehen bei der Arbeit .	10 — 12	61,3	29,48	3
Nachts aus dem Schlaf geweckt . .	12 — 2	59,6	29,32	5
» » » » » . . .	2 — 4	44	29,05	1

Am Schluſſe dieſes Capitels mag noch ein Wort über Temperaturbeſtim- 162
mungen von lebenden Körpertheilen Platz finden. Die erſte zu erfüllende Bedingung iſt natürlich die, daß das angewandte Verfahren nicht ſelbſt die Temperatur des fraglichen Theiles verändert. Die Gefahr, dieſe Bedingung unerfüllt zu laſſen, iſt am größten bei der Beſtimmung der Oberflächentemperatur des Körpers. Legt man auf die Haut eine Thermometerkugel und umgiebt dieſelbe irgendwie mit einem ſchlechten Wärmeleiter (der ſonſt an dieſer Stelle nicht befindlich iſt), ſo wird ſofort die Temperatur der Stelle geſteigert werden; denn man hemmt dadurch den Wärmeabfluß, ohne daß in der Wärmezufuhr eine Aenderung einträte. Es ſcheint mir, daß überhaupt zur Beſtimmung der Hauttemperaturen thermoelektriſche Apparate dem gewöhnlichen Thermometer vorzuziehen wären. Man kann die anzulegenden Löthſtellen ſo klein machen, daß ihre Anlegung die Abkühlungsbedingungen nur in einem ſo kleinen Umfange verändern, daß der unmittelbare Wärmeaustauſch mit der Nachbarſchaft die Temperatur der dem Verſuche unterbreiteten Stelle immer genau auf der Höhe erhält, die ſie ohne Anlegung des Werkzeuges eingehalten hätte. Gavarret ſchlägt in dieſem Sinne zuſammengelöthete dünne Metallplatten vor. Ich ſehe nicht ein, welchen Vortheil dieſe den ſonſt auch ſchon angewandten feinen zuſammengelötheten Nadeln gegenüber bieten ſollten. — Die zweite unerläßliche Bedingung einer brauchbaren Temperaturbeſtimmung iſt, daß die Kugel des Thermometers oder die Löthſtelle des thermoelektriſchen Apparates wirklich ganz die Temperatur des Theiles annimmt, welche beſtimmt werden ſoll. Man weiß aus der Theorie, daß irgend ein Körper, der mit einer conſtanten Wärmequelle verbunden iſt, ſtreng genommen, deren Temperatur niemals genau erreicht, wenn er ſie nicht ſchon von Anfang an hatte, ſelbſt dann nicht, wenn er ganz in die Wärmequelle eingetaucht iſt, weil die Intenſität des die Ausgleichung herbeiführenden Wärmeſtromes in jedem Augenblicke der noch vorhandenen Temperaturdifferenz proportional iſt, alſo mit ihr zugleich unendlich klein wird. Die Temperatur eines in eine conſtante

Digitized by Google

Wärmequelle eingetauchten Körpers nähert ſich der Temperatur derſelben, wie man ſich auszudrücken pflegt, aſymptotiſch, anfangs raſch, allmälig immer langſamer, ohne ſie jedoch jemals ganz zu erreichen. Für unſere Bedürfniſſe kann jedoch dieſe Unvollkommenheit ganz unbeachtet bleiben, um ſo mehr, da die Temperaturen der Wärmequellen, mit denen wir es in der Wirklichkeit zu thun haben, doch nicht abſolut conſtant ſind. Senkt man alſo ein Thermometer in eine Höhle des thieriſchen Körpers ein, ſo wird daſſelbe, nach längerer oder kürzerer Friſt, indem es mit immer abnehmender Geſchwindigkeit ſteigt, die wahre Temperatur der Höhle mit der Genauigkeit zeigen, die überall erreichbar iſt. Die Zeit, welche hierzu erfordert wird, kann natürlich nicht allgemein als eine beſtimmte angegeben werden, ſie hängt von den Umſtänden des einzelnen Falles ab: von der Größe der Thermometerkugel, von der Leitungsfähigkeit der die meſſende Flüſſigkeit umgebenden Hülle u. ſ. w. Man braucht aber dieſen Zeitraum auch nicht vorher zu kennen, es zeigt ſich vielmehr im Verlaufe des Verſuches ſelbſt, wann er abgelaufen iſt. Es iſt in dieſer Beziehung die Regel feſtzuhalten (die auch ſchon früher meiſt, wenigſtens von ſorgfältigen Beobachtern befolgt worden iſt): das Thermometer hat die zu beſtimmende Temperatur angenommen, wenn es innerhalb fünf Minuten nicht mehr merklich ſteigt. Wenn dagegen das eingeführte Meßinſtrument ſelbſt eine namhafte Wärmeableitung hervorbringt, ſo kann es niemals die Temperatur des Körpertheiles, die beſtimmt werden ſoll, auch nur mit einer relativen Genauigkeit anzeigen. Die Temperatur eines mit einer Wärmequelle verbundenen Körpers nämlich nähert ſich der Temperatur der letzteren auch nicht einmal aſymptotiſch, ſobald er mit Wärmereſervoiren von anderer Temperatur in leitender Verbindung ſteht, durch die ein erheblicher Theil der von der Quelle zugeleiteten Wärme abfließen kann. Tauchte man z. B. eine Thermometerkugel zur Hälfte in eine Flüſſigkeit, deren Temperatur conſtant erhalten wird, ſo würde doch nimmermehr das Thermometer die wahre Temperatur der Flüſſigkeit zeigen, ſelbſt wenn länger als fünf Minuten die Queckſilberſäule nicht mehr geſtiegen wäre; es würde ſich vielmehr ein Gleichgewichtszuſtand zwiſchen der in die erſtere Hälfte der Kugel einſtrömenden und der aus der oberen Hälfte (in die Luft) ausſtrömenden Wärme herſtellen, das für die Thermometerkugel eine zwiſchen der Temperatur der Flüſſigkeit und der der Luft gelegene Temperatur erfordert. Bei Meſſungen der Temperatur von Körperhöhlen hat man dies aber nicht zu befürchten, ſobald man (wie dies ja auch immer geſchieht) die Thermometerkugel ganz in die Höhle verſenkt und ſie um die Glasröhre herum dicht verſchließt. In der That kann die dünne Röhre von Glas — einem ſchlecht leitenden Material — und die verſchwindend dünne, noch dazu vollſtändig in Glas eingeſchloſſene Queckſilberſäule unmöglich einen erheblichen Theil der zugeleiteten Wärme entführen. Natürlich iſt dieſer Anforderung um ſo vollſtändiger entſprochen, je dünner die Röhre im Verhältniß zur Kugel iſt. Eine dicke Kugel, die demnach günſtig wäre, hat freilich den Mißſtand zur Folge, daß die Temperaturausgleichung länger dauert. Einen anderen Nachtheil könnte man auf den erſten Blick noch davon befürchten, der aber bei genauerer Ueberlegung nicht vorhanden iſt. Man könnte nämlich glauben, eine dicke

Digitized by Google

Thermometerkugel absorbirte selbst eine große Wärmequantität und setzte so die Temperatur, die bestimmt werden soll, herunter. In der That wäre dies der Fall, wenn man es mit einer bestimmten Wärmemenge zu thun hätte, z. B. ein abgeschlossenes Stück Materie würde einer Thermometerkugel, die dagegen nicht verschwindend klein wäre, eine geringere Temperatur mittheilen, selbst wenn alle Wärmeableitung verhindert wäre. Wir haben es aber hier mit einem dynamischen Gleichgewicht von Zu- und Abfluß zu thun, und dabei muß eine noch so große Thermometerkugel zuletzt die Temperatur eines Theiles annehmen, in den sie ganz eingesenkt ist.

Viertes Capitel.

Thierische Wärme in krankhaften Zuständen.

Wir haben in den vorigen Capiteln gesehen, daß die Wärmeökonomie ge- 163
wissermaßen einen in jedem Augenblicke gezogenen Rechnungsabschluß des gesammten organischen Haushaltes darstellt, in so fern jeder Umsatz schließlich in der Wärmesumme als positiver oder negativer Summand erscheinen muß. Es ist daher von vornherein zu erwarten, daß wenn der organische Haushalt krankhaft von der Norm abweicht, auch die Wärmeökonomie eine andere werden wird. Leider sind die Forschungen über diesen so außerordentlich wichtigen Gegenstand, da seine Natur das Experiment im Allgemeinen verbietet und uns auf bloße gelegentliche Beobachtung beschränkt, noch nicht weit gediehen. Es liegen nur Temperaturbestimmungen kranker Körper und Körpertheile vor, insbesondere die zahlreichen exacten Messungen von Bärensprung*) und Traube**). Es kann daher an dieser Stelle nichts weiter geschehen, als Mittheilung der wesentlichsten Resultate dieser verdienstvollen Untersuchungen.

Was zunächst die Störung oder allmälige Hemmung des gesammten Stoffwechsels durch Nahrungsentziehung betrifft, so ist ohne Weiteres aus theoretischen Gründen ersichtlich, daß dabei die Temperatur des Körpers sinken muß, da die Wärmequellen allmälig versiegen, während die Abzugsgräben offen bleiben. Es liegen über diesen Punkt ältere Versuche von Chopat***) vor, die keinen Zwei-

*) Müller's Archiv, 1851, S 125, und 1852, S. 217.

**) Beobachtungen und Bemerkungen zur Pathologie und Therapie des Typhus. Berliner Charité-Annalen, Jahrgang 1850, S. 436. — Ueber die Wirkung der Digitalis ꝛc., ebenda Jahrgang 1850, S. 522, und Jahrgang 1851, S. 1. — Krisen und kritische Tage. Berlin 1852 (auch in der deutschen Klinik).

***) Recherches expérimentales sur l'inanition. Paris 1843.

Digitized by Google

fel übrig lassen. Er findet, daß die Temperatur hungernder Thiere sinkt und zwar immer rascher, je mehr sie sich dem Tode nähern. Thiere, deren Temperatur im gesunden Zustande 42° C. beträgt, zeigten beim Hungertode nur noch 26° C. Der Einfluß der Tageszeiten macht sich bei hungernden Thieren ungleich fühlbarer als bei gesunden. Es scheint, nach Chopat, sogar, als ob die Abkühlung die wesentlichste Todesursache beim Verhungern sei, denn künstliche Erwärmung kann ein schon fast verhungertes Thier wieder dahin bringen, daß es von Neuem Nahrung assimilirt und fortlebt. — Bärensprung hat Entziehungscuren zum Zwecke der Heilung von Syphilis benutzt, um am Menschen zu experimentiren; er fand jedoch die Temperatur nicht namhaft erniedrigt, was er dem Umstande zuschreibt, daß gleichzeitig febrile Aufregung vorhanden war, welche die Temperatur zu erhöhen strebt. Ohnehin besteht ja übrigens die Entziehungscur nur im Ausschluß der Fleischkost und Beschränkung der sonstigen Nahrung.

Abnorme Verminderung der Blutmasse durch Aderlässe hat, nach den übereinstimmenden Experimenten an Thieren von Marshall Hall und Bärensprung, eine lange andauernde Verminderung der Körpertemperatur um 0,2 bis 0,4° R. zur Folge, die sich aber erst nach einigen Schwankungen 2 bis 3 Tage nach der Operation einstellt. Während des Aderlasses selbst steigt die Temperatur in der Regel um wenige Zehntelgrade, wohl in Folge von Convulsionen, dann sinkt sie unter die Norm, um vor dem dritten Tage noch ein oft über der Norm liegendes Maximum zu erreichen; darauf tritt die schon bezeichnete Erniedrigung der Temperatur ein, deren Dauer nicht bestimmt wurde.

164 Wir kommen zu den Temperaturbestimmungen in eigentlichen Krankheiten. In erster Linie verdienen die fieberhaften Krankheiten Berücksichtigung, die ausnahmslos mit Erhebung der Temperatur über die Norm einhergehen. Ich theile zunächst einige Beobachtungsreihen, von Bärensprung in verschiedenen fieberhaften Krankheiten angestellt, vollständig mit. Die Temperatur wurde überall bestimmt durch ein in die wohlverschlossene Achselhöhle eingesenktes Quecksilberthermometer, und mit der definitiven Ablesung so lange gewartet, bis die Quecksilbersäule während fünf Minuten nicht mehr gestiegen war. Die Temperatur ist angegeben in Graden der Réaumur'schen Scala.

Digitized by Google

24jähriger Mann. Wechselfieber (tertiana anteponens) mit reinen Apyrexien.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athemzüge in der Min.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
10. IV.	2 pm.	80	14	29,75	
	9 vesp.	76	14	29,6	Apyrexie. Verord.: Pulv. febrifug. Unzeri.
11. IV.	7 mat.	88		29,6	
	9 mat.	100		30	Noch keine Frostempfindung. Etwa um 10 Uhr
	11 am.	112	22	33,1	heftiger Frost bis nach 12 Uhr. Um 11 Uhr
	1 pm.	120	30	33	waren Gesicht und Hände bleich und fühl,
	4 pm.	112		32,6	Rumpf von natürlicher Wärme.
	6 pm.	116		32,25	Um 4 Uhr noch trockenes Auge mit stark ein-
	10 vesp.	92	16	31,5	genommenem Kopf. Um 6 Uhr Haut feucht.
12. IV.	1 noct.	88	18	31	Nachts starker Schweiß bis zum Morgen.
	7 mat.	100		30,3	
	2 pm.	96	14	30	Apyrexie.
	9 vesp.	80	12	29,75	
13. IV.	5 mat.	92	16	29,3	
	7 mat.	108	18	31,25	Leichtes Frösteln. 8½ Uhr Schüttelfrost.
	9 mat.	108	25	33,05	Frostst.
	10 am.	116	22	33,25	
	1 pm.	120	32	33,1	Hitzest. bald nach 10 Uhr beginnend.
	5 pm.	104		32,2	Schweißst.
	9 vesp.	104		31,3	
14. IV.	7 mat	88		30,3	
	1 pm.	92	14	30,2	Apyrexie
	9 vesp.	76		29,6	
15. IV.	10 am.	108	20	32,9	Hitzest.
	9 vesp.	96	16	31	Schweißst.
16. IV.	7 mat.	72	14	29,8	
	1 pm.	80		29,6	Apyrexie. 12 Gr. Chinin. sulph. genommen.
	8 vesp.	80	14	29,4	
17. IV.	5 mat.	84		30,8	
	7 mat.	80		30,6	Kein Anfall; aber der Kranke empfindet
	1 pm.	76	16	30,3	wiederholt Frösteln und Ziehen im Rücken.
	9 vesp.	80		30	
18. IV.	7 mat.	60	12	29,2	Noch einmal 12 Gr. Chinin. sulph. ge-
	10 vesp.	56	14	29,2	nommen.
19. IV.	7 mat.	64	18	29,6	
	1 pm.	84	16	29,6	
	8½ vesp.	72		28,8	
22. IV.	7 mat.	68		29	Verbraucht: Cort. Chin. ℥j.
	2 pm.	80	14	29,4	Cort. Cinnamom. ℥j.
	9 vesp.	72		29,2	Opii pur. Gr. ij.
23. IV.	7 mat.	60		29,4	
	1 pm.	72	16	29,75	
	9 vesp.	68	14	29,4	

Digitized by Google

23jähriger Mann. Variolois.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athmung.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
14. I.	7 vesp.	116	32	33,5	Eruptionsfieber
	10 vesp.	116		33,5	
15. I.	9 mat.	84	20	31,05	
	4 pm.	80	16	30,7	Exanthem im Stadium der Papelbildung.
	9 vesp.	76	18	30,4	
16. I.	8 mat.	76	16	30,3	
	8 vesp.	72	14	30,6	
17. I.	8 mat.	76	14	30,5	Exanthem im Stadium der Bläschenbildung.
	9 vesp.	80	18	30,7	
18. I.	7m at.	76	16	30,4	
20. I.	7 mat.	80	16	30,75	
	11 am.	84	16	30,75	
	4 pm.	88	18	30,85	Exanthem im Stadium der Pustelbildung.
	9 vesp.	88	16	30,8	
21. I.	7 mat.	80	16	30,6	
	9 vesp.	80	16	30,8	
24. I.	9 vesp.	68	16	29,9	Exanthem im Stadium der Verschorfung.
26. I.	11 am.	64	16	29,3	Reconvalescenz.

Abdominaltyphus.

Datum.	Stunde.	Puls.	Respiration.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
4. X.	9 mat.	92	18	31,4	Der 31jährige Kranke war bereits 9 bis 10 Tage krank, als er am 4. X. in Behandlung kam. Der Verlauf war im Allgemeinen leicht, die Diarrhoen mäßig, torpider Charakter des Fiebers. Nachts Delirien, Tags Betäubung. Exspectative Behandlung. Gegen den 10. hatte sich Hypostase der Lungen, am 14. Hypatisation des rechten unteren Lungenlappens ausgebildet. (Senega infusum mit liq. ammon. anisat.) Am 30. befand sich der Kranke seit etwa 8 Tagen in der Reconvalescenz.
	2 pm.	92		31,3	
	7 vesp.	100	22	31,7	
5. X.	9 mat.	96	18	31,4	
	2 pm.	92	18	31,4	
	5 pm.	96		31,5	
	8 vesp.	100	20	31,7	
	10 vesp.	108	24	31,75	
6. X.	9 mat.	88	14	31,5	
14. X.	9 mat.	112	24	31,6	
	8 vesp.	120	32	32	
30. X.	9 mat.	56		29,3	
	7 vesp.	60	14	29,3	
4. XI.	10 mat.	64		29,5	

Digitized by Google

24jähriger Mann. Pneumonia sinistra. Hepatisation schon am ersten Tage gefunden.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athmung.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
14. III.	12 mer.	108	36	32,75	9 Uhr: Aderlaß von 14 ℥,
	9 vesp.	120	36	33,1	danach tartar. stibiat.
15. III.	7 mat.	100	24	32	gr. VI. aq. destill. ℥ VI, alle 2 Stunden 1 Eßlöffel.
	2 pm.	108		32,25	12 Schröpfköpfe.
	10 vesp.	120	38	33	
16. III.	6 mat.	100	32	32	
	10 am.	100	32	32,25	Aderlaß von 12 ℥.
	2 pm.	104	32	32	
	10 vesp.	116	36	32,6	In der Nacht mäßiger Schweiß. Pulvis Doweri.
17. III.	8 mat.	96	22	32,25	
18. III.	8 mat.	80	18	31,5	In der Nacht starker Schweiß. Keine Sputa.
20. III.	9 mat.	64	15	29,4	Hepatisation hat sich durch
	7 vesp.	60	15	28,7	Resorption getheilt ohne
22. III.	7 vesp.	60	12	29,1	eiterige Sputa.

Es folgen noch einige Beobachtungsreihen von Traube; die Temperaturen sind in der Achsel gemessen und in Graden der 100theiligen Scala angegeben.

40jähriger Mann an Pleuropneumonie leidend.

Tag der Krankheit.	Exacerbationszeit.		Remissionszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
III.	104	40,8°	91	40,6°
IV.	99	40,75	92	40,3
V.	97	40,6	80	38,7
VI.	72	37,75	56	37,1

Digitized by Google

Mädchen von 18 Jahren an leichtem Typhus leidend.

Tag der Krankheit.	Remissionszeit.		Exacerbationszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
X.	—	—	112	41,1°
XI.	100	39,3°	108	39,8
XII.	100	38,6	104	40,3
XIII.	92	38,3	100	39,9
XIV.	92	38	100	40,1
XV.	84	37,9	100	39,9
XVI.	84	37,6	96	39,7
XVII.	80	37,3	88	39,3
XVIII.	88	37,1	80	38,9
XIX.	92	36,8	80	38,3
XX.	72	36,8	68	37,4
XXI.	76	37,025	68	37,5
XXII.	68	37,1	80	37,5
XXIII.	80	36,9	—	—

Mann von 29 Jahren an heftigem acuten Trachealkatarrh leidend.

Tag der Krankheit.	Remissionszeit.		Exacerbationszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
IV.	—	—	72	39,025°
V.	68	40°	60	39,95
VI.	56	39	60	39,5
VII.	52	38,5	52	37,5
VIII.	48	37,425	—	—

165 Die allgemeinen Sätze, welche aus diesen und ähnlichen Beobachtungen gefolgert werden, sind kurz folgende:

1) Temperaturerhöhung über die Norm ist ein constantes Symptom des Fiebers. Traube hält sie sogar mit den Alten für das eigentliche Wesen des Fiebers. Die Temperaturschwankungen sind geradezu ein Abbild vom Verlaufe der Krankheit, der in einer Temperaturencurve graphisch dargestellt werden könnte.

Digitized by Google

Daher ist die Temperatur prognostisch von Wichtigkeit. Auch diagnostisch kann sie verwerthet werden, es macht sich oft ein sonst übersehener Fieberparoxysmus durch Temperaturerhöhung bemerklich.

2) Die während des Fiebers statthabende erhöhte Temperatur kann auf zweierlei Weisen zur Norm zurückkehren, entweder sprungweise (Krisis), so daß sie in einem Zeitraum von 12 bis 36 Stunden um 2 bis 3 Grade sinkt, oder allmälig (Lysis) während der Reconvalescenz, namentlich wenn sich dieselbe nach einer Krisis einstellt, ist die Temperatur häufig 0,5 bis 1 Grad unter der Norm. Krisen erfolgen nur an ungeraden Tagen der Krankheit (Traube).

3) Im Allgemeinen geht zwar die Temperatursteigerung einer abnormen Pulsfrequenz parallel, doch ist sie dieser keineswegs proportional, und kommen namentlich Fälle vor (siehe die letzte Beobachtungsreihe von Traube), wo neben einer außerordentlich hohen Temperatur eine sehr geringe Pulsfrequenz besteht. Andererseits kann zuweilen eine bedeutende Pulsfrequenz ohne namhafte Temperaturerhöhung vorkommen.

4) Die höchste mit Sicherheit beobachtete Temperatur in fieberhaften Krankheiten kann zu 34° R. angegeben werden. Es scheint, daß der Körper keine höhere Temperatur verträgt.

5) Die höchsten Temperaturen kommen in den Paroxysmen solcher Fieber vor, die sich durch kurzdauernde Paroxysmen auszeichnen, nämlich bei Intermittens und exanthematischen Fiebern. Fieber mit langsamerem Verlaufe, die remittirenden, typhösen, hektischen, entzündlichen, lassen nie die höchsten Temperaturwerthe beobachten. Die längste Dauer einer Temperatursteigerung über 33 Grad war 4 Stunden (Intermittens; siehe die erste Tabelle). Eine Temperatursteigerung über 32 Grad dauerte 4 Tage (in dem mitgetheilten Falle von Pneumonie). Die andauerndste (11 Tage) Steigerung der Temperatur über 31 Grad wurde in einem Typhus beobachtet (siehe den mitgetheilten Fall von Typhus). Geringere Temperatursteigerungen von 30 bis 31 Grad erträgt offenbar der Organismus Wochen und Monate lang. Solche wurden namentlich bei hektischen Fiebern beobachtet.

6) Die höchste Temperatur scheint ans Ende des Froststadiums zu fallen, wenigstens ist dies beim Wechselfieber Regel. Die subjective Empfindung sagt also nichts über die Körperwärme aus. Bei remittirenden Fiebern fällt freilich das Maximum oft ans Ende der trockenen Hitze. Bei Fiebern mit langem Hitzestadium mischt sich in die dem Krankheitsverlaufe verdankten Temperaturschwankungen noch die normale tägliche Schwankung ein.

Die Temperaturabnahme nach Krisis und Lysis kann nicht allein der Verdunstung des Schweißes auf Rechnung gesetzt werden, denn sie kommt auch ganz ohne Schweiß vor, namentlich bei der Eruption der Exantheme.

7) Der Temperaturunterschied zwischen Exacerbation und Remission beträgt bei remittirenden Fiebern 0,4 bis 1,1 Grad. Dieser Unterschied wird bei abnehmender Lebenskraft immer größer.

Digitized by Google

8) In Fällen mit tödtlichem Ausgange pflegt diesem eine bedeutende Steigerung der Temperatur vorherzugehen.

166 Unter den Krankheiten, die mit einer merklichen Erniedrigung der Körpertemperatur einhergehen und die sich durch einen auffallenden allgemeinen Collapsus auszeichnen, steht die asiatische Cholera obenan. Es wird bei dieser Krankheit gemeiniglich besonders die Temperatur der Mundhöhle ungemein niedrig gefunden. Zwei von Bärensprung mitgetheilte Fälle, in welchen sich dies Verhalten scharf ausprägt, mögen hier Platz finden.

Knabe von 17 Jahren.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athmung.	Ort der Messung.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
24. V.	3 pm.	fehlt.		Mund	24,7° R.	Stadium algidum. Cyanose. Kälte des Gesichts, der Zunge und der Extremitäten. Herzschlag matt 120. Respiration unregelmäßig. Brechen und Laxiren heftig. Stadium reactionis; Haut gleichmäßig warm, nicht heiß. Brechen und Laxiren haben aufgehört; Urinsecretion ist zurückgekehrt; etwas Stupor.
				Brust	25,1	
				After	29,1	
26. V.	10 am.	80	20	Mund	28,25	
				Hand *)	27,75	
				Brust	26	
				After	29,5	

Mann von 65 Jahren.

14. V.	8 mat.	100 sehr klein	26	Hand	24° R.	Stadium algidum; seit 6 Stunden ist der Kranke eiskalt, cyanotisch, bricht und laxirt.
				Mund	21,25	
				Brust	26,25	
				After	28,5	

Abgesehen von spontan entstehenden Krankheiten, kann die Körpertemperatur durch Medicamente zum Sinken gebracht werden. Insbesondere hat dies Traube bei der Digitalis erwiesen, von der man schon wußte, daß sie unfehlbar die Pulsfrequenz vermindert. Eine tabellarisch zusammengestellte Beobachtungsreihe mag genügen.

*) Thermometer in die geballte Faust.

Digitized by Google

39jähriger Mann an rheumatismus acutus articulorum leidend.

Tag der Krankheit.	Exacerbationszeit.		Remissionszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
X.	108	39,6° C.	95	39,3° C.
XI.	94	39,5	85[I]	39,3
XII.	83	39,4[II]	68	38,6
XIII.	76	38,4	73	37,8[III]
XIV.	79	37,9	75	38,2
XV.	68—72	38,2	66—68½	38,25
XVI.	68½	39[IV]	68[V]	38,9
XVII.	88	38,8	92	38,8
XVIII.	92½	38,8	88	38,8[VI]
XIX.	88	39,05	80	38,4
XX.	80	38,95	75	38,3
XXI.	76	38,4	76	38,25
XXII.	71	37,8	67	37,5

Bemerkungen. I. Beginn der Wirkung der Digitalis (deren Gebrauch am neunten Krankheitstage begonnen hatte) auf den Puls.

II. Beginn der Digitaliswirkung auf die Temperatur.

III. Temperaturminimum unter der Einwirkung der Digitalis.

IV. Höchster Stand, den die Temperatur nach eingetretenem Minimum von Neuem erreicht.

V. Minimum der Pulsfrequenz unter Einwirkung der Digitalis.

VI. Eintritt der täglichen Schwankungen, welche die Temperatur im fieberhaften Zustande darbietet.

Auf diese und mehrere ähnliche Beobachtungsreihen gestützt, stellt Traube folgende Sätze auf:

1) Nicht nur die Pulsfrequenz, sondern auch die Temperatur kann unter Einwirkung der Digitalis in großen Dosen (2stündlich 3¾ Gran) bis tief unter die Norm herabsinken.

2) Die Temperaturerniedrigung steht nicht in einem augenfälligen zeitlichen und quantitativen einfachen Abhängigkeitsverhältniß zu der gleichzeitigen Verminderung der Pulsfrequenz.

3) Die Wirkung der Digitalis auf die Pulsfrequenz tritt entweder (und zwar gewöhnlich) früher als die Wirkung auf die Temperatur oder gleichzeitig mit derselben ein.

4) Die Verminderung der Pulsfrequenz beginnt 24 bis 48 Stunden, die Temperaturverminderung 36 bis 60 Stunden nach Beginn der Anwendung des Mittels.

Digitized by Google

5) Nicht nur die Pulsfrequenz, sondern auch die Temperatur fährt fort, sich zu vermindern, nachdem das Mittel bereits ausgesetzt ist.

Einige andere Sätze, die sich auf andere Wirkungen der Digitalis beziehen, sind ausgelassen.

Die Messungen der Temperatur entzündeter, an der Oberfläche liegender Körpertheile, welche Bärensprung angestellt hat, können nur vergleichsweise verwendet werden. Die Methode nämlich scheint nicht mit Sicherheit die absolute Temperatur der betreffenden Stelle zu geben. Er setzt auf die Haut eine Thermometerkugel, die zwar durch eine Glasglocke vor Luftzug geschützt ist, die aber darum doch nicht wohl die Temperatur der Haut vollkommen annehmen kann. Ueberdies muß das Aufsetzen der Glasglocke schon die Temperatur der untersuchten Stelle verändern. Es bleibt freilich immerhin interessant, verschiedene nach derselben Methode gewonnene Zahlen zu vergleichen. So findet sich unter Anderem, daß eine Hautstelle durch die Congestion, welche ein Senfteig hervorruft, nicht wärmer wird (?). Eine mit Masernexanthem bedeckte Haut zeigt sich um 2,75° R. wärmer als die gesunde. Aehnliches ergiebt sich bei Erysipelas und Scarlatina. Längere Zeit gelähmte Körpertheile findet Bärensprung in der Regel weniger warm als gesunde. Zum Zwecke der Hauttemperaturmessung dürften wohl feine thermoelektrische Nadeln geeigneter sein als Thermometer.

167 Es knüpfen sich an die mitgetheilten Thatsachen noch Betrachtungen, die hier nicht bei Seite gelassen werden können. Vor Allem entsteht die Frage, die auch von den Forschern, deren Arbeiten das Vorstehende entlehnt ist, in den Vordergrund gestellt wird: Ist die krankhafte Steigerung oder Erniedrigung der Temperatur ein Ausdruck für eine entsprechende Steigerung oder Verminderung des Stoffumsatzes? Nach den im vorigen Capitel dargelegten Grundsätzen kann nämlich eine Veränderung der Körpertemperatur zwei ganz wesentlich verschiedene Ursachen haben. Eine Steigerung der Temperatur z. B. kann hervorgebracht werden entweder durch ein reichlicheres Fließen der Wärmequellen oder durch eine Hemmung des Wärmeabflusses. Man könnte sich also denken, daß die (objective) Fieberhitze durch ein lebhafteres Verbrennen bei gleichen Wärmeableitungsbedingungen entstehe, dafür sprechen manche Umstände, die Bärensprung (der sich überhaupt dieser Ansicht entschieden zuneigt) namhaft macht. Er führt die rasche Abmagerung, die copiose Harnstoff- und Kohlensäureausscheidung an, die auf einen lebhaften Verbrauch organischer Materie hindeuten. Die rasche Abmagerung ist allerdings eine leicht und oft constatirte Thatsache; über die reichlichere Harnstoffausscheidung liegen aber doch nur sehr wenige, und über die reichlichere Kohlensäureausscheidung in fieberhaften Krankheiten liegen meines Wissens gar keine Beobachtungen vor. Die Abmagerung könnte also doch wohl auch aus der unterdrückten Assimilation, ohne daß die Verbrennung gerade rascher als sonst vor sich geht, erklärt werden. Andererseits liegt die physikalische Möglichkeit vor, die Fieberhitze abzuleiten, aus verminderter Wärmeableitung, die, wenn sie in geeignetem Maße einträte, selbst bei verminderter Verbrennung eine abnormere Steigerung der Temperatur zu Wege bringen könnte. Eine directe

Digitized by Google

Entscheidung der Frage, ob die Fieberhitze der einen oder der anderen Art von Umständen auf Rechnung zu setzen ist, könnte natürlich nur durch calorimetrische Versuche herbeigeführt werden. Wenn man geradezu die Wärmequantität, die ein Fieberkranker während einer bestimmten Zeit abgiebt, nebst Anfangs- und Endvorrath gemessen hätte, so kennte man die Wärmequantität, welche er während dieser Zeit producirt hat. Man könnte diese mit der vergleichen, die er im gesunden Zustande während der gleichen Zeit producirt. Ich glaube aber kaum, daß man in der nächsten Zeit an die Ausführung solcher Versuche denken kann. Man müßte offenbar — so zu sagen — das ganze Krankenzimmer zum Calorimeter einrichten. Man kann solche Versuche an Kranken um so weniger erwarten, da sie an Gesunden noch nicht einmal angestellt sind, wo sie doch entschieden weniger Schwierigkeiten machen würden.

Bei dem hohen Interesse, welches die hier angeregte Frage für die gesammte Heilkunde hat, muß man sich daher auch noch nach indirecten Wegen umsehen, die wenigstens einstweilen einen Wahrscheinlichkeitsbeweis für die eine oder andere Alternative anbahnen könnten. Am nächsten liegt wohl folgender Gedanke. Da die ausgehauchte Kohlensäure- und die ausgeschiedene Harnstoffmenge annähernd einen Maßstab für die Lebhaftigkeit des Stoffwechsels abgeben, so ist man wohl einigermaßen berechtigt, anzunehmen, daß die von einem Thier producirte Wärmemenge eine Summe sei, deren einer Summand der ausgehauchten Kohlensäure-, deren anderer der ausgeschiedenen Harnstoffmenge proportional ist. Man hätte somit zwei constante Coefficienten zu denken, mit denen die Kohlensäure- und die Harnstoffmenge zu multipliciren wäre; die Summe beider Producte würde die erzeugte Wärme darstellen. Man dürfte wohl ferner darauf rechnen, daß diese beiden Coefficienten bei Thieren, deren Stoffwechsel im Ganzen dem des Menschen ähnlich ist, nicht merklich von den für den Menschen geltenden verschieden wären. Aus calorimetrischen Versuchen an solchen Thieren ließen sich diese Coefficienten leicht berechnen. Bestimmte man nun nachher bei einem Kranken die Kohlensäure- und Harnstoffmenge, so könnte die von ihm erzeugte Wärmemenge unter Zulassung der Hypothese berechnet und mit der im gesunden Zustande erzeugten verglichen werden. Es würde sich alsdann mit einiger Wahrscheinlichkeit behaupten lassen, ob die Temperaturerhöhung beim Fieber von gesteigerter und die Temperaturerniedrigung in der Cholera von verminderter Wärmeerzeugung herrührten. Derartige Bestimmungen sind aber noch äußerst wenige gemacht. Es kann nicht geläugnet werden, daß sie — und namentlich die Kohlensäurebestimmungen — ihre großen, aber wohl nicht unüberwindlichen Schwierigkeiten haben.

Weit weniger versprechend scheint mir ein anderer indirecter Weg zu sein. Man könnte nämlich auch aus einzelnen Versuchen die Größe der Ableitungswege der Wärme bestimmen. Wir haben dieselben in einem früheren Capitel kennen gelernt und wissen daher, wie viele Größen bekannt sein müßten, um sie quantitativ auszuwerthen. Verdunstung und Erwärmung der Luft in den Lungen wäre noch am ersten auszumitteln, obwohl auch die Temperaturbestimmung der Ausathmungsluft ihre eigenthümlichen Schwierigkeiten hat. Noch schlimmer

Digitized by Google

steht es aber mit der Bestimmung der Hautverdünstung und der Wärmeableitung und Ausstrahlung von der Haut. Man könnte in Betreff dieses Punktes etwa an calorimetrische Versuche im Kleinen mit einzelnen Körpertheilen — einer Extremität — angestellt denken; doch sieht man dabei keinen Weg, die Hemmung der Ausdünstung zu vermeiden, die sofort wieder die normalen Bedingungen abändern würde. Bärensprung hat einige hierher gehörige Versuche angestellt, zunächst freilich in der Absicht, die scheinbaren Hauttemperaturen zu erklären, welche die zufühlende Hand des Arztes empfindet. Man weiß, daß die zufühlende Hand einen Gegenstand nur dann als warm empfindet, wenn er wirklich wärmer, und nur dann als kalt, wenn er wirklich kälter ist als sie selbst. Der Unterschied wird aber bei objectiver Gleichheit um so größer geschätzt, je rascher die Temperaturausgleichung zu Stande kommt. Diese kommt um so rascher zu Stande, ein je besserer Wärmeleiter der untersuchte Körper ist. So — weiß man — kommt uns ein Metallstück, das wärmer ist als die Hand, wärmer vor, als ein gleich warmes Holzstück. Aber ein Metallstück, das kälter als die Hand ist, kommt uns auch viel kälter vor, als ein gleich kaltes Holzstück. Die Raschheit der Temperaturausgleichung kann aber ferner noch durch Bewegung der Masse gesteigert werden, indem dann in der Zeiteinheit eine größere Anzahl von Theilchen Gelegenheit haben, die Temperaturausgleichung zu beginnen. Aus diesem Grunde verursacht z. B. bekanntlich ein kalter Wind in höherem Grade das Kältegefühl als gleich kalte unbewegte Luft. Man weiß, daß bei manchen Fieberkranken die zufühlende Hand eine fast unerträglich scheinende Hitze empfindet; man weiß ferner, daß ein Cholerakranker sich eiskalt anfühlt, obwohl in beiden Fällen die vom Thermometer ausgewiesenen wirklichen Temperaturunterschiede von der der untersuchenden Hand ziemlich unbedeutend sind. Die Haut des Fieberkranken wie die des Cholerakranken müßte sich also in Beziehung auf Wärmeaustausch gleich verhalten, beide nämlich müßten wie ein Metall, im Gegensatze zum Holz, einer sehr raschen Temperaturausgleichung günstige Eigenschaften besitzen, sei es nun, daß die Wärmeleitungsfähigkeit des Stoffes sehr groß wäre, oder sei es, daß eine lebhafte Blutcirculation vielen Theilchen während der Zeiteinheit zur Ausgleichung Gelegenheit giebt. Bärensprung's Versuche stehen mit dieser unbestreitbaren Schlußfolgerung in scheinbarem Widerspruch, der hier um so mehr ausgeglichen zu werden verdient, als die angezogene Abhandlung mit Recht in großem Ansehen steht. Er hat nämlich die Zeit bestimmt, während welcher die Thermometerkugel die Temperatur der Hautstelle, auf welcher sie steht, annimmt. Diese Zeit findet sich nun bei einem Cholerakranken im Verhältniß zu dem ausgeglichenen Temperaturunterschiede größer als beim Gesunden, beim Fieberkranken verhältnißmäßig kleiner. Man kann aber hieraus allein keineswegs schließen, daß die Wärmeleitungsfähigkeit der Haut beim Cholerakranken kleiner, beim Fieberkranken größer sein müßte als beim Gesunden. Die Ausgleichungszeiten sind nämlich bei gleicher Wärmeleitungsfähigkeit keineswegs den auszugleichenden Temperaturunterschieden proportional, vielmehr wird eine größere Temperaturdifferenz in verhältnißmäßig viel kürzerer Zeit ausgeglichen als eine kleinere. In der That war aber bei den Cholerakranken die anfäng-

Digitized by Google

liche Differenz kleiner, so daß trotz der verhältnißmäßig größeren Ausgleichungszeit das Wärmeleitungsvermögen doch erhöht sein konnte. Außerdem hat in den angezogenen Experimenten Bärensprung aus verschiedenen Zahlen arithmetische Mittel genommen, die der Natur der Sache nach nicht genommen werden dürfen. Daß die Wärmeleitung der Haut eines Fieberkranken die der gesunden Haut übertrifft, bleibt freilich immer noch sehr wahrscheinlich nach den erwähnten Versuchen, weil die anfänglichen Temperaturdifferenzen in den verglichenen wenigstens nahezu gleich waren.

Bei der Temperaturerhöhung entzündeter Körpertheile tritt eine andere 168
Frage auf, nämlich die: rührt diese her von der vermehrten Blutzufuhr oder von einer örtlich gesteigerten Wärmeerzeugung? Diese Frage ist aus dem Gesichtspunkte der Nr. 158 zu betrachten. Wir sahen daselbst, daß die Temperatur irgend einer Körperstelle abhänge von drei Größen: von der zugeführten Wärmemenge, deren größter Theil der zuströmenden Blutmenge proportional ist; von der abfließenden Wärmemenge, und von der an Ort und Stelle erzeugten Wärmemenge. Die zufließende Wärme an sich kann die Temperatur irgend einer Körperstelle offenbar nie auf einen höheren Grad bringen, als die Temperatur der Quelle, aus welcher sie fließt; mit anderen Worten: vermehrter Zufluß arteriellen Blutes kann an sich einen Körpertheil nicht wärmer machen, als das arterielle Blut selbst ist. Während also keineswegs behauptet werden kann, daß an einer Stelle, deren Temperatur von der des arteriellen Blutes übertroffen wird, keine Wärme frei wird, so ist doch das Umgekehrte unbedingt richtig: In einem Körpertheile, dessen Temperatur die des zuströmenden arteriellen Blutes übertrifft, muß jedenfalls Wärme gebildet werden. Stiege in einem solchen Körpertheile abnormer Weise die Temperatur noch höher, so wäre dies ein sicherer Beweis dafür, daß in demselben mehr Wärme als gewöhnlich frei wird. Dies ergiebt sich aus der in der citirten Nummer abgeleiteten Formel unmittelbar. Wir lassen den dort gebrauchten Buchstaben ihre Bedeutung und denken uns unter t' insbesondere die für den ganzen fraglichen Theil (dessen Capillarnetz ja als ein Abschnitt des Kreislaufes anzusehen ist) als constant geltende Temperatur, welche zugleich auch das aus demselben hervorströmende Venenblut ohne Zweifel haben wird. Wir schreiben die Formel: $t' - t = \frac{G - V}{B c}$, und wissen, daß unter den hier geltenden Voraussetzungen die Differenz linker Hand positiven Werth haben muß. Sie stellt den Temperaturüberschuß des Theiles (und des daraus strömenden Venenblutes) über die des zuströmenden Arterienblutes t vor. Dieser Ueberschuß nimmt nun offenbar mit wachsendem B, wenn alles Uebrige gleich bleibt, ab, d. h. eine raschere Blutströmung muß den Ueberschuß über die Temperatur des arteriellen Blutes vermindern, wenn nicht zugleich G größer wird, d. h. wenn nicht zugleich die örtliche Wärmebildung zunimmt. Würde also in einem entzündeten Theile der Temperaturüberschuß abnorm vergrößert gefunden, so wäre dies ein sicherer Beweis dafür, daß die örtliche Wärmebildung G abnorm gesteigert wäre, um so mehr, da die gesteigerte Temperatur den negativen Summanden V ebenfalls vergrößert. Würde aber ande-

Digitized by Google

rerseits in einem entzündeten Theile der sonst vorhandene Ueberschuß über die Temperatur des arteriellen Blutes vermindert gefunden, so wäre dies noch kein hinlänglicher Beweis für Verminderung der örtlichen Wärmebildung; denn die vermehrte Circulation strebt schon für sich diesen Erfolg hervorzubringen. Wie wir gleichfalls am angeführten Orte gesehen haben, sind nun gewisse Theile, deren normale Temperatur, nach den Messungen von Ludwig Fick, die des arteriellen Blutes übertrifft, der thermometrischen Messung zugänglich; es sind dies die in der Beckenhöhle gelegenen Theile. Es wäre daher wohl leicht ausführbar, zu untersuchen, ob ein entzündeter Uterus oder Mastdarm eine höhere Temperatur zeigt, als ein gesunder, und wenn dies der Fall wäre, so wäre bewiesen, daß ein entzündeter Körpertheil mehr Wärme producirt, als derselbe im gesunden Zustande.

Bärensprung hat nur oberflächliche entzündete Theile untersucht, deren Normaltemperatur von der des arteriellen Blutes bei Weitem übertroffen wird. Für solche ist also die Differenz $t - t'$ positiv und eine Vergrößerung von B (des Blutstroms) ist in demselben Sinne wirksam, wie eine Vergrößerung von G (der örtlichen Wärmebildung). Daher kann eine einfache Temperatursteigerung bis zu der des arteriellen Blutes noch nicht zur Entscheidung der hier aufgeworfenen Frage führen. Dahingegen würde ebenfalls eine Steigerung über die Temperatur des arteriellen Blutes hinaus, d. h. ein Negativwerden von $t - t'$, nur von einer Vergrößerung von G, nicht von einer Vergrößerung des Nenners B herrühren können. Eine derartige Steigerung darf man vielleicht bei Entzündungen der Mundschleimhaut, deren Normaltemperatur nur wenig unter der des arteriellen Blutes liegt, am ersten erwarten; auf diese könnte man also sein Augenmerk richten.

Digitized by Google

Sechster Abschnitt.

Optik.

Vorbemerkung.

Es scheint mir nothwendig, diesem Abschnitte einige Bemerkungen vorauszuschicken, weil ich darin einige Materien zu behandeln unterlassen habe, die vielleicht Mancher hier anzutreffen erwarten wird. Man ist gewöhnt, Alles, was zum Sehact in irgend welchem Bezuge steht, in den Abhandlungen der physiologischen Optik, zuweilen selbst in Lehrbüchern der allgemeinen Physik besprochen zu finden. Ich glaubte, dem in der Vorrede dargelegten Plane dieses Buches gemäß, von dieser Uebung abweichen zu müssen. In diesem Glauben bestärkte mich noch die Ueberlegung, daß die wegzulassenden Lehren in allgemein faßlicher Weise an vielen, Allen zugänglichen Orten behandelt werden, und daß ich daher durch ihre Weglassung für andere Dinge Raum gewinnen dürfte.

Der Lichtstrahl, so lange er in den brechenden Medien des Auges verweilt, ist unzweifelhaft Gegenstand der Physik. Sie hat die Entstehung des Bildes auf der Netzhaut zu erklären. Dies Bild aber übergiebt sie nun der Physiologie. Sie hat dasselbe durch den Sehnerven — wenn ein etwas uneigentlicher Ausdruck erlaubt ist — nach dem Hirn zu begleiten, und hat Rechenschaft zu geben von den Veränderungen und Wirkungen, welche die objectiven Reize erleiden und ausüben. Die Psychologie endlich bemächtigt sich des physiologisch bearbeiteten Empfindungsmaterials und baut daraus Vorstellungen, Begriffe, Urtheile ꝛc. auf.

Im Sinne dieser Betrachtung habe ich Alles, was auf den Gang der Lichtstrahlen im Auge Bezug hat, mit möglichster Ausführlichkeit behandelt. Ich habe zuerst ein ideales Auge mit absolut homogenen Medien und vollkommen sphärischen Flächen vorausgesetzt und dann die Wirkungen der kleinen Abweichungen des wirklichen Auges von diesem Ideal untersucht. Auch die Lehre

Digitized by Google

von der Accommodation gehört hierher und wird mithin ebenso ausgeführt. Andererseits aber habe ich Alles der Physiologie überlassen, was auf die Zustände der Nervenfaser Bezug hat, in welche sie durch Lichtreize versetzt wird; so wird also die Lehre von den Nachbildern, von den Contrastfarben ꝛc. hier nicht berührt. Endlich habe ich die Lehre von der Bildung der Raumvorstellung, von der Beurtheilung der Größe, von der Sehrichtung, so wie Alles, was mit binocularem Sehen zusammenhängt, z. B. Stereoskopie, als streng genommen psychologisch übergangen. Das Stereoskop als Instrument wird noch im letzten Abschnitte seine Stelle finden.

Was die Anordnung betrifft, so bin ich von der in den anderen Abschnitten befolgten, aus Zweckmäßigkeitsgründen, ein wenig abgewichen. Ich habe nämlich die am Organismus vorkommenden Erscheinungen — den Gang der Lichtstrahlen im Auge — als den umfangreichsten Theil des Abschnittes vorangestellt, dem sich dann einige Paragraphen gleichsam nur anhangsweise anschließen, die rein physikalische Erscheinungen enthalten. Der Erörterung des Ganges der Lichtstrahlen im Auge mußte nun aber wieder die allgemein physikalische Lehre von der Brechung in Systemen sphärischer Flächen vorangeschickt werden, so daß sich eine unsystematische Stellung der Capitel ergiebt. Hoffentlich wird mir daraus kein Vorwurf gemacht werden, um so weniger, als in einem Buche wie das vorliegende systematische Anordnung des Stoffes im Ganzen doch nur leerer Schein sein würde.

Erstes Capitel.

Von der Brechung an sphärischen Trennungsflächen.

169 Im ersten Bande*) von Müller's Lehrbuch der Physik ist durch geometrische Constructionen anschaulich gemacht, daß ein homocentrisches**) Strahlenbündel homocentrisch bleibt, wenn es eine von zwei Kugelsegmenten begränzte Glaslinie durchsetzt. Wir müssen hier in etwas allgemeinere Betrachtungen ein-

---

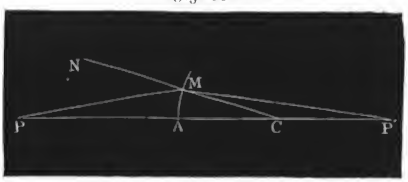
*) Seite 404 u. fgd. (4te Aufl.)

**) Homocentrisch heißt ein Bündel, dessen einzelne Strahlen, sich wirklich oder gehörig verlängert, alle in einem Punkte schneiden. Dieser Punkt soll das Centrum des Bündels heißen, das »physische«, wenn sich die Strahlen wirklich, das »geometrische«, wenn sich bloß die Verlängerungen ihrer Richtungen in ihm schneiden.

Digitized by Google

gehen, da die Strahlenbrechung im Auge der höheren Thierclassen durch mehrere hinter einander liegende Kugelsegmente hervorgebracht wird, ohne daß die Strahlen schließlich wieder in dasselbe Medium übergehen, aus dem sie gekommen sind. Wir fassen zunächst den einfachsten Fall ins Auge: Zwei verschieden stark brechende Medien — etwa Luft und Glas — sind durch ein Kugelsegment von einander getrennt, im Uebrigen aber unbegränzt, so daß ein aus der Luft in das Glas übergegangener Lichtstrahl in dem letzteren bleibt. Wir denken uns ein homocentrisches Strahlenbündel, aus der Luft kommend, treffe die sphärische Trennungsfläche, jedoch mit der Einschränkung, daß kein Strahl desselben mit der Tangentialebene der Trennungsfläche in dem Punkte, wo er diese trifft, einen Winkel bildet, der von einem rechten bedeutend abweicht; oder, was dasselbe sagt: Alle Strahlen des gedachten Bündels müssen mit der Linie, die ihr (physisches oder geometrisches) Centrum mit dem Centrum der Trennungsfläche verbindet, nur sehr kleine Winkel bilden, und es muß gleichzeitig der von Strahlen getroffene Theil der Trennungsfläche nur ein sehr kleiner Theil einer ganzen Kugel sein. Dieses angenommen, werden die an der Trennungsfläche gebrochenen Strahlen wieder ein homocentrisches Bündel bilden, und die Lage seines Centrums kann leicht gefunden werden, wenn man das Centrum des einfallenden Bündels, das Centrum der Trennungsfläche und den relativen Brechungsinder der beiden Substanzen kennt. Der Beweis wird, wie folgt, geführt*). Sei P das Centrum des einfallenden homocentrischen Lichtbündels, wir denken uns dasselbe hier physisch, d. h. wir denken uns einen Strahlenkegel, der wirklich vom Punkte P ausgeht. C sei der Mittelpunkt der gegen P hin convexen kugelförmigen Trennungsfläche zweier optisch heterogener Medien, und zwar sei der Punkt P in dem weniger stark brechenden Medium (etwa in Luft) gelegen, während die Kugelfläche mit ihrer concaven Seite das stärker brechende Medium (etwa Glas) umschließt; innerhalb des letzteren befindet sich also auch der Punkt C (Fig. 59). A ist der Punkt, wo die Verbindungslinie CP die Trennungsfläche trifft. PM sei nun ein nahe bei dieser Verbindungslinie einfallender Strahl des gedachten Bündels. AM ist alsdann der Durchschnitt der Trennungsfläche mit einer durch CP und den Strahl PM gelegten Meridianebene, die jedenfalls als Ebene der Zeichnung gedacht werden kann. Diese Ebene ist alsdann gleichzeitig für den vorgestellten Strahl PM die Bd. I, Nr. 172 definirte Einfallsebene, denn auf jedem unendlich kleinen, eben gedachten Elemente einer Kugeloberfläche steht der zugehörige Radius senkrecht; die Linie CM ist also die Normale zu dem um den Punkt M herum gelegenen Elemente der Trennungs-

Fig. 59.

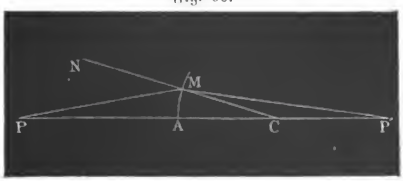


*) Lamé's Lehrbuch der Physik, übersetzt von Schnuse. Bd. II, S. 163.

Digitized by Google

fläche, ist, mit anderen Worten, für den bei M einfallenden Strahl das Einfallsloth. Die Ebene der Zeichnung enthält also das Einfallsloth nebst dem Strahle und ist, wie behauptet, eine Einfallsebene, folglich befindet sich der gebrochene Strahl, der nach dem ersten Grundgesetze der einfachen Brechung in der Einfallsebene verbleiben muß, ebenfalls in der Ebene der Zeichnung, und muß also die Linie PC irgendwo schneiden (allenfalls auch in unendlicher Ferne). Wir werden jetzt zeigen, daß alle Strahlen, die von P ausgehen und nach unserer engeren Annahme nicht weit von PC divergiren, diese Linie in einem und demselben Punkte schneiden. P' sei der Punkt, in welchem der Strahl PM nach seiner Brechung an der Trennungsfläche die Linie PC schneidet, so daß MP' die Richtung des gebrochenen Strahles ist. Wir wollen mit n den relativen Brechungsindex der beiden fraglichen Medien bezeichnen, ferner durch r die Entfernung des geometrischen Mittelpunktes der Trennungsfläche von dieser selbst oder den Halbmesser der Kugel, aus welcher die Trennungsfläche geschnitten ist, diese Größe soll positiv genommen werden, wenn in der Richtung des Ganges der Lichtstrahlen der Mittelpunkt hinter der Trennungsfläche liegt, in unserem Beispiel ist also $r = + AC$. Wir bezeichnen weiterhin durch p die Entfernung des Centrums unseres homocentrischen Lichtbündels von der Trennungsfläche auf der Verbindungslinie PC gemessen und nehmen diese Größe positiv, wenn das Centrum in der Richtung des Ganges der Lichtstrahlen vor der Trennungsfläche gelegen ist, in unserem Beispiel ist demnach $p = + PA$. Wir nennen p' die Entfernung des Punktes P', wo der gerade herausgegriffene Strahl nach seiner Brechung die Linie PC schneidet, entweder selbst oder rückwärts verlängert; die Rechnung ergiebt für diese Größe entweder einen positiven oder negativen Werth; ein positiver Werth ist so zu deuten, daß der Punkt P' hinter die Trennungsfläche (wie in der Zeichnung) fällt, ein negativer Werth bedeutet, daß der Punkt vor der Trennungsfläche liegt. Bedeute noch K die Länge des Bogens AM, sowie J und R beziehlich den Einfalls- und Brechungswinkel. Endlich sollen die vorhin für die betreffenden Punkte gebrauchten Buchstaben P, C, P' im Folgenden diejenigen Winkel bezeichnen, unter denen der Bogen AM von den Punkten aus erscheint, so daß P den Winkel MPA, C den Winkel MCA und P' den Winkel $MP'A$ bedeutet. Zwischen den so bezeichneten Größen finden offenbar folgende Beziehungen statt: $P = J - C$, da J oder der Winkel NMP als Außenwinkel der Summe der beiden inneren gegenüberliegenden im Dreieck PMC gleich ist; $P' = C - R$ nach demselben Satze angewandt auf das Dreieck $CP'M$, der Brechungswinkel R ist nämlich offenbar in der Figur $P'MC$. Ferner ist nach dem Brechungsgesetz (Bd. I, Nr. 172) $\sin J = n \cdot \sin R$. Da der Voraussetzung gemäß die Winkel J und

Fig. 60.



Digitized by Google

R klein sind, so kann man sie mit ihren Sinus selbst vertauschen *) und annäherungsweise setzen $J = nR$. Somit geht die Gleichung $P' = C - R$, wenn man sie mit n multiplicirt und mit der zuletzt geschriebenen combinirt, über in $nP' = nC - J$, und wenn man zu dieser die erste $P = J - C$ addirt, so ergiebt sich $P + nP' = (n-1)C$. Weil der Bogen AM der Voraussetzung nach ein sehr kleiner Theil der ganzen Peripherie ist, kann man ihn mit großer Annäherung ansehen als eine in A zu PC senkrechte Gerade, oder auch als Stück eines Kreises mit dem Radius PA oder $P'A$ beschrieben, und kann folglich für die Winkel P, P' und C substituiren die Quotienten $\frac{K}{p}$, $\frac{K}{p'}$ und $\frac{K}{r}$; dadurch ergiebt sich die Gleichung:

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{r} \text{ oder } p' = \frac{nrp}{p(n-1) - r};$$

die erste Folgerung aus dieser Gleichung ist aber die an die Spitze unserer Betrachtungen gestellte Behauptung, welche zu beweisen war, daß nämlich das gebrochene Lichtstrahlenbündel ebenfalls homocentrisch ist; denn der Werth von p' ist dadurch, daß die Größe K aus der Gleichung herausdividirt wurde, unabhängig von dem Winkel MPA geworden. Mit anderen Worten: Aus dem ursprünglich gedachten Strahlenbündel kann man jeden beliebigen Strahl herausgreifen, immer wird der zugehörige gebrochene Strahl die Linie PC in demselben Punkte P' schneiden. Immer natürlich unter der Voraussetzung, welche zu der Vereinfachung der Betrachtung führte, daß nämlich der Bogen K ein sehr kleiner Theil der ganzen Peripherie und daß P ein sehr kleiner Winkel ist. Je mehr man von der Erfüllung dieser Bedingungen abweicht, um so unrichtiger wird die als Schluß aufgestellte Behauptung.

Zwei Punkte von der gegenseitigen Beziehung der Punkte P und P' unseres Beispiels nennt man »conjungirte Brennpunkte«, und zwar nennt man einen solchen »reell«, wenn sich die physischen Strahlen in ihm wirklich schneiden, »virtuell« heißt er dagegen, wenn sich nur die geometrischen Verlängerungen der Strahlen in dem Punkte schneiden. Man nennt auch wohl den einen Punkt das optische Bild des anderen; welchen von beiden Punkten, ob P oder P', man als Object, und welchen man als Bild ansehen will, ist gleichgültig. In der obigen Ausführung sahen wir P als Object an, oder dachten uns physisch, die Strahlen seien von P ausgegangen und liefen nach der Brechung in P' zusammen; aber es ist offenbar, daß, wenn wir P' als ursprünglichen physischen Ausgangspunkt der Strahlen — als Object — gedacht 170

*) Der numerische Werth eines Winkels ist bekanntlich das Verhältniß der Bogenlänge, die er umspannt, zu dem Halbmesser des Kreises. Der numerische Werth seines Sinus ist das Verhältniß des von einem Ende des Bogens auf den anderen Schenkel gefällten Perpendikels zu demselben Halbmesser. Ist der Winkel klein, so ist das Perpendikel dem Bogen selbst fast gleich und die beiden definirten Verhältnisse weichen nicht merklich von einander ab.

Digitized by Google

hätten, es sich gezeigt hätte, daß die Strahlen nach dem Uebergang in das schwächer brechende Medium in P zusammengelaufen wären, denn jeder einzelne Strahl hätte nach dem Gesetze der Reciprocität denselben Weg in umgekehrter Richtung machen müssen, den wir ihn oben machen sahen.

171 Discutiren wir das Resultat der vorhin angestellten Rechnungen noch etwas weiter, so kommen wir zu Sätzen, die den Bd. I, Nr. 186 u. f. (4te Aufl.) über Linsengläser aufgestellten ganz analog sind. Betrachten wir zuerst den Fall, daß der Objectpunkt P in unendliche Ferne rückt, d. h. daß das einfallende Strahlenbündel aus parallelen Strahlen besteht, dann haben wir in der Gleichung der Größe p einen unendlichen Werth beizulegen. Dadurch wird $p' = \frac{nr}{n-1}$, d. h. parallele einfallende Strahlen laufen nach der Brechung in einem Punkte zusammen, der ein »Hauptbrennpunkt« der Trennungsfläche genannt wird und dessen Entfernung von derselben, »die Hauptbrennweite«, $\frac{nr}{n-1}$ beträgt. Fragen wir uns umgekehrt, wie weit vor der Trennungsfläche würden sich Strahlen durchschneiden, die von hinten (aus dem stärker brechenden Medium) parallel herkämen, oder fragen wir uns, was auf dasselbe herauskommt, von einem wie weit vor der Trennungsfläche gelegenen Punkte müßten Strahlen ausgehen, die nach der Brechung im zweiten Mittel parallel weitergehen sollen, so fragen wir nach dem »anderen Hauptbrennpunkte« der Trennungsfläche; seine Entfernung von derselben oder die »andere Hauptbrennweite« wird, wie man sieht, gefunden, wenn man in die Grundgleichung für p' den Werth ∞ einsetzt und p bestimmt. Man findet aber so $p = \frac{r}{n-1}$. Es ist beachtenswerth, daß die beiden Hauptbrennpunkte — wir wollen im Anschluß an eine später noch zu gebrauchende Nomenclatur den zuletzt bestimmten den ersten nennen — nicht gleich weit von der Trennungsfläche abstehen, vielmehr liegt ihr der erste $n$mal näher als der zweite. Die Entfernungen der beiden Hauptbrennpunkte vom Scheitel der Trennungsfläche, die Hauptbrennweiten mögen durch f und f' bezeichnet werden und die Fundamentalgleichung schreibt sich dann noch:

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{1}{f} = \frac{n}{f'}$$ oder durch Elimination von n wie folgt: $(p - f)(p' - f') = ff'$. Anders stellte sich die Sache bei einer beiderseits von Luft umgebenen Glaslinse heraus, denn bei einer solchen vereinigten sich parallele Strahlen in gleicher Entfernung von ihrem Mittelpunkte, mögen sie von der einen oder von der anderen Seite kommen.

Aus derselben einfachen Formel läßt sich fernerhin leicht ableiten, in welchen Fällen das Bild reell, in welchen virtuell wird. Am bequemsten übersieht sich das Ganze, wenn man einzelne Gruppen von Fällen gesondert behandelt. Wir bleiben zunächst noch bei der in der obigen Auseinandersetzung zu Grunde gelegten Anordnung stehen, wo die concave Seite der Trennungsfläche das stärker brechende Medium umschließt. Wir sahen schon soeben: wenn die

Digitized by Google

aus dem schwächer brechenden Medium kommenden Strahlen parallel waren, so vereinigen sie sich nach der Brechung im zweiten Hauptbrennpunkte, d. h. in der Entfernung $\frac{nr}{n-1}$ hinter der Trennungsfläche. Läßt man sie jetzt von einem Punkte kommen, der zwar nicht mehr in unendlicher Ferne, aber doch noch immer weiter vor der Trennungsfläche liegt, als der erste Hauptbrennpunkt, d. h. nimmt man $p < \infty$ aber $> \frac{r}{n-1}$, so zeigt die Formel, der man am bequemsten die Fassung $p' = \frac{nr}{(n-1)-\frac{r}{p}}$ giebt: die Vereinigungsweite wird größer als die Hauptbrennweite, weil der Nenner des sie messenden Bruches wegen des größeren Subtrahenden kleiner wird, und zwar um so größer, je mehr p abnimmt. Ist p der ersten Hauptbrennweite $\frac{r}{n-1}$ gleich geworden, so wird der Nenner des Bruches gleich Null, folglich sein Werth ∞. D. h., wie wir schon oben sahen, Strahlen, die vom ersten Hauptbrennpunkte ausgehen, vereinigen sich im zweiten Mittel in unendlicher Ferne, oder gehen in demselben parallel weiter. Wird ferner $p < \frac{r}{n-1}$, d. h. gehen die Strahlen von einem Punkte aus, der der Trennungsfläche noch näher liegt, als der erste Hauptbrennpunkt, so wird $\frac{r}{p} > (n-1)$ und der Bruch p' bekommt also ein negatives Vorzeichen, der absolute Werth dieser negativen Größe wird offenbar um so kleiner, je kleiner p wird. Eine negative Vereinigungsweite heißt aber nach der obigen Uebereinkunft nichts Anderes, als daß die gebrochenen Strahlen sich gar nicht wirklich vereinigen, sondern daß sich nur die geometrischen Verlängerungen der Strahlen rückwärts über die Trennungsfläche hinaus gezogen in einem Punkte schneiden. Eine negative Vereinigungsweite bedeutet mit anderen Worten ein virtuelles Bild auf derselben Seite der Trennungsfläche gelegen, von der die Strahlen herkommen. Fig. 61 führt einen solchen Fall vor. Die ausgezogenen Linien sind die wirklichen Strahlen, die vom Punkte P' ausgehen, die punktirten Linien sind die Verlängerungen der gebrochenen Strahlen, die sich in P' schneiden. Anschaulich wird noch das soeben Bewiesene, wenn man die Wirkung einer Trennungsfläche von der Natur der bisher betrachteten dahin definirt, daß sie die Divergenz der auffallenden Strahlen vermindert oder sie convergiren macht. Bedenkt man nun, daß die Trennungsfläche

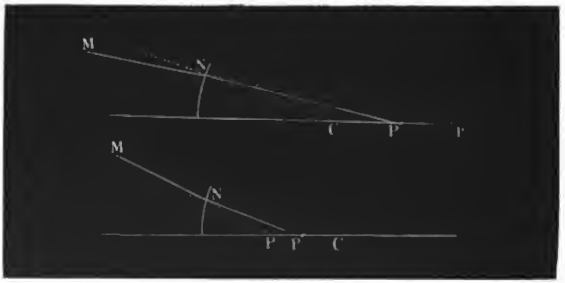
Fig. 61.

Digitized by Google

ein vom ersten Hauptbrennpunkte aus divergirendes Strahlenbündel bloß bis zum Parallelismus bringen kann, so ist klar, daß sie die Divergenz eines von einem noch näher gelegenen Punkte kommenden, also noch stärker divergirenden Bündels noch nicht einmal bis zum Parallelismus vermindern kann. In einem solchen Falle wird also das Bündel noch divergent austreten, d. h. es werden sich bloß die rückwärts verlängerten Strahlen in einem Punkte schneiden.

Fallen die Strahlen schon convergent auf die gedachte Trennungsfläche, so wird ihre Convergenz durch die Brechung nicht immer noch größer, sie vereinigen sich zwar immer reell in einem hinter der Trennungsfläche liegenden Punkte, der ihr aber zuweilen ferner liegt als der virtuelle Vereinigungspunkt, den sie ursprünglich hatten, d. h. das zu dem virtuellen Objecte gehörige Bild ist zwar allemal reell, liegt aber der Trennungsfläche bald näher bald ferner als das Object, je nachdem letzteres ferner oder näher als das Centrum der Fläche liegt. Ein Blick auf die Fig. 62 macht dies anschaulich. Im oben gezeichneten Falle ist

Fig. 62.



MN ein beliebiger Strahl eines Bündels, dessen virtueller Vereinigungspunkt P hinter dem Centrum C liegt. Er schneidet, weil er durch die Brechung dem Einfallslothe CN genähert wird, nach derselben die übrigen Strahlen und folglich die Linie CP in P' vor P. Im unten gezeichneten Falle ist MN ein Strahl eines convergenten Bündels, dessen virtueller Vereinigungspunkt P vor C gelegen ist. Weil er abermals durch die Brechung dem Einfallslothe CN genähert wird, schneidet er diesmal die Linie CP (und die übrigen Strahlen) in P' hinter P. In dem Gränzfalle, wo $p = r$ ist, fällt der virtuelle Vereinigungspunkt des einfallenden Bündels und der reelle des gebrochenen in einen Punkt, nämlich den Mittelpunkt selbst zusammen, weil in diesem Falle alle Strahlen, die Fläche senkrecht treffend, nach der Brechung ihren Weg gerade fortsetzen. Daß sich diese Resultate auch durch Rechnung aus der Formel herleiten lassen, versteht sich von selbst.

172 Wir gehen zu der zweiten möglichen Anordnung einer brechenden Vorrichtung aus zwei Mitteln über, wo das schwächer brechende Mittel von der concaven Seite der Kugelfläche begränzt wird. Die Gleichung, nach welcher alle durch eine solche Anordnung hervorgebrachten Brechungen zu beurtheilen sind, kann

Digitized by Google

aus der zuerſt entwickelten leicht abgeleitet werden. Wir waren oben von der Zergliederung des Vorganges ausgegangen, bei welchem ein Strahl phyſiſch fortſchreitend die convexe Seite der Trennungsfläche trifft, ſo daß das Centrum derſelben im zweiten Mittel enthalten iſt; dabei wurde der Halbmeſſer der Fläche als poſitive Größe in Rechnung gebracht. Ferner wurde der Abſtand des Objectes von der Trennungsfläche poſitiv gedacht, wenn es (reell) vor — im erſten Mittel —, negativ, wenn es (virtuell) hinter der Trennungsfläche gelegen war, und es wurde endlich das Vorzeichen der berechneten Vereinigungsweite ſo gedeutet, daß für ein + Zeichen der Vereinigungspunkt oder das Bild reell im zweiten Mittel gelegen ſei, während ein — Zeichen ein virtuelles Bild im erſten Mittel bedeutet. Dieſe ſämmtlichen Vereinbarungen können für den jetzigen Fall beſtehen bleiben, denn man kann ſich auch hier zuerſt vorſtellen, daß die Strahlen ſo fortſchreiten, daß ſie auf die convexe Seite der Fläche treffen, nur muß man ſie dann aus dem dichteren Mittel, aus dem Glaſe (wenn wir die Benennungen der beiden Mittel beibehalten) kommend denken, während ſie oben aus der Luft in das Glas übergehend gedacht wurden. Durch dieſe Umkehrung der Reihenfolge der Mittel wird aber nichts an der Formel geändert, als daß für den Brechungsinder n ſein reciproker Werth $\frac{1}{n}$ zu ſetzen iſt; denn wenn beim Uebergange des Lichtes aus Luft in Glas der Sinus des Einfallswinkels durch n zu dividiren iſt, um den Sinus des Brechungswinkels zu geben, ſo muß umgekehrt beim Uebergange aus Glas in Luft der Sinus des Einfallswinkels durch $\frac{1}{n}$ dividirt werden, damit ſich der Sinus des Brechungswinkels ergebe. Die Gleichung für alle möglichen Brechungen an einer Glasmaſſe, die von einer concaven Kugelfläche begränzt iſt, ſtellt ſich demnach ſo heraus:

$$\frac{1}{p} + \frac{\frac{1}{n}}{p'} = \frac{\frac{1}{n} - 1}{r} \quad \text{oder} \quad \frac{n}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1-n}{r}.$$

Da wir nun wiſſen, daß $n > 1$ iſt, ſo ſteht auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens eine in allen Fällen negative Größe. Man ſieht alſo, daß bei der gegenwärtigen Anordnung für ein poſitives p ſtets $\frac{1}{p'}$ und folglich auch p' negativ ausfallen muß, ſowie daß umgekehrt für ein poſitives p' allemal $\frac{n}{p}$, alſo auch p negativ iſt. Wir ziehen hieraus den Schluß: Eine concav begränzte Glasmaſſe liefert für ein reelles Object, mag daſſelbe im dünneren oder dichteren Medium liegen, immer ein virtuelles Bild in demſelben Medium. Nur wenn p negativ iſt und ſo klein, daß $\frac{n}{p}$ die Größe $\frac{1-n}{r}$ an abſolutem Werthe übertrifft, wird p' poſitiv. Ebenſo ſtellt die Rechnung ein poſitives p heraus, wenn p' negativ und ſo klein iſt, daß $\frac{1}{p'}$ die Größe $\frac{1-n}{r}$ an abſolutem Werthe

Digitized by Google

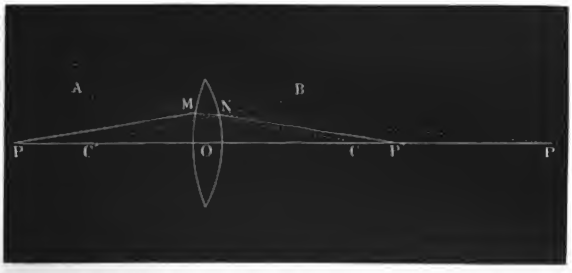
übertrifft. D. h. eine reelle Vereinigung der gebrochenen Strahlen kommt nur dann zu Stande, wenn die einfallenden schon convergent waren, und zwar bestimmter, wenn sie auf einen virtuellen Vereinigungspunkt zielten, der näher an der Trennungsfläche liegen muß als $\frac{nr}{n-1}$, wofern er im dünneren Mittel befindlich ist, d. h. wofern die Strahlen aus dem dichteren kommen, oder als $\frac{r}{n-1}$, wofern er im dichteren gelegen ist, d. h. die Strahlen aus dem dünneren kommen. Diese beiden Entfernungen selbst heißen wiederum die »Hauptbrennweiten«, und die ihnen entsprechenden Punkte die (virtuellen) Hauptbrennpunkte. Sie können auch noch so definirt werden: Fallen parallele Strahlen auf die Trennungsfläche, so treten sie divergent in das zweite Mittel über, und zwar so, als ob sie von einem der Hauptbrennpunkte kämen. Gehen namentlich die parallelen Strahlen aus Glas in Luft, so divergiren sie von einem Punkte aus, der im Glase um die Größe $\frac{r}{n-1}$ von der brechenden Fläche absteht. Treten sie aus der Luft ins Glas, so divergiren sie von einem in der Luft gelegenen Punkte, der um $\frac{nr}{n-1}$ von der Trennungsfläche absteht. Für den ersten Fall hat man nämlich $p = \infty$, also $\frac{1}{p'} = \frac{1-n}{r}$ oder $p' = \frac{r}{1-n} = -\frac{r}{n-1}$; für den anderen ist $p' = \infty$ zu setzen, also $\frac{n}{p} = \frac{1-n}{r}$ oder $p = \frac{nr}{1-n} = -\frac{nr}{n-1}$. Wenn nun auch im Allgemeinen eine brechende Anordnung, wie die zuletzt erörterte, die Divergenz eines Strahlenbündels vermehrt oder seine Convergenz vermindert, so kommt doch auch hier ähnlich, wie S. 226, ein Ausnahmefall vor. Wenn nämlich vom Glase aus auf die convexe Seite der Trennungsfläche ein convergentes Bündel fällt, dessen virtueller Vereinigungspunkt im zweiten Mittel (in der Luft) näher an der Fläche liegt als ihr eigenes Centrum, so wird seine Convergenz durch die Brechung vermehrt und reciproce die Divergenz eines Bündels vermindert, das von einem so nahe an der Trennungsfläche gelegenen Punkte in der Luft ausgeht. Der Beweis kann dem oben S. 226 gegebenen ganz analog geführt werden.

173 Wir wollen jetzt auch noch auf diesem Wege die Formel ableiten, nach der die Vereinigungsweiten für eine sogenannte Linse berechnet werden. Man versteht unter Linse ein von zwei Kegelsegmenten begränztes, sehr dünnes Stück einer durchsichtigen Substanz rings umgeben von einem anderen durchsichtigen Stoffe, dessen Brechungsindex einen anderen (meist kleineren) Werth hat. Wir wollen uns vor der Hand eine beiderseits convexe Linse vorstellen, wir haben es dann bloß mit zweimaliger Anwendung der zuerst oben abgeleiteten Formel zu thun. Sei in der Figur 63 O der Schwerpunkt der Linse, von dem aus wir alle Entfernungen auf der Linie $C'C$, welche die geometrischen Mittelpunkte

Digitized by Google

der beiden Gränzflächen verbindet und die gewöhnlich Axe genannt wird, meſſen werden, da wir ja die Dicke der Linſe der Definition gemäß vernachläſſigen.

Fig. 68.

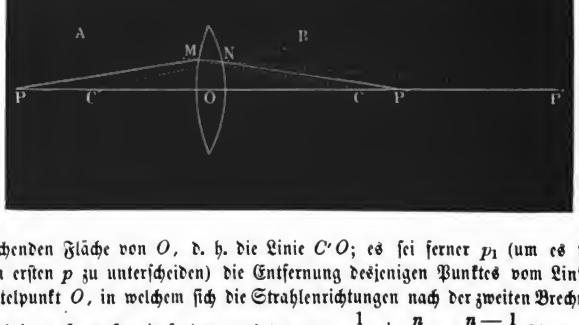


Sei ferner PM ein Strahl eines von P ausgehenden homocentriſchen Strahlenbündels. Iſt wieder n der für den Uebergang des Lichtes aus Luft in Glas gültige Brechungsinder, ſo würde die Entfernung $OP' = p'$, in welcher der Strahl nach der erſten Brechung bei M die Axe ſchneiden würde, wenn keine fernere Brechung vorkäme, aus der Gleichung $\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{r}$ gefunden werden, wo noch $r = OC$ zu nehmen iſt. In der Wirklichkeit wird nun aber der Strahl MP' bei N von Neuem abgelenkt, und zwar abermals durch Brechung an einer Kugelfläche, welche ihre convexe Seite dem ſchwächer brechenden Medium zukehrt. Um alſo den Vereinigungspunkt P'' des Strahlenbündels nach der zweiten Brechung zu ermitteln, muß man dieſelbe Formel noch einmal anwenden, indem man nur an die Stelle von p' mit negativem Vorzeichen den Werth einſetzt, welcher ſich aus der erſten Anwendung für P' ergeben hat. Man hat es nämlich bei der Brechung an der zweiten Fläche zu thun mit einem homocentriſchen Strahlenbündel (in unſerem Beiſpiel iſt P' ſein für dieſe Betrachtung virtuelles Centrum), das aus dem dichteren Mittel in das dünnere übergeht. Wir bezeichneten aber die Entfernung der Con-, reſpective Divergenzpunkte der Strahlen, ſo lange ſie ſich im dichteren Medium bewegen, in unſerer Fundamentalformel mit p', während p die Entfernung des Con- oder Divergenzpunktes der entſprechenden Strahlenrichtungen hieß, während dieſelben ſich im dünneren Medium bewegen. Es muß alſo der aus der erſten Rechnung gefundene Werth von p' in die zweite Rechnung wiederum für p' eingeſetzt werden, denn der Punkt P' iſt Convergenzpunkt für die Richtungen der Strahlen, ſo lange ſie im dichteren Medium, im inneren der Linſe, begriffen ſind. Daß aber ein negatives Vorzeichen vor dieſen Werth geſetzt werden muß, ergiebt ſich, wenn man Folgendes bedenkt: Hätte die erſte Rechnung (wie unſere Zeichnung beiſpielsweiſe vorausſetzt) einen poſitiven Werth für p' ergeben, ſo wäre der Vereinigungspunkt des neuentſtandenen Strahlenbündels vom Geſichtspunkte der zweiten Brechung betrachtet ein virtueller, d. h. er läge im dünneren Mittel für die Richtungen der Strahlen,

Digitized by Google

die im dichteren sich fortpflanzen; es müßte also die gefundene positive Größe als negative von demselben absoluten Werthe in die Rechnung eingehen. Hätte umgekehrt die erste Rechnung für p' einen negativen Werth ergeben, so läge der Vereinigungspunkt der Richtungen, welche die Strahlen in der Linse haben, auf der concaven Seite der zweiten brechenden Fläche (links von derselben), es müßte folglich für die über die zweite Brechung angestellte Rechnung ein positives p' angenommen werden. Diesen beiden Anforderungen genügt man gleichzeitig durch ein negatives Vorzeichen vor dem aus der ersten Rechnung hervorgehenden Werthe von p'; es sei nun r' die Entfernung des Mittelpunktes der zweiten

Fig. 64.



brechenden Fläche von O, d. h. die Linie $C'O$; es sei ferner p_1 (um es von dem ersten p zu unterscheiden) die Entfernung desjenigen Punktes vom Linsenmittelpunkt O, in welchem sich die Strahlenrichtungen nach der zweiten Brechung vereinigen, so muß, wie soeben gezeigt wurde, $\frac{1}{p_1} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{r'}$ sein, wenn in diese Formel an die Stelle von p' der negative Werth von p' aus der ersten Formel gesetzt wird, d. h. wenn man $p' = -\frac{nrp}{p(n-1)-r}$ macht, d. h. $\frac{1}{p_1} + \frac{n}{-\frac{nrp}{p(n-1)-r}} = \frac{n-1}{r'}$. Die Umformung dieser Gleichung ergiebt $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{r'}$. Dies ist zugleich die Beziehung, zwischen p und p' in der einfachsten Form, d. h. welche statt hat zwischen der Entfernung des ursprünglichen Centrum eines Lichtbündels und dem Centrum desselben Lichtbündels, nachdem es die beiden Brechungen an den Flächen einer Linse erlitten hat. Man kann nach dieser Beziehung leicht p_1 berechnen, wenn p gegeben ist. Der soeben abgeleiteten Gleichung giebt man gewöhnlich eine andere Form, die noch eine neue Eigenthümlichkeit sehen läßt. Die Größe rechter Hand vom Gleichheitszeichen $\frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{r'}$ ist offenbar für ein und dieselbe Linse eine Constante, die also ein- für allemal berechnet werden kann.

Digitized by Google

Wir wollen ihren reciproken Werth durch f bezeichnen, ſo daß man hat $\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}=\frac{1}{f}$. Die Größe f hat nun noch eine phyſiſche Bedeutung, ſie iſt die Vereinigungsweite eines parallelen Strahlenbündels; denn ſetzt man $p=\infty$, ſo hat man $\frac{1}{p_1}=\frac{1}{f}$ oder $p_1=f$.

Auf die Gleichung, die hier entwickelt wurde für eine biconvexe Linſe, laſſen 174
ſich alle anderen Linſengattungen ſofort zurückführen. Man wird ſogleich zugeben, je mehr ſich eine der Linſenflächen, z. B. die erſte der Ebene nähert, je größer alſo der Halbmeſſer dieſer Fläche wird, deſto kleiner wird der reciproke Werth $\frac{1}{r}$ des Halbmeſſers, er wird in der That Null, wenn die Fläche wirklich eine Ebene iſt; die Gleichung für die Brechungen durch eine planconvexe Linſe iſt alſo $\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}=\frac{n-1}{r'}$. Wird die Vorderfläche der Linſe noch mehr in dieſelbe hineingedrückt, ſo muß auch entſprechend der reciproke Werth des Halbmeſſers unter Null abnehmen, d. h. negativ werden; mit anderen Worten, wenn eine der Linſenflächen concav wird, ſo muß der zugehörige Halbmeſſer als negative Größe in die Rechnung gebracht werden, für eine concav-convexe Linſe hat man demnach die Gleichung $\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}=-\frac{n-1}{r}+\frac{n-1}{r'}$. Sind beide Flächen concav, ſo ſind beide Halbmeſſer mit negativen Vorzeichen zu verſehen, und man hat für eine biconcave Linſe die Gleichung $\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}=-\frac{n-1}{r}-\frac{n-1}{r'}$.

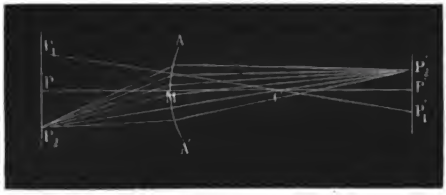
Da in der letzten Gleichung der Ausdruck rechter Hand allemal negativ iſt, die abſoluten Werthe von r, r' und n mögen ſein, welche ſie wollen, ſo iſt für jeden beliebigen poſitiven Werth von p die Größe p_1 oder die Vereinigungsweite ſtets negativ, d. h. in phyſiſcher Deutung: eine biconcave Linſe liefert von einem reellen Objecte allemal ein virtuelles auf der Seite des Objectes gelegenes Bild. Anders iſt es bei Linſen mit einer concaven und einer convexen Fläche. Es iſt übrigens begreiflicherweiſe gleichgültig, ob die concave Fläche, wie oben, als die erſte oder als die zweite angeſehen wird, d. h. ob r oder r' als negative Größe auftritt, da in der Formel r und r' auf ganz gleiche Weiſe eingehen und folglich mit einander vertauſcht werden dürfen. Bei einer ſolchen Linſe kann $-\frac{n-1}{r}+\frac{n-1}{r'}$ ſowohl poſitiv als negativ werden, je nachdem r oder r' größer iſt. Im erſten Falle gehört die Linſe zu den Sammellinſen (Bd. I, S. 414, 4. Aufl.), denn es kann unter Umſtänden ein reelles Bild eines reellen Objectes dadurch erzeugt werden, und es werden namentlich parallele Strahlenbündel in einem Punkte hinter der Linſe wirklich vereinigt, im zweiten Falle, wo der poſitiv zu nehmende Halbmeſſer größer als der andere, wo $r'>r$ iſt, gehört die Linſe zu den Zerſtreuungslinſen.

Bisher wurde immer nur geſprochen von dem optiſchen Bilde, welches 175
durch eine brechende Vorrichtung erzeugt wird, von einem leuchtenden Punkte,

Digitized by Google

oder von dem Vereinigungspunkte eines einzigen homocentrischen Strahlenbündels; es muß jetzt noch mit zwei Worten erörtert werden, was aus mehreren gleichzeitig einfallenden Strahlenbündeln wird, wenn sie sämmtlich den Bedingungen genügen, die für die Zulässigkeit der ganzen Schlußfolgerungen Eingangs aufgestellt wurden. Sei AA' (Fig. 65) der Durchschnitt einer brechenden Fläche, die ihre Concavität dem dichteren Mittel zukehrt, sei C wieder der Mittelpunkt der Kugel, von welcher sie ein Segment ist, und sei M der mittelste Punkt des Segmentes; auf der verlängerten Linie CM stehe in P eine Ebene senkrecht. Wir nehmen in dieser Ebene einige leuchtende Punkte P selbst P_1 und P_2 an; wenn ihre Entfernung von P gegen PM sehr klein ist, so senden sie offenbar Strahlenbündel aus, deren einzelne Strahlen sämmtlich mit den Linien P_1C und P_2C sehr kleine Winkel machen, deren Einfallswinkel auf der brechenden Fläche demnach auch sehr klein sind. Diese Strahlenbündel können also alle nach den in den vorigen Nummern aufgestellten Gleichungen behandelt werden. Für das von P ausgehende Strahlenbündel wird sich ein Vereinigungspunkt P' auf der Linie PC ergeben, für das von P_1 ausgehende aber ebenso ein auf der Linie P_1C gelegener, etwa P'_1, und zwar wird dieser, da der Voraussetzung gemäß zwischen P_1C und PC nur eine verschwindend kleine Differenz ist, ebenso weit von der Trennungsfläche oder auch von C entfernt liegen, als P'. In ganz gleicher Weise wird sich für das von P_2 ausgehende Strahlenbündel in P_2 ein Vereinigungspunkt ergeben auf der Linie P_2C, ebenso weit über C hinaus, als P_1 auf P_1C von C entfernt liegt. Da aber die Winkel P'_2CP' und P_1CP' der Voraussetzung nach nur sehr klein sind und $P_2C = P_1C = P'C$, so liegen die Punkte P', P'_1 und P'_2 nahezu (mit derselben Annäherung, mit welcher unsere ganzen Raisonnements überhaupt gültig sind) in einer Ebene, welche wie die Ebene PP_1P_2 auf der Linie PC senkrecht steht. Nimmt man in der ursprünglich gedachten Ebene PP_1P_2 nahe um P herum unendlich viele, stetig auf einander folgende, leuchtende Punkte an, so hat man ein Object von endlicher Ausdehnung, und durch wiederholte Anwendung des alten Principes erhält man von diesem Objecte ein ebenso endlich ausgedehntes, in der Ebene $P'_1P'P'_2$ befindliches Bild, das Punkt für Punkt dem Objecte entspricht. Die geometrische Aehnlichkeit von Bild und Object zeigt sich leicht, wenn man die Aehnlichkeit der sämmtlichen Dreieckspaare, wie P'_1CP' und P_1CP, bedenkt, und beachtet, daß allemal zwei solcher Paare, z. B. P'_1CP' und P_1CP einerseits und P'_2CP' und P_2CP, ein gemeinschaftliches Seitenpaar PC und $P'C$ haben. Dieselbe Aehnlichkeit der Dreiecke zeigt, daß sich alle linearen Dimensionen des Bildes (z. B. $P'_1P'_2$)

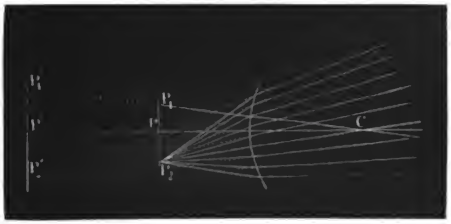
Fig. 65.



Digitized by Google

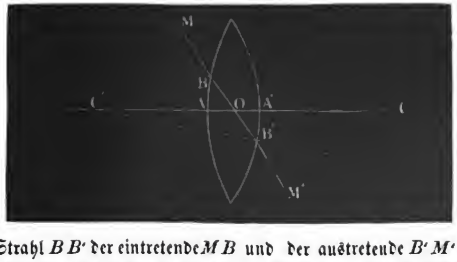
zu den entsprechenden linearen Dimensionen des Gegenstandes ($P_1 P_2$) verhalten, wie CP' zu CP, d. h. wie die Entfernung des Bildes vom Mittelpunkt der Trennungsfläche zur Entfernung des Gegenstandes von demselben Punkte. Daß endlich das Bild verkehrt ist, wenn es reell, aufrecht, wenn es virtuell ist, lehrt ein vergleichender Blick auf Fig. 65 und Fig. 66. Eine concave Trennungsfläche bedarf wohl keiner besonderen analogen Erörterung. In beiden Figuren ist der Einfachheit wegen bloß das von P_2 ausgehende Strahlenbündel ausführlich gezeichnet.

Fig. 66.



Was die Entstehung eines Bildes von einem aus mehreren Punkten zu- 176
sammengesetzten Objecte bei einer Linse betrifft, so ist darüber Folgendes noch hinzuzufügen. Bei der Ableitung der Formel war der strahlenaussendende Punkt in der Axe der Linse angenommen. Wenn nun ein ebenes zu dieser Axe senkrechtes Object die Strahlenbündel liefert, so kommen nothwendig auch Strahlenbündel vor, deren Centra nicht in der Axe gelegen sind, aber es werden immer natürlich nur solche berücksichtigt werden dürfen, deren Centra von der Axe wenig entfernt sind im Vergleich mit der Entfernung derselben von der Linse. Um diese seitlichen Strahlenbündel gehörig discutiren zu können, müssen wir noch einen bemerkenswerthen Punkt der Linse ins Auge fassen, den man gemeiniglich den optischen Mittelpunkt nennt. Jeder Strahl, der auf seinem Wege durch die Linse durch diesen Punkt geht, hat vor seinem Eintritte und nach seinem Austritte parallele Richtungen. Die Existenz eines solchen Punktes zeigt sich so: Man ziehe durch die beiden Mittelpunkte CC' (Fig. 67) der beiden Linsenflächen zwei beliebige parallele Linien CB und $C'B'$, man verbinde B mit B' durch eine gerade Linie; ihr Durchschnitt O mit der Linsenaxe CC' ist der gesuchte optische Mittelpunkt. Daß nämlich erstens für den einzelnen Strahl BB' der eintretende MB und der austretende $B'M'$ parallel sind, ist ohne Weiteres ersichtlich, da bei beiden Brechungen die Einfallslothe CB und $C'B'$ parallel sind; daß aber auch zweitens die Wahl jeder beliebigen anderen Rich-

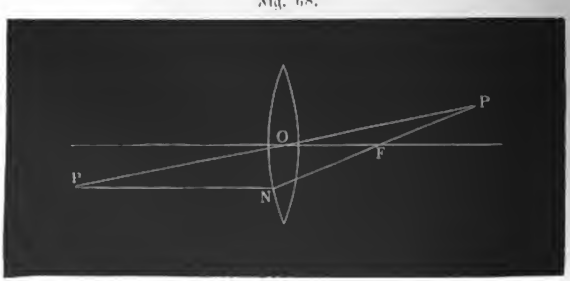
Fig. 67.



Digitized by Google

tung der ursprünglich gezogenen Parallelen CB und $C'B'$ auf denselben Punkt O geführt haben würde, zeigt sich, wenn man die Lage von O auf der Axe für den gewählten individuellen Fall bestimmt und beachtet, daß dieselbe unabhängig von der Richtung CB wird. Man hat nämlich wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke CBO und $C'B'O$ $CO : C'O = CB : C'B'$ oder wegen $\triangle CBA \sim C'A'B' = CA : C'A'$, folglich $CA - CO : CA' - CO = CA : CA'$ oder $AO : OA' = r : r'$. Hierdurch ist die Lage von O unabhängig von der Richtung des Strahles einzig durch die Halbmesser der Linsenflächen bestimmt. Da aber in diesen sämmtlichen Untersuchungen die Dicke der Linsen für verschwindend klein gilt, kann man dem soeben bestimmten optischen Mittelpunkte die Eigenschaft beilegen, daß ein auf ihn zielender Strahl ungebrochen durchgeht — in der Wirklichkeit wird er um ein verschwindend Kleines parallel mit sich verschoben. Auf der Linie, welche vom Objectpunkte aus durch den optischen Mittelpunkt gezogen wird, muß also jedenfalls der Bildpunkt liegen, wofern ein solcher überall vorhanden ist. Daran kann aber nach den zuerst (Nr. 169) bewiesenen Sätzen nicht gezweifelt werden. Es bleibt nämlich nach der ersten Brechung das einfallende homocentrische Bündel homocentrisch und fällt als *solches* auf die zweite Trennungsfläche der Linse, und zwar immer noch, so daß alle Einfallswinkel klein sind, es wird also auch noch nach der zweiten Brechung ein homocentrisches Lichtbündel austreten. Somit wird auch von einem nicht in der Axe gelegenen Punkte, wofern er nur nicht sehr weit davon absteht, durch die Linse allemal ein Bild erzeugt, und zwar wissen wir nach dem soeben Bewiesenen schon einen geometrischen Ort für dasselbe. Um nun den bestimmten Punkt des Bildes auf der durch den optischen Mittelpunkt gezogenen Geraden — auf dem »Hauptstrahl« — zu finden, brauchen wir nur noch *einen* anderen Strahl des Bündels zu verfolgen, denn sein Durchschnitt mit ersterem muß nothwendig der Bildpunkt sein, da es von anderer Seite gewiß ist, daß alle Strahlenrichtungen sich in einem Punkte schneiden. Wir wählen zu diesem Ende denjenigen aus, der zur Axe parallel einfällt; wir wissen, daß alle zur Axe parallel einfallenden Strahlen im Hauptbrennpunkte f zusammenlaufen (Fig. 68), folglich muß auch der von P ausgehende Strahl PN durch diesen Punkt gehen, und dadurch ist seine Richtung nach der Brechung vollständig be-

Fig. 68.



Digitized by Google

stimmt, somit auch sein Durchschnittspunkt P' mit dem Hauptstrahl. Die Entfernung OP' läßt sich aber auch algebraisch leicht durch die Entfernung OP ausdrücken, denn man hat in den ähnlichen Dreiecken $P'OF$ und $P'PN$

$$PN : OF = PP' : OP',$$

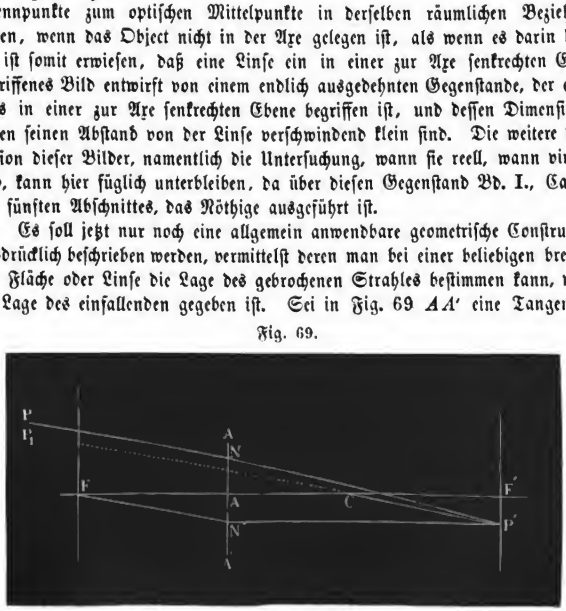
oder da wegen des geringen Winkelabstandes zwischen PO und der Axe PN geradezu gleich p gesetzt werden kann, wenn p die Entfernung des Objectes von der Linse bedeutet:

$$p : f = p + p' : p';$$

in dieser Gleichung ist außerdem die Hauptbrennweite (OF) der Linse f genannt, und die zu suchende Entfernung des Bildes von der Linse mit p' bezeichnet. Man kann schließlich noch die Gleichung umformen in $pp' = fp + fp'$ oder $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$. In dieser Form zeigt aber die Gleichung, daß conjungirte Brennpunkte zum optischen Mittelpunkte in derselben räumlichen Beziehung stehen, wenn das Object nicht in der Axe gelegen ist, als wenn es darin liegt. Es ist somit erwiesen, daß eine Linse ein in einer zur Axe senkrechten Ebene begriffenes Bild entwirft von einem endlich ausgedehnten Gegenstande, der ebenfalls in einer zur Axe senkrechten Ebene begriffen ist, und dessen Dimensionen gegen seinen Abstand von der Linse verschwindend klein sind. Die weitere Discussion dieser Bilder, namentlich die Untersuchung, wann sie reell, wann virtuell sind, kann hier füglich unterbleiben, da über diesen Gegenstand Bd. I., Cap. 2 des fünften Abschnittes, das Nöthige ausgeführt ist.

Es soll jetzt nur noch eine allgemein anwendbare geometrische Construction 177
ausdrücklich beschrieben werden, vermittelst deren man bei einer beliebigen brechenden Fläche oder Linse die Lage des gebrochenen Strahles bestimmen kann, wenn die Lage des einfallenden gegeben ist. Sei in Fig. 69 AA' eine Tangential-

Fig. 69.

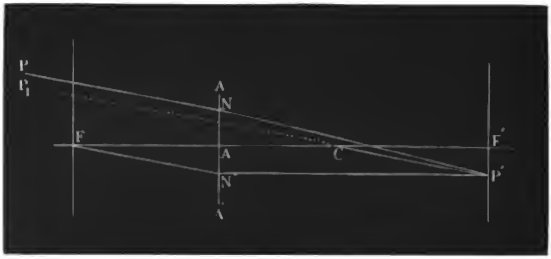


ebene an den Scheitel der brechenden Fläche gelegt, die, weil letztere ein sehr kleines Kugelsegment sein muß, mit ihr geradezu vertauscht werden darf, wenn es sich um Entfernungen davon handelt; FF' sei eine dazu im Scheitel senkrechte Linie und seien noch F und F' die beiden Hauptbrennpunkte der Fläche, in welchen zu FF' senkrechte Ebenen aufgestellt sein mögen (sie sind in der

Digitized by Google

Figur durch gerade Linien angedeutet). Sei nun PN ein einfallender Strahl, dessen Richtung nicht nothwendig in der Ebene der Zeichnung enthalten gedacht zu werden braucht. Um die Richtung desselben Strahles nach der Brechung zu

Fig. 70.

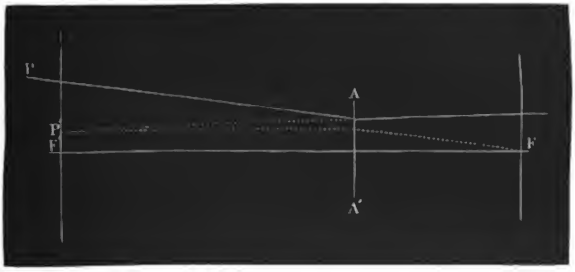


finden, braucht man nur durch F eine Parallele zu PN zu legen, von dem Punkte, wo diese die brechende Fläche oder die derselben substituirte Ebene AA' schneidet, eine Parallele zu FF' zu ziehen, und endlich den Durchschnittspunkt der letzteren P' mit der hinteren Hauptbrennebene mit N zu verbinden. NP' ist die Richtung des gebrochenen Strahles; denn wären PN und FN' zwei Strahlen eines parallelen Bündels, so würde P' sein Vereinigungspunkt sein, also muß der Strahl PN nach der Brechung jedenfalls durch den Punkt P' gehen. Durch Einführung eines anderen Hülfspunktes, des Mittelpunktes der Fläche, C, kann die Auffindung des Punktes P', wo der gebrochene Strahl die hintere Hauptbrennebene berührt, noch vereinfacht werden. Man braucht nämlich bloß durch C eine Parallele zu PM zu legen, ihr Durchschnittspunkt mit der Ebene F' ist wiederum P' der gesuchte Punkt; denn denkt man sich wiederum ein aus lauter zu PN parallelen Strahlen bestehendes einfallendes Bündel, so muß wiederum sein Vereinigungspunkt in der Ebene F' liegen; es muß aber zweitens der Strahl P_1C desselben, der auf den Mittelpunkt zielt, seine Richtung beibehalten, weil er senkrecht auf die brechende Fläche fällt, und nach P' weiter gehen, folglich muß wieder P' der Vereinigungspunkt des gedachten Bündels sein und der Strahl PN nach der Brechung nothwendig durch P' gehen. Der Strahl eines Bündels, welcher durch den Mittelpunkt C geht, mag der Richtungsstrahl heißen. Es mag noch an dieser Stelle bemerkt sein, daß C eben so weit vor F' liegt, als F vor A; denn wenn man die früheren Bezeichnungsweisen beibehält, so hat man $FA = \frac{r}{n-1}$, $CA = r$ und $AF' = \frac{nr}{n-1}$; es ist aber in der That CF' oder $F'A - CA$, oder $\frac{nr}{n-1} - r = \frac{r}{n-1} = FA$. Wäre die brechende Fläche eine concave gewesen, so wäre die Regel der Construction genau dieselbe geblieben, nur hat sich die gegenseitige Lage der Punkte gegeneinander geändert (Fig. 71), nämlich der Punkt F' nebst dem Mittelpunkt C

Digitized by Google

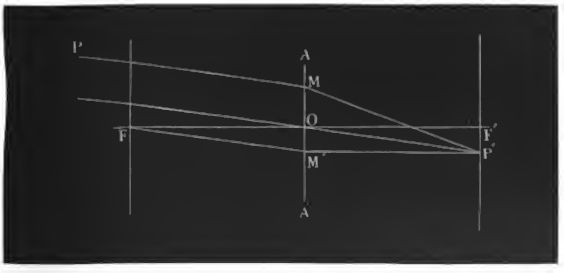
ſind nach links, der Punkt F' nach rechts gegangen, vorausgeſetzt, daß wir wieder links das dünnere, rechts das dichtere Medium ſein laſſen.

Fig. 71.



Für eine Linſe nimmt ſich die Conſtruction ſo aus: Sei FF' die Axe der Linſe und die beiden Punkte F und F' die beiden Hauptbrennpunkte auf derſelben (Fig. 72); ſei O der optiſche Mittelpunkt, der zwiſchen F und F'

Fig. 72.



natürlich in der Mitte liegt; AA' eine durch ihn gelegte zur Axe ſenkrechte Ebene, die mit der Linſe wegen ihrer geringen Dicke geradezu verwechſelt werden darf; ſei nun PM ein einfallender Strahl; man kann die obigen Worte genau wiederholen, um den gebrochenen Strahl zu conſtruiren. Man ziehe nämlich durch den erſten Hauptbrennpunkt eine Parallele zu PM; durch M', wo dieſe die Ebene AA' ſchneidet, lege man eine Parallele zur Axe, und den Punkt P', wo dieſe die Ebene F' ſchneidet, verbinde man mit M, und hat dann die Richtung des gebrochenen Strahles. Man kann auch hier wieder einen jenem C entſprechenden Punkt benutzen, der aber hier mit dem Punkte O zuſammenfällt; denn wenn man die Entfernung OF von F' aus nach links abträgt, ſo kommt man gerade wieder zum Punkte O ſelbſt, da bei einer Linſe die beiden Hauptbrennweiten OF und OF' einander gleich ſind.

Digitized by Google

178 Man könnte jetzt in ähnlicher Weise, wie oben aus der Grundformel für eine einzige sphärische Fläche, jene für zwei Flächen (für eine Linse) hergeleitet wurde, auch Formeln begründen, welche die Brechungen durch ein aus mehr als zwei Flächen zusammengesetztes System darstellen. In der That sind aber diese Formeln für die physiologische Optik unentbehrlich, da das Auge der höheren Wirbelthierclassen ein aus drei sphärischen Flächen zusammengesetzter Apparat ist. Wir müssen demnach auch hier nothwendig diese Formeln begründen. Indessen schlagen wir zu dem Ende einen anderen, als den soeben angedeuteten Weg ein. Wir unterwerfen die Strahlenbrechung durch eine Zusammenstellung beliebig vieler sphärischer Flächen einem ganz allgemeinen Calcul*); wir kommen so zu Gleichungen, in denen jene oben für eine Fläche und für eine Linse gefundenen als specielle Fälle enthalten sind. Daß wir gleichwohl diese speciellen Fälle zuerst auf eine etwas andere Weise gesondert behandelt haben, dürfte wohl kaum als überflüssig erscheinen, da diese Behandlungsweise mehr Anschaulichkeit gestattet, und da wohl Mancher, der abstracteren, wenn auch immerhin elementaren mathematischen Betrachtungen nicht gern folgt, die folgenden Nummern bis Nr. 186 (incl.) überschlagen und die Resultate derselben auf Treu und Glauben hinnehmen wird.

Wir denken uns jetzt ein centrirtes**) System von $\mu + 1$ brechenden sphärischen Trennungsflächen, zu welchem demnach $\mu + 2$ Medien gehören, da vor jeder Trennungsfläche ein solches liegen muß, zu denen als $\mu + 2$tes noch das hinter der letzten Fläche gelegene kommt; übrigens ist dabei der Fall nicht ausgeschlossen, daß mehrere dieser Medien identisch sind, daß z. B. das erste, das dritte und fünfte Luft sind, während das zweite und vierte Glas u. s. f. Die gerade Linie, welche die Mittelpunkte sämmtlicher Trennungsflächen verbindet, wählen wir als Abscissenaxe und nennen ihre Durchschnittspunkte mit den einzelnen Flächen die Scheitel derselben; wir bezeichnen sie der Reihe nach mit $N^0, N', N'' \ldots N^{(\mu)}$. Mit denselben Buchstaben wollen wir die Abscissen dieser Punkte bezeichnen, von einem willkürlichen Punkte auf der definirten Axe, welche die optische heißen mag, gerechnet. Mit $M^0, M', M'' \ldots M^{(\mu)}$ seien in derselben Weise die auf der optischen Axe gelegenen $\mu + 1$ Mittelpunkte, sowie gleichzeitig deren Abscissen bezeichnet. $r^0, r' \ldots r^{(\mu)}$ seien ferner die Halbmesser der einzelnen sphärischen Flächen. Es wird also $r^0 = M^0 - N^0$, $r' = M' - N' \ldots r^{(\mu)} = M^{(\mu)} - N^{(\mu)}$ sein; daraus ergiebt sich zugleich, daß irgend eine der Größen r positiv oder negativ zu nehmen ist, je

*) Gauß, dioptrische Untersuchungen. Abhandlungen der Göttinger Gesellschaft, Bd. I, 1843. Die folgenden Nummern schließen sich dieser Abhandlung Schritt für Schritt an. Es sind nur einige erläuternde Zusätze hinzugefügt, die meist von Listing herrühren (Dioptrik des Auges in Wagner's Handwörterbuch der Physiologie).

**) Centrirt heißt ein System sphärischer Flächen, wenn die Centra aller auf einer geraden Linie liegen.

Digitized by Google

nachdem der Mittelpunkt der betreffenden Fläche in der Richtung der wachsenden Coordinaten x hinter oder vor ihr liegt, d. h. je nachdem das zugehörige M größer oder kleiner, als das zugehörige N ist. Endlich seien n^0, n' ... $n^{(\mu)}$, $n^{(\mu+1)}$ die absoluten Brechungsindices der $\mu + 2$ Medien des Systems; n''' ist also z. B. diejenige absolute Zahl, durch welche der Sinus des Einfallswinkels eines aus dem Leeren kommenden, in das dritte Medium gehenden Strahles dividirt werden muß, damit man den Sinus seines Brechungswinkels erhalte. Wäre, wie dies bei künstlichen optischen Instrumenten in der Regel der Fall ist (nicht aber beim Auge), das erste und das letzte Mittel ein und dasselbe, so hätte man $n^0 = n^{(\mu+1)}$.

Es falle jetzt ein Lichtstrahl aus dem ersten Mittel auf die erste Trennungs- 179
fläche und seien die Gleichungen seiner Richtung vor der ersten Brechung

$$(1)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0 \\ z = \dfrac{\gamma^0}{n^0}(x - N) + c^0 \end{cases};$$

Nach der ersten Brechung hat er eine andere Richtung, deren Gleichungen

$$(2)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta'}{n'}(x - N^0) + b^0 \\ z = \dfrac{\gamma'}{n'}(x - N^0) + c \end{cases}$$

sein mögen. Daß, wenn man die Gleichungen in der hier gewählten Form schreibt, die von $(x - N^0)$ unabhängigen Größen b^0 und c^0 unverändert in das zweite Gleichungenpaar übergehen müssen, sieht man leicht. In der That sind diese Größen nebst N^0 die drei Coordinaten des Einfallspunktes auf der ersten Fläche (die wegen ihrer immer vorausgesetzten geringen Ausdehnung mit einer in N^0 zur Axe senkrechten Ebene zusammenfallend gedacht werden kann); denn b^0 und c^0 sind die Werthe von y und z für $x = N^0$. Da aber der Einfallspunkt der Richtung des einfallenden und des gebrochenen Strahles gemeinschaftlich angehört, so muß b^0 und c^0 in dem zweiten Gleichungenpaar in derselben Stelle wieder auftreten; es muß auch für den gebrochenen Strahl y und z gleich b^0 und c^0 werden für $x = N^0$ *). Die Gleichungen des

*) Streng genommen sind allerdings b^0 und c^0 nicht die Werthe von y und z für $x = N^0$, so daß auch die in den Gleichungen des gebrochenen Strahles auftretenden Abfolutglieder nicht ganz genau gleich b^0 und c^0 werden. Die Abweichung ist aber eine Größe von der dritten Ordnung der Kleinheit, wenn die Winkel der einfallenden Strahlen mit der Axe als Größen von erster Ordnung der Kleinheit betrachtet werden. Es ist nämlich streng genommen (mit Berücksichtigung der Krümmung des Flächenstückes) für den Einfallspunkt des Strahles die Abscisse x nicht N^0, sondern $N^0 + r^0(1 - \cos\mu)$, wenn μ der Winkel zwischen der Axe und dem Radius des Einfallspunktes ist. Für diesen Abscissenwerth müssen also eigentlich die y- und z-Werthe des einfallenden und gebrochenen Strahles übereinstimmen. Nennt man

Digitized by Google

gebrochenen Strahles können aber offenbar auch umgeformt werden in

$$(3)\quad \begin{cases} y = \frac{\beta'}{n'}(x - N') + b' \\ z = \frac{\beta'}{n'}(x - N') + c' \end{cases},$$

wo b' und c' nebst N' die Coordinaten des Einfallspunktes auf der zweiten Fläche bedeuten; denn es sind die Werthe, welche y und z annehmen für $x = N'$. Zwischen b' und c' einerseits und b^0 und c^0 andererseits findet aber folgende leicht zu beweisende Beziehung statt:

$$b' = b^0 + \frac{\beta'}{n'}(N' - N^0) \text{ und } c' = c^0 + \frac{\gamma'}{n'}(N' - N^0);$$

denn die zweite Form des Gleichungenpaares geht aus der ersten hervor, wenn man zu der y gebenden die identische $0 = \frac{\beta'}{n'}(N' - N^0) - \frac{\beta'}{n'}(N' - N^0)$ und zu der z gebenden $0 = \frac{\gamma'}{n'}(N' - N^0) - \frac{\gamma'}{n'}(N' - N^0)$ addirt.

Die Größen β' und γ' selbst können aber aus den Größen β^0 und γ^0 berechnet werden, so daß dann der Weg des gebrochenen Strahles ganz durch den Weg des einfallenden bekannt ist. Folgende Betrachtung macht dies ersichtlich. Sei RS (Fig. 74) der Weg des Lichtstrahls vor der ersten Brechung (nicht nothwendig in der Ebene des Papieres zu denken) und ST der Weg nach der ersten Brechung, so daß die Richtung RS durch die Gleichungen

$$y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0$$
$$z = \frac{\gamma^0}{n^0}(x - N^0) + c^0$$

und die Richtung ST durch die Gleichungen

$$y = \frac{\beta'}{n'}(x - N^0) + b^0$$
$$z = \frac{\gamma'}{n'}(x - N^0) + c^0$$

ausgedrückt wird. Durch den Mittelpunkt der ersten Trennungsfläche M lege

---

also einstweilen die Absolutglieder in den Gleichungen des gebrochenen Strahles b und c, so müssen die Gleichungen gelten:

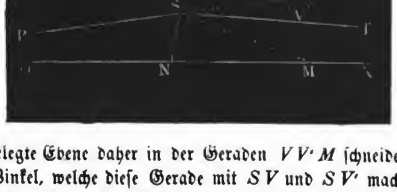
$$\frac{\beta^0}{n^0} r^0 (1 - \cos\mu) + b^0 = \frac{\beta'}{n'} r^0 (1 - \cos\mu) + b, \text{ und}$$
$$\frac{\gamma^0}{n^0} r^0 (1 - \cos\mu) + c^0 = \frac{\gamma'}{n'} r^0 (1 - \cos\mu) + c.$$

Da aber nach unseren Voraussetzungen μ sowohl als β^0, β' und γ^0, γ' kleine Größen erster Ordnung sind, so ist $b = b^0$ und $c = c^0$ bis auf Größen dritter Ordnung der Kleinheit.

Digitized by Google

man eine zu OX ſenkrechte Ebene, welche von der verlängerten Richtung RS in V, von der Richtung ST in V' geſchnitten werde. Es iſt zuerſt erſichtlich, daß V, V' und M in einer geraden Linie liegen werden; denn der einfallende Strahl RV, der gebrochene SV' und das Einfallsloth MS müſſen nach dem erſten Brechungsgeſetz in einer Ebene liegen, welche die in M zu OX perpendiculär gelegte Ebene daher in der Geraden $VV'M$ ſchneiden wird. Wir bezeichnen die Winkel, welche dieſe Gerade mit SV und SV' macht, durch λ und λ'; wir bezeichnen ferner den Einfallswinkel VSM mit φ und den Brechungswinkel $V'SM$ mit φ', ſowie zuletzt die Länge VM mit v und die Länge $V'M$ mit v'. Zwiſchen dieſen Größen beſtehen die allgemeinen trigonometriſchen Beziehungen

Fig. 73.



$$\frac{\sin\lambda}{\sin\varphi} = \frac{r}{v}; \quad \frac{\sin\lambda'}{\sin\varphi'} = \frac{r}{v'}$$

und die aus dem Brechungsgeſetz fließende Beziehung $\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} = \frac{n^0}{n'}$, da $\frac{n'}{n^0}$ der relative Brechungsindex der beiden erſten Medien iſt. Durch leicht zu überſehende Combinationen dieſer drei Gleichungen hat man

$$\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} \cdot \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} = \frac{n^0}{n'} \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} = \frac{v'}{v}.$$

Aus den Gleichungen für den einfallenden Strahl ergeben ſich als Coordinaten des Punktes V die Werthe

$$x = M, \quad y = b^0 + \frac{\beta^0 r}{n^0}, \quad z = c^0 + \frac{\gamma^0 r}{n^0};$$

ebenſo hat man die Coordinaten des Punktes V' auf dem gebrochenen Strahle

$$x = M, \quad y = b^0 + \frac{\beta' r}{n'}, \quad z = c^0 + \frac{\gamma' r}{n'};$$

die Coordinaten y und z des Punktes V müſſen ſich aber zu den entſprechenden Coordinaten des Punktes V' verhalten wie $v : v'$, d. h.:

$$b^0 + \frac{\beta' r}{n'} = \frac{n^0 \sin\lambda}{n' \sin\lambda'} \cdot \left(b^0 + \frac{\beta^0 r}{n^0}\right)$$

$$c^0 + \frac{\gamma' r}{n'} = \frac{n^0 \sin\lambda}{n' \sin\lambda'} \cdot \left(c^0 + \frac{\gamma^0 r}{n^0}\right), \text{ oder:}$$

$$\beta' = \frac{n^0 b^0 + \beta^0 r}{r} \cdot \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} - \frac{n' b^0}{r} \text{ und } \gamma' = \frac{n^0 c^0 + \gamma^0 r}{r} \cdot \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} - \frac{n' c^0}{r}.$$

Dieſe Ausdrücke ſind ſtrenge richtig bis auf die kleine Abweichung der Größen

Digitized by Google

b^0 und c^0, von denen, für welche ſie in die Gleichungen des gebrochenen Strahles geſetzt werden und welche, wie oben gezeigt, von der dritten Ordnung der Kleinheit iſt. Man kann aber, ohne die Richtigkeit bis auf Größen dritter Ordnung aufzugeben, noch eine Vereinfachung an den ſoeben gewonnenen Ausdrücken anbringen; denn da nach den urſprünglichen Vorausſetzungen λ und λ' Winkel ſind, die von einem Rechten ſich nur um ſehr kleine Größen unterſcheiden, ſo ſind ihre Sinus von der Einheit nur um Größen verſchieden, die gegen jene kleinen Größen ſelbſt wieder außerordentlich klein ſind, in demſelben Verhältniſſe, wie jene gegen endlich gedachte Größen. Da noch obendrein der Quotient $\frac{\sin \lambda}{\sin \lambda'}$ nur mit unendlich klein gedachten Größen erſter Ordnung b^0 und c^0, β^0 und γ^0 multiplicirt auftritt, ſo hat man bis auf Größen dritter Ordnung genau

$$\beta' = \beta^0 - \frac{n' - n^0}{r^0} b^0, \quad \gamma' = \gamma^0 - \frac{n' - n^0}{r^0} c^0.$$

180 Wenn wir nunmehr wieder die Größe N' ſtatt N^0 in die Gleichungen des gebrochenen Strahles einführen und zu dieſem Behufe die Größen b' und c' berechnen, die jetzt, wo β' und γ' bekannt ſind, auch vollſtändig beſtimmbar werden, ſo wird es möglich, die Gleichungen für den Weg des Strahles nach der zweiten Brechung an der Fläche N' herzuleiten aus den Gleichungen für den Weg nach der erſten Brechung genau in derſelben Weiſe, wie ſoeben die Gleichungen für den Weg des Strahles nach der erſten Brechung abgeleitet wurden aus denen für ſeinen Weg vor der erſten Brechung. Die Gleichungen des Strahles nach der zweiten Brechung haben ſchon an ſich wieder nothwendig die Form

$$y = \frac{\beta''}{n''}(x - N') + b'$$
$$z = \frac{\gamma''}{n''}(x - N') + c'$$

oder auf N'' bezogen:

$$y = \frac{\beta''}{n''}(x - N'') + b''$$
$$z = \frac{\gamma''}{n''}(x - N'') + c''$$

und es müſſen die Coefficienten β'', γ'', b'', c'' nach demſelben Rechnungsſchema aus β', γ', b' c' berechnet werden können, wie die Größen β', γ', b', c' aus β^0, γ^0, b^0 und c^0 berechnet wurden. Da man alſo hatte

$$\beta' = \beta^0 - \frac{n' - n^0}{r^0} b^0, \quad \gamma' = \gamma^0 - \frac{n' - n^0}{r^0} b^0,$$

ſo muß man haben

$$\beta'' = \beta' - \frac{n'' - n'}{r'} b', \quad \gamma'' = \gamma' - \frac{n'' - n'}{r'} c'.$$

Digitized by Google

Da man ferner hatte

$$b' = b^0 + \frac{N' - N^0}{n'}\beta' \text{ und } c' = c^0 + \frac{N' - N^0}{n'}\gamma',$$

ſo muß man haben

$$b'' = b' + \frac{N'' - N'}{n''}\beta'' \text{ und } c'' = c' + \frac{N'' - N'}{n''}\gamma''.$$

Geht man von der letzten Form der Gleichungen des Strahles nach der zweiten Brechung aus, ſo laſſen ſich die Coefficienten der Gleichungen deſſelben nach der dritten Brechung an der Fläche N''', d. h. der Gleichungen

$$y = \frac{\beta'''}{n'''}(x - N'') + b''$$
$$z = \frac{\gamma'''}{n'''}(x - N'') + c''$$

oder auf N'''' bezogen:

$$y = \frac{\beta'''}{n'''}(x - N'''') + b''''$$
$$z = \frac{\gamma'''}{n'''}(x - N'''') + c''''$$

d. h. die Größen β'''', γ'''', b'''' und c'''' wiederum durch daſſelbe Rechnungsſchema herleiten aus β'', γ'', b'', c'', wie dieſe hergeleitet werden aus β', γ', b', c'. Indem man auf dieſem Wege weiter vorſchreitet, gelangt man zuletzt zur vollſtändigen Beſtimmung derjenigen Coefficienten $\beta^{(\mu+1)}$, $\gamma^{(\mu+1)}$, $b^{(\mu)}$, $c^{(\mu)}$, welche in den Gleichungen des letzten Weges des Lichtſtrahles (nach der Brechung an der letzten Fläche $N^{(\mu)}$) auftreten. Eine zweite Form, bezogen auf den Scheitel einer Fläche, vor welcher ſich der Strahl in dieſem Stadium ſeiner Bahn befindet, kann natürlich dieſen Gleichungen nicht mehr gegeben werden, wie dies bei den übrigen der Fall war, weil eben der Strahl die letzte Fläche des Syſtems bereits hinter ſich hat. Coefficienten $b^{(\mu+1)}$ und $c^{(\mu+1)}$ exiſtiren alſo nicht mehr. Die Gleichungen für den letzten Weg des Lichtſtrahles erſcheinen demnach nur unter der einzigen Form *):

*) Für den Leſer, der etwa dieſe Darſtellung mit Liſting's Dioptrik des Auges (im Handwörterbuche der Phyſiologie) vergleicht, will ich bemerken, daß ſich dort an der entſprechenden Stelle (Seite 467), wie auch in der Originalabhandlung von Gauß, ein ſinnſtörender Druckfehler findet. Es iſt nämlich ein $b^{(\mu+1)}$ und $c^{(\mu+1)}$ angenommen, die natürlich nicht exiſtiren können, aus dem im Text angegebenen Grunde.

Digitized by Google

$$y = \frac{\beta^{(\mu+1)}}{n^{(\mu+1)}}\,(x - N^{(\mu)}) + b^{(\mu)}$$

$$z = \frac{\gamma^{(\mu+1)}}{n^{(\mu+1)}}\,(x - N^{(\mu)}) + c^{(\mu)}$$

oder indem man die letzte Größe ihrer Gattung allemal mit einem * bezeichnet, hat man für den letzten Weg des Strahles die Gleichungen:

$$(4)\quad \left\{ y = \frac{\beta^*}{n^*}\,(x - N^*) + b^*,\quad z = \frac{\gamma^*}{n^*}\,(x - N^*) + c^*. \right.$$

Es ist jedoch immer darauf zu achten, daß der * nicht bei allen Größengattungen einem gleichen Stellenzeiger entspricht.

181 Ein Blick auf die Bildungsweise der verschiedenen Coefficienten aus den vorhergehenden läßt sehen, daß, wenn man zur Abkürzung*) macht:

$$(5)\quad \begin{cases} \dfrac{N'-N^0}{n'} = t',\ \dfrac{N''-N'}{n''} = t''\ldots\ \dfrac{N^{(\nu)}-N^{(\nu-1)}}{n^{(\nu)}} = t^{(\nu)}\ldots\ \dfrac{N^{(\mu)}-N^{(\mu-1)}}{n^{(\mu)}} = t^{(\mu)}, \\ \qquad \text{sowie} \\ \dfrac{n'-n^0}{r^0} = u^0,\ \dfrac{n''-n'}{r'} = u'\ldots\ \dfrac{n^{(\nu+1)}-n^{(\nu)}}{r^{(\nu)}} = u^{(\nu)}\ldots\ \dfrac{n^{(\mu+1)}-n^{(\mu)}}{r^{(\mu)}} = u^{(\mu)} \end{cases}$$

man hat:

$$(6)\quad \begin{cases} \beta' = \beta^0 + u^0 b^0 \\ b' = b^0 + t'\beta' \\ \beta'' = \beta' + u' b' \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ \beta^{(\nu)} = \beta^{(\nu-1)} + u^{(\nu-1)} b^{(\nu-1)} \\ b^{(\nu)} = b^{(\nu-1)} + t^{(\nu)}\beta^{(\nu)} \\ \beta^{(\nu+1)} = \beta^{(\nu)} + u^{(\nu)} b^{(\nu)} \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\quad \cdots\cdots\cdots \\ b^{(\mu)} = b^{(\mu-1)} + t^{(\mu)}\beta^{(\mu)} \\ \beta^{(\mu+1)} = \beta^{(\mu)} + u^{(\mu)} b^{(\mu)}\ . \end{cases}$$

*) Die hier eingeführten Größen t und u bilden in jedem dioptrischen System Reihen von Constanten, wie die Größen N, n, r, von denen sie abhängen. Diese

Digitized by Google

Daß sich die in den Gleichungen für die Coordinate z eingehenden Coefficienten γ und c zu einer von jener unabhängigen, aber ganz gleich gebildeten Reihe zusammenordnen, versteht sich von selbst. Die aufgestellte Reihe läßt sehen, daß die letzten Größen $b^{(\mu)}$, $\beta^{(\mu+1)}$, oder b^*, β^* sich in den ersten b^0, β^0 müssen auf lineare Weise ausdrücken lassen, d. h. durch Ausdrücke, in denen keine höhere als die erste Potenz von b^0 und β^0 vorkommt; ebenso muß sich c^* und γ^* in c^0 und γ^0 linear ausdrücken lassen. Die Ausdrücke für die vier Größen, welche den letzten Weg des Strahles bestimmen, müssen demnach im Allgemeinen die Form haben:

$$(7)\quad \begin{cases} b^* = g b^0 + h \beta^0 \\ \beta^* = k b^0 + l \beta^0 \\ c^* = g c^0 + h \gamma^0 \\ \gamma^* = k c^0 + l \gamma^0 \end{cases} ;$$

denn daß kein von b^0 und β^0 unabhängiges constantes Glied in den Ausdrücken vorkommen darf, ist klar, weil ein solches nirgend in der Reihe der einzelnen Werthe von β und b vorkommt; daß aber die Größen g, h, k, l in die Bildung von c^* und γ^* gerade so eingehen, wie in die von β^* und b^*, folgt aus der obigen Bemerkung, daß die Reihe der Gleichungen, welche die Werthe der Größen c und γ giebt, sich in ihren Constanten und ihrer Form gar nicht von der Reihe unterscheidet, die für die Größen β und b hingeschrieben wurde.

Die von der Richtung des Strahles unabhängigen, also für ein gegebenes 182
brechendes System constanten Größen g, h, k, l, müssen wir jetzt in den ursprünglichen Daten des Systems (den Brechungsindices, Halbmessern und Scheitelcoordinaten) auszudrücken suchen, wodurch das Problem des Ganges der Strahlen durch das System gelöst ist.

Wir betrachten zu diesem Ende eine gewisse Gattung von Functionen, die Euler*) näher kennen gelehrt hat, zunächst an sich. Man bilde aus einer

---

Reihen lassen sich leicht in einer schematischen Gruppirung überblicken, wie sie hier für den Fall von vier brechenden Flächen ($\mu = 3$) beigefügt ist:

Durch N werden die Plätze der brechenden Flächen längs der Axe, durch r ihre Krümmungen, durch n die Brechungsconstanten der durch sie getrennten Mittel angegeben. Jedes t ist dann die Distanz zweier Flächen, dividirt durch den Brechungsinder des dazwischen liegenden Mittels. Jedes u ist die Differenz der Indices zweier benachbarter Mittel, dividirt durch den (negativen) Radius der sie trennenden Fläche.

*) Specimen algorithmi singularis; novi commentar. acad. Petropol. om. IX. p. 53.

Digitized by Google

gegebenen Reihe von Größen a, b, c, d ꝛc. eine neue Reihe $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ ꝛc. nach folgender Regel:

$$\begin{aligned}\mathfrak{A} &= a\\ \mathfrak{B} &= b\mathfrak{A} + 1\\ \mathfrak{C} &= c\mathfrak{B} + \mathfrak{A}\\ \mathfrak{D} &= d\mathfrak{C} + \mathfrak{B}\\ \mathfrak{E} &= e\mathfrak{D} + \mathfrak{C}\\ \mathfrak{F} &= f\mathfrak{E} + \mathfrak{D}\\ &\text{ꝛc.;}\end{aligned}$$

mit Euler bezeichnen wir dieſe Größen ſo:

$$\begin{aligned}\mathfrak{A} &= (a)\\ \mathfrak{B} &= (a, b)\\ \mathfrak{C} &= (a, b, c)\\ \mathfrak{D} &= (a, b, c, d)\\ &\text{ꝛc.}\end{aligned}$$

Die Reihenfolge der Größen innerhalb der Klammern iſt begreiflicherweiſe nicht von vornherein gleichgültig, wie ein Blick auf das Schema lehrt; man hat nun:

$$\begin{aligned}(a) &= a\\ (a, b) &= b\,(a) + 1\\ (a, b, c) &= c\,(a, b) + (a)\\ (a, b, c, d) &= d\,(a, b, c) + (a, b)\\ &\text{ꝛc.;}\end{aligned}$$

man dürfte offenbar nach Analogie ( ) ſtatt 1 und a ( ) ſtatt a ſchreiben und könnte dann die Bildungsregel der Größen ganz allgemein ſo ausdrücken: $(a, b, c \ldots p, q, r) = r\,(a, b, c \ldots p, q) + (a, b, c \ldots p)$; entwickelt geſtalten ſich die Ausdrücke ſo:

$$\begin{aligned}(a) &= a\\ (a, b) &= ab + 1\\ (a, b, c) &= abc + c + a\\ (a, b, c, d) &= abcd + cd + ad + ab + 1\\ (a, b, c, d, e) &= abcde + cde + ade + abe + abc + a + c + a;\end{aligned}$$

man erkennt das Geſetz des Fortſchreitens noch deutlicher, wenn man die Ausdrücke umformt in:

$$\begin{aligned}(a) &= a\\ (a, b) &= ab\left(1 + \frac{1}{ab}\right)\\ (a, b, c) &= abc\left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc}\right)\\ (a, b, c, d) &= abcd\left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} + \frac{1}{abcd}\right)\\ (a, b, c, d, e) &= abcde\left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} + \frac{1}{de} + \frac{1}{abcd} + \frac{1}{abde} + \frac{1}{bcde}\right).\end{aligned}$$

Digitized by Google

Es zeigt sich bei dieser Form deutlich, daß als Nenner der Brüche mit dem Zähler 1 anfangs erscheinen: die Producte aus je zweien der benachbarten Elemente, dann: die Combinationen zu zwei aus denjenigen dieser Producte, die keinen gemeinschaftlichen Factor haben. Bei den weiteren Ableitungen würden die Combinationen zu drei, zu vier u. s. w. aus solchen Binarproducten hinzutreten, die keinen gemeinschaftlichen Factor haben. Zugleich zeigt diese Form der Größen deutlich, daß die Reihenfolge der Elemente umgekehrt (nicht überhaupt verändert) werden darf, ohne daß der Werth der abgeleiteten Größe alterirt wird, d. h. man hat allgemein $(a, b, c \ldots p, q, r) = (r, q, p \ldots c, b, a)$.

Ferner läßt sich zeigen, daß

$$\begin{array}{llll} (a) \,.\, (b) & = 1. & (a, b) & = -1 \\ (a, b) \,.\, (b, c) & = (b). & (a, b, c) & = +1 \\ (a, b, c) \,.\, (b, c, d) & = (b, c). & (a, b, c, d) & = -1 \\ (a, b, c, d) \,.\, (b, c, d, e) & = (b, c, d). & (a, b, c, d, e) & = +1 \end{array}$$

&c.

Man hat nämlich, zufolge der Bildungsregel der Größen, unmittelbar

$$(a)\,(b) - 1 \,.\, (a, b) = a \,.\, b - (a \,.\, b + 1) = -1.$$

Man hat ferner $(a, b)\,(b, c) - (b)\,(a, b, c) = (a, b) \,.\, c \,.\, (b) + 1 \,.\, (a, b) - (b)\, c\, (a, b) - (b)\,(a) = -[(b)\,(a) - 1 \,.\, (a, b)]$, also $= +1$, da der eingeklammerte Ausdruck (die zuerst entwickelte Differenz) $= -1$ war. Ebenso läßt sich nun zeigen, daß die dritte Differenz wieder der negativ genommenen zweiten Differenz gleich ist; allgemein sieht man, daß eine willkürlich aus der Reihe gegriffene Differenz gleich der negativ genommenen vorhergehenden ist, denn man hat:

$$\begin{aligned} &(a, b, c \ldots p, q)\,(b, c \ldots p, q, r) - (b, c \ldots p, q)\,(a, b, c \ldots p, q, r) \\ &= (a, b, c \ldots p, q)\, r \,.\, (b, c \ldots p, q) + (a, b, c \ldots p, q)\,(b, c \ldots p) \\ &- (b, c \ldots p, q)\, r \,.\, (a, b, c \ldots p, q) - (b, c \ldots p, q)\,(a, b, c \ldots p) = \\ &- [(a, b, c \ldots p)\,(b, c \ldots p, q) - (b, c \ldots p)\,(a, b, c \ldots p, q)]. \end{aligned}$$

Der hier eingeklammerte Ausdruck ist aber offenbar das unserer willkürlich herausgegriffenen Differenz nächst vorhergehende Glied der ganzen Reihe von Differenzen. Somit ist allgemein gezeigt, daß der absolute Werth aller dieser Differenzen derselbe ist, und zwar, daß er geradezu 1 ist, weil er es bei den beiden ersten war, wie sich oben zeigte, und daß nur jedes folgende Glied mit dem umgekehrten Vorzeichen des vorhergehenden versehen ist. Man hat also allgemein:

$$(8)\quad (a, b, c \ldots l, m)\,(b, c \ldots l, m, n) - (b, c \ldots l, m)\,(a, b, c \ldots l, m, n) = \pm 1.$$

Das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die Anzahl aller Elemente $a \ldots n$ ungerade oder gerade ist.

Kehren wir wieder zu den Größen der Gleichungen (7), zurück, so zeigt sich 183
leicht, daß die darin vorkommenden Constanten Größen von der soeben betrachteten Gattung sind, und zwar hat man insbesondere:

Digitized by Google

$$(9)\quad \begin{cases} g = (u^0,\ t',\ u',\ t'' \ldots\ldots\ t^n) \\ h = \quad (t',\ u',\ t'' \ldots\ldots\ t^n) \\ k = (u^0,\ t',\ u',\ t'' \ldots\ldots\ t^n,\ u^n) \\ l = \quad (t',\ u',\ t'' \ldots\ldots\ t^n,\ u^n) \end{cases}$$

um sich davon zu überzeugen, brauchte man nur durch successive Substitutionen nach und nach die Größen β', b', β'' ꝛc. zu entwickeln und schließlich die Ausdrücke nach b^0 und β zu ordnen. Die viel Raum erfordernde Rechnung ist so leicht, daß sie hier nicht ausgeführt zu werden braucht.

Da die Anzahl der Glieder $u^0,\ t',\ u' \ldots\ t^n\ u^n$ nothwendig immer ungerade ist, so hat man, nach Gleichung (8), immer $gl - hk = 1$, und es folgt somit aus den Gleichungen (7):

$$(10)\quad \begin{cases} b^0 = \quad lb^n - h\beta^n\ c^0 = \quad lc^n - h\gamma^n \\ \beta^0 = -kb^n + g\beta^n\ \gamma^0 = -kc^n + g\gamma^n \end{cases}.$$

Sei jetzt P ein Punkt auf der (nöthigenfalls verlängerten) Richtung des einfallenden Strahles (des Strahles im ersten Mittel), und ξ, η, ζ seine Coordinaten, man hat dann (Gleichung 1):

$$\eta = \frac{\beta^0}{n^0}(\xi - N^0) + b^0,$$

oder wenn man für b^0 und β^0 ihre Werthe aus (10) substituirt:

$$\eta = \frac{g\beta^n - kb^n}{n^0}(\xi - N^0) - h\beta^n + lb^n,$$

folglich:

$$b^n = \frac{n^0\eta + [n^0 h - g\ (\xi - N^0)]\ \beta^n}{n^0 l - k\ (\xi - N^0)}.$$

Setzt man diesen Werth in die erste der beiden Gleichungen (4) für den letzten Weg des Strahles, so wird dieselbe, wenn man noch eine kleine, leicht zu übersehende Umformung anbringt:

$$(11)\quad y = \frac{\beta^n}{n^n}\left[x - \left(N^n - \frac{n^0 h - g\ (\xi - N^0)}{n^0 l - k\ (\xi - N^0)}\ n^n\right)\right] + \frac{n^0\eta}{n^0 l - k\ (\xi - N^0)};$$

$$(12)\quad z = \frac{\gamma^n}{n^n}\left[x - \left(N^n - \frac{n^0 h - g\ (\xi - N^0)}{n^0 l - k\ (\xi - N^0)}\ n^n\right)\right] + \frac{n^0\zeta}{n^0 l - k\ (\xi - N^0)}$$

würde natürlicherweise wegen der vollkommen symmetrischen Entstehungsart der Größen die zweite Gleichung für den letzten Weg des Strahles sein. Auf dem durch diese beiden Gleichungen dargestellten (nöthigenfalls rückwärts verlängerten) letzten Wege des Strahles liegt nun nothwendig ein gewisser Punkt P^n, gegeben durch die drei Coordinaten:

Digitized by Google

$$(13)\quad \begin{cases} \xi^* = N^* - \dfrac{n^0 h - g\,(\xi - N^0)}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)}\, n^* \\ \eta^* = \dfrac{n^0 \eta}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)} \\ \zeta^* = \dfrac{n^0 \zeta}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)} \end{cases};$$

denn diese drei Werthe für x, y, z, in die Gleichungen des letzten Weges eingesetzt, genügen denselben. Da aber die Coordinaten ξ^*, η^*, ζ^* bloß von den Coordinaten ξ, η, ζ des Punktes P, der auf dem ersten Wege des Strahles lag, und von den Constanten des Systems (die in g, h, k, l eingehen) abhängig sind, dagegen unabhängig von den Größen β^0, γ^0, b^0, c^0, d. h. unabhängig von der sonstigen Lage des ersten Weges des Strahles: so muß der Punkt P^* auf dem letzten Wege eines jeden Strahles liegen, der auf seinem ersten Wege durch den Punkt P geht. Anders ausgedrückt: Die letzten Wege aller Strahlen, deren erste Wege sich im Punkt P schneiden, schneiden sich im Punkt P^*. Noch anders ausgedrückt: Ein homocentrisches Lichtbündel bleibt nach den sämmtlichen Brechungen im gedachten System immer noch homocentrisch, und zwar sind die Coordinaten des Centrums des im letzten Mittel befindlichen homocentrischen Bündels ξ^*, η^*, ζ^* [zu entnehmen aus den Gleichungen (13)], wenn ξ, η, ζ die Coordinaten des Centrums für das einfallende homocentrische Bündel im ersten Mittel waren, oder kurz: P^* ist das optische Bild von P.

Der Objectpunkt P heißt reell, wenn er im ersten Mittel liegt, d. h. wenn die einfallenden Strahlen wirklich von ihm ausgehen; das analytische Kennzeichen dafür ist: $\xi - N^0$ negativ; der Bildpunkt P^* ist reell, wenn er im letzten Mittel liegt, d. h. wenn $\xi^* - N^*$ positiv ist, denn alsdann laufen in ihm die Strahlen wirklich zusammen. In den umgekehrten Fällen sind die Punkte virtuell, wenn sich nämlich nur die verlängerten Strahlen in ihnen schneiden, und zwar ist natürlich P virtuell, wenn sich die vorwärts verlängerten einfallenden, P^* wenn sich die rückwärts verlängerten ausfahrenden darin schneiden. Objectpunkt und Bildpunkt liegen mit der Axe in einer Ebene, und ihre Entfernungen von derselben verhalten sich, was aus den Werthen (13) leicht ersichtlich ist, wie 1 zu $\dfrac{n^0}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)}$.

Von der Vorstellung des Bildes eines einzelnen Punktes zu der eines ausgedehnten Bildes von einem ausgedehnten Objecte gelangt man hier ganz auf demselben Wege, wie in Nr. 175, indem man das Object in Punkte zerlegt und das Bild aus den Bildern dieser Punkte zusammensetzt. Liegt das ganze Object in einer zur x-Axe senkrechten Ebene ausgebreitet (ist ξ für alle P dasselbe), so wird auch ξ^* für alle P^* dasselbe sein (13), und aus dem vorigen Absatze ergiebt sich die geometrische Aehnlichkeit von Bild und Object, sowie auch das Verhältniß entsprechender Lineardimensionen; dasselbe ist nämlich 184

Digitized by Google

$= 1 : \frac{n^0}{n^0 l - k(\xi - N^0)} = 1 : m$. Das Vorzeichen dieser Größe giebt außerdem noch darüber Aufschluß, ob das Bild aufrecht oder verkehrt ist; denn ist $\frac{1}{m} = \frac{\eta}{\eta^*} = \frac{\xi}{\xi^*}$ negativ, so bedeutet dies, daß P und P^* auf entgegengesetzten Seiten der xz- und xy-Ebene liegen.

185 Statt den ersten Weg des Strahles auf den Scheitel der ersten Fläche N^0, den letzten auf den Scheitel der letzten Fläche N^* zu beziehen, kann man zwei andere Punkte wählen, welche allgemein durch Q und Q^* bezeichnet werden mögen, es seien also:

$$(14)\quad \begin{cases} y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - Q) + B \\ z = \frac{\gamma^0}{n^0}(x - Q) + C \end{cases}$$

die Gleichungen für den ersten, und

$$(15)\quad \begin{cases} y = \frac{\beta^*}{n^*}(x - Q^*) + B^* \\ z = \frac{\gamma^*}{n^*}(x - Q^*) + C^* \end{cases}$$

die Gleichungen für den letzten Weg des Strahles; daß β^0 und β^*, γ^0 und γ^* dadurch unverändert bleiben, versteht sich von selbst, da sie lediglich von den Winkeln abhängen, welchen die Richtung mit den Coordinatenrichtungen macht. Durch Vergleichung von (14) und (1) einerseits, sowie durch Vergleichung von (15) und (4) andererseits erhält man:

$$B - b^0 = \frac{\beta^0}{n^0}(Q - N^0) \qquad B^* - b^* = \frac{\beta^*}{n^*}(Q^* - N^*)$$

und

$$C - c^0 = \frac{\gamma^0}{n^0}(Q - N^0) \qquad C^* - c^* = \frac{\gamma^*}{n^*}(Q^* - N^*)$$

oder wenn man

$$(16)\quad \left\{ \frac{N^0 - Q}{n^0} = \vartheta \quad \frac{Q^* - N^*}{\vartheta^*} = \vartheta^* \right.$$

setzt, so hat man:

$$\begin{aligned} B &= b^0 - \vartheta\beta^0 \\ C &= c^0 - \vartheta\gamma^0 \\ B^* &= b^* - \vartheta^*\beta^* \\ C^* &= c^* - \vartheta^*\beta^*. \end{aligned}$$

Macht man ferner noch:

$$(17)\quad \begin{cases} G = g + \vartheta^* k \\ H = h + \vartheta g + \vartheta^* l + \vartheta\vartheta^* k \\ K = k \\ L = l + \vartheta k, \end{cases}$$

wobei zu bemerken, daß wieder die leicht zu beweisende Beziehung $GL - HK = 1$ gilt, so hat man in Betracht der Gleichungen (7):

Digitized by Google

$$(18)\quad \begin{cases} B^* = GB + H\beta^0 \\ C^* = GC + H\gamma^0 \\ \beta^* = KB + L\beta^0 \\ \gamma^* = KC + L\gamma^0. \end{cases}$$

Wir geben jetzt den an ſich willkürlichen Punkten Q und Q^* eine beſondere Lage, die mit E und E^* bezeichnet ſein mag, ſo daß die Beziehungen zwiſchen dem letzten und erſten Wege des Strahles eine beſonders einfache Form annehmen. Die Lage der Punkte E und E^* muß aber zu dieſem Ende ſo gewählt ſein, daß

$$(19)\quad \left\{ E - N^0 = -\frac{n^0}{k}(1-l) \text{ und } N^* - E^* = -\frac{n^*}{k}(1-g); \right.$$

denn es iſt alsdann

$$(20)\quad \left\{ \vartheta = \frac{1-l}{k};\ \vartheta^* = \frac{1-g}{k} \right. \text{ und folglich } G=1;\ H=0;\ K=k;\ L=1.$$

Die Gleichungen (18) gehen dadurch über in:

$$(21)\quad \begin{cases} B^* = B \\ C^* = C \\ \beta^* = kB + \beta^0 \\ \gamma^* = kC + \gamma^0, \end{cases}$$

und die Gleichungen des letzten Weges eines Strahles, bezogen auf E^*, ſind:

$$(22)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta^0 + kB}{n^*}(x - E^*) + B \\ z = \dfrac{\gamma^0 + kC}{n^*}(x - E^*) + C, \end{cases}$$

wenn die Gleichungen ſeines erſten Weges, bezogen auf E, waren:

$$(23)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta^0}{n^0}(x - E) + B \\ z = \dfrac{\gamma^0}{n^0}(x - E) + C. \end{cases}$$

Der Umſtand, daß in den Gleichungen (22) und (23) die Abſolutglieder B und C dieſelben ſind, bedeutet: Der ausfahrende Strahl trifft eine in E^* zur Axe ſenkrecht errichtete Ebene in einem Punkte, deſſen Coordinaten y und z gerade ſo groß nämlich gleich B und C, ſind, wie die Coordinaten y und z desjenigen Punktes, in welchem der einfallende Strahl eine in E zur Axe ſenkrecht geſtellte Ebene trifft. Hierin liegt eine auffallende Analogie mit der Beziehung zwiſchen erſtem und letztem Wege des Strahles bei einer einzigen Fläche. Denn man leitet in dieſem Falle (ſ. S. 242) aus den Gleichungen des erſten Weges:

$$y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0$$

$$z = \frac{\gamma^0}{n}(x - N^0) + c^0$$

Digitized by Google

die Gleichungen des zweiten (und letzten) Weges durch Anwendung der in den Gleichungen (6) enthaltenen Regel so ab, daß man hat:

$$y = \frac{\beta^0 + u^0 b^0}{n'}(x - N^0) + b^0$$

$$z = \frac{\gamma^0 + u^0 c^0}{n'}(x - N^0) + c^0.$$

Der Unterschied besteht einzig darin, daß an die Stelle von N^0 im Falle eines zusammengesetzten brechenden Systems zwei Punkte E und E^* treten, in der Weise, daß E hinsichtlich des einfallenden, E^* hinsichtlich des ausfahrenden Strahles die Bedeutung des Punktes N^0 übernimmt. In unserem gegenwärtigen complicirteren Falle tritt k an die Stelle von $u^0 = -\frac{n' - n^0}{r^0}$. Daher wäre die einzige Brechung, welcher die Wirkung der sämmtlichen auf einander folgenden Brechungen des ganzen Systems analog (nicht ganz äquivalent) ist, hervorgebracht zu denken an einer Fläche vom Halbmesser $-\frac{n^* - n^0}{k}$ (da ja im einfacheren Falle $r^0 = -\frac{n' - n^0}{u^0}$), vor welcher ein Medium vom Brechungsindex n^0, hinter welcher ein Medium vom Brechungsindex n^* läge.

Man kann die soeben entwickelte Analogie kurz so aussprechen: Der im letzten Mittel liegende (ausfahrende) Strahl hat zum Punkte E^* dieselbe Lage, welche er zum Punkte E haben würde, wenn durch eine daselbst liegende Trennungsfläche vom Halbmesser $-\frac{n^* - n^0}{k}$ unmittelbar aus dem ersten ins letzte Mittel überginge. Oder: um den letzten Weg des Strahles zu finden, denke man sich, der einfallende Strahl träfe bei E eine brechende Fläche vom Halbmesser $-\frac{n^* - n^0}{k}$, welche das erste Mittel vom letzten scheidet, ermittle seinen Weg nach dieser einfachen Brechung, und verschiebe denselben parallel mit sich selbst längs der Axe des Systems um den Abstand der Punkte E und E^*. Die Punkte E und E^* heißen die Hauptpunkte des Systems, und Ebenen in ihnen senkrecht zur Axe aufgestellt, heißen die Hauptebenen. Sollte $n^* = n^0$ sein (wie bei den meisten künstlichen dioptrischen Systemen), so tritt in alle Eigenschaften der eingebildeten brechenden Fläche bei E eine unendlich dünne Linse von der Brennweite $-\frac{n^0}{k}$.

186 Den Punkten Q und Q^* kann noch eine zweite Lage angewiesen werden, die ebenfalls den Beziehungen zwischen dem ersten und letzten Wege des Strahles eine einfache Form giebt. Bezeichnet man die neuen Specialisirungen der Punkte Q und Q^* mit F und F^*, und macht man (23) $N^0 - F = -l \cdot \frac{n^0}{k}$, $F^* - N^* = -g\frac{n^*}{k}$, so wird

Digitized by Google

$$(24)\quad \left\{ \mathfrak{H} = -\frac{l}{k},\ \mathfrak{H}^* = -\frac{g}{k} \text{ und } G = 0,\ H = -\frac{l}{k},\ K = k,\ L = 0. \right.$$

Die Abhängigkeit (18) der in den Gleichungen des letzten Weges auftretenden Coefficienten von den in den Gleichungen für den ersten Weg vorkommenden (die hier zur Unterscheidung von (23) mit Accenten bezeichnet werden mögen) stellt sich somit dar unter der Form:

$$(25)\quad \begin{cases} B^* = -\dfrac{\beta^0}{k} \\ C^* = -\dfrac{\gamma^0}{k} \\ \beta^* = kB^* \\ \gamma^* = kC^*. \end{cases}$$

Man hat noch durch Vergleichung mit (19) die Lage der neuen Punkte zu den Hauptpunkten gegeben durch $E - F = -\frac{n^0}{k}$; $F^* - E^* = -\frac{n^*}{k}$. Wenn nun die Gleichungen für den ersten Weg in der Form

$$(26)\quad \left\{ y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - F) + B',\ z = \frac{\gamma^0}{n^0}(x - F) + C' \right.$$

gegeben waren, so müßten die Gleichungen für den letzten Weg, die nach (15) im Allgemeinen

$$(27)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta^*}{n^*}(x - F^*) + B^* \\ z = \dfrac{\gamma^*}{n^*}(x - F^*) + C^* \end{cases}$$

lauten, wegen der Werthe in (25) die Form annehmen:

$$(28)\quad \begin{cases} y = \dfrac{kB'}{n^*}(x - F^*) - \dfrac{\beta^0}{k} \\ z = \dfrac{kC'}{n^*}(x - F^*) - \dfrac{\gamma^0}{k}. \end{cases}$$

Aus der so dargestellten Abhängigkeit des letzten Weges vom ersten ersieht man, daß die Punkte F und F^* den Brennpunkten (siehe Nr. 171) einer einzigen brechenden Fläche entsprechen. Denn (um gleich die allgemeinste Definition zu geben) errichtet man in F und F^* zur Axe des Systems senkrechte Ebenen, so zeigt sich, daß einem unter irgend einem (überhaupt zulässigen) Winkel einfallenden parallelstrahligen Bündel ein ausfahrendes entspricht, dessen Centrum in der Ebene von F^* liegt, während einem einfallenden homocentrischen Bündel, dessen Centrum in der Ebene von F liegt, ein ausfahrendes parallelstrahliges zugeordnet ist. Man denke nämlich daran, daß ein parallelstrahliges einfallendes Bündel dadurch charakterisirt ist, daß in den Gleichungen für seine sämmtlichen Strahlen β^0 und γ^0 (die n^0fachen Tangenten der Richtungswinkel) übereinstimmen, während die Größen B' und C' (die Coordinaten y und z des Schnitt-

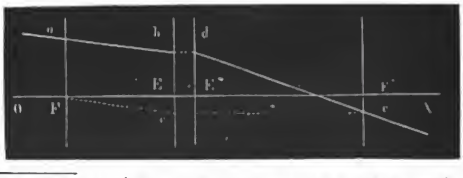
Digitized by Google

punktes mit der F-Ebene) von Strahl zu Strahl variiren. Nun hängen aber in den Gleichungen für den ausfahrenden Strahl gerade die constanten Glieder $\frac{\beta^0}{k}$ und $\frac{\gamma^0}{k}$ (die wiederum die Coordinaten y und z des Durchschnittspunktes mit der F^*-Ebene bedeuten) nur von β^0 und γ^0 ab, folglich stimmen sie überein für alle ausfahrenden Strahlen, wenn für die einfallenden β^0 und γ^0 übereinstimmen, d. h. aber, alle ausfahrenden Strahlen schneiden in demselben Punkte die F^*-Ebene, wenn alle einfallenden Strahlen parallel sind. Der zweite Theil der Behauptung zeigt sich in ähnlicher Weise, wenn man bedenkt, daß umgekehrt die Coefficienten von $x - F^*$ in den Gleichungen des letzten Weges allein abhängen von den constanten Gliedern B' und C' in den Gleichungen für den ersten Weg, und daß diese vermöge ihrer oben definirten Bedeutung identisch sind für alle Strahlen eines Bündels, dessen Centrum in der F-Ebene liegt. Als ausgezeichneter specieller Fall verdient noch besondere Erwähnung, daß ein von F selbst ausgehendes Strahlenbündel durch die Brechungen in ein zur Axe paralleles verwandelt wird, denn es ist in diesem Falle $B' = 0$ und $C' = 0$ zu setzen.

Die Punkte F und F^* nennen wir in der That die Brennpunkte des Systems, sowie die Größen $E - F$ und $F^* - E^*$ seine Brennweiten; bezeichnet man sie durch f und f^*, so hat man $f = -\frac{n^0}{k}$, $f^* = -\frac{n^*}{k}$, sie haben demnach (da n^0 und n^* ihrer Natur nach positive *) Zahlen sind) immer dasselbe (k entgegengesetzte) Vorzeichen. Sind sie positiv, d. h. liegt E hinter F und F^* hinter E^*, so nennt man das System collectiv, und es kann reelle Bilder liefern; im umgekehrten Falle heißt das System ein dispansives und liefert von reellen Objecten nur virtuelle Bilder.

187 Die vier Punkte E, E^*, F, F^* liefern ein höchst einfaches Mittel, den letzten Weg des Strahles durch Construction zu finden, wenn sein erster Weg gegeben ist, die Construction ist der in Nr. 177 für eine einzige Brechung bewiesenen vollkommen analog, und F und F^* entsprechen den beiden Brennpunkten, nur den Scheitel der brechenden Fläche (dort AA') hat man gewissermaßen in zwei Punkte E und E^* gespalten zu denken. Sei in der Fig. 75 OX die Axe des Systems. In den ausgezeichneten Punkten denke man sich zu ihr senk-

Fig. 74.



*) Nur wenn man die hier abgeleiteten Formeln auch gebrauchen will für optische Systeme, in denen außer Brechungen auch Reflexionen vorkommen, so kann eine oder die andere der Größen n den Werth -1 bekommen, denn Reflexion kann definirt werden als eine Brechung mit dem Index -1.

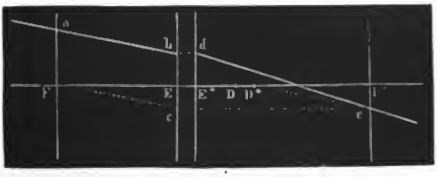
Digitized by Google

rechte Ebenen gestellt, die Brennebenen und Hauptebenen heißen mögen. Ihre Durchschnitte mit der Ebene der Figur sind als zu OX senkrechte Gerade gezeichnet. Sei jetzt ab ein einfallender Strahl (der übrigens nicht nothwendig in der Ebene des Papiers zu denken ist). Bei b möge seine Richtung die erste Hauptebene schneiden; man ziehe jetzt Fc parallel ab, und ce parallel mit OX; wird ferner bd parallel OX gezogen, so ist de die Richtung des letzten Weges oder des ausfahrenden Strahles. Nach Nr. 185 muß die Richtung des ausfahrenden Strahles die zweite Hauptebene in einem Punkte treffen, dessen Coordinaten y und z mit den gleichnamigen Coordinaten desjenigen Punktes übereinstimmen, in welchem der zugehörige einfallende Strahl die erste Hauptebene trifft, folglich geht der zu ab gehörige ausfahrende Strahl jedenfalls durch d. Ferner wurde Nr. 186 gezeigt, daß parallele einfallende Strahlen in einem Punkte der zweiten Brennebene zusammenlaufen. Der dem einfallenden Strahle ab zugeordnete ausfahrende Strahl muß also jedenfalls durch denselben Punkt der F^*-Ebene gehen, durch welchen ein dem gedachten Hülfsstrahle Fc zugeordneter ausfahrender Strahl geht. Dieser letztere muß aber nothwendig der Punkt e sein, denn einmal werden alle Strahlen, die von F ausgehen, noch den Brechungen der Axe OX parallel. Ferner aber muß aus dem soeben schon einmal benutzten Grunde der ausfahrende Hülfsstrahl unter allen zu OX parallelen Linien gerade ge sein, denn der Punkt g hat der Construction gemäß dieselben Coordinaten y und z, wie der Punkt c. Es ist somit bewiesen, daß der Punkt e der Vereinigungspunkt eines parallelstrahligen einfallenden Bündels von der Richtung ab sein müßte, der einzelne Strahl ab muß also jedenfalls nach allen Brechungen durch e gehen, und de muß insbesondere die Richtung des ihm zugeordneten ausfahrenden Strahles sein.

Die Construction kann noch etwas vereinfacht werden durch Einführung zweier neuer Punkte, die eine neue Analogie mit der Brechung durch eine einzige Fläche begründen; sie theilen sich nämlich in die Rolle des Krümmungsmittelpunktes einer solchen ähnlich, wie sich die Punkte E und E^* in die Rolle des Scheitels theilen. Die beiden Punkte, mit D und D^* bezeichnet, mögen Knotenpunkte heißen und liegen so, daß D^*F^* gleich dem Abstande FE ist, und daß D so weit vor D^* liegt, als E vor E^*. Denn es wird dadurch $D - E = D^* - E^* = -\frac{n^* - n^0}{k}$ = dem in Nr. 185 gefundenen Werthe des Halbmessers der hypothetischen einen brechenden Fläche, welche, abgesehen von einer Verschiebung längs der Axe, dieselbe Wirkung hervorbringt, wie die gesammten Flächen des Systems. Diese Punkte stimmen

188

Fig. 75.

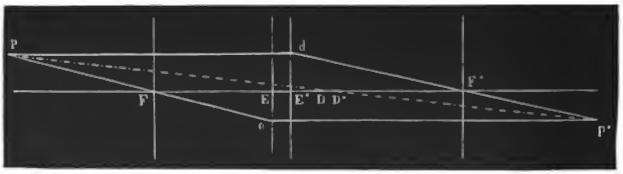


Digitized by Google

aber auch darin mit dem Krümmungsmittelpunkte einer brechenden Fläche überein, daß ein auf D zielender Strahl gleichsam ungebrochen ausfährt, d. h. er fährt in derselben nur um den Abstand DD' längs der Axe verschobenen Richtung aus, oder mit anderen Worten, für einen durch D gehenden einfallenden Strahl fährt ein paralleler durch D' gehender aus. Man nennt einen solchen, entsprechend der Bezeichnung für eine Brechung, einen Richtungsstrahl. Was die Vereinfachung der Construction durch die Einführung der neuen Punkte betrifft, so besteht sie darin, daß man den Punkt c nicht nöthig hat; denn man braucht jetzt bloß durch D' eine zu ab parallele Gerade zu ziehen und ihren Durchschnittspunkt mit der F'-Ebene e mit d zu verbinden. Die Zulässigkeit leuchtet ein, wenn man die alte Construction aus Nr. 187 hinzufügt (in der Fig. 75 durch punktirte Linien angedeutet) und bemerkt, daß $FceD'$ ein Parallelogramm ist, dessen vollständige Zeichnung man ersparen kann.

Für einen beliebigen gegebenen Objectpunkt P den Bildpunkt P' zu finden, ist nach den angegebenen Constructionen leicht, man braucht zu dem Ende eben nur für zwei willkürliche von P ausgehende Strahlen die ausfahrenden Strahlen zu construiren, ihr Durchschnitt ist das gesuchte Bild P'. Am bequemsten wählt man zwei ausgezeichnete Strahlen, nämlich den Richtungsstrahl PD und den durch den ersten Brennpunkt gehenden Strahl PFc (Fig. 76). Statt des

Fig. 76.

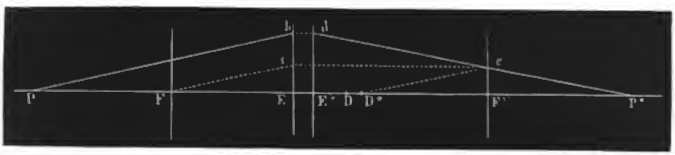


zweiten kann man auch den der Axe parallelen Strahl Pd wählen, welcher beim Ausfahren offenbar durch F' gehen muß. Begreiflicherweise muß jedes Strahlenpaar zu demselben Punkte P' führen, da ja von vornherein bewiesen wurde, daß alle von P ausgehende Strahlen sich in einem Punkte schneiden müssen. Für den Fall, daß der gegebene Objectpunkt auf der Axe liegt, werden natürlich die soeben gebrauchten Paare von ausgezeichneten Strahlen unbrauchbar, da alle drei mit der Axe selbst zusammenfallen; man muß daher irgend einen zweiten willkürlichen zu Hülfe nehmen. Das Bild muß jedenfalls in der Axe liegen, da der mit ihr auf seinem ersten Wege zusammenfallende Strahl alle Flächen senkrecht trifft, folglich ungebrochen durch das ganze System geht und immer noch mit der Axe zusammenfallend ausfährt. Wo also der zweite willkürlich gegriffene Strahl die Axe schneidet, da ist die P conjugirte Vereinigungsweite P'; die Construction selbst erhellt aus Fig. 77. Aus allen den Fällen ergiebt sich noch der Satz, daß conjugirte Vereinigungsweiten allemal auf zusammengehörigen Richtungslinien liegen müssen, wie P und P' auf den zusammengehörigen (parallelen) Richtungslinien PD und $D'P'$ liegen.

Digitized by Google

Den als Beispielen gebrauchten Figuren liegt allen die Vorstellung eines collectiven Systemes zu Grunde, dessen erstes und letztes Mittel von einander

Fig. 77.



verschieden sind. Ein solches System ist das menschliche Auge. Die Constructionsregel bleibt übrigens für andere, z. B. dispansive, Anordnungen Wort für Wort dieselbe, nur nehmen die ausgezeichneten Punkte andere gegenseitige Stellungen ein, es braucht daher auf solche andere Anordnungen nicht näher eingegangen zu werden. Es bedarf namentlich auch der Umstand keiner eingehenden Besprechung, daß die ganze Construction sich etwas vereinfacht, wenn im Systeme das erste und letzte Mittel übereinstimmen, weil alsdann $E^* F^* = EF$ wird.

Zur Vervollständigung dieser Lehren gehört noch eine Umformung der 189
(Nr. 183 gegebenen) Coordinatenwerthe des conjugirten Vereinigungspunktes P^*, ausgedrückt in den Coordinaten des Objectpunktes P. Diese Umformung läßt nämlich noch eine letzte Analogie zwischen den Wirkungen eines brechenden Systems und den Wirkungen einer einfachen Brechung sehen. Führt man in die Nr. 183 gegebenen Ausdrücke für $\xi^* \eta^* \zeta^*$ statt N^0 und N^* ihre Werthe ausgedrückt in E und E^* (aus Gleichung 19) ein, so hat man:

$$\xi^* = E^* - \frac{n^* (E - \xi)}{n^0 + k (E - \xi)}; \quad \eta^* = \frac{n^0 \eta}{n^0 + k (E - \xi)}; \quad \zeta^* = \frac{n^0 \zeta}{n^0 + k (E - \xi)}$$

und die erste dieser Relationen giebt:

$$\frac{n^0}{E - \xi} + \frac{n^*}{\xi^* - E^*} = - k;$$

setzt man aber die nach entgegengesetzten Seiten gemessenen Entfernungen der conjugirten Vereinigungspunkte von den Hauptebenen $E - \xi = p$, $\xi^* - E^* = p^*$ und nennt sie conjugirte Vereinigungsweiten, so hat man zwischen diesen die Relation $\frac{n^0}{p} + \frac{n^*}{p^*} = - k = \frac{n^0}{f} = \frac{n^*}{f^*}$, wodurch die Analogie mit der Brechung an einer Fläche in die Augen springt.

Die in Nr. 184 gegebene lineare Vergrößerungszahl für das System nimmt, vermöge der beiden letzten Ausdrücke, jetzt noch folgende Formen an:

$$m = \frac{n^0}{n^0 + kp} = \frac{1}{1 + \frac{k}{n^0} p} = \frac{1}{1 - \frac{p}{f}} = \frac{f}{f - p}$$

$$= \frac{n^* + kp^*}{n^*} = 1 + \frac{k}{n^*} p^* = 1 - \frac{p^*}{f^*} = \frac{f^* - p^*}{f^*}.$$

Digitized by Google

Setzt man dagegen an die Stelle von N^0 und N^* in die Gleichungen ihre aus (23) genommenen Werthe in F und F^*, so hat man:

$$\xi^* = F^* + \frac{n^0 n^*}{kk\,(F-\xi)};\quad \eta^* = \frac{n^0\eta}{k\,(F-\xi)};\quad \zeta^* = \frac{n^0\zeta}{k\,(F-\xi)};$$

setzt man:

$F - \xi = \mathfrak{x}$ und $\xi^* - F^* = \mathfrak{y}$; d. h. $\mathfrak{x} = p - f$; $\mathfrak{y} = p^* - f^*$

so erhält man aus der ersten Gleichung $\mathfrak{x}\mathfrak{y} = ff^*$ oder $(p-f)(p^*-f^*) = ff^*$ (s. Nr. 171).

Zweites Capitel.

Das schematische Auge.

190 Es ist aus der Anatomie bekannt, daß der menschliche Augapfel in der Mitte von vorn nach hinten ganz durchsichtig ist, und daß auf dieser Richtung darin vier verschiedene durchsichtige Stoffe hinter einander liegen, die durch krumme Flächen von einander getrennt sind. Diese Stoffe sind der Hornhautstoff, die wässerige Feuchtigkeit, die Linsensubstanz und der Glaskörper. Die krummen Flächen, welche diese Stoffe sowie die ersten von der Luft trennen, sind keine Kugelabschnitte, sondern gehören anderen, complicirteren Oberflächen an, es fallen auch nicht, soweit sie wenigstens Rotationsflächen sind, die Axen derselben in eine gerade Linie. Sonach würden die im vorigen Capitel entwickelten Lehrsätze im Auge streng genommen keine Geltung haben. Es müßte vielmehr, wenn absolute mathematische Genauigkeit verlangt würde, die Lehre vom Gange der Lichtstrahlen im Auge auf einen Calcul gegründet werden von unübersehbarer Verwickelung, besonders wenn man noch dem anatomischen Umstande Rechnung tragen wollte, daß die ganze Linsenmasse keineswegs ein einziges brechendes Medium zwischen zwei Flächen eingeschlossen ist, sondern vielmehr selbst ein aus unzähligen Lamellen zusammengesetztes System ist, deren Brechungsindices wenigstens nach der allgemeinen Annahme verschieden sind. Glücklicherweise weichen nun die Trennungsflächen des Auges — wenn auch mehr als die künstlichen Oberflächen guter Glaslinsen — doch sehr wenig von Kugeloberflächen ab. Man entfernt sich insbesondere nicht viel von der Wahrheit, wenn man kleine Stücke der brechenden Oberflächen des Auges als Kugelabschnitte ansieht. So kann man eine gerade Linie vom Scheitel der Hornhaut nach dem Mittelpunkte des gelben Fleckes der Netzhaut gezogen denken, die sogenannte Gesichtsaxe — sie führt diesen Namen zunächst aus rein physiologischen Gründen, die hier nicht erörtert werden können — und kann die zunächst um diese Linie herum gelegenen Theile der brechenden Flächen für Kugelabschnitte

Digitized by Google

gelten lassen, deren Mittelpunkte auf der gedachten Linie liegen. Man hat damit jedenfalls eine erste Annäherung, die der Betrachtung mit großem Nutzen einstweilen zu Grunde gelegt werden darf. Solche erste Annäherungen erlaubt man sich in allen Zweigen der Physik und Mechanik. Die daraus gefolgerten Gesetze nähern sich in demselben Maße den wahren Gesetzen, als sich die zu Grunde gelegten hypothetischen Thatsachen den wahren Thatsachen nähern. Die angenähert richtigen Gesetze dienen aber als sicherer Anhaltspunkt, an welchen die Abweichungen, die von den in der Betrachtung ursprünglich nicht berücksichtigten Einflüssen herrühren, gleichsam als »Störungen« eines ideal regelmäßigen Vorganges anknüpfen lassen. In unserem Falle hat man aber um so mehr Berechtigung, eine solche erste Annäherung zu behandeln, als wirklich, wie schon bemerkt, der thatsächliche anatomische Befund nur sehr wenig davon abweicht und als ferner, wie wir weiter unten sehen werden, die daraus gefolgerten Gesetze fast genau die für das wirkliche Auge beobachtungsgemäß geltenden sind.

Erlaubt man sich nun in der That, die Scheiteltheile der brechenden Flä- 191
chen des Auges für Kugelabschnitte zu nehmen, deren Mittelpunkte auf der Gesichtsaxe liegen, so hat man das Auge in ein »centrirtes System sphärischer brechender Flächen« im Sinne des vorigen Capitels verwandelt, welches wir ein »ideales« oder »schematisches« Auge nennen wollen. Auf dieses können natürlich sofort alle Lehrsätze, die im vorigen Capitel abgeleitet wurden, ohne Einschränkung angewandt werden. Ehe wir hierzu schreiten, mögen jedoch noch einige Bemerkungen Platz finden. Es kann nicht stark genug betont werden, und mag die Wiederholung dadurch gerechtfertigt sein, alle Entwickelungen, Lehrsätze und Formeln des vorigen Capitels gelten nur von denjenigen Strahlen, welche sehr kleine (eigentlich unendlich kleine) Winkel mit der Axe bilden und welche gleichzeitig die brechenden Flächen sehr nahe bei ihren Scheiteln treffen, so daß auch die »Einfallswinkel« aller Strahlen, das heißt also die Winkel, welche sie mit den zu ihren Einfallspunkten gezogenen Radien bilden, sehr klein sind. Sieht man also z. B. die vorliegende Seite aus 2^{dm} Entfernung an und fixirt die Seitenzahl, so darf man nicht erwarten, daß diejenigen Strahlenbündel, welche das Bild des letzten Buchstaben der Seite bilden, nach denselben Gesetzen die brechenden Medien des Auges durchlaufen, als die, welche das Bild der fixirten Ziffer entstehen lassen, weil die Strahlen jener zu große Winkel mit der Axe einschließen; man kann daher auch das Bild dieses Buchstabens gar nicht nach den gegebenen Regeln construiren. Aber auch von dem Strahlenbündel, welches das Bild des fixirten Punktes bildet, weichen (wenigstens bei einigermaßen weiter Pupille) die äußersten Randstrahlen schon merklich von unseren Regeln ab, weil sie unter zu schiefen Winkeln auf die brechenden Flächen fallen. Wenn diese Abweichung sich gleichwohl der Beobachtung entzieht, so hat das seinen Grund entweder in mangelhafter Genauigkeit der empfindenden Werkzeuge oder in einer besonderen noch nicht bekannten Einrichtung der brechenden Mittel. Nach unseren Regeln können also nur diejenigen Strahlenkegel behandelt werden, welche von Punkten ausgehen, die rund um den fixirten (in der Gesichtsaxe gelegenen) Punkt ihm sehr nahe liegen, im Ver-

Digitized by Google

hältniß zu ihrer Entfernung vom Auge, und auch diese nur, wenn sie mit sehr kleiner Basis auf der Hornhaut stehen. Man kann das letztere auch so ausdrücken: die Anwendung der Regeln des vorigen Capitels zur Construction der Bilder im Auge setzt eine sehr enge Pupille voraus. Um sich ohne Weiteres von der Wahrheit dieser Bemerkungen zu überzeugen, bedenke man Folgendes: Die Bilder aller Punkte einer Ebene fallen nach unseren Regeln stets ebenfalls in eine Ebene; wäre also die Anwendung der Regeln nicht auf ein kleines Stück der Objectebene um ihren Durchschnittspunkt mit der Axe herum beschränkt, so müßten z. B. die Bilder sämmtlicher Buchstaben einer ziemlich nahe gesehenen gedruckten Seite alle in eine Ebene fallen. Dem kann aber nicht so sein; denn vorausgesetzt, daß man die Seite deutlich sieht, müssen die Bilder aller Buchstaben auf der gekrümmten Netzhaut liegen, und sie nehmen auf derselben unter der gemachten Voraussetzung über die Entfernung vom Auge einen so großen Raum ein, daß seine Krümmung keineswegs vernachlässigt werden kann. Man sieht hieraus schon, daß die mehr seitlichen Bilder nach ganz anderen Regeln gefunden werden müssen, und daß unsere Regeln nur auf solche Bilder Anwendung finden können, die auf ein Stück der Netzhaut in der Nähe des Axenpunktes fallen, das ohne namhaften Fehler mit einer zur Axe senkrechten Ebene zusammenfällt, d. h. aber wiederum nur auf solche Bilder, die von Strahlenbündeln herrühren, welche kleine Winkel mit der Axe machen. Wenn gleichwohl einige Gesetze über die der Axe benachbarten Bilder auch für mehr seitliche Bilder Geltung haben, so ist dies wenigstens nicht eine Folge der im vorigen Capitel gemachten Ableitungen, müßte vielmehr noch besonders erwiesen werden. So hat z. B. Volkmann durch sinnreiche und feine Versuche gezeigt, daß seitliche Bilder auf Richtungslinien zu suchen sind, die durch dieselben Knotenpunkte gezogen werden, welche für die Construction der mittleren Bilder als Hülfspunkte dienen. Aber dieser Umstand war nicht wohl aus der sphärischen Beschaffenheit der brechenden Flächen, wenigstens nicht aus den Rechnungen von Gauß, mit Bestimmtheit vorauszusagen, er hängt vielleicht sogar gerade mit der Abweichung von der Kugelgestalt zusammen.

192 Wollen wir nun in der That ein bestimmtes ideales Auge herstellen, um es den ferneren physiologisch-optischen Betrachtungen zu Grunde zu legen, so müssen zunächst den Constanten bestimmte Werthe beigelegt werden. Man könnte auf den ersten Blick versucht sein, Mittelwerthe aus zahlreichen Messungen der Constanten wirklicher Augen für die zweckmäßigsten zu halten. Bei näherem Zusehen überzeugt man sich jedoch, daß es vor Allem an einem Principe zur Feststellung solcher Mittelwerthe fehlt. Man könnte zweitens, und das wäre in der That vorzuziehen, die zusammengehörigen Constanten *eines* wirklichen Auges zu Grunde legen, indem man für die Halbmesser der einzelnen Kugelflächen die gemessenen Krümmungshalbmesser am Scheitel der wirklichen Flächen einsetzte und von der mangelhaften Centrirung geradezu abstrahirte. Nun sind aber nicht alle Constanten des lebenden Auges directer Messung zugänglich und deshalb muß man auch auf den zweiten Plan verzichten. Es bleibt nichts Anderes übrig, als mit einer gewissen Willkür den optischen Constanten runde Zahlwerthe zu

Digitized by Google

geben. Zwei Gesichtspunkte nur müssen bei ihrer Auswahl festgehalten werden Einmal müssen die gewählten Größen im Bereich der bei gesunden Augen wirklich vorkommenden liegen. Zweitens müssen die willkürlich zusammengestellten Größen einen Apparat liefern, der sich optisch verhält wie ein auf ferne Objecte eingestelltes, also normalsichtiges Auge in der Ruhe. Listing hat ein solches System von optischen Constanten zusammengestellt und dafür die Lage der im vorigen Capitel besprochenen Punkte berechnet. Wir wollen auch unseren ferneren Untersuchungen dieses Listing'sche ideale Auge zu Grunde legen. Er läßt es übrigens nur aus vier Mitteln (mit Einschluß der umgebenden Atmosphäre) bestehen, die in dieser Reihe einander folgen: Luft, wässerige Feuchtigkeit, Linsensubstanz, Glasfeuchtigkeit. Er erlaubt sich somit eine Vereinfachung, indem er die wässerige Feuchtigkeit bis zur Vorderfläche der Hornhaut ausdehnt. Neuerdings hat Helmholtz*) die Zulässigkeit dieser Vereinfachung nachgewiesen. Er zeigt, daß die beiden Flächen der Hornhaut so annähernd parallel sind, daß die Anwesenheit ihrer Substanz die Brechung nicht anders macht, als wenn sich an ihrem Platze noch wässerige Feuchtigkeit befände. Innerhalb des ersten Mittels dicht anliegend an der zweiten Trennungsfläche ist dann, wie im wirklichen, im schematischen Auge die Blendung (Iris, Regenbogenhaut) zu denken, deren centrale Oeffnung, die kreisförmige Pupille, nach Bedürfniß größer und kleiner gemacht werden kann. Eine weite Pupille läßt von jedem Punkte des Objectes einen größeren Strahlenkegel zum Bilde beitragen und wird also bei schwacher Leuchtkraft des Objectes benutzt. Wir haben nach dieser Vereinfachung noch 9 Constante zu bestimmen, nämlich die 4 Brechungsindices, die 3 Halbmesser der Trennungsflächen (Hornhaut, vordere Linsenfläche, hintere Linsenfläche) und die beiden Scheitelabstände, nämlich den Abstand des Hornhautscheitels vom Scheitel der vorderen Linsenfläche und den Abstand des letzteren vom Scheitel der hinteren Linsenfläche. Wir bezeichnen nach der Weise des vorigen Capitels die vier Brechungsindices mit n^0, n', n'', n^*, die drei Halbmesser mit r^0, r', r^*, die Scheitelabstände mit $N' - N^0$ und $N^* - N'$. In Listing's idealem Auge haben nun diese Größen folgende Werthe**):

$$n^0 = 1 \qquad r^0 = +\ 8 \qquad N' - N^0 = 4$$

$$n' = \frac{103}{77} \qquad r' = +\ 10 \qquad N^* - N' = 4$$

$$n'' = \frac{16}{11} \qquad r^* = -\ 6$$

$$n^* = \frac{203}{77}$$

Diese Größen schließen sich, soweit sie directer Messung zugänglich sind, sehr gut einem erst neuerdings von Helmholtz***) gemachten Systeme von Messungen an

*) Gräfe's Archiv Bd. I. Abth. II.

**) Für die ganze Folge ist das Millimeter Linieneinheit.

***) Siehe in der oben citirten Abhandlung das mit B. P. bezeichnete Auge.

Digitized by Google

Ich setze dasselbe zur Vergleichung hierher mit dem Bemerken, daß zur Bestimmung der hinteren Krümmungshalbmesser eine Annahme über die Brechungsindices der davor liegenden Mittel gemacht werden mußte, daß diese Größen also eigentlich nicht das ganz reine Resultate directer Messung genannt werden können:

$$r^0 = +\,7{,}646 \qquad N' - N^0 = 3{,}597$$
$$r' = +\,8{,}8 \qquad N'' - N' = 3{,}635$$
$$r'' = -\,5{,}13$$

Die vordere Hornhautfläche wich in diesem Auge folgender Art von der Kugelgestalt ab: Der horizontale Meridianschnitt war eine Ellipse, deren große Halbaxe = 10,100 deren kleine Halbaxe = 8,788 war, das Quadrat der Excentricität war somit = 0,2430; die große Axe fiel nicht genau mit der Gesichtsaxe zusammen, sondern bildete mit derselben nach vorn (schläfenwärts abweichend) einen Winkel von 6°45′. Der Durchmesser der Hornhautbasis betrug in demselben Auge 11,640, sowie der Abstand des Scheitels von der Basis 2,531. Diese Verhältnisse sind dargestellt in Fig. 85 auf der linken Seite der lothrechten Linie, die mit F bezeichnet ist. Was die Brechungsindices betrifft, so stimmen die in obigem Täfelchen ihnen beigelegten Werthe ebenfalls ganz gut zu einer erst kürzlich über diesen Gegenstand angestellten Untersuchung von Krause. Er fand im Mittel aus zwanzig Versuchen den Brechungsinder

der Hornhautsubstanz	= 1,3507
des humor aqueus	= 1,3420
des corpus vitreum	= 1,3485
des stratum externum lentis	= 1,4053
des stratum medium lentis	= 1,4294
des nucleus lentis	= 1,4541

wobei der Brechungsinder des Wassers = 1,334240 angenommen wurde. Daß die Brechungsindices durch 18stündiges Liegen nach dem Tode (so lange hatten die benutzten Augen gelegen) nicht merklich verändert würden, davon überzeugte sich Krause durch Controlversuche an Kalbsaugen. In den zwanzig einzelnen Versuchen kommen nun Werthe für die Brechungsindices des humor aqueus und des corpus vitreum vor, die größer und die kleiner sind als die oben dafür angenommenen.

Die als Brechungsinder der Linse angenommene Zahl $\frac{16}{11}$ übertrifft den mittleren Brechungsinder selbst des Linsenkernes noch um etwas in der vierten Decimale. In der That würde aber dies principiell gerechtfertigt sein, wenn man eine aus immer stärker brennenden Schichten zusammengesetzte Linse durch eine congruente homogene optisch ersetzen wollte; man müßte dieser einen größeren Brechungsinder beilegen als selbst der stärkst brechenden Schicht jener. Man

Digitized by Google

dürfte nicht den mittleren Brechungsindex der verschiedenen Schichten der ganzen Substanz der substituirten homogenen Linse beilegen. Im Allgemeinen einleuchtend wird dieser Satz ohne weitere Rechnung schon durch die einfache Bemerkung, daß die inneren Schichten der Linse nicht nur durch ihre stärkere Brechkraft, sondern auch durch ihre stärkere Convexität für die Ablenkung der Lichtstrahlen in erhöhtem Maße wirken. Theoretisch hat übrigens auch Senff diesen Satz bestätigt. Siehe Volkmann Art. Sehen in Rud. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie S. 290.

Kehren wir zu den Constanten des schematischen Auges zurück und berech- 193
nen wir daraus nach Anleitung des vorigen Capitels die mit g, h, k, l bezeichneten Größen.

Man hat

$$n' - n^0 = +\frac{26}{77}$$

$$n'' - n' = +\frac{9}{77}$$

$$n^* - n'' = -\frac{9}{77}$$

und somit nach Glg. (5)

$$u^0 = -\frac{n' - n^0}{r^0} = -\frac{26}{77}\cdot\frac{1}{8} = -\frac{13}{308} = -0{,}0422078$$

$$u' = -\frac{n'' - n'}{r'} = -\frac{9}{77}\cdot\frac{1}{10} = -\frac{9}{770} = -0{,}0116883$$

$$u^* = -\frac{n^* - n''}{r^*} = -\frac{9}{77}\cdot\frac{1}{6} = -\frac{3}{154} = -0{,}0194805$$

$$t' = \frac{N' - N^0}{n'} = +\frac{4.77}{103} = +\frac{308}{103} = +2{,}9902913$$

$$t^* = \frac{N^* - N'}{n''} = +\frac{4.11}{16} = +\frac{11}{4} = +2{,}7500000$$

Aus diesen Größen, deren Werthe wir hier nebst ihren Logarithmen noch einmal in der Ordnung u^0, t', u', t^*, u^* hersetzen*),

*) In den drei Logarithmen für u bedeutet die Kennziffer $\overline{8}$, daß von dem Logarithmus mit der Kennziffer 8 die Zahl 10 oder von dem Logarithmus gleicher Mantisse und der Kennziffer 0 die Zahl 2 abgezogen werden muß. Das angefügte n bedeutet, daß die zugehörige Zahl negativ ist.

Digitized by Google

$$u^0 = -0{,}0422078 \qquad \log u^0 = \overline{8}{,}6253927_n$$
$$t' = +2{,}9902913 \qquad \log t' = 0{,}4757135$$
$$u' = -0{,}0116883 \qquad \log u' = \overline{8}{,}0677518_n$$
$$t^* = +2{,}7500000 \qquad \log t^* = 0{,}4393327$$
$$u^* = -0{,}0194805 \qquad \log u^* = \overline{8}{,}2896006_n$$

sind nun nach (98) die vier Größen g, h, k, l für unser schematisches Auge zu berechnen.

Aus (98) und den Entwickelungen Nro. 182 haben wir

$$g = (u^0, t', u', t^*) = u^0 t' u' t^* + u' t^* + u^0 t^* + u^0 t' + 1$$
$$h = (t', u', t^*) = t' u' t^* + t^* + t'$$
$$k = (u^0, t', u', t^*, u^*) = u^0 t' u' t^* u^* + u' t^* u^* + u^0 t^* u^* + u^0 t' u^* + u^0 t' u' + u^* + u' + u^0$$
$$l = (t', u', t^*, u^*) = t' u' t^* u^* + t^* u^* + t' u^* + t' u' + 1$$

und hiernach folgende Rechnung

für g:

$\log u^0 \ldots\ldots\ldots 8{,}6253927_n$		
$\log t' \ldots\ldots\ldots 0{,}4757135$		
$\log u' \ldots\ldots\ldots \overline{8}{,}0677518_n$		
$\log t^* \ldots\ldots\ldots 0{,}4393327$		
$\log u^0 t' u' t^* \cdots \overline{7}{,}6081907$	und	$u^0 t' u' t^* = +0{,}0040569$
$\log u' t^* \ldots\ldots \overline{8}{,}5070845_n$		$u' t^* = -0{,}0321429$
$\log u^0 t^* \ldots\ldots \overline{9}{,}0647254_n$		$u^0 t^* = -0{,}1160714$
$\log u^0 t' \ldots\ldots \overline{9}{,}1011062_n$		$u^0 t' = -0{,}1262136$
		$1 = +1{,}0000000$
		$g = +0{,}7296290$

für h:

$\log t' \ldots\ldots\ldots 0{,}4757135$		
$\log u' \ldots\ldots\ldots \overline{8}{,}0677518_n$		
$\log t^* \ldots\ldots\ldots 0{,}4393327$		
$\log t' u' t^* \ldots\ldots \overline{8}{,}9827980_n$	und	$t' u' t^* = -0{,}0961165$
		$t^* = +2{,}7500000$
		$t' = +2{,}9902913$
		$h = +5{,}6441748$

Digitized by Google

für k:

$\log u^0 \ldots\ldots \overline{8},6253927_n$
$\log t' \ldots\ldots 0,4757135$
$\log u' \ldots\ldots \overline{8},0677518_n$
$\log t^* \ldots\ldots 0,4393327$
$\log u^* \ldots\ldots \overline{8},2896006_n$

$\log u^0 t' u' t^* u^* \ldots \overline{5},8977913_n$ und $u^0 t' u' t^* u^* = -0,0000790$

$\overline{8},0677518_n$
$0,4393327$
$\overline{8},2896006_n$

$\log u' t^* u^* \ldots\ldots \overline{6},7966851$ $\quad u' t^* u^* = +0,0006261$

$\overline{8},6253927_n$
$0,4393327$
$\overline{8},2896006_n$

$\log u^0 t^* u^* \ldots\ldots \overline{7},3543260$ $\quad u^0 t^* u^* = +0,0022611$

$\overline{8},6253927_n$
$0,4757135$
$\overline{8},2896006_n$

$\log u^0 t' u^* \ldots\ldots \overline{7},3907068$ $\quad u^0 t' u^* = +0,0024587$

$\overline{8},6253927_n$
$0,4757135$
$\overline{8},0677518_n$

$\log u^0 t' u' \ldots\ldots \overline{7},1688580$ $\quad u^0 t' u' = +0,0014752$

$u^* = -0,0194805$
$u' = -0,0116883$
$u^0 = -0,0422078$

$+0,0068211$
$-0,0734556$

$k = -0,0666345$

Digitized by Google

für l:

$\log t' \ldots\ldots\ldots 0{,}4757135$
$\log u' \ldots\ldots\ldots \overline{8}{,}0677518_n$
$\log t^* \ldots\ldots\ldots 0{,}4393327$
$\log u^* \ldots\ldots\ldots \overline{8}{,}2896006_n$

$\log t'u't^*u^* \ldots \overline{7}{,}2723986$ und $t'u't^*u^* = +0{,}0018724$
$\log t^*u^* \ldots\ldots \overline{8}{,}7289333_n$ $t^*u^* = -0{,}0535714$
$\log t'u^* \ldots\ldots \overline{8}{,}7653141_n$ $t'u^* = -0{,}0582524$
$\log t'u' \ldots\ldots \overline{8}{,}5434653$ $t'u' = -0{,}0349515$
$1 = +1{,}0000000$
$l = +0{,}8550971$

Die gefundenen Werthe der vier Constanten g, h, k, l nebst ihren Logarithmen sind also:

$g = +0{,}7296290$ $\log g = \overline{9}{,}8631021$
$h = +5{,}6441748$ $\log h = 0{,}7516005$
$k = -0{,}0666345$ $\log k = \overline{8}{,}8236992_n$
$l = +0{,}8550971$ $\log l = \overline{9}{,}9320155.$

Zur Controle mittelst der Gleichung $gl - hk = 1$ hat man

$\log gl \ldots\ldots \overline{9}{,}7951176$ $gl = 0{,}6239038$
$\log hk \ldots\ldots \overline{9}{,}5752997_n$ $-hk = 0{,}3760969$
$gl - hk = 1{,}0000007$

bis zur sechsten Decimale genau.

Die zur Berechnung der Hauptpunkte dienenden Hülfsgrößen ϑ und ϑ^* (in Gleichung 20) nehmen hiernach die Werthe an

$$\vartheta = \frac{1-l}{k} = -2{,}1746,$$

$$\vartheta^* = \frac{1-g}{k} = -4{,}0575.$$

so daß nach (19) sich ergiebt:

$$E_1 - N^0 = -n^0\vartheta = +2{,}1746,$$
$$N^* - E_1^* = -n^*\vartheta^* = +5{,}4276,$$

d. h. der erste Hauptpunkt liegt $2{,}1746^{mm}$ hinter dem Scheitel der Hornhaut und der zweite Hauptpunkt liegt $5{,}4276^{mm}$ vor dem Scheitel der hinteren Linsenfläche. Da aber dieser selbst 8^{mm} hinter dem Hornhautscheitel liegt, so ist der Abstand beider Hauptpunkte von einander $E^* - E = \varepsilon = 0{,}3978^{mm}$

Die zur Bestimmung der Brennpunkte dienenden Hülfsgrößen (24) sind:

Digitized by Google

$$\vartheta = -\frac{l}{k} = +\ 12{,}8326,$$

$$\vartheta^* = -\frac{q}{k} = +\ 10{,}9497;$$

man hat folglich nach Glg. (23):

$$N^0 - F = n^0\vartheta = 12{,}8326,$$
$$F^* - N^* = n^*\vartheta^* = 14{,}6470.$$

Die erstere dieser beiden Größen, welche angiebt, um wieviel der vordere Brennpunkt vor der Hornhaut liegt, vermehrt um 2,1746, d. h. um den Abstand des ersten Hauptpunktes von der Hornhaut, giebt die erste Brennweite f. Ebenso giebt die zweite Größe, vermehrt um 5,4276 die zweite Brennweite f^*. Man hat also:

$$E - F = f = 15{,}0072,$$
$$F^* - E^* = f^* = 20{,}0746,$$

welche Größen die Relation

$$\frac{f^*}{f} = \frac{n^*}{n^0} = \frac{133}{77}$$

verificiren.

Die Lage der in Nr. 188 definirten Knotenpunkte ergiebt sich endlich noch

$$D - E = D^* - E^* = f^* - f = +\ 5{,}0674,$$

folglich

$$D - N^0 = +\ 7{,}2420,$$
$$N^* - D^* = +\ 0{,}3602.$$

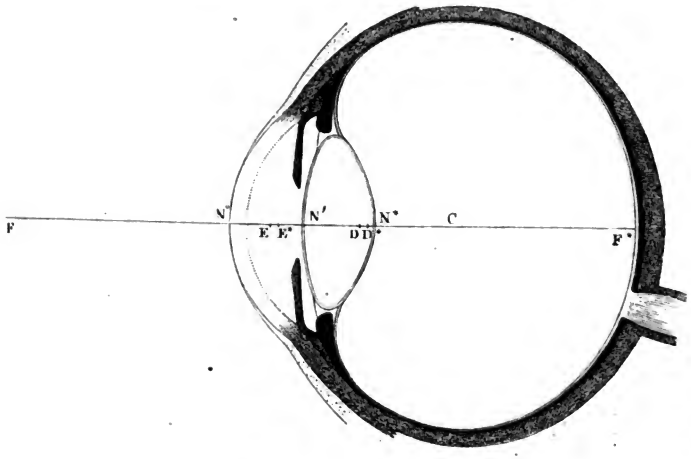
Da also der erste Knotenpunkt 7,2420^{mm} hinter dem Hornhautscheitel liegt, so liegt er 0,7580^{mm} vor der Hinterfläche der Linse und um 0,3978^{mm} entfernt von dem 0,3602 vor derselben Fläche liegenden zweiten Knotenpunkt, genau wie es die Aequidistanz der Haupt- und Knotenpunkte verlangt.

Das schematische Auge sollte aber nach der obigen Definition für sehr ferne Objecte eingestellt sein, d. h. parallele Strahlenbündel auf der Netzhaut vereinigen. Es muß also der Mittelpunkt der Netzhaut mit dem hinteren Brennpunkte F^* zusammenfallen. Es ergiebt sich aber aus dem Vorstehenden, daß der Brennpunkt F^* 22,6470^{mm} hinter dem Hornhautscheitel liegt. Wird der Netzhautmittelpunkt ebensoweit vom Hornhautscheitel entfernt gedacht, so schließt sich diese Annahme recht gut mittleren Ergebnissen directer Messungen an; solche stellen nämlich die ganze Länge des Augapfels von hinten nach vorn, vom Hornhautscheitel bis zum diametral gegenüberliegenden Punkte der Außenfläche der Sclerotica etwa = 24,25^{mm} heraus, so daß man etwa noch 1,6^{mm} auf die Dicke der Sclerotica zu rechnen hätte.

Digitized by Google

Die hier abgeleiteten Orte der optischen Cardinalpunkte stellt Fig. 79 *) in einem Horizontalschnitte des rechten schematischen Auges von oben betrachtet

Fig. 79.



in dreimaliger Linearvergrößerung dar. C ist noch der Drehpunkt des Auges, 12^{mm} vom Hornhautscheitel entfernt.

Die Lage der sämmtlichen bemerkenswerthen Punkte stellt sich in folgender Zahlentabelle übersichtlich dar, wo die Abscissenwerthe derselben auf der Axe gemessen zusammengestellt sind, und wo der Coordinatenursprung in den Scheitel der Hornhaut verlegt ist:

$F = -12{,}8326$	$D = 7{,}2420$
$N^0 = 0$	$D^* = 7{,}6398$
$E = +2{,}1746$	$N^* = 8$
$E^* = 2{,}5724$	$C = 12$
$N' = 4$	$F^* = 22{,}6470$

194 Weil der Abstand der Hauptpunkte, also auch der ihm gleiche Abstand der Knotenpunkte, wie sich aus vorstehender Rechnung gefunden hat, überaus klein ist, so kann man, ohne der Genauigkeit der meisten weiter zu führenden dioptri-

*) Da es hier vorzugsweise auf Darstellung der Haupt-, Knoten- und Brennpunkte abgesehen war, so habe ich die von Listing gegebene Zeichnung nicht nach den neueren Forschungen über Lage der Iris corrigiren zu müssen geglaubt.

Digitized by Google

schen Untersuchungen erheblichen Abbruch zu thun, das Auge auf eine einzige sphärische, brechende Fläche reduciren, in welcher unmittelbar das erste Mittel (Luft) mit dem Brechungsindex 1, und das letzte Mittel (Glasfeuchtigkeit) mit dem Brechungsindex $\frac{103}{77}$ an einander gränzen. Allgemein — und das verdient hier noch einmal hervorgehoben zu werden, weil manche physiologisch optische Untersuchungen von dem entgegengesetzten Irrthum auszugehen scheinen — ist es zwar niemals möglich, eine einzige sphärische Fläche irgendwo, mit irgend welchem Radius und mit irgend welchen Brechungsindices aufzustellen, die dioptrisch genau dasselbe leistet, wie ein System von mehreren brechenden Flächen. Vielmehr wurde schon oben gezeigt, daß man immer nur die Brechung eines Systems reduciren kann auf die Brechung an einer einzigen Fläche (resp. unendlich dünnen Linse) mit Verschiebung der ausfahrenden Strahlenbündel längs der Axe um die Entfernung der Hauptpunkte; weil aber eben im Falle des Auges diese Verschiebung außerordentlich gering ist, so ist die hier in Rede stehende Reduction erlaubt.

Es leuchtet ein, daß, wenn bei dieser Reduction an Stelle der sechs Punkte F, E, E^*, D, D^*, F^* vier gesetzt werden, das reducirte Auge dem ursprünglichen dann in dioptrischer Hinsicht am ähnlichsten sein wird, wenn die beiden Brennpunkte ihren Platz behalten und die beiden Paare E, E^* und D, D^* in zwei einfache Punkte E' und D' so verschmolzen werden, daß das Verhältniß der Brennweiten f und f^* ungeändert $= n^0 : n^*$ bleibt. Dies geschieht offenbar, wenn man den Punkt E' so zwischen E und E^*, sowie den Punkt D' so zwischen D und D^* setzt, daß sie die beiden Interstitien im Verhältnisse der Brechungsindices $n^0 : n^*$ oder der Brennweiten $f : f^*$ theilen. Die Theilung kann leicht durch Rechnung oder auch durch Construction gefunden werden; man hat insbesondere den Abstand $EE' = \frac{n^0}{n^0 + n^*} \cdot \varepsilon$, woraus die anderen Größen unmittelbar folgen. Die neuen Brennweiten $E' - F$ und $F'' - E'$ sollen f' und f'' heißen und verhalten sich also wieder wie $n^0 : n^*$. Die Ausführung der angedeuteten sehr einfachen Rechnungen ergiebt für das reducirte Auge, in analoger Weise ausgedrückt, wie oben die Coordinaten der wesentlichen Punkte:

$$\begin{aligned} F &= -\ 12{,}8326 \\ N^0 &= 0 \\ E' &= +\ 2{,}3448 \\ D' &= +\ 7{,}4696 \\ C &= +\ 12 \\ F^* &= +\ 22{,}6470. \end{aligned}$$

Die Bedeutung der so vorgenommenen Reduction ist nun näher diese, daß bei den meisten numerischen Bestimmungen des Ganges der Lichtstrahlen im Auge mit hinreichender Genauigkeit und Annäherung der Sehapparat angesehen werden kann als bestehend aus einer brechenden Substanz, begränzt von einer sphärischen convexen Oberfläche vom Radius 5,1248^{mm} und begabt mit einem Bre-

Digitized by Google

chungsindex $\frac{103}{77}$. Der Scheitel der eingebildeten brechenden Oberfläche fällt nämlich in den Hauptpunkt E' (wie aus den früher hervorgehobenen Analogien erhellt) und ihr Krümmungsmittelpunkt in den Knotenpunkt D', so daß $D' - E' = 5{,}1248$ der Halbmesser der eingebildeten Fläche ist. Es rückt also gleichsam die Oberfläche des Auges um $2{,}3448^{mm}$ rückwärts, ihr Halbmesser zieht sich von 8^{mm} auf $5{,}1248$ zusammen, und den drei durchsichtigen Medien wird ein einziges mit dem Brechungsindex der Glasfeuchtigkeit (nahe dem des Wassers) substituirt. Die bestimmten soeben angegebenen Zahlen haben natürlich nur Sinn für ein Auge mit genau vorausgesetzten Constanten, sie können daher, wenn es sich um quantitative dioptrische Discussionen handelt, auch bis auf zwei Stellen abgerundet werden. Man würde ja in der That immer ein System von ursprünglichen Constanten finden können, das ebenso wie das vorausgesetzte im Bereiche der Möglichkeit läge und gerade zu den abgerundeten Zahlen führte.

195 Schon früher wurde diese Reduction öfters in Vorschlag gebracht, und namentlich hat sie Volkmann in mehreren seiner optischen Abhandlungen angewandt. Er hat dem Knotenpunkte D' den sehr passenden Namen »Kreuzungspunkt der Richtungsstrahlen« gegeben, der seitdem in allgemeinen Gebrauch gekommen ist, und dessen auch wir uns fernerhin bedienen werden. Von jedem leuchtenden Punkte außerhalb geht (freilich nur mit der annähernden Genauigkeit, die der soeben vollführten Reduction des Auges überhaupt eigen ist) ein Strahl ungebrochen durch das Auge, und zwar eben der, welcher auf den Punkt D', den Mittelpunkt der (eingebildeten) brechenden Fläche, zielt, weil er diese senkrecht trifft. Dieser Strahl verdient in der That den Namen Richtungsstrahl oder Richtungslinie. Der Durchschnitt der Richtungslinie mit der Netzhaut ist das Bild des Punktes, vorausgesetzt, daß dasselbe überhaupt auf der Netzhaut liegt, oder daß das Auge der Entfernung des Punktes angepaßt ist. Umgekehrt versetzt die Seele einen Reiz in der durch den gereizten Netzhautpunkt gezogenen Richtungslinie nach außen. Es kann hier natürlich nicht die vielfach ventilirte Frage nach der Entstehung dieses Principes behandelt werden, sie gehört in die Nervenphysiologie, vielleicht sogar in die Psychologie, jedenfalls nicht in die Physik. Wir brauchen es hier nur lemmatisch als eine der Seele des Erwachsenen, sei es anerworbene, sei es angeborene Eigenschaft, hinzustellen. Wir fügen noch hinzu, daß man den Winkel zwischen zwei Richtungslinien den Gesichtswinkel nennt. So sagt man, eine Linie erscheint unter dem Gesichtswinkel von n Graden, wenn die durch ihre beiden Endpunkte gezogenen Richtungslinien einen Winkel von n Graden einschließen. Ebenso kann aber auch gesprochen werden von dem Gesichtswinkel, unter dem ein subjectiver Reiz auf der Netzhaut erscheint, oder ein von objectivem zwar veranlaßter, aber nicht durch ein richtiges dioptrisches Bild hervorgebrachter, das Punkt für Punkt einem äußeren Gegenstande entspricht. Endlich ist über die Richtungslinien noch zu bemerken, daß von zwei auf einer Richtungslinie liegenden Punkten im wohladaptirten Auge der nähere den ferneren verdeckt, weil ihre Bilder auf dieselbe Netzhautstelle fallen; aus sogleich erhellenden Gründen wird davon abgesehen,

Digitized by Google

daß streng genommen nicht beide zugleich scharfe Bilder auf der Netzhaut entwerfen können.

Wir können das reducirte Auge sofort benutzen zu einigen allgemeinen 196
Betrachtungen über Schärfe des Sehens. Es muß jedoch zuvor an einige allgemein bekannte physiologische Sätze erinnert werden. Man weiß, daß zum Zustandekommen einer Gesichtswahrnehmung der Netzhaut ein Lichtreiz von gewisser Intensität zukommen muß, und daß verschiedene Augen sehr verschiedener Intensitäten zu diesem Zwecke bedürfen, ein Auge, für welches das Minimum von Lichtreiz, das noch eine Gesichtswahrnehmung hervorbringt, abnorm groß ist, nennen wir bekanntlich amblyopisch oder stumpfsichtig. Wir stellen uns ein in dieser Beziehung normales Auge vor. Die Netzhaut besteht aus mehreren Schichten, deren hinterste (äußerste), die sogenannte Stäbchenschicht, das eigentlich lichtpercipirende*) Organ ist, sie besteht mosaikartig aus empfindenden Elementen, deren jedes nur eine einzige einheitliche Wahrnehmung in jedem Augenblicke aufzufassen im Stande ist. Mögen noch so viele qualitativ verschiedene Reize ein Stäbchen treffen, die Empfindung ist eine Einheit — eine Resultirende aus den Reizen. Der Grad der Schärfe des Sehens — das dürfte wohl den Sinn im Sprachgebrauche am allgemeinsten und richtigsten treffen — ist nun nichts Anderes als der Grad von Erkenntniß, welchen uns eine Gesichtswahrnehmung von dem die Wahrnehmung veranlassenden Objecte verschafft. Dieser Grad hängt aber offenbar von mehreren Bedingungen ab, vor Allem ist ein rein psychischer Factor, von dem in der Physiologie öfters gesprochen werden muß, nicht zu übersehen; die Erkenntniß ist nämlich offenbar um so weniger vollständig, je weniger die Seele die von den einzelnen empfindenden Elementen gelieferten Empfindungselemente zurechtzulegen weiß. Wir können den Einfluß dieses Factors hier nicht ergründen, da er nicht unserem Gebiete angehört. Wir brauchen aber auch schon deswegen gar nicht davon zu sprechen, da wir zunächst nur die Schärfe des sogenannten directen Sehens im Auge haben. So nennen wir bekanntlich das Sehen, welches durch Bilder vermittelt wird, die auf einer ganz besonders ausgezeichneten, dem Hornhautscheitel diametral gegenüberliegenden Stelle der Netzhaut liegen. In den Empfindungselementen dieser Stelle weiß aber — das ist ausgemacht — die Seele unbedingt Bescheid.

In zweiter Linie hängt die Schärfe des Sehens von physiologischen Factoren ab, und zwar wohl wesentlich von zweien, von der Empfindlichkeit und von der Dichtheit der Elemente. Es ist ohne Weiteres klar, daß ein Auge mit empfindlicherer Netzhaut ceteris paribus mehr Kenntniß von einem Objecte verschaffen kann, als ein solches mit weniger empfindlicher Netzhaut. Es kann sich nämlich ereignen, daß ein leuchtender Punkt so wenig Licht in beide Augen sendet, daß die Summe des Reizes nicht mehr hinreicht, um in dem weniger empfindlichen Auge eine Empfindung anzuregen, während dies in dem anderen

*) Es ist wohl erlaubt, an diesem Orte, wo eigentlich physiologische Fragen nicht verhandelt werden, die freilich noch nicht streng bewiesene Ansicht, die im Augenblicke herrscht, als feststehend anzunehmen.

Digitized by Google

wohl noch geschieht. Der Punkt würde in einem solchen Falle von dem weniger empfindlichen Auge gar nicht mehr zur Kenntniß gebracht. Oder es werden auch qualitative Verschiedenheiten benachbarter Punkte von dem empfindlicheren Auge noch als solche aufgefaßt, die dem unempfindlicheren entgehen. Was zweitens die Dichtheit der Elemente betrifft, so hat es damit ganz dieselbe Bewandtniß wie mit der Dichtheit der Nervenendigungen in der Haut. Man weiß nach den Versuchen von Weber, daß zwei in einer gewissen Entfernung von einander befindliche Spitzen, an der einen Stelle (wo die Empfindungselemente dichter sind) gegen die Haut gedrückt, bestimmt als zwei getrennte Punkte empfunden werden, während sie an einer anderen Stelle (mit weniger dichten Empfindungselementen) nur eine einheitliche Empfindung veranlassen. Ebenso können zwei getrennte Punkte ein und desselben optischen Bildes bei dicht gedrängten Empfindungselementen auf zwei verschiedene fallen und daher zwei Empfindungen anregen, während sie vielleicht bei weniger dicht gedrängten (größeren) Empfindungselementen auf ein einziges fallen und folglich zu einer aus den Qualitäten beider Punkte gemischten Empfindung beitragen. Offenbar ist die durch das Auge gelieferte Erkenntniß im ersten Falle größer als im zweiten, d. h. die Schärfe des Sehens der Dichtheit der Empfindungselemente proportional.

Die dritte Reihe von Bedingungen für die Schärfe des Sehens sind die physikalischen. Sind nämlich alle die vorerwähnten Bedingungen so vollständig wie möglich erfüllt, so wird das auf der Netzhaut entworfene optische Bild möglichst vollkommen percipirt und von der Seele gedeutet; aber wenn dadurch die Erkenntniß eines äußeren Gegenstandes gefördert werden soll, so muß noch außerdem das optische Bild selbst dem Gegenstande Punkt für Punkt entsprechen. Da das schematische Auge ein centrirtes System sphärischer brechender Flächen ist, so kann darin das Bild auf dem zur Axe senkrechten ebenen (centralen) Netzhautstücke dem Objecte nur dann Punkt für Punkt entsprechen, wenn die Punkte des Objectes alle in einer zur Axe des Systems senkrechten Ebene liegen. Es ist nun zwar möglich, daß im wirklichen Auge für die seitlichen Theile des Sehfeldes andere Gesetze gelten, aber auf die mittleren Theile desselben, die wir hier allein in Betracht ziehen, ist unzweifelhaft das soeben Gesagte anwendbar.

197 Um das in voriger Nummer Angedeutete weiter auszuführen, wollen wir jetzt annehmen, in einer solchen Ebene, für welche das Auge gerade eingerichtet ist, lägen zwei leuchtende Punkte, während das übrige Sehfeld absolut dunkel wäre. Wir nehmen weiter an, diese beiden Punkte, die Anfangs in einer gegen ihren Abstand vom Auge nicht verschwindend kleinen Entfernung von einander lagen, rückten immer näher an einander. Da ihre Bilder ebenfalls immer näher an einander rücken, so kann es zuletzt dahin kommen, daß sie beide auf ein empfindendes Element — auf ein Stäbchen — fallen und nicht mehr als gesonderte Eindrücke empfunden werden. Es fragt sich, ob die Entfernung, bei welcher dies eintritt, eine bestimmte ist und benutzt werden kann als Maßstab für die Schärfe des Sehens. Offenbar nicht für ein Auge, das optisch vollkommen ist, wie wir es uns hier denken. Diese Entfernung wird nämlich von der jeweiligen Lage der Bilder auf der Netzhaut abhängen. Denken

Digitized by Google

wir uns z. B. die Stäbchen im Querschnitte sechseckig, wie in Fig. 79, so können die beiden Bilder (folglich auch die Objectpunkte), wenn sie wie bei a' und b' liegen, viel näher aneinanderrücken, ohne daß sie auf ein Stäbchen fallen und zusammenschmelzen, als wenn sie wie bei a und b liegen. Man sieht aus dieser Betrachtung, daß sich vor der Hand keine bestimmte Gränze angeben läßt, selbst wenn man alle Abmessungen der Elemente hätte, bei welcher das Zusammenschmelzen der Eindrücke stattfinden müßte.

Fig. 79.

Ein anderer Maßstab für die Schärfe des Sehens ist einem anderen Vorwurfe ausgesetzt. Wir wollen uns die ganze Ebene, deren Punkte ihre Bilder in der empfindenden Netzhautschicht entwerfen (für deren Entfernung also das Auge eingestellt ist), leuchtend vorstellen bis auf einen kreisförmigen Fleck. Es wird alsdann ebenso ein kreisförmiger Fleck der Netzhaut unbeleuchtet bleiben, der als schwarzer Kreis im hellen Felde gesehen wird. Man könnte versucht sein, zu glauben, daß man bei abnehmendem Durchmesser dieses Kreises zu einer ganz bestimmten Gränze kommen müßte, bei welcher der schwarze Kreis mit Nothwendigkeit verschwindet. Diese Gränze wäre nämlich die, bei welcher das Bild des Kreises so groß als der Querschnitt eines Empfindungselementes ist. Verkleinert man den Kreis noch über diese Gränze hinaus, so kann sein Bild kein ganzes Empfindungselement mehr decken und alle werden von Lichtreiz getroffen, so daß keines mehr »schwarz sehen« kann. Indessen sieht man sofort, daß auch diese Gränze keine vollkommen bestimmte ist, denn wenn das Bild des schwarzen Kreises auch kleiner ist als ein Empfindungselement, so deckt es doch ein solches wenigstens zum Theil und entzieht ihm einen Theil der Reizquantität, welche die anderen empfangen, so daß das bedeckte Element wenigstens eine quantitativ andere Empfindung veranlaßt, die sich immer noch hinlänglich von den übrigen auszeichnen kann, um den schwarzen Kreis sehen zu lassen. Nach den neuesten mikroskopischen Untersuchungen der Netzhaut besteht die Stäbchenschicht im gelben Flecke (der gerade die am besten sehende Stelle, von der hier immer die Rede war, ist) bloß aus sogenannten Zapfen, deren Durchmesser, wenn sie als cylindrisch gedacht werden, zu 0,0024‴, also etwa $= 0{,}005^{mm}$ angegeben wird. Die Entfernung des Knotenpunktes von der Netzhaut wurde oben ungefähr $= 15^{mm}$ gefunden. Wenn demnach das Bild eines schwarzen Kreises noch ein ganzes Stäbchen decken soll, so muß es einen Gesichtswinkel von ungefähr 68″ umfassen. Man ist aber ohne allen Zweifel im Stande, einen schwarzen Punkt oder eine schwarze Linie auf hellem Grunde noch entschieden als solche zu sehen, wenn ihre Breite unter einem viel kleineren Gesichtswinkel erscheint, was aus der soeben angestellten Betrachtung begreifbar sein würde, selbst wenn nicht mehr der andere Weg offen stünde, die Messung der Empfindungselemente für unvollkommen zu erklären.

Die beiden soeben betrachteten Methoden, die Sehschärfe zu messen, sind übrigens, trotz der prinzipiellen Vorwürfe, anwendbar. Factisch wird man doch zu einer bestimmten Gränze kommen, die dann als Maß dienen kann. Man wird aber

Digitized by Google

statt Punkte besser Linien anwenden; man hat dann dasselbe in unendlich vielfacher Wiederholung neben einander, und darf darauf rechnen, daß sich einzelne Zufälligkeiten ausgleichen. Nur Eines darf nicht übersehen werden, was aus dem vorhin Gesagten ohne Weiteres erhellt: es brauchen die aus den beiden Methoden abgeleiteten Zahlen, die als Maß der Sehschärfe zu gebrauchen wären, für ein und dasselbe Auge nicht nothwendig übereinzustimmen, sie drücken eben die Sehschärfe in ganz verschiedener Weise aus. Es könnte sich recht gut ereignen, daß die Entfernung zweier heller Linien auf dunklem Grunde unter einem viel größeren Sehwinkel erscheinen müßte, damit die Linien noch als getrennt zur Wahrnehmung kommen, als die Breite einer dunklen Linie auf hellem Grunde, die gerade noch erkannt wird. Beide Maße der Sehschärfe — das sieht man — geben aber keinen Aufschluß über die absolute Größe der Empfindungselemente.

Einige hierher gehörige Messungen von Volkmann ergeben Folgendes: Ein Haar (wahrscheinlich als dunkle Linie auf hellem Grunde erscheinend) erkannte er noch, wenn sein Netzhautbild 0,000033 Zoll breit war, was, nach den zu Grunde liegenden Daten, einem Gesichtswinkel von nahezu 14″ entspricht. Ein Schüler Bar's hat aber sogar ein $^1/_{60}$‴ breites Haar in der Entfernung von 28′ gesehen, was einem Netzhautbilde 0,0000021″ entspricht. Ferner hat Volkmann zwei Spinnenfäden 0,0052″ von einander entfernt parallel ausgespannt, er erkannte sie in 7″ Entfernung noch als zwei, was einen Abstand der Netzhautbilder von 0,00037″ ergiebt. Ein Anderer erkannte sie noch in 13″ Abstand als doppelt, also bei einem Abstande der Netzhautbildchen von 0,00021″. Der Abstand der beiden Fäden mußte also für dasselbe Auge, das unter einem Gesichtswinkel von 14″ noch eine schwarze Linie wahrnahm, unter einem etwa 10fach größeren Gesichtswinkel erscheinen. Es ist zwar nicht ausdrücklich angegeben, aber es scheint aus dem Zusammenhange hervorzugehen, daß in dem zuletzt erwähnten Versuche die Spinnenfäden hell auf dunklem Grunde gesehen wurden. Die weiteren Versuche Volkmann's, in ähnlicher Weise angestellt, ergeben eine rasche Abnahme der Sehschärfe in den seitlichen Theilen der Netzhaut, dergestalt, daß sie, 60° von dem Axenpunkte entfernt, nur noch 150mal kleiner ist als in der Mitte.

Der kleinste Gesichtswinkel, unter welchem ein helles Object noch wahrnehmbar ist, kann entschieden nicht als Maß für die Schärfe des Gesichtes gebraucht werden. Es kann unmöglich hierfür eine Gränze gedacht werden. Ist nämlich das helle Object nur gehörig stark leuchtend, so mag sein Bild auch nur einen unendlich kleinen Theil eines Empfindungselementes decken, es wird doch eine bestimmte Empfindung veranlassen. Es existirt aber auch hier in der Wirklichkeit keine Gränze, denn man weiß ja, daß die Fixsterne unter dem Gesichtswinkel Null erscheinen und doch gesehen werden. Wenn die Bilder optisch absolut genau wären, würde freilich eine Gränze des Gesichtswinkels noch so stark leuchtender Objecte existiren, unter der ihre Sichtbarkeit zwar nicht absolut aufgehoben, aber doch wenigstens von ihrer Richtung abhängig wäre. Es müssen nämlich offenbar zwischen den empfindenden Stäbchen unempfindliche Scheide-

Digitized by Google

wände von endlicher, wenn auch noch so kleiner Ausdehnung vorhanden sein. Ein leuchtender Punkt, dessen Bild nun einen kleineren Durchmesser hätte als die Breite der Scheidewände, würde unsichtbar sein, sobald sein Bild eben in das Bereich einer Scheidewand fiele, sonst aber sichtbar.

Wir haben bei den soeben angestellten Betrachtungen über die Schärfe des 198
Sehens die dritte Art von Bedingungen — die rein physikalischen — als vollkommen erfüllt angesehen, wir müssen nun auch noch den Einfluß kennen lernen, den eine Variation dieser hat und wovon die Variation selbst abhängt. Man kann zweckmäßiger Weise die Schärfe des Sehens, sofern sie von diesen rein physikalischen Bedingungen abhängt, als eine besondere Eigenschaft mit dem Ausdrucke *Deutlichkeit* des Sehens bezeichnen. In der That muß zwar die Nichterfüllung der physikalischen Bedingungen, d. h. die Undeutlichkeit des optischen Bildes auf der Netzhaut, unter allen Umständen der Sehschärfe, wie sie zuerst definirt wurde, Eintrag thun. Umgekehrt aber kann ein Auge mit weniger geübtem oder weniger feinem Empfindungsapparate, d. h. ein Auge, in welchem die physiologischen und psychischen Factoren der Sehschärfe kleiner sind, doch noch ebenso *deutlich* sehen als ein anderes, wenn nur sein brechender Apparat ebenso vollkommen ist. Zwei Augen können beispielsweise den Vollmond als einen absolut scharf begränzten kreisrunden Fleck wahrnehmen, der ohne die geringste Schattirung gegen den dunklen Hintergrund absticht. Wir sagen alsdann, beide sehen gleich deutlich in unendliche Ferne und müssen einen gleich vollkommen für parallele Strahlenbündel eingerichteten brechenden Apparat haben. Dabei können aber die empfindenden Werkzeuge des einen viel feiner sein als die des anderen, und es kann so kommen, daß das eine einen gewissen sehr kleinen dunklen Fleck im Monde noch als solchen wahrnimmt, während er dem anderen entgeht, weil sein Bild — obgleich es optisch vorhanden ist — einen zu kleinen Theil eines Empfindungselementes deckt, um eine besondere Empfindung zu bewirken.

Die physikalischen Bedingungen für die Schärfe oder Deutlichkeit des Sehens bestehen aber offenbar aus zwei: 1) Der brechende Apparat muß überhaupt genaue, den Objecten Punkt für Punkt entsprechende optische Bilder liefern, d. h. er muß ein homocentrisches einfallendes Lichtbündel in ein im letzten Medium ebenfalls noch homocentrisches Bündel verwandeln, oder, von einem Punkte ausgehende Strahlen wieder in *einem* Punkte vereinigen; 2) muß, damit irgend ein bestimmter Punkt deutlich gesehen werde, das von diesem Punkte im brechenden Apparate entworfene Bild gerade genau auf die Netzhaut oder, besser gesagt, auf die empfindende Schicht fallen. Die erste der beiden Bedingungen erfüllt unser schematisches Auge nach den Auseinandersetzungen des vorigen Capitels wenigstens so lange, als nur Objecte in Frage kommen, die gegen ihren Abstand vom Auge nur wenig von der Axe entfernt sind, und diese Voraussetzung haben wir ja auch hier ausdrücklich festgehalten. Wir haben insbesondere gefunden, daß das schematische Auge von jedem in einer zur Axe senkrechten Ebene enthaltenen Objecte ein Punkt für Punkt entsprechendes Bild in einer ebenfalls zur Axe senkrechten Ebene entwirft. Liegt nun für einen be-

Digitized by Google

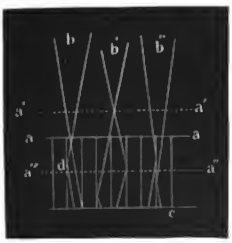
stimmten Fall das Bild in der empfindenden Schicht der Netzhaut — so kann das bestimmte Object mit dem dem empfindenden Apparate überhaupt zukommenden Grade von Schärfe gesehen werden, d. h. es können ebenso viele Punkte des Objectes in ihrer (möglicherweise verschiedenen) optischen Eigenthümlichkeit erkannt werden, als Empfindungselemente im Bereiche des Bildes vorhanden sind. Halten wir die soeben gedachte bestimmte Einrichtung des optischen Apparates nebst der Lage der bildfangenden Netzhaut fest, und geben wir gleichzeitig dem Objecte eine andere Entfernung vom Auge, so fällt sein Bild nach den Gesetzen des vorigen Capitels nicht mehr in dieselbe Ebene, in der es vorher gelegen war, es fällt vor dieselbe, wenn man die Entfernung des Objectes vom Auge vergrößert, hinter dieselbe, wenn man jene Entfernung verkleinert hat. Auf die empfindende Netzhautschicht fällt also jetzt eine Lichtprojection, die nicht Punkt für Punkt dem Objecte entspricht, vielmehr entspricht darin dem leuchtenden Punkte des Objectes ein erleuchteter Kreis, der möglicherweise mehrere empfindende Elemente deckt. Die Schärfe des Sehens wird in diesem Falle also den der betreffenden Netzhaut überhaupt möglichen Grad nicht erreichen, sondern durch die Undeutlichkeit des optischen Bildes beeinträchtigt werden. Es werden z. B. zwei optisch ausgezeichnete Punkte des Objectes, die hinlänglich weit von einander entfernt liegen, um unter günstigeren Bedingungen auf zwei verschiedenen empfindenden Elementen ihre Bilder zu entwerfen, folglich als getrennt wahrgenommen zu werden, jetzt in übereinandergreifenden »Zerstreuungskreisen« die Netzhaut beleuchten, so daß sie zum Theil in eine Empfindung zusammenfließen.

Es ist vielleicht Manchem bei dieser Betrachtung ein Bedenken aufgestiegen, das dieselbe einschränkt und neue Gesichtspunkte hineinführt, daher es hier nicht übergangen werden darf. Die eigentlich Licht empfindende Schicht der Netzhaut ist jedenfalls — mag sie sonst sein welche sie will — nicht eine mathematische Fläche, sie hat vielmehr ohne Zweifel eine endliche Dicke, und man kann daher fragen: Wenn man die endlich dicke Schicht in unendlich dünne Elementarschichten zerlegt, mit welcher dieser letzteren muß das deutliche Bild zusammenfallen, damit die Schärfe des Sehens den möglichst hohen Grad erreicht? oder ist vielleicht die Sehschärfe immer gleich groß, wenn das Bild mit irgend einer Elementarschicht der empfindenden Netzhautlage zusammenfällt? und ist sie alsdann in keinem Falle eine absolute, d. h. so groß, daß ebenso viele Punkte des Objectes zur Erkenntniß kommen, als empfindende Elemente vorhanden sind? Wenn man die Stäbchenschicht als empfindendes Werkzeug ansieht und ihr gleichzeitig eine Eigenschaft beilegt, welche ihr Brücke beilegte, der darauf eine Hypothese über ihre Function gründete, so kann der soeben als absolut bezeichnete Grad der Sehschärfe in der That erreicht werden. Bekanntlich behauptete Brücke, die Substanz der Stäbchen besitze einen sehr viel größeren Brechungsindex als die Umgebung, in welche sie eingesenkt sind, so daß ein Lichtstrahl, welcher ihre Oberfläche unter ziemlich spitzem Winkel (in der Richtung von innen nach außen) trifft, totale Reflexion erleidet. Wir wollen diese Voraussetzung gelten lassen und überdies annehmen, wie dies ebenfalls Brücke thut, die Stäbchen endeten gegen den Augenmittelpunkt mit ebenen, zu ihren Axen

Digitized by Google

senkrechten Flächen. Man müßte die bei neueren mikroskopischen Untersuchungen gefundene Zuspitzung für zufällige Veränderung nach dem Tode erklären. Sei jetzt *ac* (Fig. 80) ein sehr vergrößert gezeichneter Theil der Stäbchenschicht.

Fig. 80.



Man denke sich ein optisches Bild in der vorderen Endfläche *a a* der Schicht gelegen, dann wird offenbar die Schärfe des Sehens jene oben als absolut definirte sein, denn kein Punkt des Objectes wird in zwei Stäbchen zugleich Licht senden können. Hat z. B. ein zu dem Bilde mit beitragendes Strahlenbündel *b* seinen Vereinigungspunkt noch so nahe an der Gränze zweier Stäbchen, so wird doch sein äußerster Randstrahl rechts nicht in das benachbarte Stäbchen eindringen können, da er bei *d* totale Reflexion erleidet. Man könnte also das Object in so viele Abtheilungen theilen, als sein Bild Stäbchen deckt, jede dieser Abtheilungen würde dem Bewußtsein eine einheitliche, nicht weiter zerlegbare Empfindung mittheilen, aber die Empfindungen zweier Abtheilungen würden sich nicht vermischen können. Rückte man aber jetzt das Object noch so wenig vor oder zurück, so würde sofort ein wesentlich anderes Verhalten Platz greifen. Fiele z. B. bei einer größeren Entfernung des Objectes sein Bild in die Ebene *a'a'*, die nur um eine äußerst kleine Größe vor der Vorderfläche der Stäbchenschicht gelegen zu denken ist, so wird es doch immer schon einzelne zum Bilde beitragende Strahlenbündel geben (z. B. *b'*), welche Licht in zwei benachbarte Stäbchen fallen lassen, so daß also ein Punkt des Objectes mehrere Empfindungselemente erleuchtet. Dasselbe gilt von einer Annäherung des Objectes über die zuerst angenommene Gränze hinaus, wo etwa das Bild in die Ebene *a''a''* fällt. Daß auch hier, *a''a''* mag noch so nahe bei *aa* liegen, immer Bündel existiren, von denen Strahlen auf mehrere Stäbchen fallen, ist in der Figur durch das Bündel *b''* versinnlicht. Wir können somit schließen, wenn die Stäbchen die hier vorausgesetzten Eigenschaften haben, so dürften sie so lang sein als sie wollten, ohne der Sehschärfe Eintrag zu thun. Es würde eben nur, wenn das Bild in die Ebene ihrer vorderen Enden fiele, die Sehschärfe ein Maximum sein, aber dann auch ebenso groß, als wenn die empfindende Schicht eine mathematische Fläche ohne Ausdehnung in der dritten Dimension wäre. Wenn dagegen die Stäbchen nicht die oben vorausgesetzte Eigenschaft haben, so daß ein schräg ausfahrender Strahl nicht total reflectirt wird, dann kann, selbst wenn das Bild auf der Vorderfläche der Stäbchenschicht liegt, die als absolut definirte Sehschärfe nicht stattfinden, und es hängt alsdann die Sehschärfe nicht bloß von der Kleinheit der Endflächen der Empfindungselemente, sondern auch von ihrer Länge ab, der sie dann umgekehrt proportional wäre. Es wird nämlich alsdann auch in dem oben zuerst gedachten Falle immer Strahlenbündel geben, die mehreren Stäbchen Licht spenden, so wird z. B. der Strahl *b* (Fig. 81 a. f. S.) bei *d* nicht mehr total reflectirt in das benach-

Digitized by Google

barte Stäbchen eindringen, und wenn die Stäbchen noch länger wären, sogar noch ein drittes durchsetzen. Gleich scharf wird aber auch unter dieser Voraussetzung das Sehen nicht sein, wenn das Bild mit verschiedenen Elementarschichten des Stäbchenlagers zusammenfällt, vielmehr wird offenbar die Sehschärfe ihr Maximum erreichen, wenn die Convergenzpunkte der Strahlenbündel in der Mitte der Länge der Stäbchen liegen.

Fig. 81.

Die Resultate der vorstehenden Betrachtungen fassen sich noch in Kürze so zusammen. Es soll dabei die Brücke'sche Hypothese über die Natur der Stäbchenschicht, die sich in der That auch durch mikroskopische Beobachtungen sehr empfiehlt, unterstellt werden. Abgesehen von der Orientirung der Seele in dem Netzhautbilde, die als vollkommen angenommen wird, hängt der Grad von Erkenntniß, den das Auge uns von einem Gegenstande verschafft, von zwei Bedingungen ab, die wir mit den Worten Deutlichkeit und Genauigkeit bezeichnen wollen. Die Deutlichkeit bemißt sich danach und ist um so größer, je weniger Stäbchen von je einem Punkte des Objectes Licht empfangen. Sie ist absolut, sobald nicht mehr als ein Stäbchen von jedem Punkte des Objectes Licht empfängt. Die absolute Deutlichkeit ist thatsächlich erreichbar, wenn das optische Bild des Gegenstandes mit der Vorderfläche der Stäbchenschicht zusammenfällt. Die Genauigkeit ist um so größer, von je weniger Punkten des Objectes ein Stäbchen Licht empfängt. Die absolute Genauigkeit würde erreicht sein, wenn jedes Stäbchen nur von einem Punkte des Objectes Licht erhielte. Dies ist thatsächlich offenbar nie, selbst bei absoluter Deutlichkeit nicht, zu erreichen, weil die Stäbchen nicht unendlich dünn sind.

199 In der Wirklichkeit erleidet der erste der soeben aufgestellten Sätze eine Einschränkung aus zwei Gründen. Einmal ist die Empfindlichkeit der einzelnen Stäbchen keine vollkommene. Es soll z. B. ein Stäbchen, von einem gewissen kleinen Theile eines Objectes erleuchtet, einen gewissen Eindruck zum Hirn fortpflanzen; verändert sich jetzt die Lage des Objectes ein wenig, so daß sein Bild nicht mehr genau mit der Vorderfläche der Stäbchenschicht zusammenfällt, so werden auf dasselbe Stäbchen auch noch von benachbarten Theilen des Objectes einige Strahlen fallen, diese aber verändern wegen der beschränkten Empfindlichkeit den Eindruck nicht merklich, wenn ihre Menge unter einer gewissen Gränze bleibt. Ferner aber vereinigen sich wohl niemals (wir werden weiter unten noch ausführlicher darauf zurückkommen) die von einem Punkte ausgehenden Strahlen genau in einem Punkte, und es wird also im Strahlenbündel eine mehr oder weniger ausgedehnte Strecke geben, auf welcher die Strahlen nahezu dieselbe Concentration besitzen. Diese beiden Umstände wirken gemeinschaftlich dahin, daß eine kleine Verschiebung des Objectes von der Lage, in welcher es theoretisch absolut deutlich, also möglichst scharf gesehen wird, keinen bemerkbaren Unterschied in der Schärfe des Sehens hervorbringt. Wir haben jedoch bereits oben gesehen, daß die endliche Dicke der empfindenden Schicht der Netzhaut zur Er-

Digitized by Google

klärung dieser Thatsache nicht benutzt werden kann. Nehmen wir beispielsweise an, daß in 500^{mm} Entfernung ein gedruckter Buchstabe möglichst scharf gesehen wird, so wird er unzweifelhaft noch ebenso scharf gesehen, wenn er 499 oder 501^{mm} vom Auge entfernt gehalten wird, vorausgesetzt, daß sich inzwischen keine Veränderung des optischen Apparates zugetragen hat. Das linear gemessene Spatium, innerhalb dessen für eine gegebene Einrichtung des Auges ein Object jeden Platz einnehmen darf, ohne mit merklich geringerer Deutlichkeit gesehen zu werden, wollen wir mit Czermak *) Accommodationslinie nennen. Ueber die Längen dieser Linien läßt sich nach den im vorigen Capitel dargelegten dioptrischen Grundgesetzen schon Einiges von vornherein aussagen. Man wird nämlich ohne Weiteres zugeben müssen, daß die Accommodationslinie in einem gegebenen Falle um so länger sein wird, je langsamer die Zerstreuungskreise bei Verschiebungen der Objectpunkte an Größe zunehmen; denn um so später werden die Empfindlichkeitsgränzen von der objectiven Undeutlichkeit des Bildes erreicht und überschritten. Die Zunahme der Zerstreuungskreise für bestimmte Verschiebungen des Objectes aus der Lage, für welche das Bild genau auf den Schirm (die Netzhaut) fällt, ist aber ganz allein nach den dioptrischen Gesetzen zu ermitteln. Die Formeln dafür folgen so leicht aus den im vorigen Capitel enthaltenen Grundformeln, daß ihre Ableitung hier gar nicht ausdrücklich ausgeführt zu werden braucht. Wir wollen die Resultate vielmehr ganz einfach in Worten ausdrücken. Object und Bild bewegen sich bei einem collectiven dioptrischen Systeme immer in derselben Richtung, aber mit verschiedener Geschwindigkeit und einer Continuitätsunterbrechung für den Moment, wo das Object den Brennpunkt passirt. Lassen wir zuerst das Object in unendlicher Ferne liegen, so liegt sein Bild in der zweiten Brennpunktsebene. Lassen wir jetzt das Object mit gleichförmiger Geschwindigkeit gegen das System vorrücken, so bewegt sich das Bild aus der Brennpunktsebene heraus in demselben Sinne, d. h. es entfernt sich von den Flächen des Systems, aber anfangs viel langsamer als das Object, d. h. während das Object eine große Strecke zurücklegt, hat das Bild vielleicht um eine unmerkliche Entfernung seinen Ort geändert. Je näher das Object aber dem Systeme kommt, um so schneller bewegt sich das Bild, und wenn das erstere sich der vorderen Brennebene nähert, bewegt sich das letztere mit unendlich großer Geschwindigkeit, so daß es in unendliche Entfernung fällt (die Strahlen im letzten Medium parallel werden), wenn das Object die vordere Brennebene erreicht hat. Die weitere Bewegung des virtuellen Bildes bei noch weiterer Annäherung des Objectes möge hier unerörtert bleiben. Der Geschwindigkeit der Bildbewegung geht nun offenbar die Wachsthumsgeschwindigkeit der Zerstreuungskreise parallel. Die absolute Größe des Zerstreuungskreises ist aber ferner noch in jedem Falle der Pupillenöffnung direct proportional. Davon überzeugt man sich durch einen Blick auf die Fig. 82 (a. f. S.). Sei ii' ein Durchmesser der Pupillenöffnung, der durch ω bezeichnet werden mag, und die

*) Physiologische Studien I. Sitzungsbericht der k. k. Akademie zu Wien, März 1854.

Digitized by Google

beiden Linien ip' und $i'p'$ die äußersten Randstrahlen eines Lichtkegels der von einem (in der Figur nicht gezeichneten außerhalb gelegenen) Punkte p ausgehend gedacht wird. Liegt nun der Vereinigungspunkt um die Größe y hinter der Netzhaut nn, so entsteht auf dieser ein Zerstreuungskreis vom Durchmesser zz', der leicht bestimmt werden kann, vermittelst der Aehnlichkeit der Dreiecke $ip'i'$ und $zp'z'$. Man hat nämlich, wenn man noch den Abstand der Netzhaut von der Pupille mit b bezeichnet, $zz' = \omega \cdot \frac{y}{b+y}$, woraus ersichtlich ist, daß, wie behauptet wurde, der Durchmesser des Zerstreuungskreises dem Pupillendurchmesser direct proportional ist. Streng genommen sind zwar die Strahlen ip' und $i'p'$ keine geraden Linien, weil sie in der Linse, die ja hinter der Pupille liegt, noch eine Brechung erleiden. Man müßte statt der Pupille ω eigentlich ihr durch die hintere Linsenfläche erzeugtes virtuelles Bild in Rechnung bringen, doch weicht das Resultat so wenig von dem ab, das die vereinfachte Rechnung giebt, daß man sich im speciellen Falle der Mühewaltung einer strengeren Rechnung entschlagen kann.

Fig. 82

200 Listing hat für das schematische Auge von den obigen Abmessungen die Größe der Zerstreuungskreise bestimmt, welche durch leuchtende Punkte in verschiedenen Entfernungen auf der Netzhaut entstehen. Wir erinnern daran, daß das schematische Auge parallele Strahlenbündel in dem Zustande, in welchem wir es oben beschrieben haben, auf der Netzhaut vereinigt, oder mit anderen Worten, daß die Netzhaut mit der hinteren Brennebene zusammenfiel. Es wird daher der Durchmesser des Zerstreuungskreises für einen unendlich fernen Punkt $= 0$ sein. In der folgenden Tafel, welche Listing's Rechnungsresultate zusammenstellt, bedeutet x die Entfernung des leuchtenden Objectpunktes von der vorderen Brennebene, p die Entfernung desselben von der vorderen Hauptebene, y die Entfernung des entsprechenden Bildpunktes von der hinteren Brennebene, $\varkappa$ den Durchmesser des Zerstreuungskreises, die Pupillenöffnung endlich ist $=$ 4^{mm} angenommen.

Digitized by Google

r	p	y	x
∞	∞	0mm	0mm
65m	65m	0,005	0,0011
25	25	0,012	0,0027
12	12	0,025	0,0056
6	6	0,050	0,0112
3	3	0,100	0,0222
1,500	1,515	0,20	0,0443
0,750	0,765	0,40	0,0825
0,375	0,390	0,80	0,1616
0,188	0,203	1,60	0,3122
0,094	0,109	3,20	0,5768
0,088	0,103	3,42	0,6484

Ein Blick auf diese Tabelle kann uns schon über die bestimmte Accommodationslinie des schematischen Auges in seiner ursprünglichen Einrichtung einigermaßen belehren. Es dürfte wohl nicht bezweifelt werden, daß ein Zerstreuungskreis von 0,0011mm Durchmesser nicht anders als ein wirklich punktförmiges Bild empfunden wird, um so eher, da ein mathematisch punktuelles Bild wohl niemals factisch zu Stande kommt. Wie groß ein Zerstreuungskreis sein muß, um als solcher empfunden zu werden, kann freilich nicht von vornherein angegeben werden. Es kann dies auch nicht aus den Versuchen geschlossen werden, die man angestellt hat über das kleinste sichtbare Netzhautbild, da diese den Gesichtswinkel des Gegenstandes *) messen und, wie wir eben gesehen haben, Gegenstände unter dem Gesichtswinkel Null bei gehöriger Lichtstärke doch gesehen werden. Jedenfalls aber ist der Durchmesser 0,0011mm kleiner als die Gränze, bei welcher Zerstreuungskreise die Deutlichkeit beeinträchtigen. Wir schließen daraus, daß das für unendlich ferne Gegenstände eingerichtete schematische Auge auch einen 65m entfernten Gegenstand noch mit gleicher Deutlichkeit sehen wird. Es ist demnach für alle mehr als 65m entfernte Gegenstände eingerichtet und seine Accommodationslinie erstreckt sich von 65m Abstand bis in unendliche Ferne, ist also selbst unendlich lang. Anders würde sich die Sache gestalten, wenn die Netzhaut bei sonst gleich bleibender Einrichtung 0,8mm hinter der hinteren Brennebene läge, es würde alsdann ein 375mm vor der vorderen Brennebene gelegener Gegenstand sein Bild auf ihr entwerfen, wie aus der obigen Tabelle hervorgeht, und mit absoluter »Deutlichkeit« gesehen werden. Denken wir uns nun für den Augenblick, 0,0011mm wäre in der That die Gränze für die Wirksamkeit der Zerstreuungskreise, so daß ein solcher mit größerem Durchmesser schon merkbare Undeutlichkeit hervorbrächte, so ist für den in Rede stehenden Fall die Länge der Accommodationslinie leicht zu berechnen. Es zeigt sich nämlich, daß

*) Quotient aus Durchmesser und Entfernung des Gegenstandes.

Digitized by Google

alsdann ein weiter als 377mm vor der vorderen Brennebene und ein näher als 373mm vor derselben gelegener Punkt einen Zerstreuungskreis auf die Netzhaut wirft, dessen Durchmesser größer als 0,0011mm ist, während Punkte, deren Entfernung zwischen 373 und 377mm eingeschlossen ist, kleinere Zerstreuungskreise hervorbringen. Die Accommodationslinie hätte also eine Länge von 4mm, während sie im erstgedachten Falle unendlich lang war. Wir wollen jetzt den Punkt, dessen Bild theoretisch genau auf die Netzhaut fällt, den Accommodationspunkt nennen. Aus der ganzen Betrachtung sowohl als aus dem soeben vorgeführten Beispiel erhellt nun der Satz: Je weiter der Accommodationspunkt vom Auge entfernt ist, desto länger ist die zugehörige Accommodationslinie, und sie wird unendlich lang, wenn der Accommodationspunkt in unendliche Ferne rückt. Diese Ableitung gilt freilich für jetzt nur unter der Voraussetzung, daß die Einrichtung des optischen Apparates bis auf die Entfernung des bildfangenden Schirmes (Netzhaut) dieselbe bleibt. Wir werden erst im nächsten Capitel sehen, daß er auch noch für die verschiedenen Einrichtungen ein und desselben Auges wahr bleibt. Ein zweiter Satz ergiebt sich ebenso noch aus dem Vorstehenden, daß nämlich unter sonst gleichen Verhältnissen die Accomodationslinie an Länge zunehmen muß, wenn die Pupille an Weite abnimmt. Es geht dies unmittelbar aus der Proportionalität der Zerstreuungskreise und der Pupillenöffnung hervor. Hätte man z. B. im zweiten obengedachten Falle eine Pupillenöffnung von 2 statt von 4mm angenommen, so hätte erst ein Punkt, der ferner als 377mm oder näher als 373mm an der vorderen Brennebene liegt, einen Zerstreuungskreis von 0,0011mm Durchmesser ergeben. Diese Sätze bestätigen sich in der Erfahrung vollkommen. Man weiß, daß man mit einem Sterne z. B. einen fernen terrestrischen Gegenstand gleich deutlich wahrnimmt, obgleich ihre Entfernungen unendlich verschieden von einander sind. Dagegen sieht man mit einem sehr nahe am Auge befindlichen, deutlich gesehenen Gegenstande nur solche andere Gegenstände gleichzeitig gleich deutlich, deren Abstand von jenem gering ist. Auch weiß man, daß bei heller Beleuchtung (enger Pupille) mehr verschieden entfernte Objecte mit hinlänglicher Deutlichkeit gesehen werden, als bei schwacher Beleuchtung — weiter Pupille. Ueber die absoluten Maße der Accommodationslinien kann natürlich nur das Experiment Aufschluß geben, da die Gränze, über welche hinaus die Zerstreuungskreise wachsen müssen, um wahrnehmbare Undeutlichkeit hervorzubringen, nicht bekannt ist; die obige Annahme 0,0011mm für diese Gränze war ja nur beispielsweise gemacht.

Digitized by Google

Drittes Capitel.

Von der Accommodation.

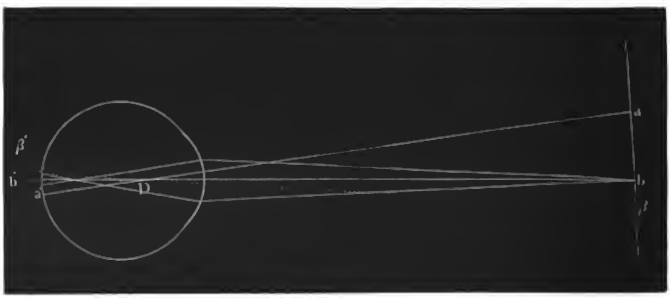
Besitzt ein optischer Apparat die Einrichtung, welche soeben in den vorigen 201
Paragraphen als ideales Auge beschrieben wurde, so vereinigt er alle parallelstrahligen Bündel, sie mögen unter noch so verschiedenen (wo nur überhaupt innerhalb der gesteckten Gränzen liegenden) Winkeln gegen die Axe einfallen, in Punkten, welche auf einer zur Axe senkrechten Ebene liegen. Diese Ebene ist die hintere Brennpunktsebene; in ihr entsteht also ein reelles Bild von einem in unendlicher Ferne befindlichen Gegenstande. Wir dachten mit dieser Ebene den gelben Fleck der Netzhaut zusammenfallend, es wird also dasselbe einen unendlich fernen Gegenstand, z. B. den Mond, vollkommen deutlich sehen. Dies ist in der That, nach der Annahme der meisten Physiologen, der Fall bei einem normalen Auge, wenn es ruht. Sendet jetzt in dasselbe Auge ein näher gelegener Punkt einen divergirenden Strahlenkegel, so kann, wie ebenfalls im Vorigen gezeigt wurde, durch seine brechenden Kräfte dessen Divergenz nicht so vermindert oder in eine so starke Convergenz verwandelt werden, daß der Convergenzpunkt, wie der paralleler Strahlen, auf die mit der hinteren Brennebene zusammenfallende Netzhaut zu liegen kommt; er liegt vielmehr hinter ihr, und das im Glaskörper convergente Strahlenbündel erleuchtet auf der Netzhaut statt eines Punktes einen kleinen Kreis — Zerstreuungskreis. Ist statt des einen Punktes ein ganzes endlich ausgedehntes Object aus continuirlich auf einander folgenden leuchtenden Punkten bestehend vorhanden, so werden die Zerstreuungskreise der einzelnen Punkte theilweise über einander greifen und es entsteht ein mit mehr oder weniger Undeutlichkeit behaftetes Bild. Das Auge sieht den Gegenstand undeutlich. Man überzeugt sich von der Richtigkeit dieser Behauptung, wenn man zwischen den deutlich gesehenen Mond und das Auge in geringer Entfernung von ihm eine Nadelspitze bringt, die alsdann allemal verwaschen erscheint. Wir können nie zwei Gegenstände gleich deutlich sehen, welche ungleich entfernt vom Auge sind, mit den am Ende des vorigen Capitels gemachten Einschränkungen. Nach einander kann man aber verschieden entfernte Gegenstände mit gleicher Deutlichkeit auch dann sehen, wenn sie in jeder beliebigen Entfernung vom Auge stehen. Nach einander kann man z. B. auch den Mond und die oben als Beispiel gebrauchte Nadelspitze deutlich sehen, vorausgesetzt nur, daß die Annäherung der letzteren ans Auge nicht eine gewisse, jetzt noch nicht näher zu bestimmende Gränze überschreitet. Es ist klar, daß zu diesem Ende eine innere Veränderung des Auges nothwendig ist, die man Anpassung oder Einrichtung für verschiedene Entfernungen nennt.

Bevor wir die optischen und mechanischen Hülfsmittel der inneren Verän- 202
derungen des Auges näher untersuchen, wollen wir für die Nothwendigkeit und

Digitized by Google

das factische Vorhandensein derselben noch einige experimentelle Beweise beibringen. Die Zerstreuungskreise und die davon herrührende Undeutlichkeit eines Objectes, das in anderer Entfernung vom Auge befindlich ist, als das, welches gerade deutlich gesehen wird, wurden schon in den vorigen Nummern als optisch nothwendig erkannt. Ich weise jetzt noch auf einige Reihen von Erscheinungen hin, die ihr wirkliches Vorhandensein über allen Zweifel erheben. Man denke sich neben einander gleichbreite Streifen von abwechselnd schwarzer und weißer Farbe. Sie seien, um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, 1^m vom Auge entfernt. Dasselbe Auge sehe eine Nadelspitze in 1^{dm} Entfernung vollkommen scharf. In demselben Augenblicke wird es die Streifen hinter der Nadel nicht deutlich sehen können. Es werden ihm insbesondere die weißen Streifen bedeutend breiter vorkommen als die schwarzen. Genauer: Jeder weiße Streif wird zu beiden Seiten von einem allmälig an Helligkeit verlierenden Saum umgeben sein, der den Raum des schwarzen Streifes zum Theil zudeckt. Von jedem weißen Streif ab (Fig. 83) wird nämlich eine Lichtprojection auf

Fig. 83.



die Netzhaut geworfen, die nicht von den Richtungslinien der Gränzpunkte aDa' und bDb' wie ein deutliches optisches Bild begränzt ist, sondern mit Zerstreuungskreisen über diese hinübergreift, z. B. über b' hinaus bis β'. Da nun das Stäbchen bei β' den auf dasselbe gemachten Eindruck des Weißen einem leuchtenden Punkt in seiner Richtungslinie $\beta' D$ zuschreibt, so glaubt das Auge, der weiße Streif dehne sich über b hinaus bis β aus. — Daß man weiße Objecte in ihrer Größe dunklen gegenüber überschätze, ist eine sehr alte Erfahrung. Man hat diese Erscheinung ganz allgemein Irradiation genannt. Aeltere Autoren, namentlich Kepler, glaubten, sie rühre immer von fehlerhafter Adaption her, wie in dem soeben beschriebenen Falle; spätere haben behauptet, daß sie auch unter anderen Umständen ohne fehlerhafte Adaption sich zeigen könne. In neuerer Zeit hat Welcker*) die Ansicht Kepler's wieder vertheidigt.

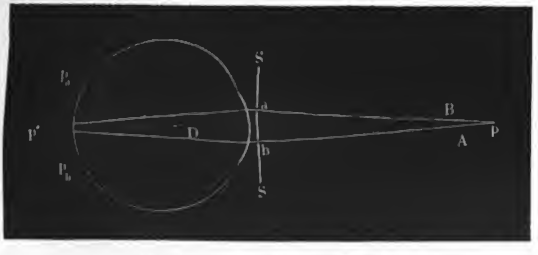
*) Ueber Irradiation ꝛc. Gießen, 1852.

Digitized by Google

Erst ganz kürzlich hat Cramer*) sehr sinnreiche Versuche zu Gunsten dieser Ansicht geltend gemacht, die wenigstens jedenfalls beweisen, daß in vielen Fällen, wo man bei richtiger Adaption Irradiation wahrzunehmen glaubt, doch eine dem Beobachter selbst nicht bewußte fehlerhafte Einstellung stattfindet. Er richtete sich einen Apparat ein, der es möglich machte, zwischen das Auge und den irradiirenden Gegenstand zugleich eine Convexlinse und ein Kartenblatt mit zwei feinen Oeffnungen plötzlich einzuschalten. Vorher war schon ein Spinnenfaden ausgespannt in der Entfernung vom Auge, daß die nachher eingeschaltete Linse davon ein virtuelles Bild erzeugt, das eben so weit vom Auge entfernt ist, wie der irradiirende Gegenstand, auf den das Auge vollkommen eingestellt zu sein glaubt. Cramer fand nun, daß wenn Irradiation stattfand, allemal nach Einschaltung der Linse und des Kartenblattes das virtuelle Bild des Spinnenfadens doppelt erschien. Dies ist aber, wie wir sogleich sehen werden, ein Beweis, daß das Auge nicht für die Entfernung des virtuellen Bildes, also auch nicht für die des irradiirenden Objectes, eingestellt war.

Es giebt ein sehr einfaches Mittel, zu untersuchen, ob das Auge für einen gegebenen Punkt eingestellt ist oder nicht. Es ist unter dem Namen des Scheiner'schen Versuches bekannt und ist dasselbe, was in dem soeben beschriebenen Experimente Cramer's zur Anwendung kam. Dicht vor das Auge setzt man einen Schirm SS (Fig. 84) mit zwei sehr feinen Oeffnungen a

Fig. 84.



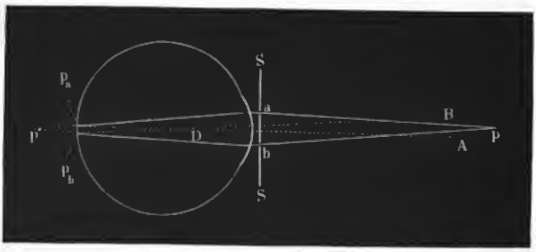
und b, die näher an einander liegen, als der Pupillendurchmesser lang ist. Es befinde sich jetzt bei p ein leuchtender Punkt. Ist das Auge nicht für die Entfernung dieses Punktes eingestellt, so erscheint er allemal doppelt, denn er würde ohne den Schirm einen Zerstreuungskreis auf der Netzhaut beleuchten; aber der Schirm fängt alle zu diesem beitragenden Strahlen ab, bis auf die zwei, welche durch die Löcher a und b gehen, sie erleuchten zwei gesonderte Punkte p_a und p_b. Der Versuch giebt noch weiter darüber Aufschluß, ob das Auge, welches mit dem Schirme den Punkt p doppelt sieht, für einen ferneren oder für einen näheren Punkt eingestellt ist. In der Figur ist das Erstere vorausgesetzt, denn das von p' ausgehende Strahlenbündel vereinigt sich erst in p' hinter der Netzhaut.

*) Prager Vierteljahrschrift. Zwölfter Jahrgang, Bd. IV, S. 50.

Digitized by Google

Daher liegt das vom oberen Loch a herrührende Bild p_a oben, das andere unten. Das Auge versetzt aber beide Bilder auf den Richtungslinien, die durch p_a und

Fig. 85.



p_b gezogen werden, nach außen. Ist also D der Kreuzungspunkt der Richtungslinien, so glaubt das Auge in den Richtungen DB und DA helle Punkte zu sehen. Deckt man jetzt die untere Oeffnung zu, so verschwindet das obere in der Richtung von B gesehene Bild, und umgekehrt. Das Entgegengesetzte würde eintreten, wenn das Auge für eine geringere Entfernung als die des Punktes p eingestellt wäre. Es würden nämlich dann die beiden Strahlen sich vor der Netzhaut schneiden, und der von a aus erleuchtete Punkt p_a würde unterhalb des von b aus erleuchteten p_b liegen. Es würde daher das Bild p_a in einer mehr nach oben zielenden Richtung nach außen versetzt, als das Bild p_b, und es würde also bei Verdeckung des oberen Loches das obere, bei Verdeckung des unteren Loches das untere der Doppelbilder verschwinden. Befinden sich mehrere feine Oeffnungen in dem Schirme im Bereiche der Pupille, so ergeben sich aus demselben Grunde auch eben so viele Bilder des leuchtenden Punktes, für dessen Entfernung das Auge nicht eingerichtet ist.

Stellt man den beschriebenen »Scheiner'schen Versuch« wirklich an, und erscheint wegen Einstellung auf zu große Ferne ein leuchtender Punkt in Doppelbildern, so gelingt es unter Umständen, durch eine bewußte willkürliche Anstrengung die Doppelbilder in eines zusammenfallen zu machen. Hierin liegt der Beweis für das wirkliche Vorhandensein der inneren Veränderungen des Auges zum Behufe der Einstellung auf verschiedene Entfernungen.

Bisweilen wird ein anderes, eigentlich am nächsten liegendes Mittel vorgezogen, um zu prüfen, ob ein Auge die Fähigkeit hat, sich für eine gegebene Entfernung einzurichten. Man hält ihm nämlich in derselben ein System von schwarzen Linien auf weißem Grunde vor (z. B. Buchstaben oder Parallellinien) und hat die Gewißheit, daß es auf die Entfernung eingestellt ist, wenn es im Stande ist, das System genau zu erkennen (die Schrift zu lesen oder die Parallellinien zu zählen). Man muß aber für jede Entfernung ein besonderes System haben, denn es muß allemal die Breite einer Linie gerade unter dem Gesichtswinkel erscheinen, unter welchem das Auge gerade eben noch eine schwarze Linie auf hellem Grunde erkennen kann, so daß die geringste »Undeutlichkeit« des

Digitized by Google

optischen Bildes schon die Erkenntniß verhindert. Man würde z. B. nicht schließen können, daß ein Auge für 10^m Abstand eingestellt sei, wenn es in dieser Entfernung armsdicke Buchstaben lesen kann. Eben so wenig würde man aber berechtigt sein, zu behaupten, ein Auge sei *nicht* auf 10^m Abstand eingerichtet, weil es einen so weit entfernten haarfeinen schwarzen Strich nicht erkennt. Es giebt im Buchhandel zu diesem Zwecke eingerichtete Schriftproben verschiedener Größe mit Bezeichnung der Entfernung, in welcher jede gehalten, von einem darauf eingestellten Auge noch muß gelesen werden können.

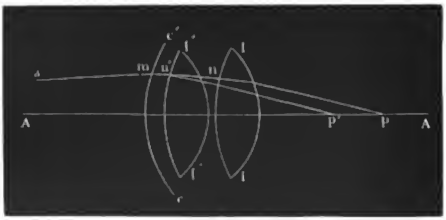
Wir haben bereits erkannt, daß wenn das Auge für eine gewisse Entfer- 203
nung eingerichtet ist, das Bild eines näheren Gegenstandes in einer *hinter* der Netzhaut gelegenen Fläche entsteht. Soll jetzt das Auge für diesen näheren Gegenstand — für eine geringere Entfernung — eingerichtet werden, so sind vom physikalischen Gesichtspunkte aus verschiedene Mittel gleich möglich. Die Aufgabe ist die: die Netzhaut soll von Neuem mit der Ebene des Bildes zusammenfallen. Bei der anfänglich gedachten Einrichtung der brechenden Medien liegt das Bild hinter der Netzhaut; es brauchte also, ohne daß an den brechenden Flächen etwas geändert würde, bloß die Netzhaut um eine gewisse Größe nach hinten zu rücken, um die Aufgabe zu lösen. In dieser Weise bewerkstelligen wir z. B. die Einrichtung einer Camera obscura, in welcher ebenfalls das Bild allemal mit einer gegebenen Fläche (einer Glastafel) zusammenfallen soll. Wir entfernen sie von der Linse oder dem Linsensysteme, ohne an letzterem etwas zu ändern, und haben alsdann das Instrument einer kleineren Entfernung angepaßt, als es vorher war. Viele Physiologen haben wirklich behauptet, daß die Einrichtung des menschlichen Auges nach diesem Principe stattfinde; jedoch hat man in neuerer Zeit aus so nahe liegenden Gründen diese Annahme *ganz* verlassen, daß es überflüssig wäre, diese Theorie hier weiter zu entwickeln und zu widerlegen. Es steht für uns unumstößlich fest, daß der Augapfel im Ganzen eine völlig unveränderliche Gestalt besitzt, so daß die Entfernung der Netzhaut von der Hornhaut für eine absolut constante Größe gelten darf. Soll unter dieser Bedingung das Bild eines näheren Punktes auf die Netzhaut fallen, so muß das brechende System durch innere Veränderungen in ein stärker brechendes verwandelt werden. Ein System ist aber stärker brechend, wenn seine Brennweiten kürzer sind; denn es wird in einem solchen ein parallelstrahliges in ein stärker convergirendes verwandelt, als in einem von größeren Brennweiten. Wenn insbesondere bei der Verkürzung der Brennweiten die Hauptpunkte und demgemäß auch die Knotenpunkte *nicht nach hinten* rücken — d. h. entweder an Ort und Stelle verbleiben oder gar nach vorn rücken —, so wird auch jedenfalls der Convergenzpunkt irgend eines gedachten Strahlenbündels sich dem Scheitel der vordersten Fläche annähern. Das sieht man sofort, wenn man den Gang der obigen Constructionen verfolgt, oder auch an den Formeln, welche die Abhängigkeit der Vereinigungsweite von der Entfernung des Objectspunktes mittelst der Brennweiten darstellen. Bei einer *gewissen* Verstärkung des brechenden Systems wird daher der Fall eintreten können, daß der Vereinigungspunkt eines bestimmten Strahlenbündels, der vorher hinter der Netzhaut

Digitized by Google

lag, genau in dieselbe zu liegen kommt. Diese bestimmte Verstärkung wird alsdann eine Einrichtung für die Entfernung sein, aus welcher die Strahlen des gedachten Bündels divergirten. Man sieht ferner noch, daß dieselbe Wirkung eines Vorrückens der Convergenzpunkte auch erzielt werden könnte durch bloßes Vorrücken der Hauptpunkte, ohne daß dabei die Brennweiten sich verkleinerten. Es kann jedoch gleich hier bemerkt werden, daß bei allen Arten der Veränderung, durch welche man die Accommodation des Auges zu erklären versucht hat, beides gleichzeitig statthaben muß, nämlich ein Vorrücken der Hauptpunkte und eine Verkleinerung der Brennweiten.

204 Wir haben uns jetzt die Frage vorzulegen: welche innere Veränderungen sind im Stande, das Auge in ein stärker brechendes System zu verwandeln? Man übersieht die Möglichkeiten, auch ohne in die Details der Berechnung der maßgebenden Punkte einzugehen, und es bieten sich folgende dar: 1) Würde das Auge stärker brechend, wenn ohne Gestaltveränderung sämmtliche oder einzelne Brechungsindices vergrößert würden, denn es würden alsdann die Strahlen bei den Brechungen selbstverständlich stärker abgelenkt. 2) Wenn die Krümmung aller oder einzelner brechenden Flächen stärker würde, d. h. ihre Krümmungshalbmesser kleiner würden. In diesem Falle nämlich würden die Strahlen ebenfalls stärker abgelenkt, weil sie die Flächen unter größeren Winkeln träfen. 3) Wenn die hinteren brechenden Flächen sich der ersten näherten, d. h. wenn die Linse nach vorn rückte. Daß auch diese Veränderung die Strahlen zu bälderer Vereinigung bringt, mag Fig. 86 anschaulich machen. AA ist darin der

Fig. 86.



Axenstrahl, am ein beliebiger anderer zu demselben einfallenden Bündel gehöriger; er wird bei m an der Hornhaut cc gebrochen und verfolgt dann den Weg mn bis zur Linse ll; durch die in derselben stattfindenden Brechungen kommt er in eine Richtung, welche in den Axenstrahl schneidet. Stände aber die Linse bei $l'l'$, so würde er schon bei n' von der Richtung mn abgelenkt und zwar obendrein stärker, da der Punkt n' dem Linsenrande näher als n liegt; er gelangt nun schließlich in p' zum Durchschnitte mit dem Axenstrahl. Der Vereinigungspunkt des Bündels, aus welchem die beiden Strahlen gegriffen waren, ist also durch das Vorrücken der Linse von p nach p' verlegt worden. Daß ein

Digitized by Google

Zusammentreffen mehrerer dieser Umstände ebenfalls zulässig ist, versteht sich von selbst.

Wir wollen jetzt zunächst einige dieser Möglichkeiten ausschließen und zuletzt die directen Beweise beibringen für die Wirklichkeit der einen, welche im menschlichen Auge in der That die Anpassung hervorbringt. Die Vergrößerung der Brechungsindices zur Erklärung der Accommodation zu Hülfe zu nehmen, daran hat wohl nie Jemand ernstlich gedacht. Durch welchen Mechanismus sollte sie auch bewerkstelligt werden? Allenfalls durch einen Druck, der die brechenden Medien verdichtet, aber man sieht im Auge nirgend Veranstaltungen, welche Kräfte zur Verfügung stellten, hinreichend, um ein Liquidum merklich durch Druck zu verdichten.

Unter den brechenden Flächen, deren Krümmungsradius verkleinert werden könnte, liegt am nächsten, an die Hornhaut zu denken. Da wegen der großen Verschiedenheit der Brechkräfte von Luft und wässeriger Feuchtigkeit die Ablenkung der Strahlen durch die Hornhaut am größten ist, so würde auch eine Veränderung ihrer Krümmung den Vortheil haben, daß sie nur sehr klein zu sein brauchte, um einen bedeutenden Erfolg zu haben. Gleichwohl kann an diese Erklärung nicht gedacht werden, denn einmal sind gar keine anatomischen Einrichtungen aufzufinden, welche der Hornhaut eine stärkere Krümmung geben könnten; andererseits ist es durch die genauesten Versuche von Senff, Kohlrausch und Helmholtz*) außer allem Zweifel, daß factisch bei der Accommodation die Hornhautkrümmung nicht die mindeste Aenderung erleidet.

Es bleibt also im Allgemeinen nur noch übrig, die sämmtlichen Veränderungen in die Linse zu verlegen, sei es, daß die Linse bei der Einrichtung für die Nähe ohne Gestaltveränderung nach vorn rückt, sei es, daß die Krümmungshalbmesser ihrer Flächen kleiner werden, d. h. daß die Linse sich stärker wölbt. Bis vor Kurzem war man geneigt, der Ortsbewegung der unveränderten Linse den ganzen Erfolg beizumessen, und Hueck hat durch unwiderlegliche Beweise dargethan, daß wenigstens der Linsenscheitel bei der Einrichtung für die Nähe der Hornhaut sich nähert. Aber schon zu der Zeit, wo man in dieser Ortsbewegung das einzige Auskunftsmittel sah, wurden von physikalischer Seite gewichtige Bedenken dagegen erhoben. Es läßt sich nämlich berechnen, daß, um die ganze Vermehrung der Brechkraft des Auges, wie sie factisch beobachtet wird, zu erklären, ein Vorrücken der Linse um soviel erfordert würde, daß sie sich geradezu an die Hornhaut anlegen müßte. Abgesehen davon, daß man im Auge keinen Muskelapparat entdecken kann, welcher eine so ausgiebige Bewegung der Linse hervorbringen könnte, müßte eine solche von außen deutlich wahrgenommen werden.

In jüngster Zeit ist nun endlich die Lehre von der Accommodation in eine ganz neue Phase der Entwickelung getreten. Es handelt sich nämlich nicht mehr um eine Discussion mehr oder minder wahrscheinlicher Möglichkeiten und um

*) Siehe den schon öfters citirten Artikel »Sehen« im Handwörterbuche der Physiologie, Bd. III, von Volkmann, und Helmholtz in Gräfe's Archiv Bd. I, Abth. II.

Digitized by Google

eine Ausschließung der Unmöglichkeiten. Es ist vielmehr jetzt von Cramer*) und Helmholtz**) durch positive Gründe dargethan, daß die Einrichtung des Auges für die Nähe bewirkt wird durch ein Convexerwerden beider Linsenflächen. Wenn sich dabei die vordere Linsenfläche vorwölbt und nicht convexer wird durch Zurücktreten ihres Randes, so steht diese Theorie auch nicht im Widerspruch mit der soeben angeführten positiven Beobachtung Hueck's, welche derselbe nur fälschlicherweise zu Gunsten eines Vorrückens der unveränderten Linse auslegte. Von physikalischer Seite her kann damit die Lehre von der Accommodation als abgeschlossen angesehen werden. Von physiologischer Seite betrachtet, fehlt ihr zum völligen Abschluß noch eine ausreichende Erklärung des Mechanismus, der die Veränderungen in der Gestalt der Linse bewirkt, worüber, trotz der soeben citirten ausgezeichneten Untersuchungen, noch einige Meinungsverschiedenheit bestehen kann und besteht.

205 Ehe wir an die Beweise für die soeben aufgestellte Behauptung gehen, wollen wir noch eine Vorfrage, wenn auch nicht erledigen, doch wenigstens erwägen, die lange Zeit geruht hat und erst ganz neuerdings wieder angeregt wurde. Auf welche Entfernung ist das gesunde Auge im Zustande völliger Ruhe aller seiner contractilen Elemente accommodirt? Es hat lange Zeit hindurch gleichsam als Dogma festgestanden und wir sind demselben auch im Bisherigen einstweilen treu geblieben: Die Ruhe des Accommodationsapparates, sei dieser nun welcher er wolle, bedinge die Anpassung des Auges auf seinen Fernpunkt***). Die geltend gemachten Beweise†) sind natürlich rein subjectiver Natur. Man beruft sich auf die unmittelbare Empfindung der Ruhe, wenn man den Fernpunkt fixirt. Man führt weiterhin an, daß das geschlossen gewesene Auge im Momente des unbefangenen Oeffnens für den Fernpunkt eingestellt sei. Die Adaption für jeden näher als der Fernpunkt liegenden Punkt soll eine merkbare Anstrengung beanspruchen. Kürzlich hat nun aber hiergegen Theodor Weber††) behauptet, daß das ruhende Auge auf einen mittleren Abstand eingestellt sei und daß eine active Anstrengung es sowohl für größere Entfernungen schwächer brechend machen, als für kleinere Entfernungen stärker brechend machen könne. Er nennt ganz passend die Einstellung auf größere Entfernungen die negative Ac-

*) Gekrönte Preisschrift über Accommodation. Utrecht 1852. Auch Deutsch von Schauenburg.

**) A. a. O.

***) Mit diesem Ausdrucke wollen wir den fernsten Punkt bezeichnen, den ein Auge bei der für Fernsehen günstigsten Einrichtung deutlich zu sehen im Stande ist; er kann also möglicherweise in unendlicher Ferne liegen. Er liegt in der That so jedesmal, wenn in dem Auge bei Einstellung auf möglichste Ferne die Netzhaut (wie z. B. im schematischen Auge des vorigen Capitels) mit der hinteren Brennebene zusammenfällt. Der Fernpunkt kann sogar eine negative Entfernung haben, d. h. hinter dem Auge liegen, wenn ein Auge bei seiner am schwächsten brechenden Einrichtung noch nicht einmal parallele, sondern erst convergente Strahlenbündel auf der Netzhaut zur Vereinigung bringt.

†) Volkmann, Artikel »Sehen« im Handwörterb. der Physiol., Bd. III, S. 303.

††) Archiv für physiologische Heilkunde.

Digitized by Google

commodation, im Gegensatz zu der gewöhnlich allein statuirten, die er als positive bezeichnet. Die Beweisgründe sind einstweilen ebenfalls subjective. Weber beruft sich zunächst ebenfalls auf das unmittelbare allgemeine Bewußtsein, in welchem man eine gewisse active Anstrengung macht, um recht in die Ferne zu sehen. Dies Gefühl gesteht übrigens Volkmann in der soeben citirten Stelle auch zu, erklärt es aber, die entgegengesetzte Ansicht verfechtend, für eine Täuschung. Weber hebt zweitens hervor, daß ein durch vorheriges Sehen in die Ferne ermüdetes Auge nicht mehr so weit sehen könne als vorher. Weil dieser Beweis höchst gewichtig ist, wenn anders die ihm zu Grunde liegenden Beobachtungen fehlerfrei sind, so will ich ihn noch durch ein Beispiel erläutern. Angenommen, ein Auge wäre im Ruhezustande auf die Entfernung von 0,5^m eingestellt, so könnte es, nach Weber, durch active Thätigkeit für noch größere Entfernungen, wir wollen annehmen bis zu 0,6^m, eingerichtet werden; 0,6^m wäre also der Fernpunkt dieses Auges. Weber behauptet nun, wenn dies Auge eine Zeitlang auf 0,6^m Abstand eingerichtet war, so verliert es allmälig die Fähigkeit, für denselben eingerichtet zu bleiben; es kommt durch Ermüdung dahin, daß es wieder nur bis zu 0,5^m entfernte Gegenstände deutlich sieht. Offenbar würde, nach der gewöhnlichen Ansicht, dieses Auge in der Ruhe und folglich im Zustande höchster Ermüdung gerade für seinen Fernpunkt (0,6^m Abstand) eingerichtet sein müssen. Ein dritter Beweis Weber's ließe sich zur Noth auch noch mit der gewöhnlichen Ansicht vereinigen. Er behauptet nämlich, daß man durch Uebung die Fähigkeit, in größere Fernen zu sehen, verstärken könne.

Weber macht bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam, daß ihm wenige Augen vorgekommen, die schon in der Ruhe unendlicher Ferne angepaßt seien; daß aber viele Augen, ohne gerade fernsichtig zu sein, die Fähigkeit der negativen Adaption in so hohem Grade besäßen, daß sie convergente Strahlenbündel auf der Netzhaut vereinigen könnten. Letztere Bemerkung ist für die Beobachtungen mit dem Augenspiegel von Bedeutung, und werden wir bei dieser Gelegenheit darauf zurückkommen.

Wenn nun auch — und das ist nicht unwahrscheinlich — diese active Anpassung für größere Entfernungen, als die, welcher das ruhende Auge angepaßt ist, wirklich statt hat, so wird sie doch höchst wahrscheinlich durch einen ganz anderen Apparat ausgeführt, als die active Einrichtung für geringere Entfernungen. Es wird noch aus dem weiteren Verlaufe der Darstellung erhellen, daß in den Theilen des Auges, die als eigentlicher Einrichtungsapparat angesprochen werden, keine Veranstaltung zu finden ist, der man die Wirksamkeit beilegen könnte, dem Auge durch active Anstrengung eine Einrichtung für größere Entfernungen zu geben. Vielleicht ist diejenige active Anstrengung, welche für größere Entfernungen einstellt, in Muskeln zu suchen, die außerhalb des Bulbus liegen. In der That muß, wie Helmholtz a priori und Gräfe experimentell bewiesen hat, das Auge durch irgendwo angebrachten Druck auf dasselbe fernsichtiger werden, denn es muß, weil es eine incompressibele Flüssigkeit in einer unausdehnsamen Hülle beherbergt, gedrückt der Kugelform zustreben. Dabei wird aber die Krümmung der Hornhaut mit der Krümmung der Sclerotica ausgeglichen und folglich schwächer, und dadurch wird die Brennweite seines brechenden

Digitized by Google

Systems vergrößert — das Auge fernsichtiger. Dieser Druck dürfte vielleicht durch Zusammenwirken aller Augenmuskeln und des Orbicularis ausgeübt werden. Kneift man nicht auch instinctiv den Orbicularis zusammen, wenn man angestrengt fern sehen will?

206 Wir kehren zu der Accommodation in die Nähe zurück. Um zu prüfen, ob und welche Veränderung an den beiden Flächen der Linse stattfindet, muß man am lebenden sichtbare Zeichen aufsuchen, welche Veränderungen der Flächen zu erkennen geben. Solche Zeichen hat man aber in den Spiegelbildern, die sie von einer lebhaften Lichtquelle sichtbar entwerfen. Der sogenannte Sanson-Purkinje'sche Versuch läßt diese Spiegelbilder sehen. Er besteht einfach darin, daß man etwas seitwärts von der Sehaxe eines beobachteten Auges etwa 300^{mm} von ihm entfernt eine Lichtflamme aufstellt, und von der anderen Seite der Axe in das Auge hineinsieht; man erblickt alsdann unter günstigen Umständen drei Bildchen der Lichtflamme, zuerst (von der Seite der wirklichen Flamme anfangend) ein sehr helles aufrechtes — das Spiegelbild von der Hornhaut —, dann ein äußerst mattes, ebenfalls aufrechtes — das Spiegelbild von der vorderen Linsenfläche — und dann ein kleineres, etwas lichtstärkeres (jedoch immer noch bedeutend schwächer als das erste) verkehrtes — das Spiegelbild von der hinteren Linsenfläche.

207 Es hat besonders darum Schwierigkeiten, diese Bildchen einer genaueren Untersuchung zu unterwerfen, weil ganz kleine Bewegungen des beobachteten Auges kaum zu vermeiden sind, bei solchen aber das fortwährende Zusammenfallen mit dem Maßstabe eines Fernrohrs gestört werden würde. Zur Beseitigung dieser Schwierigkeit hat Helmholtz ein eigenes Instrument construirt, das er »Ophthalmometer« nennt und dessen Princip dem Heliometer der Astronomen entlehnt ist. Es wird durch Fig. 87 deutlich werden. Sei a ein leuchtender Punkt. Von den davon allseitig ausgehenden Strahlen sind vier als ausgezogene Linien gezeichnet. Fällt nun dies Strahlenbündel schief auf eine planparallele Glasplatte bc, deren Ebene zur Ebene der Zeichnung senkrecht gedacht wird, so geht nach den Brechungen jeder einzelne Strahl in einer zu seiner ursprünglichen parallelen Richtung weiter, jedoch etwas verschoben, so daß das ganze Strahlenbündel aus einem seitwärts und etwas näher gelegenen Punkte a' zu kommen scheint *). Dieser Punkt ist offenbar um so mehr gegen a verschoben, je größer die Winkel sind, die die Strahlen mit den Einfallslothen machen, oder je schräger das Bündel die Platte trifft. Für Alles, was hinter der Platte dem ausfahrenden Bündel begegnet, ist es also erlaubt, von der Brechung in der Platte abzusehen und den Punkt a' für den leuchtenden Punkt a zu setzen. Hätte jetzt die Platte die Lage $b'c'$ (zu bc und den Strahlen symmetrisch auf der anderen Seite) gehabt, so wäre ein ausfahrendes Bündel entstanden, das von dem Punkte a'' auszugehen schiene, der zu a und a' symmetrisch auf der anderen Seite liegt. Helmholtz brachte nun zwei vollkommen gleich dicke

*) Es ist zu bemerken, daß diese Deduction nur für Strahlenkegel von geringer Oeffnung am Punkte a mit hinreichender Annäherung gültig ist; doch wird bei der darauf gegründeten Methode auch nur von solchen Gebrauch gemacht.

Digitized by Google

Glasplatten drehbar an eine Axe, die in beider Ebenen liegt, so daß der Apparat, wenn die Axe senkrecht gedacht und er in der Richtung der Axe angesehen wird, ein Kreuz, wie in Fig. 87, von variabeler Oeffnung darstellt. Er befestigte den Apparat vor dem Objectiv eines Fernrohres, so daß die obere Platte die obere, die untere Platte die untere Hälfte des Objectivs bedeckte. Er gab endlich dem Apparat eine Einrichtung, vermöge deren beide Platten gleichzeitig durch eine Schraube gedreht werden konnten, und zwar so, daß die durch die Ueberkreuzungsstelle gehende Fernrohraxe immer Halbirungslinie des Winkels zwischen beiden ($b'dc$ Fig. 87) war. Drehte sich also z. B. der Punkt c nach vorn und links, so drehte sich vermöge des Mechanismus b' um eben so viel nach vorn und rechts, und umgekehrt. Sieht man durch das so vorgerichtete Fernrohr nach einem leuchtenden Punkte a (Fig 87), während die beiden Platten irgend einen von Null verschiedenen Winkel bilden, so sieht man den Punkt doppelt und keines der beiden Bilder liegt in der Axe des Fernrohres, vielmehr das eine links, das andere rechts davon. Die Hälfte des Strahlenbündels nämlich, welche durch die obere Platte und nachher durch die obere Hälfte des Objectivs gegangen ist, formirt ein Bild da, wo der conjungirte Vereinigungspunkt zu a' liegt. Die andere Hälfte des Strahlenbündels formirt ein Bild in dem conjungirten Vereinigungspunkte zu a''. Setzt man statt des Punktes a ein von rechts nach links ausgedehntes Object in den Focus des Fernrohres, so sieht man davon ebenfalls zwei Bilder, die sich vielleicht theilweise decken. Verkleinert man den Winkel $b'dc$ zwischen den Glasplatten, so rücken nach der obigen Erörterung die Bilder seitlich auseinander, und wenn das Object keine zu große Ausdehnung hat, kann man es dahin bringen, daß sich beide nur noch mit den Rändern berühren; dann beträgt also die Verschiebung von a' gegen a in der zur Fernrohraxe senkrechten Ebene gemessen gerade die halbe Breite des Objectes. Da diese Verschiebung aber, wie wir sahen, von dem Winkel zwischen dem Strahlenbündel und der Glasplatte abhängt, so kann man umgekehrt unter sonst bekannten Verhältnissen aus diesem Winkel die Verschiebung und folglich in dem hier gedachten Falle die halbe Breite des Objectes berechnen. Der Winkel, dessen Größe zu diesem Ende bekannt sein muß, ist bekannt durch den

Fig. 87.

Digitized by Google

Winkel, um den man die Glasplatten drehen mußte, bis sich die Ränder der beiden Bilder des Objectes gerade deckten. Diese Einstellung kann aber offenbar geschehen, ohne daß kleine Bewegungen des Objectes störend wirken.

Auf diesem Wege ist es Helmholtz gelungen, die Größe der drei Spiegelbilder im Auge mit großer Genauigkeit zu bestimmen. Die zahlreichen besonderen Handgriffe und Feinheiten der Methode können hier nicht beschrieben werden. Um die Vorstellung von dem ganzen Verfahren zu vervollständigen, sei nur noch gesagt: als gespiegeltes ausgedehntes Object diente die Zusammenstellung zweier sehr hell leuchtender Punkte (Löcher in einem Schirme vor einer Lampenflamme). Wir wenden uns zur Ableitung der Resultate.

208 Aus der Größe des Hornhautspiegelbildes wurde zunächst der Krümmungshalbmesser ihrer Vorderfläche abgeleitet. Wie dies geschieht, bedarf hier keiner Auseinandersetzung, da man nach den Bd. I, Nr. 170, oder auch in jedem anderen Lehrbuche der Physik gegebenen Regeln leicht finden kann, wie groß der Halbmesser eines convexen Kugelspiegels sein müsse, damit er von einem Gegenstande, dessen Größe und Entfernung bekannt sind, ein Bild von gegebener Größe entwerfe. Nicht so unmittelbar folgt der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche aus der Größe des von ihr entworfenen Spiegelbildes, denn die Strahlen erleiden vor und nach der Spiegelung eine Brechung an der vorderen Hornhautfläche. Streng genommen erleiden sie sogar vorher und nachher zwei Brechungen, eine beim Uebergange zwischen Luft und Hornhautsubstanz, die andere beim Uebergange zwischen Hornhautsubstanz und Humor aqueus. Die letztere darf aber ohne Bedenken vernachlässigt werden, um so mehr, da die hintere Fläche der Hornhaut nach den Messungen von Helmholtz wenigstens in der Nähe des Scheitels der vorderen genau parallel ist. Der ganze Vorgang kann so ausgedrückt werden: Von einem Objecte p (Fig. 88) entsteht durch die Brechung an der vorderen Hornhautfläche hh ein (in unseren Fällen reelles, hinter der Linse gelegenes) Bild p_1; von diesem entsteht durch Spiegelung an der vorderen Linsenfläche ll, indem es als virtuelles Object anzusehen ist, ein verkleinertes virtuelles aufrechtes Bild p_2; aber auch dieses sieht ein Beobachter noch nicht direct, sondern erst sein durch Brechung an der vorderen Hornhautfläche entstehendes virtuelles Bild p_3, das etwas größer und etwas weiter hinten als p_2 in aufrechter Lage zu Stande kommt, indem die von der vorderen Linsenfläche reflectirten Strahlen beim Wiederaustritte aus dem Auge zum zweiten Male gebrochen werden. In der Figur sind fünf Strahlen desjenigen Bündels, das vom obersten Punkte des Objectes ausgeht, gezeichnet und zwar ihre wirklichen Wege ausgezogen, die vorwärts oder rückwärts verlängerten Wege, die nicht physisch zurückgelegt worden sind, bloß punktirt. Ein Versuch mit dem Ophthalmometer ergiebt nun zunächst weiter nichts als das Verhältniß $p_3 : p$, oder die Vergrößerungszahl des Systems aus wässeriger Feuchtigkeit und vorderer Linsenfläche. Es wird ohne Weiteres zugegeben werden, daß hieraus auch nur eine optische Constante dieses Systems berechnet werden kann, wenn die übrigen bekannt sind. Soll also aus einer solchen Bestimmung der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche abgeleitet werden, so müssen alle übrigen optischen

Digitized by Google

Constanten bekannt sein; also im Einzelnen muß man kennen: 1) den Halbmesser der Hornhaut; 2) den Brechungsindex der wässerigen Feuchtigkeit; 3) den Abstand des Hornhautscheitels vom Scheitel der vorderen Linsenfläche. Der Hornhauthalbmesser ist in der That aus früheren Messungen bekannt. Den Brechungsindex der wässerigen Feuchtigkeit kann man zwar am lebenden Auge nicht ermitteln, doch dürfte diese Größe schwerlich bedeutenden individuellen Schwankungen unterworfen sein, und kann man also dafür einen Werth setzen, wie er in directer Messung an Leichen gefunden wurde. Um endlich noch den Abstand des Hornhautscheitels vom Scheitel der vorderen Linsenfläche zu finden, wandte Helmholtz einen besonderen Kunstgriff an. Er stellt nämlich das Fernrohr in zwei Lagen auf, in denen seine Axe durch den Mittelpunkt der sichtbaren Pupille des beobachteten Auges geht. Dadurch ist dieser Punkt im Raume fest bestimmt. Dieser Punkt ist das virtuelle Bild, welches die Hornhaut und wässerige Feuchtigkeit vom vorderen Linsenscheitel entwirft, da derselbe in die Pupillarebene fallen muß. Man kennt nun den Halbmesser der Hornhaut und die Brechkraft des dahinter liegenden Mittels, folglich kann aus der Lage des Bildes die Lage des Punktes bestimmt werden. Man hat so auch noch die oben sub 3 geforderte Größe und kann jetzt aus einer Messung der Größe des Spiegelbildes von der vorderen Linsenfläche deren Halbmesser berechnen. Uebrigens wird man ohne alle Rechnung schon bemerken, daß im Allgemeinen das hier in Rede stehende Spiegelbild ceteris paribus um so kleiner werden muß, je kleiner der Halbmesser der vorderen Linsenfläche wird.

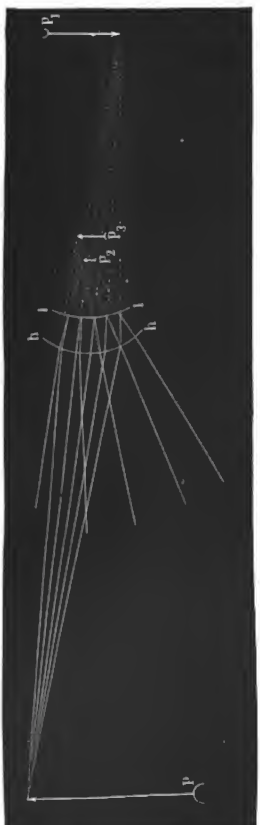


Fig. 88.

Eine ähnliche, nur noch verwickeltere Rechnung führt zur Bestimmung des 209
Krümmungshalbmessers der hinteren Linsenfläche aus der Größe des von ihr erzeugten Spiegelbildes eines bekannten Gegenstandes. Es müssen zu diesem Ende neben den in voriger Nummer geforderten drei Größen noch zwei andere bekannt sein, die außer dem zu berechnenden Halbmesser auf die Größe des

Digitized by Google

Spiegelbildes Einfluß haben: die Dicke der Linse und ihr Brechungsinder. Den letzteren hat Helmholtz ebenfalls aus anderen Messungen entlehnt. Um die Dicke der Linse oder, was dazu führt, den wahren Ort des hinteren Linsenscheitels zu ermitteln, wandte er einen ähnlichen Kunstgriff an, wie der, durch den vorhin der Ort des vorderen Linsenscheitels gefunden wurde. Er bringt in das Fernrohr ein Spiegelbild von der hinteren Linsenfläche und vertauscht nun die Orte des leuchtenden Punktes, der als Object gedient hat, und des beobachtenden Auges; er sieht nun offenbar von demselben Punkte der hinteren Linsenfläche gespiegelt das Bild des anders gestellten Objectes. Die beiden Gesichtslinien — die Lagen der Fernrohraxe in den beiden auf einander folgenden Versuchen — schneiden sich demnach gerade in dem scheinbaren Orte der spiegelnden Stelle, d. h. in dem Orte des Bildes, was das ganze vor der hinteren Linsenfläche gelegene brechende System von einem an der spiegelnden Stelle befindlichen leuchtenden Punkte hervorbringen würde. Dieser Ort im Raume ist demnach bekannt. Er kann an sich schon nicht weit von dem wahren Orte der spiegelnden Stelle entfernt sein, da der letztere ganz in der Nähe der Knotenpunkte (im Sinne von Capitel 1 dieses Abschnittes) des ganzen Systemes liegt, und folglich die Richtungsstrahlen der Spiegelbilder fast ohne Ablenkung hindurch gehen mußten. Inzwischen corrigirt Helmholtz doch noch den scheinbaren Ort, der sich aus dem Versuche ergiebt, mit Zugrundelegung der Listing'schen Werthe, der Constanten des schematischen Auges. Somit sind alle Größen bekannt, die man nöthig hat, um aus der Größe des hinteren Linsenspiegelbildes den Halbmesser der hinteren Fläche zu berechnen. Auch hier gilt die Bemerkung, die ohne Durchführung der Rechnung zugestanden werden wird, daß das Spiegelbild mit dem Halbmesser der hinteren Linsenfläche zugleich an Größe abnehmen muß.

210 Helmholtz hat alle im Vorigen beschriebenen Messungen und Rechnungen für ein und dasselbe Auge in zwei Zuständen, einmal bei Accommodation für möglichst große Ferne, und dann für möglichst kleinen Abstand, ausgeführt, und es ergaben sich daraus folgende Resultate:

1) Die vordere Linsenfläche ist bei der Einstellung für die Nähe stärker gewölbt — ihr Halbmesser kleiner — als bei Einstellung für die Ferne.

2) Die hintere Linsenfläche wölbt sich bei Einstellung ebenfalls stärker; ihr Halbmesser nimmt ebenfalls an Größe ab, wenn sich das Auge für die Nähe anpaßt.

3) Der hintere Linsenscheitel behauptet seinen Ort im Raume bei allen Anpassungszuständen.

Da die Linse ihr Gesammtvolum behaupten muß, so geht aus den drei Sätzen hervor, daß die Linse des nahesehenden Auges in der Mitte dicker ist, daß mithin ihr Umfang in entsprechendem Maße sich verkleinern muß, und daß ihr vorderer Scheitel der Hornhaut näher liegen muß, als im selben fernsehenden Auge.

Die Größen der beschriebenen Veränderungen für das Auge, dessen Abmessungen beim Fernsehen schon im vorigen Capitel angeführt wurden, sind in nachstehender Tabelle verzeichnet.

Digitized by Google

	Fernsehen.	Nahesehen.
Krümmungshalbmesser im Hornhautscheitel	7,646mm	7,646mm
Abstand des vorderen Linsenscheitels vom Hornhautscheitel	3,597	3,431
Halbmesser der vorderen Linsenfläche	8,8	5,9
Abstand des hinteren Linsenscheitels vom Hornhautscheitel	7,232	7,232
Halbmesser der hinteren Linsenfläche	5,13	5,13 *)

Die Größe der Veränderungen ist nun hinlänglich, um von der Accommodation eines guten Auges vollständig Rechenschaft zu geben. Berechnet man die Brennweiten zuerst mit Zugrundelegung der ersten Werthe und nachher der zweiten, auf das nahesehende bezüglichen, so ergiebt sich, daß hernach das Bild eines wenig über 100mm entfernten Gegenstandes in diejenige Ebene fällt, welche bei der ersten Einrichtung Brennebene war. Läge also in dieser Ebene die Netzhaut, so würde das Auge bei der ersten Einrichtung unendlich ferne Objecte deutlich sehen (weil parallele Strahlenbündel auf der Netzhaut als in der Brennpunktsebene zur Vereinigung kämen), während es bei der zweiten Einrichtung Objecte, die wenig mehr als 100mm vom Auge abstehen, deutlich sähe.

Neben den besprochenen Veränderungen der Trennungsflächen begleiten 211
einige andere unmittelbar sichtbare Veränderungen im Auge seine Anpassung für die Nähe.

1) Die Pupille verengert sich;

2) der Pupillenrand der Iris rückt nach vorn;

3) die Peripherie der Iris zieht sich nach hinten zurück.

Die Verengerung der Pupille beim Nahesehen ist eine längst bekannte Erscheinung, die man jeden Augenblick wahrnehmen kann. Der zweite Satz wurde zuerst von Hueck**) behauptet, aber irriger Weise als Beweis eines Vorrückens der Linse im Ganzen angesehen. Man sieht das Vorrücken geradezu in einem im Profil beobachteten Auge. Da wir seit Cramer's Untersuchungen bestimmt wissen, daß die Linse des fernsehenden Auges schon am Pupillarrande der Iris anliegt, so sehen wir jetzt das Vorrücken dieses letzteren beim Nahesehen an als ein Zeichen für das Dickerwerden der Linse; zum Theil rührt es auch daher, daß die sich verengernde Pupille über weiter vorgewölbte Theile der Linse sich

*) Die Abnahme im Halbmesser der hinteren Linsenfläche beim Nahesehen ist zu klein, um quantitativ bestimmt zu werden.

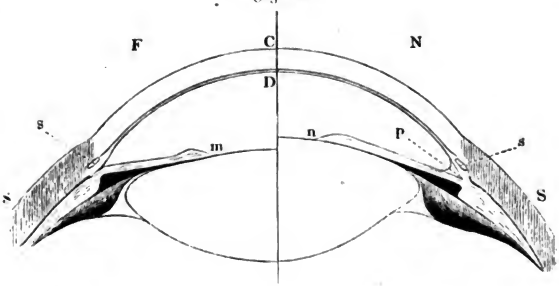
**) Die Bewegung der Krystalllinse. Leipzig 1841.

Digitized by Google

hinaufzieht. Die Vorwölbung der Linsenmitte mit dem Pupillarrande der Iris steht in mechanisch nothwendiger Verknüpfung mit dem Zurückweichen des Irisrandes, da ja der Rauminhalt der vorderen Augenkammer nothwendig constant bleiben muß. Man kann sich aber auch direct davon überzeugen durch Beobachtung der auf der Iris durch die vordere Hornhautfläche gebildeten Brennlinie; jedoch muß betreffs der näheren Beweisführung auf die Originalabhandlung von Helmholtz verwiesen werden.

In Fig. 89 sind alle Veränderungen beim Sehen in die Nähe im natür-

Fig. 89.



lichen Verhältnisse dargestellt; die linke mit *F* bezeichnete Seite der Figur stellt einen halben Durchschnitt durch die vorderen Theile des Auges dar, wie es beim Fernsehen beschaffen ist; die linke mit *N* bezeichnete Seite ist ein halber Durchschnitt desselben für die Nähe eingerichteten Auges; eines weiteren Commentars bedarf die Zeichnung nicht. Sie ist die Copie einer von Helmholtz der Abhandlung, aus der diese ganze Lehre genommen ist, beigegebenen Abbildung.

212 Den Mechanismus der Accommodation — meint Helmholtz — könne man sich einstweilen so denken: Die ruhende Iris hat in der Nähe ihres Randes (rechts unten vom Buchstabe *s* in der Fig. 89 links) einen Knick mit der convexen Seite nach vorn; ziehen sich nun alle Fasern derselben, die radialen sowohl als die circularen, zusammen, so muß der Knick gestreckt werden, wodurch aus seinem Hohlraume Flüssigkeit verdrängt wird; umgekehrt wird vor dem Knick durch dieselbe Streckung (bei *p* auf der rechten mit *N* bezeichneten Seite) Raum frei; soll nun aber gleichwohl der Raum vor und der Raum hinter der Iris sein ursprüngliches Volum behaupten, so muß die Linse vorgewölbt werden. Zu demselben Erfolge trägt aber die Wirkung des Tensor choroideae bei, der nach den Untersuchungen von v. Reeken *) in der Nähe des Canalis Schlemmii (*s*, Fig. 89) an der Membrana Descemetii seinen festen Punkt hat. Er zieht also die Zonula Zinnii nach vorn und vermindert folglich deren elastische Spannung,

*) Ontleedkundig onderzoek van den toestel voor accommodatie van het oog. Utrecht 1855.

Digitized by Google

falls sie eine solche haben sollte. In der That muß man ihr aber eine Spannung in der Ruhe zuschreiben, welche, am Rande der Linse in radialer Richtung nach außen wirksam, diese abplattet. Die eigene Gleichgewichtsfigur der Linse wäre also die, welche ihr im nahesehenden Auge zukommt. Sie strebt ihr daher sofort von selbst zu, wenn die Spannung der Zonula vermindert wird. Sehr wahrscheinlich wird diese Ansicht vom Anpassungsmechanismus noch dadurch, daß die Dicke der Linse des lebenden Auges selbst im nahesehenden Zustande noch nicht die Werthe erreicht, welche eine aus einem todten Auge herausgenommene Linse zeigt, die der Wirkung aller äußeren, ihre Gestalt verändernden Kräfte entzogen ist.

Endlich kann auch noch eine Veränderung der Blutvertheilung im Auge mit im Spiele sein, dergestalt, daß Blut, welches beim Fernsehen vor der Linse befindlich war, beim Nahesehen hinter die Linse kommt und diese hervorwölben muß, weil der Binnenraum der ganzen Sclerotica constant ist. L. Fick*), der diese Ansicht aufgestellt hat, sieht die anatomische Möglichkeit einer solchen Veränderung darin, daß das Gefäßsystem der Ciliarfortsätze und das der Choroidea in ihren Füllungsstufen von einander unabhängig sein können. Er nimmt eine früher noch nicht beobachtete Contractilität der Substanz der Ciliarfortsätze zu Hülfe und schließt: Wenn vermittelst dieser die Ciliarfortsätze und die Iris ausgepreßt werden, so muß unter dem allgemeinen Drucke des arteriellen Blutes sofort eben so viel Blut in die Choroidea eintreten — hinter die Linse — und diese folglich hervorgewölbt werden.

Fassen wir die Resultate noch einmal mit zwei Worten zusammen, so ergiebt sich: Die Anpassung für verschiedene Fernen geschieht nicht durch Verschiebung des bildfangenden Schirmes (der Netzhaut), sondern durch Veränderung des brechenden Systemes selbst. Dies wird stärker brechend — seine Brennweiten verkürzen sich —, um die Einrichtung für nähere Objecte zu bewirken. Die ganze Veränderung vertheilt sich überdies auf die beiden letzten Flächen, indem die erste — die Hornhaut — vollkommen unverändert bleibt.

Bei jeder bestimmten Einrichtung des brechenden Apparates ist nun wieder 213
ein gewisses Spatium — eine Accommodationslinie — deutlich zu übersehen und es werden auch für ein und dasselbe Auge die Accommodationslinien um so kürzer, je näher der Accommodationspunkt dem Auge rückt. Es ist ja auch in diesem Falle der bildfangende Schirm hinter der Brennebene gelegen, wenn der Accommodationspunkt nicht in unendlicher Ferne ist. Es muß aber das Wachsthum der Zerstreuungskreise streng genommen sogar noch rascher sein, als wenn ohne Veränderung des brechenden Apparates bloß der bildfangende Schirm weiter nach hinten gerückt worden wäre, weil die Brennweiten kleiner sind. Wenn auch die letztere Bemerkung nur so unbedeutende Differenzen beschlägt, daß sie sich der Beobachtung entziehen, so wird doch Jeder aus den obigen Erwägungen ohne weitere Erörterung zugeben, daß die Accommodationslinien für ein und dasselbe Auge um so kürzer sind, je näher sie dem Auge liegen oder für je kleinere

*) Müller's Archiv 1854.

Digitized by Google

Entfernung das Auge eingestellt ist. Man kann sich von diesen Sätzen in einem Versuche *) sehr anschaulich überzeugen. Man betrachte eine möglichst feine Linie (etwa einen ausgespannten Faden oder eine mit Tusche auf Papier gezeichnete gerade Linie), die nahezu in die Verlängerung der Sehaxe des einen geöffneten Auges gehalten wird. Man suche das Auge für einen Punkt derselben zu adaptiren, gleichwohl sieht man ein endliches Stückchen der Linie um diesen Punkt zu beiden Seiten gelegen mit vollkommen gleicher Deutlichkeit — gewissermaßen die reell dargestellte Accommodationslinie. Vor und hinter diesem Stückchen sieht man die Linie verwaschen in Zerstreuungsbildern, die um so breiter werden, je weiter sie von dem Accommodationspunkte vorwärts und rückwärts abliegen. Läßt man nun den Accommodationspunkt innerhalb des Spatiums, das man überhaupt mit seinem Accommodationsvermögen beherrscht, über die Linie hingleiten, so wird einem nicht entgehen, daß der deutlich gesehene Theil der Linie an Länge zu und an Schärfe der Begrenzung abnimmt, wenn man den Accommodationspunkt immer weiter vom Auge entfernt.

214 Aus ähnlichen Ueberlegungen, die sich ebenfalls auf die Nr. 196 gemachten Bemerkungen gründen, ergiebt sich noch, daß die mechanische Leistungsfähigkeit eines Accommodationsapparates keineswegs sich bemessen läßt nach der Anzahl von Längeneinheiten, welche er optisch umfaßt. Die Längeneinheiten sind nicht gleichwerthig für das Accommodationsvermögen; es gilt vielmehr eine solche um so weniger, je weiter entfernt sie vom Auge liegt. Wir haben in der angeführten Nummer bereits gesehen, daß ein Auge, das in seinem anfänglichen Ruhezustande auf unendliche Ferne eingerichtet war, gar keiner inneren Veränderung bedarf, um einen 65^m entfernten Gegenstand mit gleicher Deutlichkeit zu sehen. Ja es wird kaum einer Thätigkeit bedürfen, um einen 12^m entfernten Gegenstand deutlich zu sehen, da hiezu eine Verrückung des Brennpunktes um etwa **) $0{,}025^{mm}$ nach vorn ausreichte. Soll hingegen der Accommodationspunkt nur um 1^{dm} dem Auge näher gelegt werden, aber von einer Grenze aus, die selbst schon dem Auge viel näher liegt, so wird eine viel ausgiebigere Thätigkeit des Apparates in Anspruch genommen. Wollten wir uns z. B. das schematische Auge auf $0{,}203^m$ eingestellt denken, so müßte sein Brennpunkt ungefähr $1{,}60^{mm}$ vor der Netzhaut liegen, und sollte es dann auf $0{,}109^m$ eingestellt werden, so müßte sein Brennpunkt in eine Entfernung von beinahe $3{,}20^{mm}$ von der Netzhaut gebracht werden. Um also dies 1^{dm} mit der Accommodationskraft zu bewältigen, bedürfte es einer Verkleinerung der Brennweite um etwa $1{,}6^{mm}$, also einer inneren Veränderung, weit größer als die, welche nothwendig ist, um bedeutend größere Strecken, die ferner vom Auge liegen, mit der Adaption zu durchmessen.

*) Exermak, Physiologische Studien. I. S. 8 und 9.

**) Die Größe y in der Tabelle Nr. 196 ist nicht ganz genau diejenige, um welche der Brennpunkt des schematischen Auges vor die Netzhaut fallen muß, damit auf diese selbst das Bild eines p^m entfernten Punktes falle; denn sobald durch innere Veränderungen die Brennweiten des Auges sich verkürzen, wird die Bewegung der Bildpunkte rascher, daher die im Text besprochene Größe etwas kleiner, als die Größe y der angezogenen Tabelle ist.

Digitized by Google

Anhang: Ueber Kurz- und Fernsichtigkeit.

Wir wollen (absehend von der oben Nr. 205 berührten negativen Accommodation) ein Auge, dessen Ruhezustand Einstellung auf unendliche Ferne ist, normalsichtig nennen. Damit soll jedoch bloß eine ganz willkürliche Wortdefinition gegeben sein, ohne daß darin die Behauptung liegt, es haben die meisten oder auch nur die vortrefflichsten Augen diese Eigenschaft. Es liegt nämlich keineswegs irgend eine Nothwendigkeit, kaum eine besonders große Wahrscheinlichkeit im Wesen der Sache, daß die Netzhaut im Ruhezustande des Auges mit der hinteren Brennebene zusammenfällt. Die Abweichung davon kann aber nach zwei Richtungen stattfinden. Es kann die Netzhaut vor oder hinter der Brennebene liegen. »Kurzsichtig« wollen wir nun ein Auge nennen, wenn im Ruhezustande seine Netzhaut hinter der Brennebene liegt oder parallele Strahlenbündel vor derselben zur Vereinigung kommen. »Fernsichtig«, wenn parallele Strahlenbündel erst hinter der Netzhaut zur Vereinigung kommen. Auch diese Definitionen sollen nur willkürliche Worterklärungen sein und machen keineswegs den Anspruch, daß sie immer mit dem sonst üblichen Sinne dieser Worte zusammenfallen. Man wird übrigens sogleich sehen, daß eine solche Definition einige Berechtigung hat, weil die definirten Eigenschaften in der That eine kurze Bezeichnung verdienen und weil der Sprachgebrauch diesen Worten Bedeutungen beilegt, die weit weniger einfach zu erklären, weil darin optische und physiologische Eigenschaften gemischt sind. 215

Ist ein Auge kurzsichtig oder fernsichtig in dem eben definirten Sinne und hat eine genau ebenso empfindliche Netzhaut wie ein gegebenes normales Auge, so kann es in der Ruhe auch dasselbe leisten, wie das letztere in der Ruhe, durch Bewaffnung mit einer passenden Zerstreuungs- oder Sammellinse, wenigstens wenn der Abstand dieser letzteren vom Auge verschwindend klein ist gegen den Abstand des leuchtenden Objectes und des von ihm durch die Linse entworfenen Bildes. Ein kurz- oder fernsichtiges, sonst aber vollkommen gesundes und empfindliches Auge wird also mit Hülfe einer passenden Brille z. B. auf dem Monde eben so viele helle und dunkle Punkte erkennen, als ein normalsichtiges, abgesehen natürlich von der Lichtabsorption in der vorgesetzten Linse. Um diesen Satz außer Zweifel zu stellen, wollen wir die beiden darin enthaltenen Fälle einer gesonderten Analyse unterwerfen. Wählen wir uns ein willkürliches kurzsichtiges Auge. Sein Fernpunkt liege n Meter von seinem Hornhautscheitel entfernt. Ein unendlich ferner leuchtender Punkt, der ein parallelstrahliges Bündel hineinsendet, wird also nicht genau auf seiner Netzhaut abgebildet, sondern vor derselben; *wie weit* dies Bild vor der Netzhaut liegt, wissen wir nicht, da die sonstigen Abmessungen des Auges unbekannt sind. Wir brauchen dies aber auch nicht zu wissen, um dem Auge die passende Linse zu wählen, welche es in Stand setzt, im Ruhezustande seines Accommodationsapparates dies Bild eines unendlich fernen Punktes mit seiner Netzhaut in Coincidenz zu versetzen. Es genügt dazu die Kenntniß des Fernpunktes voll-

Digitized by Google

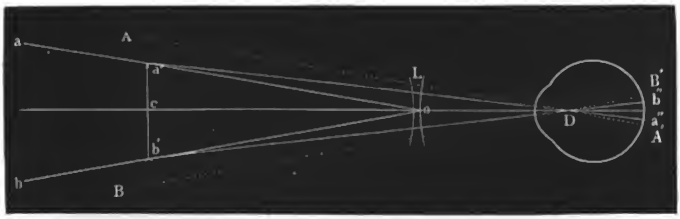
kommen. Die Linse muß nämlich offenbar so gewählt sein, daß die Strahlenbündel eines unendlich fernen Objectes nach der Brechung durch dieselbe von einem virtuellen Bilde zu kommen scheinen, das n Meter vom Auge entfernt liegt, denn wir wissen, daß ein so weit abstehendes Object deutlich gesehen wird. Hiernach kann aber die Brennweite der zu wählenden Linse bestimmt werden, wenn ihre Lage vor dem Auge gegeben ist. Sei der Abstand ihres Mittelpunktes vom Hornhautscheitel $= d^m$, so muß nach dem Vorigen ihre Brennweite so groß sein, daß das Bild eines unendlich fernen Objectes in einem Abstande von $n - d$ von ihrem eigenen Mittelpunkt entsteht, denn alsdann steht es um n Meter vom Hornhautscheitel des fraglichen Auges ab. Zur Bestimmung der Brennweite führt nun die Grundgleichung für Zerstreuungslinsen $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{f}$, wo p die Entfernung des leuchtenden Punktes bedeutet, p' die Entfernung seines Bildes; f den absoluten Werth der Brennweite, ein negativer Werth von p', bedeutet, daß das Bild virtuell und auf derselben Seite der Linse, ein positiver Werth bedeutet, daß das Bild reell und auf der entgegengesetzten Seite der Linse gelegen ist, von welcher die Strahlen kommen. Setzen wir in diese Gleichung die Werthe für p und p' aus obiger Aufgabe, so läßt sich f berechnen; p ist $= \infty$ zu machen, $p' = n - d$, weil das Bild in dieser Entfernung gefordert wird. Man hat $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{d-n} = -\frac{1}{x}$ oder $x = (n - d)$, d. h. eine Zerstreuungslinse mit der eingebildeten Brennweite $n - d$ ist zum vorgesetzten Ziele zu wählen. Wäre also z. B. das gedachte Auge in der Ruhe für $0{,}5^m$ Abstand eingerichtet und wollte es einen unendlich fernen Gegenstand mit einer $0{,}01^m$ entfernt gehaltenen Linse deutlich sehen, so müßte der letzteren Brennweite $0{,}5 - 0{,}01$ oder $0{,}49^m$ betragen.

Wir haben noch die Bedeutung der oben gemachten Einschränkung näher zu betrachten, daß nämlich eine Linse, nur wenn sie sehr nahe ans Auge gehalten wird, ein kurzsichtiges Auge ganz einem normalsichtigen äquivalent machen kann. Sie gründet sich auf zwei Eigenschaften des Netzhautbildes, welche durch die Entfernung der Linse vom Auge beeinflußt werden — die Größe und die Lichtstärke. Was den ersteren Punkt betrifft, so vermindert die Zerstreuungslinse die Netzhautbildgröße, wenn sie nicht dem Auge bis auf eine gegen ihre Brennweite verschwindende Entfernung genähert wird, und kann also einen Gegenstand unsichtbar machen, der in dem normalen Auge ohne Linse noch ein hinlänglich großes Netzhautbild geliefert hätte, um sichtbar zu bleiben. Fig. 90 wird das Gesagte deutlich machen. Wir denken uns ein lineares, unendlich fernes Object (z. B. einen Durchmesser der Mondscheibe); AD und BD seien die Richtungsstrahlen, welche seine beiden Endpunkte in das unbewaffnete Auge senden würden. Der Gesichtswinkel, unter welchem das Object alsdann erscheinen würde, der Winkel ADB sei φ, und wenn — wie bei allen derartigen optischen Untersuchungen ohnehin vorausgesetzt wird — dieser Winkel nur klein ist, so ist die Netzhautbildgröße $A'B = \varphi \cdot \delta$, wenn δ den Abstand des Knotenpunktes D von der Netzhaut bedeutet. Da wir

Digitized by Google

uns den Gegenstand in unendlicher Entfernung dachten, so wird er, von O aus gesehen, unter demselben Winkel φ erscheinen, wie von D aus gesehen. Die von

Fig. 90.



den Endpunkten des Objectes durch den optischen Mittelpunkt O der Linse L gehenden Strahlen aO und bO sind nämlich parallel zu AD und BD und es ist $aOb = \varphi$. Auf diesen Strahlen liegen nun die durch die Linse erzeugten, virtuellen Bilder a' und b', jener beiden Endpunkte des Objectes nach den im ersten Capitel dieses Abschnittes bewiesenen Sätzen. Und zwar liegen die Bilder als Bilder unendlich ferner Punkte in der Brennpunktsebene, so daß, wenn f die Brennweite der Linse ist, $cO = f$ zu nehmen ist. Die lineare Ausdehnung $a'b'$ ist also (immer noch unter Voraussetzung eines sehr kleinen φ) $= \varphi . f$*). Da nun dies Bild einen endlichen Abstand vom Auge hat, so wird es, von ihm aus gesehen, auch unter einem anderen Winkel erscheinen, als von O aus gesehen, oder die durch a' und b' und den Knotenpunkt D gezogenen Richtungsstrahlen bilden einen anderen Winkel als φ mit einander. Der numerische Werth dieses Winkels findet sich leicht, wenn man, was bei der Kleinheit von φ erlaubt ist, $a'b'$ als Bogen eines um D mit dem Halbmesser De beschriebenen Kreises ansieht. Man hat, $OD = e$ setzend, Winkel $a'Db' = \frac{\varphi . f}{f + e}$, folglich ist die Größe des Netzhautbildes, wie es mit Einschaltung der Linse L entsteht, $a''b'' = \delta . \frac{\varphi f}{f + e}$ offenbar kleiner als $A'B'$ oder $\delta . \varphi$. Der Unterschied fällt aber um so kleiner aus, je kleiner $\frac{e}{f}$ ist, denn um so mehr nähert sich $\frac{f}{f + e}$ der Einheit. Es ist also bewiesen, daß der Unterschied der Netzhautbildgröße mit und ohne Linse um so kleiner ausfällt, je kleiner der letztere Abstand vom Knotenpunkte des Auges ist. Die numerische Ausführung dieser Rechnungen wäre freilich nur dann möglich, wenn man den Abstand des Knotenpunktes vom Hornhautscheitel sowohl als von der Netzhaut kennte; das allgemeine Resultat unserer Formeln wird aber durch die Unbekanntschaft mit diesen Größen nicht beeinträchtigt. Wir brauchten zwar zu dem zunächst hier

*) Genau genommen $= 2 . f . tang \frac{1}{4}\varphi$.

Digitized by Google

vorgesetzten Zwecke nur von unendlich fernen Objecten zu reden, wollen aber gleich im Zusammenhange die Verkleinerung des Gesichtswinkels und folglich der Netzhautbilder endlich entfernter Objecte durch Zerstreuungslinsen mitbetrachten. Die lineare Ausdehnung eines solchen sei b und sehr klein gegen seine Entfernung p vom Knotenpunkt. Es erscheint dann dem unbewaffneten Auge unter dem Gesichtswinkel $\frac{l}{p}$ und die Größe seines Netzhautbildes ist $\delta \cdot \frac{l}{p}$, wo δ seine obige Bedeutung hat. Setzen wir zwischen Auge und Object eine Linse von der negativen Brennweite f in die Entfernung e vom Knotenpunkte des Auges, also in die Entfernung $p-e$ vom Objecte, so erzeugt sie ein virtuelles Bild, dessen Abstand x von ihr aus der Formel $\frac{1}{p-e}+\frac{1}{x}=-\frac{1}{f}$ sich zu $-\frac{f(p-e)}{p-e+f}$ berechnet; das negative Vorzeichen bedeutet, daß es vor der Linse liegt. Sein Abstand vom Knotenpunkte des Auges ist demnach, dieselbe Größe positiv genommen und um e vermehrt, $=\frac{fp+pe-e^2}{p-e+f}$. Die Längenausdehnung dieses Bildes selbst ist aber, da sie sich zum Abstande desselben von der Linse verhält wie die Ausdehnung des Objectes zu seinem Abstande von der Linse, $=\frac{lf}{p-e+f}$, und sie muß aus der eben berechneten Entfernung, d. h. vom Knotenpunkte des Auges aus gesehen, unter einem Gesichtswinkel erscheinen, dessen Zahlwerth sich findet, wenn man sie durch diese Entfernung dividirt, also unter dem Winkel $\frac{lf}{pf+pe-e^2}$. Die Längenausdehnung des durch die Linse modificirten Netzhautbildes ist also $\delta \cdot \frac{lf}{pf+pe-e^2}$. Giebt man diesem Ausdrucke noch die Form $\delta \cdot \frac{l}{p+f\left(pe-e^2\right)}$, so zeigt sich, daß er immer kleiner sein muß als $\delta \cdot \frac{l}{p}$ oder die Netzhautbildgröße im unbewaffneten Auge; denn da p der Natur der Sache nach immer größer als e ist, weil die Linse zwischen Object und Auge gedacht wird, so ist $pe > e^2$, also $\frac{1}{f}\left(pe-e^2\right)$ immer positiv, also der Nenner immer größer als p und folglich der Bruch immer kleiner als $\frac{l}{p}$. Je mehr sich aber $\frac{e}{f}$ der Null nähert, um so weniger ist auch hier wieder die Netzhautbildgröße mit der Linse von der im unbewaffneten Auge verschieden.

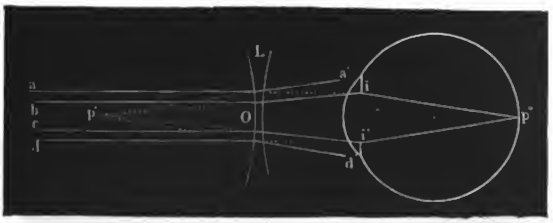
216 Wir kommen zu dem anderen Einfluß vorgesetzter Zerstreuungslinsen auf das Netzhautbild, der es wenigstens theoretisch streng genommen einem kurzsichtigen Auge unmöglich macht, das zu leisten, was ein normalsichtiges Auge leistet. Eine Zerstreuungslinse schwächt, ganz abgesehen von der Lichtabsorption, wegen

Digitized by Google

unvollkommener Durchsichtigkeit aus rein geometrisch-optischen Gründen die Lichtstärke des Netzhautbildes.

Fig. 91 kann dies veranschaulichen. *a, b, c, d* seien vier Strahlen eines

Fig. 91.



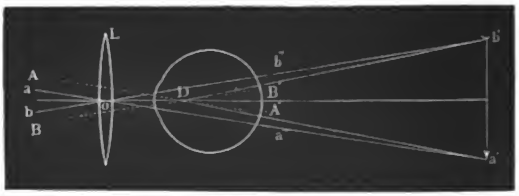
parallelstrahligen, von einem unendlich fernen Punkte ausgehenden Bündels. In einem normalsichtigen Auge mit der Pupillenöffnung *ii'* würden alle zwischen den Gränzen *a* und *d* eingeschlossenen Strahlen zum Bilde *p''* auf der Netzhaut verwandt werden. Ein kurzsichtiges Auge, das eine Zerstreuungslinse *L* von der Brennweite *Op'* einschalten muß, um dem Strahlenbündel die zur Vereinigung auf seiner Netzhaut nöthige Divergenz zu geben, kann aber trotz gleicher Pupillenweite nicht mehr die sämmtlichen zwischen *a* und *d* eingeschlossenen Strahlen nutzbar machen. Es können vielmehr nur noch die zwischen *b* und *c* (deren Richtung nach der Brechung *p'i* und *p'i'* ist) liegenden die Pupille durchsetzen, während die weiter nach außen gelegenen auf undurchsichtige Theile des Auges treffen. Das Bild *p''* im kurzsichtigen Auge mit Linse ist also, weil weniger Strahlen sich in ihm vereinigen, weniger hell, wenn auch ebenso deutlich, als das in einem normalsichtigen Auge mit gleich weiter Pupille. Ohne daß wir nöthig hätten, diese Anschauung in Formeln zu übersetzen, werden wir erkennen, daß diese Ausschließung einiger Strahlen von dem Bilde auch statt hat, wenn das Object in endlicher Entfernung gelegen ist; daß ferner um so mehr Strahlen ausgeschlossen werden, je kürzer die Brennweite der Linse ist, und daß endlich um so mehr ausgeschlossen werden, je ferner die Linse vom Auge gehalten wird. Aus den beiden soeben angestellten Betrachtungen geht für Concavbrillen Tragende die Aufforderung hervor, dieselben dem Auge so nahe als möglich zu bringen, und zwar ist diese Aufforderung um so beherzigenswerther, je schärfer die Brille ist.

Wir stellen uns jetzt zweitens ein fernsichtiges Auge vor, das im Ruhe- 217
zustande erst convergente Bündel auf der Netzhaut vereinigen kann, deren Strahlen auf einen *n* Meter hinter seinem Hornhautscheitel gelegenen Punkt zielen. Um das Bild eines unendlich fernen Punktes mit der Netzhaut in Coincidenz zu bringen, muß dies Auge also in der Entfernung *d* vor seinen Hornhautscheitel eine Sammellinse mit der Brennweite $d + n$ halten, denn eine solche verwandelt ein parallelstrahliges Bündel in ein convergentes, dessen Vereinigungspunkt $d + n$ hinter ihr, also *n* hinter dem Hornhautscheitel liegt.

Digitized by Google

Die Nachtheile, welche ein kurzsichtiges Auge von dem Vorsetzen einer Zerstreuungslinse hatte, dem normalsichtigen Auge gegenüber, verwandeln sich für das fernsichtige Auge mit der Sammellinse in Vortheile, die ebenfalls wieder mit der Entfernung der Linse vom Auge gesteigert werden. Ein Blick auf die Fig. 92 wird zunächst die Vergrößerung des Netzhautbildes durch die Sammel-

Fig. 92.



linse außer Zweifel stellen. Einer besonderen Erläuterung bedarf diese Figur nicht, wenn man sie mit Fig. 90 und der dazu gegebenen Erläuterung zusammenhält; die Buchstaben sind deshalb absichtlich überall dieselben für entsprechende Punkte. Daß aber ferner die Lichtstärke durch eine Sammellinse gesteigert wird, gesteht gewiß Jeder ohne Bedenken zu, selbst ohne daß es der Anschauung einer besonderen Figur bedürfte. Man sieht sofort, wenn man in Fig. 91 die Zerstreuungslinse durch eine Sammellinse in Gedanken ersetzt, daß alsdann noch Strahlen eines parallelen Bündels die Pupillenöffnung passiren können, welche ohne dieselbe von der Iris abgefangen werden würden. Man müßte aus diesen Gründen einem Fernsichtigen anrathen, seine Brille so weit als es sonstige Bedingungen gestatten, vom Auge entfernt zu halten. Wenn ich nicht irre, wird dieser Rath von Fernsichtigen unbewußt befolgt.

218 Wir haben jetzt noch das Accommodationsvermögen nicht normalsichtiger Augen zu prüfen. Es fragt sich, wie man es mit dem Accommodationsvermögen des normalsichtigen vergleichen könne. Es wurde oben (S. 267) der Vorschlag Listing's angenommen, das normalsichtige Auge von normaler Accommodationskraft in der Ruhe auf unendliche Ferne und bei möglichster Anstrengung des Accommodationsapparates auf einen Abstand von 100^{mm} eingestellt sein zu lassen. Führen wir noch einen zuerst von Hueck gebrauchten Ausdruck durch seine Definition hier ein. Nennen wir nämlich »Gränzpunkt« eines Auges denjenigen, auf den es bei möglichster Anspannung seines (positiven) Adaptionsapparates eingestellt ist. Wir können alsdann kurz sagen: in jeder Beziehung normal heißt ein Auge, dessen Gränzpunkt 100^{mm} absteht, während sein Fernpunkt in unendlicher Ferne liegt. Es fragt sich nun: unter welchen Bedingungen kann mit Hülfe einer Linse ein kurz- oder fernsichtiges Auge dasselbe leisten, wie das soeben definirte normale? Anders ausgedrückt: wie groß muß das Accommodationsspatium (zwischen Fernpunkt und Gränzpunkt) sein, damit es mit Hülfe einer Linse von 100^{mm} Abstand bis in unendliche Ferne reicht? Diese Frage kann aber entschieden werden ganz ohne daß man die inneren Verände-

Digitized by Google

rungen und ihre Größe bei der Anpassung kennt. Ist z. B. irgend eines kurzsichtigen Auges Fernpunkt — sein Abstand vom Auge sei $= p$ — bekannt, so kann man angeben, wie groß der Abstand q seines Gränzpunktes sein müsse, damit es mit Hülfe einer Linse das normale Accommodationsspatium beherrscht. Sei wieder d der Abstand der vorzusetzenden Zerstreuungslinse vom Auge, so müßte ihre Brennweite nothwendig $= p - d$ sein. Irgend eine Linse von anderer Brennweite kann gar nicht berücksichtigt werden, weil sonst das ruhend gedachte Auge nicht in unendliche Ferne reicht. Soll jetzt mit Hülfe derselben Linse das Auge im Zustande der größten Accommodationsanspannung einen 100mm entfernten Punkt deutlich sehen, so muß es im selben Zustande ohne Linse einen Punkt deutlich sehen, dessen Entfernung x von der Linse zu finden ist aus der Gleichung $\frac{1}{100-d} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{p-d}$, denn es müssen $100-d$ und x für die Linse von der Brennweite $p-d$ conjungirte Vereinigungsweiten sein, oder es versetzt die Linse den $100-d$ von ihr (so weit steht ja in der That der 100mm vom Auge entfernte Punkt von der Linse) abstehenden Punkt eben optisch in die Entfernung x, wie sie aus der Gleichung zu berechnen ist. Es ergiebt sich aber $x = -\frac{(p-d)\,(100-d)}{p+100-2d}$, d. h. der Punkt, welcher im gedachten Zustande deutlich gesehen werden muß, liegt, vom Auge aus gerechnet, um $\frac{(p-d)\,(100-d)}{p+100-2d}$ hinter der Linse. Addirt man zu dieser Größe noch die Entfernung d der Linse vom Auge hinzu, so hat man die gesuchte Entfernung q des Gränzpunktes vom Auge: $q = \frac{100\,.\,p-d^2}{p+100-2d}$. Eine ähnliche Rechnung ergiebt den Gränzpunktsabstand für ein fernsichtiges Auge mit dem Fernpunktsabstande $-p$ (er muß hier mit dem Minuszeichen versehen werden, weil der Fernpunkt *hinter* dem Auge liegt), wenn es mit Hülfe einer passenden Sammellinse das normale Accommodationsspatium soll beherrschen können. Die Sammellinse, welche vor dem Auge in die Entfernung d gesetzt werden muß, damit es im Ruhezustande dem normalen Auge äquivalent wird, mußte — sahen wir — eine Brennweite $p+d$ haben. Soll nun das gedachte Auge im Zustande der höchsten Anstrengung mit dieser Linse auf 100mm Abstand deutlich sehen, so muß es in demselben ohne Linse einen Punkt deutlich sehen, dessen Entfernung x von der Linse als zu $100-d$ conjungirte Vereinigungsweite gefunden wird aus der Gleichung $\frac{1}{100-d} + \frac{1}{x} = \frac{1}{p+d}$, also $x = \frac{(p+d)\,(100-d)}{100-p-2d}$. Diese Größe ist der Abstand des gesuchten Gränzpunktes von der Linse; um seinen Abstand vom Auge zu finden, muß man sie mit umgekehrtem Vorzeichen zu d addiren, denn wäre x positiv (was freilich wohl nie der Fall ist), so läge der gesuchte Gränzpunkt am Auge näher als an der Linse, im anderen Falle umgekehrt. Es ergiebt sich also nach allen nöthigen Umformungen der Gränzpunktsabstand vom Auge $q = \frac{100\,p+d^2}{p-100+2d}$. Die beiden soeben abgeleiteten

Digitized by Google

Formeln geben noch zu einigen praktisch nutzbaren Betrachtungen Veranlassung. Wir wollen übrigens, da die bestimmte Zahl 100 vor der Hand eigentlich ziemlich willkürlich gegriffen ist, dieselbe durch ein allgemeines Zeichen g ersetzen, das also die Entfernung des »Gränzpunktes« vom normalen Auge bedeutet. Wir haben demnach für ein kurzsichtiges Auge mit dem Fernpunktsabstande p einen Gränzpunktsabstand $q = \frac{g.p - d^2}{p + g - 2d}$ zu fordern. Man sieht, daß diese Größe von dem Abstande d der Linse vom Auge abhängig bleibt. Wir sehen daraus: Es ist nicht eine ganz bestimmte Leistungsfähigkeit des Accommodationsvermögens dem gedachten Auge nothwendig, damit es mit Hülfe der Zerstreuungslinse das normale Spatium beherrscht, vielmehr kann diese Leistungsfähigkeit ganz verschieden sein, wenn man sich die Verfügung über d vorbehält. An einem numerisch durchgeführten Beispiele wird dies anschaulich. Denken wir uns, der Fernpunkt eines Auges läge in 200^{mm} Abstand und die anzuwendende Linse sollte 100^{mm} vom Auge entfernt gehalten werden, auch g soll seinen Werth von 100^{mm} behalten. Die Linse müßte in diesem Falle 100^{mm} Brennweite haben, denn das alsdann 100^{mm} von ihr abstehende Bild eines unendlich fernen Punktes steht 200^{mm} vom Auge ab, liegt also in seinem Fernpunkte. q berechnet sich nun in diesem Falle aus der Formel ebenfalls zu 100^{mm}. Das Auge brauchte also unbewaffnet nur das kleine Spatium von 200 bis 100^{mm} mit seinem Accommodationsapparate zu beherrschen, und würde gleichwohl mit einer Linse von 100^{mm} Brennweite, 100^{mm} entfernt gehalten, in seinen verschiedenen Anpassungszuständen Gegenstände von allen möglichen Entfernungen von unendlicher Ferne bis 100^{mm} deutlich sehen können. Nehmen wir als entgegengesetzten Gränzfall d möglichst klein, wir wollen (obwohl dies streng genommen unausführbar ist) $d = 0$ setzen, so müßten wir der Linse eine Brennweite von 200^{mm} geben. Jetzt berechnet sich q zu 66,6...^{mm}. Es wird also bei Anwendung einer dicht vor das Auge gehaltenen Linse, deren Brennweite dann auch größer sein muß, die Leistungsfähigkeit des Accommodationsapparates in weit höherem Grade in Anspruch genommen zur Beherrschung des normalen Spatiums, als in dem erstgedachten Falle. Eine analoge Betrachtung beim fernsichtigen Auge würde ein umgekehrtes Resultat liefern; es würde sich herausstellen, daß ein um so größeres Accommodationsvermögen zur Beherrschung des normalen Spatiums erfordert würde, je weiter man die Linse vom Auge entfernt hält.

Es wurde bereits weiter oben gezeigt, daß die Entfernung der Brillen vom Auge für einen Kurzsichtigen sonst mit erheblichen Nachtheilen verknüpft ist. Wir erinnern hier noch an einen oben übergangenen Nachtheil, der sich eigentlich von selbst versteht, daß nämlich das durch die Brille übersehbare Gesichtsfeld mit wachsender Entfernung eingeschränkt wird. Es muß also wohl ein Kurzsichtiger auf den Vortheil verzichten, den er aus der Entfernung der Brille für das Accommodationsvermögen ziehen könnte; er wird vielmehr, wenn das letztere nicht ausreichend vorhanden ist, zu verschieden scharfen Brillen greifen müssen, um in verschiedene Entfernungen zu sehen, alle aber möglichst nahe an das Auge halten. Da ein kurzsichtiges Auge, dessen Fernpunktsabstand p ist, mit einer

Digitized by Google

dicht vorgehaltenen Linse von der Brennweite p (wo $d = 0$ gedacht wird), einem normalsichtigen Auge in der Ruhe gleich kommt, so wird es einem solchen mit normalem Accommodationsvermögen in Allem optisch äquivalent sein, wenn sein Gränzpunktsabstand $q = \frac{p \cdot g}{p + g}$ ist. Wir könnten somit ein Auge, wenn sein Accommodationsvermögen vom p bis $\frac{pg}{p+g}$ reicht, ein im weiteren Sinne voll kommen normales nennen. Genau dieselbe Formel läßt sich auf ein fernsichtiges Auge anwenden, nur ist für ein solches, der Definition gemäß, p eine negative Größe, daher nimmt der Ausdruck für seinen Gränzpunkt die Form $\frac{pg}{p-g}$ an.

Wir haben noch in aller Kürze zu erwähnen, wie sich die hier gegebenen 219
Definitionen von Kurz- und Fernsichtigkeit zu dem verhalten, was der gewöhnliche Sprachgebrauch darunter versteht. Es scheint mir, man trifft seinen Sinn am besten, wenn man sagt, er nennt fernsichtig einen solchen, der sich einer Convexlinse, kurzsichtig den, der sich einer Concavlinse zum Behufe besseren Sehens*) bedienen muß. Theilweise stimmt dies mit unseren Definitionen zusammen; denn wer in irgend einem Falle mit Hülfe einer Zerstreuungslinse besser sieht als mit bloßem Auge, der hat eben in diesem Falle das Bedürfniß, die vom Objecte gelieferten Strahlenbündel divergenter zu machen, kann also das Auge nur auf kleinere Entfernungen als die des Objectes einstellen, sein Fernpunkt liegt in einem endlichen Abstande vom Auge — er ist nach unserer Definition kurzsichtig. Anders steht es mit der anderen Definition. Denken wir uns z. B. ein Auge, dessen Fernpunkt 1^m absteht und das gleichzeitig mit einem so geringen Accommodationsvermögen ausgerüstet ist, daß sein Gränzpunkt $0{,}9^m$ entfernt ist. Der mit diesem Auge versehene Mensch wird zum bequemen Lesen sich einer Convexlinse von etwa $0{,}4^m$ Brennweite bedienen, wenn er die Schrift in den bequemen Abstand von $0{,}2^m$ zu bringen beabsichtigt, weil $0{,}9^m$ immer noch eine viel zu große Entfernung ist, um von kleinen Buchstaben hinlänglich große Netzhautbilder zu erzielen. Das so beschaffene Auge wird man aus diesem Grunde gemeiniglich ein presbyopisches oder fernsichtiges**) nennen. Wir würden dieses Auge, dem wir übrigens ein abnorm kleines Accommodationsvermögen zuzuschreiben haben, zu den kurzsichtigen rechnen. In der That brauchte aber auch dasselbe eine Zerstreuungslinse von ungefähr 1^m Brennweite, um unendlich ferne Objecte deutlich zu sehen.

*) Natürlich ist dabei abzusehen von dem Gebrauche der Linsen als Loupen; es handelt sich eben um Sehen in solche Entfernungen, die ein normales Auge ohne Bewaffnung beherrscht.

**) Stellwag, der ebenfalls die Kurzsichtigkeit noch nicht durch die bloße Endlichkeit des Fernpunktsabstandes charakterisirt, nennt ein Auge von der im Texte beschriebenen Beschaffenheit ein »asthenopisches«. (Accommodationsfehler S. 24.)

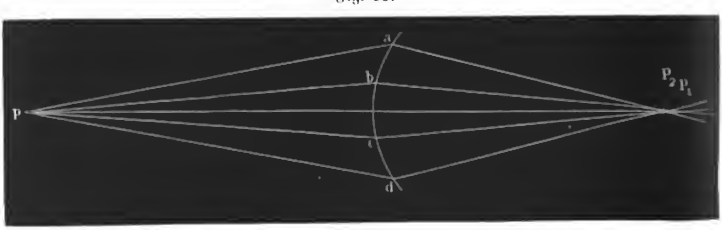
Digitized by Google

Viertes Capitel.

Von den Abweichungen des schematischen Auges.

220 Es wurde bereits früher an mehreren Stellen darauf hingewiesen, daß die im ersten Capitel abgeleiteten Gesetze über den Gang der Lichtstrahlen durch ein System sphärischer brechender Flächen nur unter der Voraussetzung gültig sind, unter der sie abgeleitet wurden, daß nämlich die Strahlen mit der Axe kleine Winkel einschließen, und daß die Einfallswinkel, unter denen sie die einzelnen Flächen treffen, ebenfalls klein sind. Sobald diese Winkel größer werden, so weichen die Strahlen von den Regeln ab, und um so mehr, je größer sie sind. Man nennt diese Abweichung die »Abweichung wegen der Kugelgestalt« oder »sphärische Abweichung«. Denken wir uns eine einzige sphärische brechende Fläche, so müßte nach unserer ersten Regel ein homocentrisches einfallendes Lichtbündel im zweiten Mittel wieder homocentrisch sein; denken wir uns insbesondere den Fall, wo die von einem Punkte des ersten Mittels ausgehenden Strahlen in einem Punkte des zweiten Mittels zur physischen Convergenz kommen mußten, so läßt sich zeigen: wenn das einfallende Strahlenbündel einen Theil der Kugeloberfläche trifft, der nicht mehr als ein unendlich kleiner Theil einer ganzen Kugel gedacht werden kann, wenn also die Randstrahlen unter namhaften Winkeln die Trennungsfläche treffen, so werden sie so gebrochen, daß sie nicht mit den mittleren Strahlen denselben Convergenzpunkt haben, sich vielmehr schon früher schneiden als diese. Ein vollkommen strenger Beweis dieses Satzes würde sehr umständlich sein. Wir begnügen uns daher, in Fig. 93 ein genau

Fig. 93.



construirtes Beispiel (mit dem Brechungsinder 2) vor Augen zu führen, wo man ohne Weiteres sieht, daß die beiden der Axe benachbarten Strahlen, die von dem Punkte p ausgehen, sich in p_1 schneiden, während die beiden Randstrahlen sich schon früher in p_2 geschnitten haben. Wir weisen ferner darauf hin, daß eine aufmerksame Prüfung der Methode, welche uns zu den Resultaten der Nr. 169 führte, sehen läßt, daß eine Vergrößerung des Einfallswinkels die Entfernung p_1

Digitized by Google

des Durchschnittes des gebrochenen Strahles mit der Axe verkleinert, sobald man aus dem Bereiche des dort vorausgesetzten unendlich kleinen Einfallswinkels herausgeht. Es gilt nämlich alsdann nicht mehr die dort angenommene Gleichung $nR = J$, da zwei Winkel, sowie sie nicht sehr klein sind, keineswegs ihrem Sinus proportional sind. Die Sinus wachsen bekanntlich langsamer als die zugehörigen Winkel, daher entspricht einem $n$fachen Sinus ein mehr als $n$facher Winkel, man müßte folglich zu nR noch eine Größe ε hinzuaddiren, um J zu erhalten, die selbst um so größer ist, je größer R ist. Dadurch aber wird in der angezogenen Formel der Renner des Ausdruckes für p_1 offenbar verkleinert, und zwar um so mehr, je größer R gedacht wird, d. h. je mehr sich der betrachtete Strahl vom senkrechten Einfall entfernt, abgesehen von einigen weniger störenden Einflüssen, die ebenfalls noch in Betracht gezogen werden müßten, wenn absolute Genauigkeit erzielt werden sollte.

Durch Zusammenstellung mehrerer kugelförmiger Trennungsflächen kann man nun brechende Systeme herstellen, in welchen die soeben entwickelte Abweichung bedeutend kleiner ist als bei einer einzigen; vollkommen vermieden kann sie niemals werden, sobald man Strahlenbündel von namhafter Breite oder, mit anderen Worten, große Einfallswinkel zuläßt. Von dieser gegenseitigen Compensation der verschiedenen Brechungen kann aber gerade beim Auge nicht die Rede sein, da alle Brechungen in demselben Sinne geschehen und das Strahlenbündel sämmtliche brechende Flächen passirt, ehe es sich in einen Punkt vereinigt hat. Es müßte also offenbar, vorausgesetzt daß die Flächen wirklich sphärisch wären, die Abweichung jeder folgenden die der vorhergehenden noch vergrößern. Die z. B. von der Hornhaut schon zu sehr convergent gemachten Randstrahlen fielen noch convergent (nämlich vor ihrer Kreuzung) auf die Linse und würde hier ihre Convergenz im Verhältniß zu den Centralstrahlen desselben Bündels noch vermehrt, da auch in der Linse die Randstrahlen stärker abgelenkt werden müßten als die mittleren. Am idealen Auge müßte also die sphärische Abweichung, wenigstens bei weiter Pupille und für die weit seitlich gelegenen Objecte, jedenfalls vorkommen, d. h. es müßten selbst bei möglichst vollkommener Adaption die Bilder auf der Netzhaut immer noch mit einer gewissen Undeutlichkeit behaftet sein. Man hat gleichwohl am wirklichen Auge in der Regel keine Spuren von dieser Abweichung bemerkt, namentlich übt sie entschieden keinen störenden Einfluß auf den gewöhnlichen Sehact aus. Es muß also entweder das wirkliche Auge ein vollkommenerer Apparat sein, wie das, was wir als ideales Auge definirt haben, oder es muß wenigstens unter gewöhnlichen Verhältnissen dafür gesorgt sein, daß die störenden Randstrahlen durch die Blendung abgefangen werden. Es spricht Manches für die erstere Annahme. Wir haben schon oben, wo das ideale Auge definirt wurde, darauf aufmerksam gemacht, daß die vordere Hornhautfläche des wirklichen Auges nicht genau kugelförmig sei, sich vielmehr weit besser einem Ellipsoide anschließt, dessen große Axe mit der Sehaxe nahezu zusammenfällt. Dieser Umstand muß in der That die Ablenkung der Randstrahlen vermindern. Sei z. B. ab (Fig. 94 a. f. S.) die Richtung der großen Axe des Ellipsoides, die wir geradezu mit der Sehaxe zusammenfallend denken wollen. Am Scheitel a

Digitized by Google

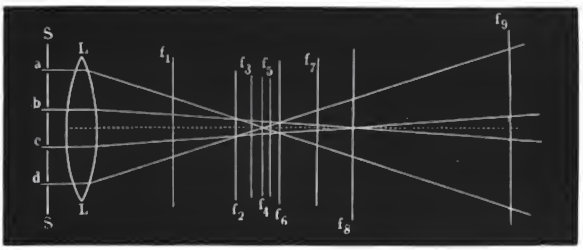
derſelben iſt bekanntlich ſein Krümmungsradius am kleinſten, $= ac$, ſo daß die Kugel, welche ſich ihm hier am genaueſten anſchließt und die deshalb als erſte brechende Fläche des idealen Auges anzunehmen wäre, ganz innerhalb des Ellipſoides läge. Man ſieht aus der Figur ohne Weiteres, daß dieſe Kugel, weil ihre Krümmung überall gleich iſt, die Randſtrahlen ſtärker ablenken muß als das Ellipſoid, deſſen Krümmung vom Scheitel a aus nach den Seiten hin abnimmt. Die Brechung der Randſtrahlen wird alſo im wirklichen Auge verhältnißmäßig weniger ſtark ſein als im idealen Auge. Eine Beobachtungsreihe, die Volkmann in ſeiner mehrfach citirten Abhandlung über das »Sehen« in R. Wagner's Handwörterbuche der Phyſiologie mittheilt, beſtätigt dies Raiſonnement. Er hat nämlich bemerkt, daß bei manchen Augen die Randſtrahlen ſogar erſt ſpäter zur Vereinigung kommen als die mittleren, was bei vollkommen ſphäriſchen Flächen in der Anordnung, wie ſie das Auge zeigt, unmöglich wäre. Bei anderen Augen freilich zeigte ſich zwar die ſphäriſche Abweichung in ihrer gewöhnlichen Geſtalt, d. h. es wurden bei ihnen die Randſtrahlen früher zur Vereinigung gebracht als die mittleren. Man müßte bei ſolchen Augen entweder daran denken, daß die Ellipticität der Hornhaut nicht ſtark genug wäre, um die Vereinigung der Randſtrahlen hinlänglich zu verzögern, oder ſie müßte durch die ſphäriſche Abweichung der beiden anderen brechenden Flächen überwogen werden. Ja es könnten ſogar möglicherweiſe dieſe letzteren im umgekehrten Sinne von der Kugelgeſtalt abweichen, d. h. am Scheitel ſchwächer gekrümmt ſein als am Rande. Da Volkmann ſowohl Augen, in denen die Randſtrahlen, als auch ſolche, in denen die mittleren Strahlen früher vereinigt werden, gefunden hat, ſo wird es höchſt wahrſcheinlich auch ſolche geben, in denen beide merklich in demſelben Punkte vereinigt werden. Ich ſelbſt habe mit meinen Augen die Volkmann'ſchen Verſuche öfters wiederholt, ohne eine der von ihm beſchriebenen Abweichungen wahrzunehmen, will jedoch nicht dafür einſtehen, daß ſie ganz fehlten, da ich durch die chromatiſche Abweichung, von der gleich die Rede ſein wird, zu ſehr geſtört wurde. Die Verſuche in monochromatiſcher Beleuchtung zu wiederholen, hatte ich einſtweilen keine Gelegenheit. Volkmann's Verſuche beſtanden aber näher in Folgendem. Durch ein dicht vor das Auge gehaltenes Kartenblatt mit vier ſo .·. angeordneten Löchelchen wurde eine Nadel angeſehen, die in einer Entfernung, für die das Auge nicht eingeſtellt iſt, im Allgemeinen bekanntlich vierfach erſcheint; die Stellung dieſer vier Bilder wurde nun bei allmäliger Annäherung aus einer Entfernung, in der noch nicht deutlich geſehen wurde, bis in eine Nähe, in der nicht mehr deutlich geſehen wurde, genau unterſucht. Man bedenke dabei zunächſt, daß wegen der geringen ins Auge fallenden Lichtmenge die Pupille ſich außerordentlich erweitert

Fig. 94.

Digitized by Google

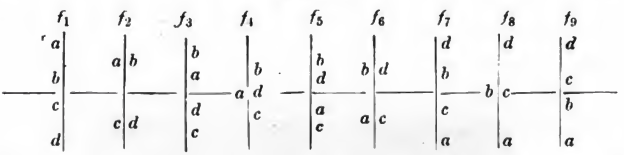
und man daher im Stande ist, die Löcher sehr weit auseinander zu machen, so daß Randstrahlen mitwirken, die sonst in der Regel nicht mitwirken und die ganz besonders stark mit den etwa vorhandenen Abweichungen behaftet sein müssen. In Fig. 95 ist nun ein brechender Apparat dargestellt, der die Randstrahlen

Fig. 95.



stärker bricht, und es ist der Gang von vier Lichtstrahlen *a, b, c, d*, die durch vier kleine Oeffnungen treten, gezeichnet; man sieht, daß auf dem bildauffangenden Schirm in neun verschiedenen Stellungen die Bilder eine Anordnung zeigen müssen, wie Fig. 96, wo die Bilder allemal durch dieselben Buchstaben bezeichnet

Fig. 96.



sind, wie die Lichtstrahlen, von denen sie herrühren. Ganz anders stellt sich diese successive Anordnung heraus, und zwar wie in Fig. 97 (a. f. S.), wenn der brechende Apparat die mittleren Strahlen früher zur Vereinigung bringt als die Randstrahlen, wenn also die vier Strahlen *a, b, c, d* einen Gang nehmen, wie er in Fig. 98 (a. f. S.) dargestellt ist. Die Netzhaut ist nun ein solcher bildauffangender Schirm, aber man kann ihn nicht willkürlich verschieben bei constant bleibendem einfallenden Strahlenbündel. Dafür kann man aber dieses selbst beliebig verändern, indem man das Object entfernt oder nähert, wobei die ganze Stelle der größten Concentration der Strahlen (etwa bei f_5 in den Figuren) vor- und zurückrückt, und einmal vor, einmal hinter der bildauffangenden Netzhaut liegt. Insbesondere entsprechen die ersten Lagen des Schirmes (f_1, f_2) dem Falle, wo das Object zu nahe ist, um deutlich gesehen zu werden, also die größte Concentration der Strahlen hinter die Netzhaut fällt, während die hinteren Lagen (f_5 bis f_9) des Schirmes dem Falle entsprechen, wo das Object wegen zu großer Entfernung nicht deutlich gesehen wird. In

Digitized by Google

Fig. 99 iſt nun die ſucceſſive Lage der vier Nadelbilder in einer Reihe von Augen dargeſtellt, wenn man die Nadel aus unmittelbarer Nähe vom Auge ent-

Fig. 97.

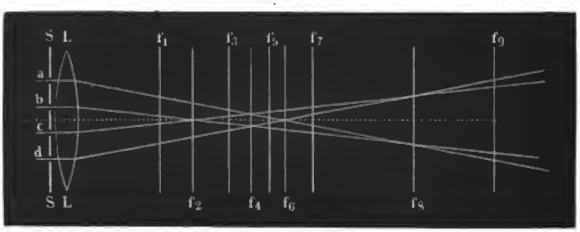
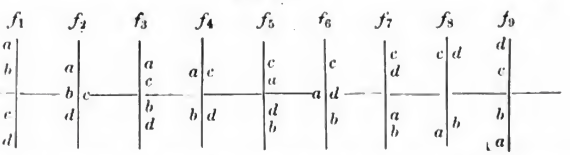


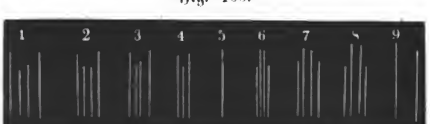
Fig. 98.



fernt. In Fig. 100 ſind die entſprechenden Lagen dargeſtellt für eine andere Reihe von Augen. Jene Reihe bricht offenbar die Randſtrahlen ſtärker, da, wie in Fig. 96, die beiden inneren Bilder ſich den äußeren zuerſt nähern, bis die beiden Paare zu zwei Bildern zuſammengegangen ſind. Die zweite Reihe bricht

Fig. 99.

Fig. 100.



die Randſtrahlen ſchwächer und deshalb nähern ſich zuerſt die beiden inneren Bilder einander gegenſeitig, ſo daß bei einer gewiſſen Entfernung des Objectes drei Bilder ſtatt vier vorhanden ſind. In beiden Fällen war übrigens, wie aus den Figuren hervorgeht, die Abweichung überall ſo klein, daß bei der möglichſten Concentration (ſiehe f_5 in den Figuren) keine verſchiedenen Bilder mehr wahr-

Digitized by Google

genommen wurden. Noch mag bemerkt werden, daß bei diesen Versuchen die Anordnung der vier Löcher in der oben angegebenen Weise — nicht in einer Linie — den Vortheil hat, daß man dann die inneren und äußeren Bilder bequemer unterscheidet.

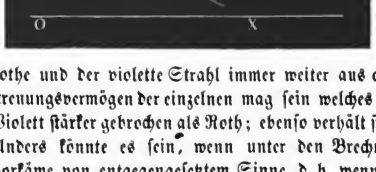
Außer der sphärischen Abweichung, die nur dann merklich wird, wenn 221
merklich große Einfallswinkel vorkommen, ist bei centrirten brechenden Systemen aus sphärischen Flächen eine zweite Abweichung unvermeidlich, und merklich, selbst wenn nur sehr kleine Einfallswinkel vorkommen, sobald die einfallenden homocentrischen Strahlenbündel nicht aus homogenen Strahlen bestehen. Es ist ohne Weiteres ersichtlich, daß die sämmtlichen Schlüsse des ersten Capitels darauf gebaut sind, daß jedes brechende Medium des Systems für die in Frage kommenden Strahlen einen ganz bestimmten Brechungsindex n_m habe und daß sie sofort aufhören bindend zu sein, sobald diese Voraussetzung fällt, sobald der Brechungsindex ein und desselben Mediums von Strahl zu Strahl variirt, wenn auch alle anderen einschränkenden Voraussetzungen stehen bleiben. Es ist insbesondere ersichtlich, daß ein centrirtes System sphärischer brechender Flächen ein homocentrisches einfallendes weißes Strahlenbündel nicht in ein homocentrisches ausfahrendes weißes wird verwandeln können. Es werden vielmehr einem einfallenden weißen Strahlenbündel ebenso viele ausfahrende homocentrische Strahlenbündel, jedes mit einem anderen Centrum, entsprechen, als das weiße Licht Strahlenarten von verschiedener Brechbarkeit enthält. Ohne die Rechnungen des ersten Capitels für die verschiedenen im weißen Lichte enthaltenen Strahlenarten durchzumachen, ist man nämlich gewiß, daß die Vereinigungsweite eines stärker brechbaren Strahlenbündels bei gleicher Lage kleiner sein muß, als die eines schwächer brechbaren. Von einem weißen Punkte, der zusammenfallende violette, blaue ꝛc. Strahlenbündel aussendet, wird demnach eine Reihe von Bildern entstehen, die hinter einander auf der Axe angeordnet sind; das nächste am zweiten Hauptpunkte wird das von der Vereinigung der violetten Strahlen herrührende sein; dann kommt das blaue ꝛc., zuletzt das rothe. Sind die Bilder reell und stellt man senkrecht zur Axe eine auffangende Ebene, so kann man ihr keine Lage geben, auf welcher das Bild eines Punktes als ein Punkt erschiene; stellt man sie nämlich so, daß die rothen Strahlen in ihr sich vereinigen, so wird um diesen Punkt herum noch ein kreisförmiges Scheibchen erleuchtet sein, und zwar ganz von violettem Lichte, bis zu einem gewissen concentrischen Kreise hin von violettem und blauem, bis zu einem noch kleineren Kreise von violettem, blauem und grünem u. s. f. Die Undeutlichkeit der Bilder centrirter Systeme sphärischer Flächen im weißen Lichte, welche in der eben geschilderten Art wegen der Zusammensetzung des weißen Lichtes aus Strahlen verschiedener Brechbarkeit zu Stande kommt, nennt man Farbenabweichung oder chromatische Abweichung, weil ihre Erscheinung in einer Umsäumung weißer Bilder mit farbigen Rändern besteht.

Bekanntlich hat man bei der Verfertigung künstlicher Linsensysteme Mittel in Händen, die Farbenabweichung zu verkleinern bis zur Unmerkbarkeit; sie ganz wegzuschaffen, ist der Theorie nach unmöglich. Man kann Linsensysteme

Digitized by Google

herstellen, bei denen für ein beliebiges einfallendes weißes Strahlenbündel der Vereinigungspunkt der violetten Strahlen z. B. mit dem der gelben Strahlen ganz genau zusammentrifft. Ueberhaupt irgend ein Farbenpaar kann man wählen und ein Linsensystem construiren, wo die beiden Vereinigungspunkte dieser beiden Farben genau zusammenfallen, aber die Vereinigungspunkte aller anderen Farben sind dann nothwendig andere, wenn auch noch so benachbarte Punkte. Ausführlicher ist hierüber in der Theorie der Fernröhre zu sprechen; an diesem Orte mag eine Bemerkung genügen. Wenn in der angedeuteten Weise die Farbenabweichung für ein Farbenpaar weggeschafft werden soll, d. h. wenn man, um die übliche Benennung zu gebrauchen, ein »achromatisches« brechendes System herstellen will, so müssen ganz nothwendig einzelne der vorkommenden Brechungen in entgegengesetztem Sinne stattfinden, als die übrigen. Mit anderen Worten: ein brechendes System, in welchem alle Brechungen in demselben Sinne geschehen, kann unmöglich achromatisch sein. Wir verstehen darunter ein solches, wo ein parallel zur Axe einfallender Strahl durch jede Brechung entweder der Axe genähert oder davon entfernt wird. Beistehende Fig. 101 macht diesen Satz anschaulich. Es ist ein zur Axe OX paralleler weißer Strahl ac gedacht, der bei c die erste Fläche trifft (die brechenden Flächen sind durch gerade Linien, die Tangenten der getroffenen Elemente, dargestellt); durch jede Brechung wird er der Axe mehr genähert, und man sieht, daß dabei der rothe und der violette Strahl immer weiter aus einander gehen müssen, das Zerstreuungsvermögen der einzelnen mag sein welches es will, denn immer wird doch Violett stärker gebrochen als Roth; ebenso verhält sich aber jedes andere Farbenpaar. Anders könnte es sein, wenn unter den Brechungen die eine oder die andere vorkäme von entgegengesetztem Sinne, d. h. wenn durch die eine oder die andere der Strahl von der Axe entfernt würde. (Siehe Bd. I, Nr. 193, 3te Aufl.) Das Auge ist nun ein System von der soeben beschriebenen Gattung mit lauter gleichsinnigen Brechungen, wenigstens wenn die Annahme richtig ist, daß die Linsenschichten einen um so kleineren Brechungsindex besitzen, je oberflächlicher sie sind. Das Auge kann also kein achromatisches System sein. Von allen Denen, die dem Auge Achromasie in mehr oder minder hohem Grade zuschrieben, hat unseres Wissens nur Vallé consequenterweise auch geläugnet, daß bloß gleichsinnige Brechungen im Auge vorkommen, indem er annimmt, daß der Brechungsindex der Linsenschichten um so größer wird, je mehr man sich der Oberfläche nähert.

Fig. 101.



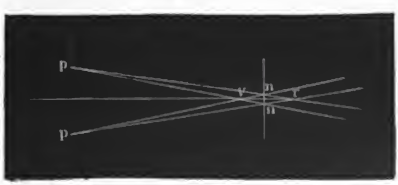
222 Wir haben jetzt, nachdem die chromatische Abweichung des Auges von theoretischer Seite her fast gewiß gemacht ist, zu fragen, ob sich nicht Spuren derselben beim Sehacte bemerklich machen. Immerhin werden diese nur klein erwartet werden dürfen, denn wenn auch die Farbenstrahlen, die einem einfallenden

Digitized by Google

weißen Strahle entsprechen, unter namhaften Winkeln divergiren, so werden sie doch sehr nahe bei einander die Netzhaut treffen, da diese den brechenden Flächen selbst sehr nahe ist, von denen aus die Strahlen divergiren. Ueberhaupt ist bei brechenden Systemen von kurzer Brennweite aus diesem Grunde die chromatische Abweichung wenig störend, daher man es auch z. B. regelmäßig versäumt, den Ocularen künstlicher optischer Instrumente eine achromatische Einrichtung zu geben.

Betrachtet man auf gewöhnliche Weise eine Gränzlinie zwischen Weiß und Schwarz, oder eine weiße Linie, oder einen weißen Punkt auf dunkelm Grunde, so beobachtet man regelmäßig keine farbige Umsäumung, selbst bei mangelhafter Einstellung, die nach den Auseinandersetzungen der vorigen Paragraphen erwartet werden könnte. Hieran sind zwei Umstände schuld. Einmal ist bei so heller Beleuchtung, daß vollkommen gut gesehen wird, die Pupille so eng, daß die Randstrahlen, welche vorzugsweise mit der störendsten Abweichung behaftet sind, abgehalten werden. Wenn nämlich auch wirklich bei möglichst vollkommener Anpassung der Vereinigungspunkt der violetten Strahlen vor die Netzhaut fällt, so ist doch ihr Zerstreuungskreis auf derselben äußerst klein, wenn die Pupille eng ist, der er ja ceteris paribus direct proportional sein muß. Zweitens kann bei einer gewissen Einrichtung des Auges, wie Volkmann*) gezeigt hat, die chromatische Abweichung derjenigen Strahlen, welche durch die eine Seite der Pupille dringen, die Wirkung der chromatischen Abweichung der durch die andere Seite dringenden schwächen (siehe Fig. 102). *v* ist der Convergenzpunkt der violetten,

Fig. 102.



durch die Pupillenöffnung *pp* getretenen, *r* der der rothen Strahlen; ist nun das Auge so eingerichtet, daß die Netzhaut sich bei *nn* etwa im Vereinigungspunkte der grünen Strahlen befindet (der ja nothwendig zwischen *v* und *r* liegen muß, da Grün brechbarer als Roth und weniger brechbar als Violett ist), so wird fast jeder Punkt des kleinen Zerstreuungskreises Strahlen von vielen verschiedenen Farben empfangen, woraus eine sehr blasse Mischfarbe entsteht. Wenn diese Erklärung von dem Unmerkbarwerden der chromatischen Abweichung richtig ist, so muß eine andere Erscheinung auftreten, die den Anschein hervorbringt, als wäre das Auge mit sphärischer Abweichung behaftet. Es muß nämlich ein weißer Punkt, selbst bei der günstigsten Einstellung, den kleinen, fast weißen Zerstreuungskreis *nn* der Fig. 102 auf der Netzhaut hervorbringen, nicht einen mathematischen Punkt.

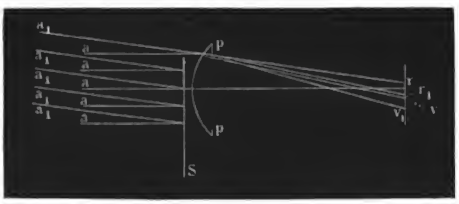
Geradezu wird die chromatische Abweichung Farbensäume erzeugend bemerkt, sobald man die Pupille zur Hälfte, oder besser mehr als zur Hälfte bedeckt.

*) Artikel »Sehen« in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie, Bd. III.

Digitized by Google

Die ſoeben benutzte Fig. 102 giebt Rechenſchaft davon, in welcher Reihenfolge man die Farben zu erwarten habe. Denkt man ſich z. B., man habe die Pupille ganz zugedeckt bis auf ein kleines Segment oben durch den Schirm *s*, Fig. 103.

Fig. 103.



Seien die mit *a* bezeichneten Strahlen ſolche, die von einem in der Axe ſehr fern gelegenen Punkte ausgehen; nur der oberſte davon — ſo denken wir uns — kann in das Auge eindringen und durch die Oeffnung der Regenbogenhaut *pp* hindurchgehen; er giebt ſtatt eines Punktes auf der Netzhaut ein Spectrum *rv*, das oben Roth, unten Violett hat. Sind nun die mit *a'* bezeichneten Strahlen diejenigen, welche von einem etwas oberhalb der Axe ſehr fern gelegenen Punkte kommen, ſo giebt deren oberſter auf der Netzhaut ein Spectrum *r'v'*, das gegen das vorige etwas nach unten verſchoben iſt, denn auch ſein geometriſch genaues Bild würde unterhalb des Bildes von dem in der Axe gelegenen Punkte liegen, der die Strahlen *a* liefert. Vom erſten Spectrum würde alſo jedenfalls das äußerſte Roth frei hervorragen, die übrigen gelblichrothen Töne würden ſchon von dem Roth des zweiten Spectrums gedeckt werden. Nimmt man nun noch einen dritten Punkt hinzu, der im Object wieder höher liegt als der die Strahlen *a'* liefernde, ſo würde man ein neues, noch tiefer anfangendes Spectrum auf der Netzhaut erhalten, das mit ſeinem rothen Anfange vielleicht das Grün des erſten und das Gelb des zweiten deckte. Geht man ſo von der Axe aus continuirlich von einem leuchtenden Punkte zum anderen nach oben fort, ſo erkennt man leicht, daß man auf der Netzhaut eine Reihe von beleuchteten Punkten erhält, deren oberſter *r* bloß rothe Strahlen erhält; der folgende bekommt rothe und gelbe, ein weiter folgender rothe, gelbe und grüne, und alsbald kommt man zu einem Punkte, der mit allen Farben des Spectrums erleuchtet iſt, der folglich weiß erſcheinen muß; weiter abwärts folgen lauter ſolche weiß beleuchtete Punkte, nur muß man beachten, daß jeder derſelben ſeine verſchieden gefärbten Strahlen von verſchiedenen Punkten des leuchtenden Objectes erhält, und zwar die rothen von einem höher liegenden Punkte als die orangefarbenen, dieſe von einem höher liegenden als die gelben u. ſ. f.; für den Effect iſt dies jedoch gleichgültig, die Punkte erſcheinen weiß. Die Reihe von über einander liegenden Punkten kann nun mit demſelben Erfolge unzählige Male neben einander gedacht werden, ſo daß eine ganze leuchtende Ebene entſteht, die nach unten durch eine in der Höhe der Axe verlaufende horizontale Gränzlinie von einer dunkeln Ebene geſchieden wird.

Digitized by Google

Auf der Netzhaut hat man alsdann eine in der Höhe von *r* horizontal verlaufende roth beleuchtete Linie, welche die Gränze gegen das darüber liegende unbeleuchtete Netzhautstück bildet; unter der rothen Linie verläuft eine röthlichgelbe horizontale, darunter eine noch blässer gelbliche, bald eine ganz weiße. Im Ganzen wird man auf der Netzhaut ein weiß beleuchtetes Flächenstück finden, welches an der Gränze gegen das unbeleuchtete gelb und zuletzt roth gesäumt ist. Hätte man mit dem Schirme *s* unter denselben Umständen die oberen Theile der Pupille verdeckt, so daß nur durch einen am unteren Rande derselben gelegenen Abschnitt Licht hineindringen konnte, so wäre natürlich der Erfolg insofern derselbe gewesen, als man auch ein unteres, weiß beleuchtetes Stück Netzhaut erhalten hätte, das horizontal gegen das darüber gelegene dunkele abgegränzt gewesen wäre; nur hätte sich in diesem Falle das Weiß gegen das Schwarz an der Gränze nicht durch Gelb und Roth, sondern durch Blau und Violett abschattirt. Die soeben theoretisch abgeleitete Erscheinung kann man jeden Augenblick leicht an sich selbst beobachten. Man braucht nur am oberen Rande einer dunkeln horizontalen Fenstersprosse vorüber nach dem hellen Himmel zu sehen und dabei mit einer dicht vor dem Auge horizontal gehaltenen Messerklinge die Pupille zum Theil zu bedecken. Bedeckt man den unteren Theil der Pupille, so erscheint der obere Rand der Fenstersprosse roth und gelb gesäumt; bedeckt man den oberen Theil, so erscheint derselbe Rand violett und blau. Der untere Rand derselben Fenstersprosse erscheint natürlich (da man nur die obige Construction um die Sehaxe 180° zu drehen braucht, um das Bild einer weißen Fläche, die nach oben an eine dunkle gränzt, zu bekommen) umgekehrt roth und gelb umsäumt, wenn man die obere, violett und blau, wenn man die untere Hälfte der Pupille verdeckt. Man kann kurz diese allgemeine Regel aussprechen: Eine Gränzlinie zwischen Weiß und Schwarz — mag sie gerichtet sein, wie sie wolle — erscheint roth und gelb gesäumt, wenn der der schwarzen Seite entsprechende Theil, violett und blau dagegen, wenn der der weißen Seite entsprechende Theil der Pupille verdeckt ist.

Daß das von der Theorie geforderte Hervortreten der chromatischen Abweichung bei theilweiser Verdeckung der Pupille so außerordentlich auffallend ist, wie es in der That beobachtet wird, mag noch besonders darin seinen Grund haben, daß bei ausgedehnter Verdeckung die Pupille sich sehr erweitert und daher für gewöhnlich abgefangene Randstrahlen zur Wirksamkeit kommen, die mit der Abweichung im höchsten Grade behaftet sind.

Die Versuche über chromatische Abweichung lassen sich am besten in folgender Gestalt anstellen, die im Principe freilich ganz mit der vorigen übereinstimmt: Man verschafft sich eine feine Lichtlinie (etwa einen feinen mit dem Federmesser geschnittenen Spalt in einem Stückchen Carton vor einer Lampenflamme) und betrachtet dieselbe durch ein feines Löchlein in einem dicht vor das Auge gehaltenen undurchsichtigen Schirme. Befindet sich das Loch vor dem Centrum der Pupille, so ist gar keine Farbenabweichung wahrzunehmen; befindet es sich irgendwo anders in der Ebene, welche die Lichtlinie und die Gesichtsaxe enthält, so kann die Farbenabweichung nur an den Enden der Linie, und zwar in ihrer eigenen 223

Digitized by Google

Richtung auftreten; wenn dieser Fall wirklich streng hergestellt ist, so bemerkt man sie in der Regel wenig; befindet sich aber das Loch außerhalb dieser Ebene, z. B. wenn die Linie horizontal ist in der Nähe des oberen oder unteren Randes der Pupille, so erscheint die Linie in ein breites Spectrum aufgelöst, was nur in der Mitte noch annähernd weiß erscheint. Ist das Loch vor dem oberen Randtheile der Pupille, so erscheint selbstverständlich in dem Spectrum oben Violett, unten Roth; ist umgekehrt das Loch vor dem unteren peripherischen Theile, so erscheint auch umgekehrt Roth oben im Spectrum und Violett unten. Durch ähnliche Versuche kann man sich auch von der Richtigkeit der Erklärung überzeugen, die oben von dem Unmerkbarwerden der chromatischen Abweichung gegeben wurde, wenn die Strahlen, welche durch symmetrisch zur Axe gelegene Punkte der Pupille dringen, ihre Abweichungen annähernd compensiren können. Man sehe nämlich nach der soeben benutzten Lichtlinie durch zwei feine Löcher, die auf entgegengesetzten Seiten gleichweit vom Mittelpunkte der Pupille abstehen. (Ist die Lichtlinie horizontal, so muß das eine oben, das andere unten, ist sie vertical, so muß das eine rechts, das andere links liegen.) Wir nehmen nun an, das Auge sei für die Entfernung der Lichtlinie nicht richtig eingestellt, sondern für einen kürzeren Abstand, so wird man zwei Bilder derselben auf der Netzhaut haben, man wird sie doppelt sehen und jedes der beiden Bilder ist ein Spectrum (unter der gemachten Voraussetzung müssen offenbar die beiden parallelen Spectra einander ihre rothen Enden zukehren). Nähert man jetzt das Auge der Lichtlinie, so nähern sich die beiden Spectra einander, und wenn man in die Entfernung gekommen ist, für welche das Auge genau (d. h. für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit) eingestellt ist, in der Art, wie es die Fig. 102 und die dazu gehörige Ableitung verlangte, so fallen die beiden Spectra auf ein und denselben Platz, aber mit umgekehrt liegenden Theilen, d. h. auf jede Farbe des einen fällt die Farbe des anderen, welche gerade so weit von der Mitte des Spectrums nach der entgegengesetzten Seite abliegt. Da solche Farbenpaare großentheils annähernd complementär sind, so hat man jetzt ein etwas verbreitertes, aber ziemlich weiß aussehendes Bild der weißen Lichtlinie.

224 Es giebt neben den bisher beschriebenen auch noch andere Erscheinungen, welche es unzweifelhaft machen, daß das Auge kein achromatisches Werkzeug ist. Man kann nämlich geradezu beobachten (was ja nach den bisherigen Auseinandersetzungen nothwendig ist), daß, sobald das Auge für rothes Licht auf eine gewisse Entfernung eingestellt ist, violette, aus derselben Entfernung kommende Strahlenbündel ihre Vereinigungspunkte vor der Netzhaut finden müssen. Es fiel zuerst Frauenhofer auf, als er die nach ihm benannten Linien des Spectrums in einem achromatischen Fernrohre beobachtete. Man kann sich diese Versuche bekanntlich so vorstellen, als ob in der Focalebene des achromatischen Objectivs ein physisches Spectrum entstände, das durch das Ocular wie durch eine Loupe betrachtet wird. Wir wollen annehmen, wir hätten das Fernrohr so gerichtet, daß die Linien im rothen Ende des Spectrums gerade im Gesichtsfelde lägen und genau gesehen würden (das Auge mag dabei auf parallele rothe Strahlenbündel eingestellt gedacht werden), dann muß das Fernrohr so adjustirt

Digitized by Google

sein, daß das Spectrum in der Focalebene des Oculars liegt. Auf parallele violette Strahlenbündel ist aber in diesem Falle das Auge jedenfalls nicht eingerichtet, und wenn man also das Fernrohr ohne Veränderung seiner Adjustirung so dreht, daß das violette Ende des Spectrums im Gesichtsfelde erscheint, so werden die alsdann ebenfalls parallel austretenden violetten Strahlenbündel im Auge Zerstreuungskreise veranlassen, die ein deutliches Sehen der Frauenhofer'schen Linien verhindern. Sollen letztere wieder genau gesehen werden, so muß, da das Auge gleichzeitig auf das Ocularmikrometer eingestellt bleiben muß, der Auszug des Fernrohrs tiefer hineingesteckt werden, damit das Spectrum in der Focalebene des Objectivs näher an das Ocular zu liegen kommt als sein Brennpunkt, und deshalb statt paralleler vielmehr divergente violette Strahlenbündel aus dem Ocular in das Auge eintreten, welche es bei der gedachten Einstellung genau auf der Netzhaut zu vereinigen vermag.

Auf eine ebenfalls hierher gehörige Erscheinung hat Dove aufmerksam gemacht. Es giebt nämlich gewisse purpurfarbene Gläser, die fast nur blaues und rothes Licht durchlassen, also Farben von sehr verschiedener Brechbarkeit. Sieht man durch ein solches Glas nach einer weißen Kerzenflamme, so sieht man zwei Bilder in einander, von denen das äußere blau oder roth gefärbt erscheint, je nachdem das Auge gerade in der betreffenden Entfernung für rothes oder blaues Licht eingerichtet ist.

Die chromatische Abweichung des Auges giebt auch noch Rechenschaft von 225
einer Erscheinung, die mit dem Ausdrucke Irradiation *) bezeichnet wird. Man versteht darunter meist ganz allgemein jede scheinbare Vergrößerung heller Gegenstände auf dunklem Grunde und haben wir oben schon (Nr. 202) gelegentlich den Ausdruck erwähnt. Jedermann weiß, daß z. B. auf einem Schachbrette die weißen Felder größer scheinen als die schwarzen, oder daß man an einer schwarz und weiß gestreiften Barriere die weißen Streifen für breiter hält als die schwarzen, wenn sie auch vollkommen gleich sind. Man kann für diese Erscheinung verschiedene Gründe aufführen. Man kann zunächst daran denken, daß die Seele durch den Eindruck des Hellen gewissermaßen mehr beansprucht wird als durch den des Dunkeln und daß sie ihn deshalb auch quantitativ überschätzt. Ich glaube bestimmt, daß eine solche Täuschung der Seele zuweilen vorkommt, namentlich bei Solchen, die in Abschätzung von Raumgrößen sich wenig geübt haben, und es scheint mir auch, daß viele von Plateau's Versuchen solche rein psychische Täuschungen zum Gegenstande haben. Von Erklärung dieser Erscheinung kann alsdann nicht mehr die Rede sein, am allerwenigsten von einer physikalischen, die hier einen Platz finden könnte; auch läßt sich schwer beweisen, ob diese Seelentäuschung überhaupt vorkommt oder nicht. Man könnte zweitens der Erscheinung einen physiologischen Grund geben wollen und hat es in der That gewollt; man hat nämlich in der Vergrößerung des Hellen eine »Mitempfindung« gesehen, d. h. man hat geglaubt, die einem erregten Theile benachbarten Elemente

*) Plateau über die Irradiation, Poggend. Annalen Ergänzungband I. — Welcker über Irradiation und einige andere Erscheinungen des Sehens. Gießen 1852.

Digitized by Google

der Netzhaut gerathen selbst durch physiologische Ausbreitung des Reizes in der Nervensubstanz in Erregung und sehen hell, wie die wirklich physikalisch erregten. Dieser Erklärung neigt sich Plateau zu. Ueber ihre Wahrscheinlichkeit, die eben nur auf physiologischem Gebiete verhandelt werden kann, ist hier nicht der Ort zu sprechen. Man kann endlich drittens physikalische Erklärungen der Irradiation versuchen; auf diese muß hier näher eingegangen werden. Wir wollen geradezu das Wort Irradiation für unseren Gebrauch dahin definiren, daß es nur eine solche scheinbare Vergrößerung heller Objecte bedeutet, die Statt hat, wenn das Auge möglichst vollkommen für die Entfernung des Objectes eingestellt und welche doch in rein physikalischen Vorgängen begründet ist. Natürlich bleibt es bei dieser willkürlichen Definition vorläufig dahin gestellt, ob die definirte Sache wirklich existirt. Daß ein helles Object auf dunklem Grunde bei unvollkommener Einstellung scheinbar vergrößert erscheinen muß, selbst in einem idealen Auge und in homogener Beleuchtung, versteht sich ganz von selbst, bedarf gar keiner besonderen Erklärung, und sollte diese Erscheinung darum auch nicht mit einem besonderen Namen bezeichnet werden. Ich schließe demnach diese scheinbare Vergrößerung heller Objecte von den Irradiationserscheinungen gänzlich aus, wenn auch der Name seiner Etymologie nach noch so gut darauf paßt, und wenn auch Kepler seiner Zeit denselben dafür gebraucht hat.

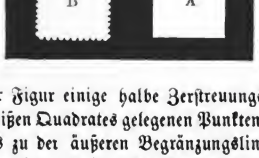
Die Erscheinungen, welche nach unserer soeben aufgestellten Definition allein noch Irradiationserscheinungen genannt werden können, müssen nothwendig in einer Abweichung des Auges ihren Grund haben, d. h. sie deuten, wenn sie überhaupt vorhanden sind, darauf hin, daß eine absolut vollkommene Einstellung des Auges auf irgend welche Entfernung überall nicht möglich ist, wenigstens nicht bei weißer Beleuchtung. Denn wenn im Netzhautbilde immer nur ein Punkt einem Punkte des Objectes entspräche, so müßte nothwendig auch ein heller und ein dunkler Gegenstand (die objectiv gleich groß sind) gleich groß erscheinen, von Seelentäuschungen abgesehen; wenn aber unter allen Umständen einem weißen Objectpunkte ein Zerstreuungskreis auf der Netzhaut entspricht, so muß auch ein helles Object mit seinem Bilde in das Bild eines dunklen hineinragen. Daß aber Irradiation in unserem Sinne des Wortes wirklich vorkommt, wird schwerlich Jemand läugnen, nur ist sie unter gewöhnlichen Verhältnissen — nämlich bei nicht sehr weiter Pupille — wenig auffallend und kann bei sehr enger Pupille leicht gänzlich unbemerkt bleiben; wir werden jedoch weiter unten Versuche kennen lernen, die sie Jedem ohne die geringste Zweideutigkeit sichtbar machen.

226 Es fragt sich jetzt noch, ob Kugelabweichung oder Farbenabweichung die Irradiation herbeiführt. Da die Existenz dieser beiden Abweichungen am Auge in den vorigen Nummern dargethan wurde, so betheiligen sich unzweifelhaft auch beide an der Irradiation, jedoch in sehr verschiedenem Maße. Die Kugelabweichung haben wir so klein gefunden, daß selbst eine sehr feine Linie nicht mehr als mehrfaches Bild erschien, wenn sie bei möglichst vollkommener Adaption durch mehrere kleine Löcher betrachtet wurde; sie wird also auch bei der Irradiation keine bemerkenswerthe Rolle spielen können. Weit umfangreicher ist die

Digitized by Google

Farbenabweichung. In welcher Art die Farbenabweichung des Auges zur Erklärung der Irradiation benutzt werden kann, liegt eigentlich schon in den vorigen Nummern, wo von dieser Abweichung gehandelt wird. Wir sahen nämlich oben, Einstellung des Auges für eine gewisse Entfernung heißt, daß Strahlenbündel von der Brechbarkeit der Mitte des Spectrums in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden. Wir sahen ferner, daß um diesen Punkt herum, wenn das wirklich zum Auge gelangende Strahlenbündel aus weißen Strahlen besteht, ein kleiner Zerstreuungskreis beleuchtet wird, der wegen der beschriebenen Compensation der Farben (Fig. 102) im Ganzen einen merklich weißen Eindruck hervorbringt. Hiermit haben wir nun die Elemente zur Erklärung der physikalischen Irradiation. Sei z. B. *A* (Fig. 104) das Netzhautbild eines weißen Quadrates im schwarzen Felde, wie es entstehen würde, wenn jedem Punkte des Objectes nur ein Punkt entsprechen würde. In Wahrheit entspricht nun aber jedem Punkte des weißen Objectes ein kleiner Kreis auf der Netzhaut und dadurch wird das weiße Quadrat nach jeder Richtung um den Halbmesser der Zerstreuungskreise verbreitert. Unter *B* sind in der Figur einige halbe Zerstreuungskreise angedeutet, die von den im Rande des weißen Quadrates gelegenen Punkten herrühren. Es ist dadurch die Verbreiterung bis zu der äußeren Begränzungslinie, die alle gezeichneten Kreise berührt, anschaulich. Da die Farbenabweichung, wie ebenfalls oben erwähnt wurde, um so bemerkbarer ist, je weiter die Pupille, so muß auch die Irradiation, wenn sie darauf beruhen soll, mit Erweiterung der Pupille zunehmen. In der That läßt sich das leicht zeigen. Den schon bei den Versuchen Nr. 223 benutzten Spalt vor der Lampenflamme sehe man mit einem freien Auge, das man auf seine Entfernung eingestellt hat, an. Er zeigt eine unverkennbare Irradiation. Hinter der Lampe stelle man nun einen Spiegel auf, so daß man mittelst desselben neben dem Schirm vorbei noch eine beträchtliche Lichtquantität ins Auge werfen kann, nämlich das Spiegelbild der Lampenflamme. Sobald das letztere geschieht, wodurch die Pupille verengert wird, schrumpft sofort das durch Irradiation verbreiterte Bild des Streifens sichtlich zusammen. Dieser Versuch ist äußerst schlagend, namentlich wenn man in kurzen Intervallen abwechselnd das Spiegelbild der Lampenflamme in das Auge bringt und wieder entfernt.

Fig. 104.



Der soeben beschriebene Versuch würde freilich mit ganz demselben Erfolge 227
angestellt werden, wenn die Irradiation auf Kugelabweichung beruhte; nicht so die folgenden Versuche. Wenn man den zum vorigen Versuche gebrauchten Spalt vor der Lampenflamme mit einem nahezu nur homogenes Licht durchlassenden Glase bedeckt (es genügt vollständig das gewöhnlich im Handel vorkommende hochrothe Glas), so erscheint der Lichtstreif homogen gefärbt und man vermißt nun das abwechselnde Breiter- und Schmalerwerden bei abwechselndem Zutritt von seitlichem Lichte, das die Pupille zu abwechselnder Zusammenziehung und Erweiterung bringt. Wenn man nur die Hälfte der Länge des Spaltes mit

Digitized by Google

dem rothen Glase bedeckt, so hat man in unmittelbarer Aufeinanderfolge zwei gleichbreite Objecte, ein monochromatisches und ein weißes. Es erscheint das weiße entschieden breiter, wie nach den soeben angestellten Betrachtungen zu erwarten war. Doch möchte ich nicht einmal diesem letzten Versuche vollkommen entscheidende Kraft beimessen, da man den Einwand machen könnte, der allerdings auf richtigen Erfahrungen beruht, daß gerade das Verhältniß von sehr intensiv glänzenden Objecten zu entschieden lichtarmen von der Seele nicht unbefangen beurtheilt wird. Wir haben es aber hier mit einem solchen Verhältnisse in der That zu thun, da das rothe Glas einen bedeutenden Antheil des weißen Lichtes verschluckt. Weit instructiver (auch aus anderen Gründen) ist daher der folgende Versuch, der wohl kaum noch einen Zweifel übrig lassen dürfte an dem chromatischen Ursprunge der ächten Irradiation. Man verdecke wiederum die halbe Länge des mehrerwähnten Spaltes mit dem rothen Glase, sehe aber nun nach demselben nicht mit freiem Auge, sondern durch zwei kleine Löchlein in einem dicht vor das Auge gehaltenen Schirme. Die Verbindungslinie der beiden Löchlein muß senkrecht stehen auf der Ebene, die den Spalt und Augenmittelpunkt enthält, und sie selbst müssen gleichweit zu beiden Seiten von der Gesichtsaxe abstehen; z. B. wenn der Spalt horizontal liegt, muß das eine Löchlein am oberen, das andere am unteren Rande der Pupille stehen. Man hat durch diese Einrichtung mehrere Vortheile: einmal nämlich kommt jetzt sehr wenig Licht überhaupt ins Auge und erscheint also auch die unverdeckte Hälfte des Spaltes nicht mehr blendend hell — wenn auch immer noch vielmal heller als die mit dem Glase bedeckte —, so daß eine Befangenheit des Urtheils wegfällt; dann aber erweitert sich aus demselben Grunde die Pupille so sehr, daß man — wofern man nur die Löcher so weit als möglich auseinander anbringt — Randstrahlen benutzen kann, welche mit der hier in Rede stehenden Abweichung im höchsten Grade behaftet sind. Man sieht nun natürlich, soweit der Spalt unverdeckt ist, wieder die oben schon beschriebene Erscheinung, nämlich bei einem Accommodationszustande für zu große Nähe zwei Spectra, die einander ihre rothen Enden zukehren. Dagegen wird der roth verdeckte Theil des Spaltes als monochromatisch nicht in ein Spectrum verbreitert. Läßt man wieder wie oben durch Annäherung des Auges die beiden Spectra über einander fallen, so daß sie sich compensiren, so hat man neben dem breiteren weißen Streifen einen schmäleren rothen. Mit anderen Worten: man übersieht auf einmal neben einander ein nicht irradiirendes monochromatisches und ein irradiirendes weißes Object. Der einzige Einwurf, der diesem Versuche gemacht werden kann und der auf den ersten Blick sehr gewichtig erscheint, ist der: Wenn sich die Spectra compensiren sollen, so muß ein Strahlenbündel genau auf der Retina zur Vereinigung kommen, das die Farbe der Mitte des Spectrums hat, und rothe Strahlen werden alsdann nicht auf ihr, sondern erst hinter ihr vereinigt. Es müßte also der rothe Theil der Linie bei dieser Accommodation noch im Doppelbild erscheinen. Darauf ist aber zu antworten, daß man den rein violetten Theil des Spectrums bei allen hierher gehörigen Versuchen wegen seiner Lichtschwäche übersieht und die Mitte des sichtbaren also mit der gelblich grünen Nüance etwa zusammentrifft. Die

Digitized by Google

durch das von mir angewandte (überall leicht zu beschaffende) Glas gehenden Strahlen sind aber die gelblichrothen, welche in ihrer Brechbarkeit nicht sehr weit abstehen von der gelblichgrünen, für welche das Auge bei unserem Versuche genau eingestellt ist. Die theoretisch also immer noch geforderten Doppelbilder werden demnach in der Wirklichkeit fast genau zusammenfallen. Der ganze Einwurf würde übrigens ohnehin fallen, wenn man den Versuch mit einem Glase anstellte, das gerade nur die gelblichgrünen Strahlen durchläßt; ein solches habe ich mir aber nicht verschaffen können und weiß ich auch nicht, ob man solche überhaupt hat.

Fassen wir schließlich noch einmal mit wenigen Worten zusammen, was aus diesen Betrachtungen in Betreff der Irradiation erhellt: Die eigentliche ächte Irradiation ist der Ausdruck der compensirten chromatischen Abweichung des Auges. Es giebt aber noch außerdem sehr zahlreiche Erscheinungen, die unter dem Gewande der Irradiation ein anderes Wesen verbergen. Namentlich wird das Urtheil durch sehr helle Erleuchtung häufig bestochen, die Größe des Hellen zu überschätzen. Auch glaubt man es häufig mit eigentlicher Irradiation zu thun zu haben, während in Wahrheit das Auge gar nicht möglichst genau*) für die Entfernung des scheinbar irradiirenden Objectes eingerichtet ist und die Verbreiterung des Hellen also von gewöhnlichen Zerstreuungskreisen herrührt, die der mangelhaften Accommodation ihre Entstehung verdanken.

Fünftes Capitel.

Abweichungen des normalen Auges vom schematischen Auge.

A. Von einer Asymmetrie der brechenden Flächen.

Bisher wurde das Auge angesehen als ein wohl centrirtes System voll- 228
kommen sphärisch gekrümmter Flächen, die vollkommen homogene und vollkommen durchsichtige Medien von einander scheiden, und es wurde gewisser innerer Veränderungen fähig gedacht; wir nannten den so abstrahirten brechenden Apparat das schematische oder ideale Auge. Ein wirkliches Auge weicht nun gewöhnlich, ohne darum die Gränzen des Gesunden oder Normalen zu verlassen, mehr oder weniger von diesem Ideale ab. Fast in jedem Auge weichen theils die Trennungsflächen von vollkommener Sphäricität ab, theils kommen Heterogeneitäten und Trübungen in den brechenden Mitteln vor.

*) Siehe oben Nr. 202 die Versuche Cramer's.

Digitized by Google

Wir fassen zunächst die Abweichungen von der Sphäricität ins Auge. Bereits im vierten Capitel haben wir eine solche kennen gelernt, die aber, wenigstens soweit man jetzt die Sache übersieht, in keinem optischen Phänomen eine störende Rolle spielt, die vielleicht im Gegentheil dazu beiträgt, die sphärische Abweichung kleiner zu machen. Es muß aber ferner noch die Hornhautvorderfläche oder vielleicht die sämmtlichen Trennungsflächen des Auges derart von der Sphäricität abweichen, daß sie gar nicht Rotationskörpern angehören, sondern daß die verschiedenen durch die Gesichtsaxe gelegten ebenen Schnitte selbst am Scheitel verschieden stark gekrümmt sind. Senff (siehe bei Volkmann Artikel »Sehen« in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie) hat an der Hornhaut Krümmungsverschiedenheiten im horizontalen und verticalen Durchschnitte beobachtet, jedoch nur sehr kleine. Da überdies gänzlich unbekannt ist, in wie weit die anderen brechenden Flächen von Rotationskörpern abweichen, so ist man darauf angewiesen, zu untersuchen, ob sich bei den Gesichtswahrnehmungen selbst Wirkungen einer solchen Abweichung zeigen. Vor längerer Zeit hat Sturm*) schon diese Abweichung der Trennungsflächen von vollkommener Sphäricität behauptet, indem er sie benutzen wollte, um die Ueberflüssigkeit innerer Veränderungen im Auge nachzuweisen bei Einstellungen des Auges für verschiedene Entfernungen. Wenn auch die theoretische Richtigkeit der Ableitungen Sturm's nicht in Abrede gestellt werden kann, so ist doch jedenfalls die darauf gestützte Läugnung der inneren Adaptionsveränderung unrichtig, denn es müßten ja, wäre sie richtig, von einem Individuum alle überhaupt innerhalb seines Adaptionsspatiums gelegenen Punkte gleichzeitig mit gleicher Deutlichkeit gesehen werden, was entschieden nicht der Fall ist. Man kann aber die fragliche Abweichung der Trennungsflächen des Auges von der Sphäricität aus anderen Erscheinungen wahrscheinlich machen und darauf die Erklärung eines oft beobachteten Phänomens gründen**). Bedienen wir uns zu diesem Ende jetzt derselben Ableitungen, welche Sturm zu dem angeführten Zwecke gemacht hat. Wir wollen uns vorstellen — und diese Vereinfachung ist hier offenbar erlaubt —, die ganze Ablenkung der Lichtstrahlen im Auge würde durch Brechung an einer einzigen Fläche hervorgebracht, welche nicht genau eine Kugelfläche ist. Sturm hat nun gezeigt, wenn auf ein sehr kleines ringförmig begränztes Stückchen O einer beliebig krummen Fläche von ihrer convexen Seite her ein Strahlenbündel fällt, so ist das gebrochene Strahlenbündel (natürlich nicht homocentrisch) eingehüllt von einer gewissen windschiefen***) Fläche, die sich anlegt an den Umfang von O und an zwei einander im Raume überkreuzende,

*) Poggendorff Annal. Bd. 65, S. 116.

**) A. Fick in der Zeitschrift für rationelle Medizin. Neue Folge II. S. 83.

***) Unter einer windschiefen Fläche versteht man eine solche, die durch Bewegung einer geraden Linie erzeugt werden kann, jedoch so, daß zwei Lagen der erzeugenden Linie im Allgemeinen nicht in einer Ebene begriffen sind, selbst wenn sie unendlich nahe an einander liegen. Also z. B. gehört Kegel und Cylinder, wie alle abwickelbaren Flächen, nicht zu den windschiefen, wohl aber z. B. das Rotationshyperboloid.

Digitized by Google

endlich begränzte gerade Linien $p_1 p_1$ und $p_2 p_2$, die nicht in einer Ebene liegen (wenn also $p_1 p_1$ in der Ebene der Figur 105 gedacht wird, so muß man sich $p_2 p_2$ als perspectivische Projection einer senkrecht zu derselben Ebene stehenden Linie denken). In Fig. 105 sind überdies vier Lagen der Erzeugungslinie der windschiefen Fläche zu mehrerer Deutlichkeit gezeichnet. Es sei nun die Fläche O der Scheiteltheil der Hornhaut, welcher Strahlen empfängt, die noch durch die Pupille dringen können. Denken wir uns die Linie $p_2 p_2$ vertical und die Linie $p_1 p_1$ horizontal, was voraussetzt, daß der Krümmungshalbmesser eines senkrechten Schnittes der vorausgesetzten einen brechenden Fläche am Scheitel kleiner ist, als der eines horizontalen, und daß folglich die in der senkrechten Schnittebene einfallenden Strahlen eines homocentrischen Bündels früher zur Vereinigung kommen als die in der horizontalen einfallenden. Es ist klar, eine vollkommene Adaption ist unter diesen Voraussetzungen selbst für homogenes Licht nicht denkbar, d. h. niemals wird ein Punkt auf der Netzhaut auch nur als Punkt abgebildet. Dagegen wird das von einem Punkte ausgehende Licht auf der Netzhaut immer ein ungefähr gleich großes Stückchen beleuchten, wenn dieselbe sich irgendwo zwischen $p_1 p_1$ und $p_2 p_2$ befindet, während außerhalb dieses Raumes, den Sturm »Brennstrecke« nennt, die Zerstreuungsfigur, die einem Punkte entspricht, größer wird. Das Zerstreuungsbild eines Punktes ändert aber bei verschiedenen Stellungen der Netzhaut innerhalb der Brennstrecke sehr wesentlich seine Gestalt; während es nämlich, wenn sie bei $p_1 p_1$ steht, eine horizontale Gerade ist, so ist sie eine verticale Gerade bei einer Stellung der Netzhaut am hinteren Ende der Brennstrecke bei $p_2 p_2$. Bei einer mittleren Stellung würde das Zerstreuungsbild ungefähr einen kleinen Kreis bilden. Alle diese Stellungen entsprechen wegen gleicher Concentration der Lichtstrahlen, d. h. ungefähr gleicher Kleinheit des Zerstreuungsbildes, einer gleich scharfen Adaption, und ein mit der fraglichen Abweichung behaftetes Auge hätte daher die Wahl zwischen ihnen.

Fig. 105.

Wir wollen annehmen, die Netzhaut befände sich in der That am hinteren Ende der Brennstrecke bei $p_2 p_2$, der Erfolg für das Sehen ist leicht vorherzusagen. Eine vertical vor dem Auge stehende leuchtende Linie wird vollkommen scharf gesehen werden, nur an beiden Enden um die halbe Länge des Zerstreuungsbildes eines Punktes verlängert, denn die Zerstreuungsbilder aller ihrer Punkte sind selbst wieder verticale Linien. Ebenso wird auch eine verticale schwarze Linie auf hellem Grunde scharf gesehen werden, da die Zerstreuungsbilder der benachbarten leuchtenden Punkte wegen ihrer verticalen Stellung nicht in das geometrische Bild der Linie hineinragen. Dagegen wird man aus denselben Gründen eine horizontale leuchtende Linie verbreitert und eine horizontale dunkle Linie auf hellem Grunde verwischt sehen. Man könnte diese Art der Einstellung für eine gewisse Entfernung »Einstellung für verticale Linien« nennen. Ein helles Quadrat auf dunklem Grunde muß bei

Digitized by Google

dieser Art der Einstellung offenbar etwas verlängert erscheinen, da die Zerstreuungsbilder der Punkte am Rande oben und unten um ihre halbe Länge über das geometrisch construirte Bild hervorragen. Ein horizontaler heller Streifen auf dunklem Grunde muß demnach ebenfalls breiter erscheinen als ein in Wirklichkeit genau ebenso breiter vertical gestellter. Die meisten Augen sind nun in der That bei unbefangener Einstellung diesen Täuschungen unterworfen. Um die Größe derselben einigermaßen schätzen zu können, legt man am bequemsten einem in Größenbeurtheilung geübten Auge eine Reihe von weißen Rechtecken auf dunklem Grunde vor und läßt es dasjenige heraussuchen, welches ihm als Quadrat erscheint. Wenn die soeben gemachten Voraussetzungen richtig sind, so wird ihm ein Rechteck mit längerer horizontaler Seite als Quadrat erscheinen. In einem von den Versuchen, die ich in meiner Dissertation beschrieben habe, erschien z. B. einem nichtkurzsichtigen, sehr geübten Auge bei 4500^{mm} Abstand und 5^{mm} (scheinbarer) Pupillenweite ein Rechteck von 22^{mm} horizontaler und 20^{mm} verticaler Seite als Quadrat, während es ein Rechteck von 21^{mm} horizontaler und 20^{mm} verticaler Seite schon entschieden für ein von oben nach unten verlängertes Rechteck hielt. Bei engerer Pupille wird natürlich die Täuschung kleiner. Es kann daraus geschlossen werden, daß die meisten Augen mit der hier in Rede stehenden Abweichung von der Kugelgestalt behaftet sind und daß ihre unbefangene Einstellung darin besteht, daß sie die Netzhaut an dasjenige Ende der Brennstrecke bringen, an welchem das Zerstreuungsbild eines Punktes eine verticale Linie darstellt. Unbefangene Einstellung ist demnach in der Regel Einstellung auf verticale Linien.

229 Wir haben oben vorausgesetzt, daß der Verticalschnitt der brechenden Fläche stärker gekrümmt sei als der Horizontalschnitt, um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben; offenbar kann man auch die umgekehrte Voraussetzung machen und kommt dann zu dem Resultate: Soll das Auge für verticale Linien eingestellt werden, so muß das vordere Ende der Brennstrecke auf die Netzhaut fallen. Im Uebrigen würden die bisher beschriebenen Erscheinungen ebenso hervortreten können, wie in dem zuerst gedachten Falle. Sie machen es also zwar überhaupt wahrscheinlich, daß die Krümmung verschiedener Schnitte der brechenden Fläche verschieden ist, aber sie geben keinen Aufschluß darüber, ob der lothrechte oder der wagrechte Schnitt die stärkste Krümmung besitzt. Diesen Aufschluß giebt ein sehr einfacher Versuch, der gleichzeitig vielleicht von allen, welche die in Rede stehende Abweichung des Auges beweisen sollen, der schlagendste ist. Man zeichne zwei sich senkrecht durchkreuzende sehr feine schwarze Linien auf weißen Grund und bringe sie recht nahe vor das Auge, die eine lothrecht, die andere wagrecht gehalten. Die meisten Augen werden ganz unzweideutig nur die eine der beiden Linien scharf sehen, und bei möglichst angestrengtem Accommodationsapparat und fortgesetzter Annäherung des Objectes wird ganz constant die eine (entweder die lothrechte oder die wagrechte) zuerst anfangen undeutlich zu werden. Stelle ich diesen Versuch z. B. mit meinem eigenen linken Auge an, so verwischt sich stets zuerst die wagrechte Linie. Hat demnach in der lothrechten oder in der wagrechten Ebene dieses Auges eine stärkere

Digitized by Google

Brechung statt? Man beachte, um dies nach dem beschriebenen Versuche zu entscheiden, Folgendes. Wenn das Accommodationsvermögen bis zur äußersten Gränze angespannt ist, so ist die brechende Kraft des Auges so viel als möglich gesteigert, die Brennstrecke für Strahlen, die von irgend einem Punkte kommen, liegt also so weit nach vorn (hornhautwärts), als sie überhaupt liegen kann, sie fällt demnach für einen einigermaßen entfernten Punkt ganz vor die Netzhaut. Rückt man den leuchtenden Punkt immer näher ans Auge, so werden alle Vereinigungsweiten größer und die Brennstrecke rückt also immer weiter nach hinten, sie wird zuerst mit ihrem hinteren, dann mit ihrem vorderen Ende die Netzhaut durchsetzen. Das letztere Ereigniß wird in unserem Versuche offenbar in dem Momente eintreffen, in welchem gerade noch die eine der beiden gekreuzten Linien deutlich erscheint, während die andere schon verwischt ist, und von welchem ab bei fortgesetzter Annäherung auch jene nicht mehr scharf gesehen werden kann. Da nun in dem angeführten bestimmten Falle zuerst die wagrechte Linie undeutlich wird, hernach erst die senkrechte, so muß in demselben das Zusammenfallen des vorderen Endes der Brennstrecke mit der Netzhaut einer Einstellung auf lothrechte Linien entsprechen, d. h. im vorderen Ende der Brennstrecke müssen die in der wagrechten Meridianebene einfallenden Strahlen sich schneiden oder im vorderen Ende der Brennstrecke muß das ganze von einem Punkte kommende Strahlenbündel zu einer kleinen lothrechten Linie vereinigt sein. In meinem linken Auge findet also in der horizontalen Meridianebene eine stärkere Brechung statt als in der verticalen, es gilt für dasselbe die zweite der obigen Annahmen. Dies scheint jedoch nicht eine allgemeine Regel zu sein, denn in dem von Senff gemessenen Falle war der Krümmungshalbmesser des lothrechten Scheitelschnittes der Hornhaut kleiner als der des wagrechten, so daß hier in der lothrechten Meridianebene die Brechung stärker sein mußte, wofern nicht etwa durch stärkere Abweichungen der anderen brechenden Flächen in entgegengesetztem Sinne die Abweichung der Hornhaut überwogen worden wäre. Zu dem Erfolge des soeben beschriebenen Versuches stimmt sehr gut, daß ein einfacher schwarzer Punkt, den ich meinem linken Auge nähere, allemal zuerst in lothrechter Richtung sich verlängert. Ich sehe ihn dann allerdings meist nicht als zusammenhängende lothrechte Linie, sondern als zwei über einander liegende Punkte. Diese Erscheinung hat schon vor längerer Zeit Meyer*) beschrieben; sie wird ihre Erklärung in den nächsten Paragraphen finden, wo von den Discontinuitäten der Zerstreuungsbilder gehandelt werden wird. Sobald man den schwarzen Punkt einigermaßen vom Auge abrückt in Entfernungen, für die sich das Auge ohne große Anstrengung anpaßt, so bemerkt man an ihm keine auffallende Verzerrung, weder in die Länge noch in die Breite. Auch sieht man in solchen Entfernungen meist beide Linien des vorerwähnten Kreuzes mit merklich gleicher Schärfe. Darin liegt aber keineswegs ein Beweis gegen die hier in Rede stehenden Annahmen und Ausführungen, denn es läßt sich auch vom Standpunkte derselben von vornherein nur erwarten, daß alle davon abhängigen

*) Zeitschrift für rationelle Medizin. Bd. V. S. 368.

Digitized by Google

Erscheinungen um so stärker hervortreten, je stärker brechend der dioptrische Apparat des Auges durch Accommodationsanstrengung gemacht wird. Denken wir uns z. B., die vordere Linsenfläche hätte auch Theil an jener Abweichung von der Kugelgestalt. Wird sie nun durch Accommodationsanstrengung gewölbter, so kann man doch offenbar als am wahrscheinlichsten annehmen, daß alle ihre Krümmungshalbmesser ungefähr um dieselbe Größe vermindert werden; es muß also der ursprünglich vorhanden gewesene Unterschied der Krümmungshalbmesser sich mehr bemerklich machen. Aber selbst wenn die einzelnen Krümmungshalbmesser um ihnen selbst proportionale Größen bei der Accommodation vermindert würden, so daß ihr Verhältniß ungeändert bliebe, so würde dennoch die Wirkung des Unterschiedes für die Brechungen vermehrt werden durch die gleichzeitige Verkleinerung aller absoluten Werthe. Ein anschaulicher Beweis hierfür würde nicht schwer sein, indessen doch hier zu viel Raum in Anspruch nehmen. Jedenfalls ist die eine Thatsache, daß von zwei in einer Ebene gelegenen Linien die eine scharf, während die andere nicht scharf gesehen wird, ein ganz mathematisch sicherer Beweis für eine ungleiche Ablenkung der Strahlen in einer lothrechten und einer wagrechten Ebene.

Es braucht wohl kaum noch besonders ausgeführt zu werden, welchen Erfolg es haben würde, wenn der größte Unterschied der Krümmungen nicht auf die lothrechten und wagrechten, sondern auf irgend ein anderes Paar unter einander senkrechter, sonst aber gegen den Horizont beliebig geneigter Meridianschnitte des Auges käme. Man sieht ohne Weiteres ein, daß die beiden Ebenen dieser Schnitte in alle Eigenschaften der vorhin lothrecht und wagrecht genannten Ebenen eintreten würden. Ohnehin könnte man ja das Auge ohne die Erscheinungen in ihrem Wesen zu ändern, so um die wagrecht gedachte Sehaxe gedreht denken, daß die eine der beiden Ebenen lothrecht, folglich die andere wagrecht im absoluten Raume läge. In jedem Falle muß übrigens der Schnitt der größten Krümmung auf dem Schnitte der kleinsten senkrecht stehen, nach einem Satze der analytischen Geometrie, der hier als Lehnsatz unbewiesen angenommen wird. In der Wirklichkeit kommt es oft vor, daß weder die Ebene der größten noch der kleinsten Krümmungen bei mittlerer Kopf- und Augenstellung lothrecht ist.

Es muß noch bemerkt werden, daß, wie es scheint, der Accommodationszustand in der fraglichen Beziehung nicht nur von Auge zu Auge, sondern auch bei ein und demselben Auge schwankend ist. Dasselbe Auge stellt sich zu demselben Zwecke — um ein Object genau zu sehen — bald so ein, daß das eine, bald so, daß die Mitte, bald so, daß das andere Ende der Brennstrecke auf die Netzhaut fällt; das heißt, bald auf lothrechte, bald auf wagrechte Linien, bald so, daß weder die einen noch die anderen absolut, aber beide gleich scharf gesehen werden. Bei manchen Augen scheint sogar die Form und sonstige Beschaffenheit des zu sehenden Objectes von Einfluß auf die Accommodationsbestrebungen zu sein. Ich habe nämlich bei Gelegenheit der oben citirten Untersuchung an einigen Augen die Bemerkung gemacht, daß ihnen von zwei gleich breiten schwarzen Streifen auf weißem Grunde ebenfalls der wagrechte breiter vorkam als der

Digitized by Google

lothrechte. Sie stellten sich also offenbar bei Betrachtung eines weißen Kreuzes auf lothrechte, bei Betrachtung eines schwarzen auf wagrechte Linien ein. Anderen Augen erschien, wie es bei durchgehender Accommodation für lothrechte Linien zu erwarten ist, von einem weißen Kreuze der wagrechte, von einem schwarzen Kreuze der lothrechte Streifen breiter. Bei punktförmigen, sehr fernen Objecten (z. B. den Sternen) bemerkt man meist keine Verzerrung in einer bestimmten Richtung, extreme*) Fälle abgerechnet. Entweder veranlaßt uns die Punktform des Objectes, einen Refractionszustand zu wählen, bei dem die Mitte der Brennstrecke auf die Netzhaut fällt, oder es mag vielleicht auch deshalb die Verzerrung in der Regel nicht an sehr fernen Punkten beobachtet werden, weil die meisten Augen gar nicht mehr für parallele Strahlenbündel eingestellt werden können, was wenigstens Cramer**) in seinem Aufsatze über Irradiation nachgewiesen zu haben glaubt; es würde dann die Brennstrecke für ein parallelstrahliges Bündel ganz vor die Netzhaut fallen und auf dieser ein ziemlich rundes Zerstreuungsbild entstehen, das übrigens noch obendrein durch Discontinuitäten und Ausstrahlungen entstellt wird.

B. Vom Mehrfachsehen mit einem Auge.

Wir kommen jetzt zur zweiten Gruppe der im Eingange dieses Capitels 230
erwähnten Abweichungen des wirklichen Auges vom idealen Auge, zu den kleinen zufälligen Unregelmäßigkeiten der brechenden Flächen und brechenden Mittel. Zufällig können diese Unregelmäßigkeiten übrigens nur genannt werden als einzelne, indem dies oder jenes Tröpfchen Thränenflüssigkeit dasein und fehlen, hier oder dort sein könnte; im Ganzen aber sind immer solche vorhanden. Zunächst wollen wir handeln von denjenigen kleinen Unregelmäßigkeiten, welche die Durchsichtigkeit des ganzen Systems unberührt lassen, wir fassen also zusammen: kleine Höcker oder Vertiefungen auf den sonst kugelförmig gedachten Flächen und kleine abgegränzte Stellen von stärkerer oder geringerer Brechkraft in den sonst homogen gedachten Medien. Die vier hier bezeichneten Arten von Unregelmäßigkeiten haben sämmtlich ein und dieselbe Wirkung, sie bringen nämlich bei vollkommener Einstellung um das Bild eines hellen Punktes einen Schimmer hervor und bei unvollkommener Einstellung erzeugen sie im Zerstreuungsbilde Discontinuitäten; letztere Erscheinung hat man bisher unter dem Namen des Doppelt- oder Mehrfachsehens mit einem Auge beschrieben***).

Indem wir jetzt näher auf diese Erscheinungen eingehen, muß zuvor noch bemerkt werden, daß wir dabei von den in den vorigen Paragraphen erörterten Abweichungen gänzlich absehen können und werden, denn dieselben sind gegen die hier zur Sprache kommenden so klein, daß wir ganz getrost annehmen

*) Einen solchen beschreibt Volkmann Artikel Scheik S. 290.

**) Prager Vierteljahrschrift Jahrg. 12. Bd. IV. S. 50.

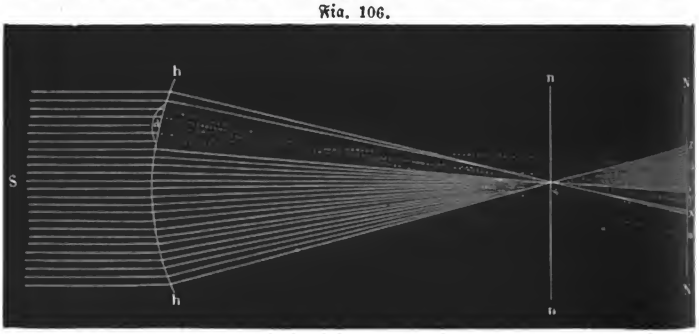
***) Die Literatur über diesen vielfach besprochenen Gegenstand findet man ziemlich vollständig bei Stellwag v. Carion Denkschr. d. k. k. Acad. zu Wien, Bd. V. 2. S. 172.

Digitized by Google

dürfen: das Bild eines Punktes würde bei möglichst vollständiger Einstellung genau ein Punkt sein und das Zerstreuungsbild eines Punktes würde bei unvollständiger Einstellung ein gleichmäßig erleuchteter (und bei kreisförmiger Pupille) vollkommener Kreis sein, wenn nur die jetzt in Rede stehenden Unregelmäßigkeiten nicht vorhanden wären.

Um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, wollen wir annehmen, es säße auf der vorderen Hornhautfläche ein kleines durchsichtiges Höckerchen in Form eines Kugelsegmentes, etwa ein kleines Thränentröpfchen; wir untersuchen, welche Wirkung es in der Lichtvertheilung auf der Netzhaut hervorbringen muß. Wir wollen uns ferner der Einfachheit wegen vorstellen, die vordere Hornhautfläche wäre die einzige brechende Fläche. In Fig. 106 stellt nun *hh* einen Meridianschnitt der Hornhaut dar, auf welchem bei *a* ein

Fig. 106.

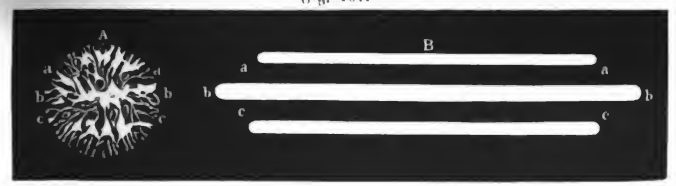


Thränentröpfchen gedacht ist, die Strahlen *S* mögen von einem fernen leuchtenden Punkte kommen, bei *s* ist der Convergenzpunkt dieser Strahlen, wenn sie alle an der kugelförmigen Hornhautfläche gebrochen werden. Fällt nun dieser Punkt in die bildauffangende Netzhaut *nn*, so kann das Tröpfchen *a* keinen anderen Erfolg haben, als daß auf derselben um den Punkt *s* herum ein schwacher Lichtschimmer entsteht, der aber nirgend unterbrochen von *s* aus ringsum an Stärke allmälig abnimmt. In der Figur sind einige der ihn verursachenden Strahlen durch punktirte Linien angedeutet. In der That muß ja jedes Thränentröpfchen wegen seines äußerst geringen Krümmungshalbmessers die auf es fallenden Lichtstrahlen ganz früh zur Vereinigung bringen und über diesen Punkt hinaus wieder zerstreuen. Von jedem Tröpfchen wird also ein mittlerer Strahl zu dem regelmäßigen Bilde bei *s* beitragen, die übrigen auf die Abdachungen des Tröpfchens fallenden werden in stetiger Aufeinanderfolge seitwärts von dem Bilde *s* den auffangenden Schirm *nn* treffen. Man sieht auch, daß an diesem Erfolge nichts geändert werden kann, wenn mehrere Tröpfchen auf der Hornhaut sitzen, denn eines wie das andere wird zu einem stetigen und nach außen immer schwächer werdenden Lichtschimmer Veranlassung geben. Stände aber die bildauffangende Netzhaut nicht bei *nn*, also nicht in der Ver-

Digitized by Google

einigungsweite der einfallenden Strahlen S, sondern etwa bei NN, mit einem Worte, wäre das Auge nicht eingestellt auf die Entfernung des Punktes, der das Strahlenbündel S aussendet, sondern für einen kleineren Abstand, so würde offenbar auf derselben ohne die Anwesenheit des Tröpfchens ein gleichmäßig erleuchtetes Zerstreuungsbild $x z$ entstehen. Durch die Anwesenheit des Tröpfchens wird in diesem Zerstreuungsbilde eine weniger erleuchtete Lücke bei y hervorgebracht, denn durch dasselbe werden, wie die Figur deutlich sehen läßt, die fünf Strahlen, welche sonst auf die Stelle y gefallen wären, auf eine größere Fläche zerstreut, sie treffen, wie ebenfalls die Figur zeigt, theilweise mit regelmäßig gebrochenen Strahlen (z. B. bei u, v und x) zusammen und vergrößern an solchen Orten die Helligkeit des Zerstreuungsbildes, theilweise fallen sie ganz außerhalb desselben (bei w) und vergrößern seine Ausdehnung. Es würde eine sehr verwickelte Erörterung geben, wollte man im Einzelnen ausführen, wie sich das Zerstreuungsbild eines Punktes gestalten würde, wenn mehrere Tröpfchen an bestimmten Stellen auf der Hornhautfläche säßen. Jedenfalls ist soviel klar, und das genügt für unseren Zweck vollkommen, daß das Zerstreuungsbild aus abwechselnd helleren und dunkleren Stellen zusammengesetzt, im Ganzen jedoch ungefähr kreisförmig begränzt wäre, denn die wenigen ganz über das regelmäßige kreisrunde Zerstreuungsbild herausfallenden Strahlen werden, wenn die Lichtstärke nicht außerordentlich groß ist, kaum beachtenswerthe Wirkungen hervorbringen. So würde beispielsweise das Zerstreuungsbild eines Punktes durch eine gewisse Anordnung von durchsichtigen Höckerchen auf der brechenden Fläche eine Gestalt annehmen können, wie sie Fig. 107 unter A gezeichnet ist. Wäre in diesem Falle aber nicht nur ein leuchtender Punkt vorhanden, sondern eine

Fig. 107.



wagrechte leuchtende Linie, so müßte man, um ihr Zerstreuungsbild zu erhalten, das Bild A in stetiger Aufeinanderfolge neben einander wiederholen, es entstände dadurch offenbar eine Lichtwertheilung in der Art, wie sie unter B in derselben Figur gezeichnet ist. Das ganze Zerstreuungsbild wird von zwei ziemlich dunklen Streifen aa und cc durchsetzt, weil in der Höhe aa und cc in jedem einzelnen Punktbilde am meisten Licht ausfällt, während oben, unten und in der Mitte in der Höhe bb die größte Helligkeit durchschnittlich stattfindet. Es würden also statt der einen hellen Linie scheinbar drei parallele helle Streifen in dem Bilde auftreten. Legte man dasselbe Punktbild unzählige Male in stetiger Folge über einander statt neben einander, so würde wohl das Zerstreuungsbild in vier hellere durch drei dunklere geschiedene Linien zerfallen, da

Digitized by Google

auf drei senkrechten Sehnen in dem Zerstreuungskreise A der Schatten vorherrscht. Man ersieht ohne Weiteres, daß bei verschiedenen Anordnungen der Tröpfchen das Zerstreuungsbild eines Punktes die mannigfachsten Lichtvertheilungen zeigen kann und daß aus solchen Punktbildern sich die mannigfachsten Linienbilder aufbauen können, nur ihr Charakter bleibt immer derselbe, die Linie erscheint nämlich immer mehrfach parallel mit sich selbst wiederholt. Daß sie unter Anderem auch bloß verdoppelt erscheinen kann, versteht sich von selbst.

Es war bisher nur von einer fehlerhaften Einstellung für zu große Nähe die Rede, daß aber ganz analoge Discontinuitäten in einem Zerstreuungsbilde auftreten müssen bei Accommodation für eine größere Entfernung, als die des leuchtenden Punktes ist, der das Bild liefert, davon kann man sich durch Betrachtungen wie die vorstehenden überzeugen, man braucht nur dieser Voraussetzung entsprechend in Fig. 106 die bildauffangende Ebene von nn aus der Fläche hh zu nähern, anstatt sie, wie wir oben thaten, weiter zu entfernen. Ohne hier näher in diese Betrachtungen einzugehen, die fast nur eine wörtliche Wiederholung des Obigen sein müßten, können wir also den Satz allgemein hinstellen: bei jeder fehlerhaften Einstellung des Auges ist unter der Voraussetzung durchsichtiger kleiner Unregelmäßigkeiten das Zerstreuungsbild eines Punktes nicht ein gleichmäßig erleuchteter Kreis, sondern vielmehr eine kreisförmig begränzte, aber ganz ungleichmäßig beleuchtete Fläche.

231 Alle die vorstehenden theoretischen Ableitungen bestätigt der Versuch aufs Schlagendste. Es ist aber ganz besonders interessant, die Zerstreuungsbilder in einer Camera obscura zu vergleichen mit den im Auge entstehenden; dabei kann Niemandem die vollständige Aehnlichkeit beider entgehen, wenn an der Camera obscura die hier vorausgesetzten Unregelmäßigkeiten angebracht sind. In der That, man verschaffe sich eine kleine Camera obscura, bestehend aus einer Linse von kurzer Brennweite (etwa 50^{mm}), die am vorderen Ende einer ausziehbaren Röhre eingesetzt ist, während das hintere Ende eine bildauffangende mattgeschliffene Glasplatte enthält. Auf die Vorderfläche der Linse setze man in ganz willkürlicher Anordnung kleine Oeltröpfchen, man stelle die so vorgerichtete Camera obscura auf irgend ein Object genau ein, beispielsweise auf das mäßig beleuchtete Titelblatt eines Buches. Man wird alsdann — vielleicht mit Verwunderung — bemerken, daß ein vollkommen scharfes Bild auf der matten Glastafel entsteht, so daß die Schrift, wenn sie nicht gar zu klein ist, bequem gelesen werden kann, obgleich die erste brechende Fläche fast ganz mit unregelmäßigen Tröpfchen bedeckt ist. Wo bleibt also der Schimmer, der, wie oben bewiesen wurde, das Bild jedes leuchtenden Punktes umgeben sollte? Die Antwort ist leicht: da er aus wenigen über einen großen Raum zerstreuten Strahlen gebildet wird, so kann er bei nicht sehr stark leuchtenden Punkten nicht zur Wahrnehmung kommen. In der That, ist das Object, auf das man die Camera obscura einstellt, ein sehr intensiv leuchtendes, so fehlt der Schimmer nicht. Genau dieselbe Erscheinung finden wir aber an unserem Auge wieder: mäßig beleuchtete Gegenstände, in denen nirgend ein ganz greller Contrast zwischen Hell und Dunkel stattfindet, können bei genauer Einstellung vollkommen genau

Digitized by Google

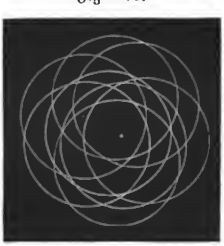
gesehen werden, dagegen wird man um ein überaus glänzendes Object herum, selbst bei der vollkommensten Einstellung niemals einen lichten Schimmer vermissen, der sich mit abnehmender Helligkeit über das ganze Sehfeld verbreitet. Ganz zu schweigen von der direct gesehenen Sonne, sieht man diesen Schimmer stets, wenn man das Sonnenbildchen in einer Thermometerkugel oder sonst auf einer glänzenden convexen Fläche betrachtet. Ja, es genügt schon ein Stück weißen Papieres, das von der Sonne stark beleuchtet, gegen einen schwarzen Hintergrund recht grell contrastirt; selbst dies erscheint bei noch so vollkommener Einstellung mit einem lichten Schimmer umsäumt, der sich freilich nicht so weit verbreitet als bei einem Sonnenbildchen, d. h. dessen abgelegenere Theile wegen seiner nach außen immer abnehmender Lichtstärke eben nicht mehr wahrgenommen werden. Man muß sich übrigens wohl hüten, diesen Schimmer mit der Irradiation zu verwechseln, die ja in einer immerhin unbedeutenden Vergrößerung heller Objecte besteht, so aber, daß der vergrößernde Saum von dem geometrischen Bilde in der Lichtstärke nur wenig abweicht und deshalb Veranlassung zur Täuschung über die Größe des Objectes selbst wird. Der Schimmer, von dem wir hier sprechen, ist immer gegen das eigentliche Bild des Objectes matt und das ungeübteste Auge wird nicht in die Versuchung kommen, ihn zu dem Bilde hinzuzurechnen.

Nehmen wir jetzt unsere Camera obscura von Neuem vor und stellen als 232
abzubildendes Object vor dieselbe einen weißen Punkt auf schwarzem Grunde, adjustiren sie aber nicht genau für die Entfernung dieses Punktes, sondern für einen kürzeren Abstand. Man sieht alsdann ein Zerstreuungsbild ganz in der Art, wie das Fig. 107 *A* als Beispiel dargestellte, welches, wenn der Objectpunkt sehr hell leuchtet, sich über die kreisförmige Begränzungslinie hinaus als allmälig abnehmender Lichtschimmer fortsetzt. Ganz dieselbe Erscheinung beobachtet man an seinen eigenen Augen aber ebenfalls. So sehe ich z. B. eine sehr ferne Straßenlaterne, die für einen parallele Strahlen aussendenden Punkt gelten kann, allemal mit meinen kurzsichtigen Augen ganz in der Art, wie *A* Fig. 107, die einzelnen Punkte sind meist klein und zahlreich, so daß es eigentlich den Anschein hat als ob sich ein lichtes Netzwerk auf einem dunklen Grunde ausbreitete und durch einen Kreis begränzt wäre. Eine mehr oder weniger sternförmige Anordnung ist häufig, keineswegs constant. Ob letztere rein zufälliges Resultat der zufälligen Unregelmäßigkeiten ist oder ob sie zusammenhängt mit der sternförmigen Structur der Krystalllinse, das möchte ich einstweilen nicht entscheiden. Da bekanntlich die getrocknete Linse in radialen Richtungen spaltbar ist, so darf man wohl annehmen, daß auch schon während des Lebens etwa dichtere Sectoren durch weniger dichte (und darum schwächer lichtbrechende) radial angeordnete Schichten von einander getrennt sind. Daß aber eine in sternförmiger Anordnung sich wiederholende Differenz der Brechungsindices im Bilde ebenfalls eine sternförmige Anordnung des Lichtes hervorbringen müsse, ist ohne näheres Eingehen begreiflich; in der That würde auch ein näheres Eingehen eine außerordentlich verwickelte Betrachtung erfordern. Nur sei an diesem Platze noch die allgemeine Bemerkung erlaubt, daß nämlich im Wesentlichen isolirte Stellen von stärkerer oder

Digitized by Google

geringerer Brechkraft in den brechenden Mitteln denſelben Erfolg haben, wie Erhöhungen oder Vertiefungen an den brechenden Flächen, d. h. daß ſie Discontinuitäten des Zerſtreuungsbildes hervorbringen, und daß auch ſehr wahrſcheinlich ein Theil der beobachteten Discontinuitäten, von denen hier die Rede iſt, durch ſolche Unregelmäßigkeiten an anderen brechender Fläche hervorgebracht werde. Die von Thränentröpfchen auf der vorderen Hornhautfläche herrührenden ſollten ſich eigentlich von den übrigen leicht dadurch unterſcheiden laſſen, daß ſie im Allgemeinen durch Wiſchen mit den Augenlidern ihre Geſtalt verändern *), wenn man aber bedenkt, daß die ſämmtlichen Stetigkeitsunterbrechungen ſich zu einem Geſammtbilde vereinigen, ſo wird man zugeben, daß eine ſolche Ausſonderung nicht wohl ausführbar iſt. Es erklärt ſich hieraus noch eine Erſcheinung, die jeder Kurzſichtige unwillkürlich unzählige Male ſieht, wenn er mit einem Auge den Vollmond betrachtet. Dieſer erſcheint nämlich nicht als eine durch die hervorragenden Zerſtreuungskreiſe einfach vergrößerte, kreisförmig begränzte Scheibe, deren Helligkeit von einem gewiſſen concentriſchen Kreiſe ab nach dem Rande hin ſtetig abnimmt, wie es ohne die hier in Rede ſtehenden Unregelmäßigkeiten ſein müßte. Er erſcheint vielmehr unzählige Male vervielfältigt, die einzelnen Bilder ſind ziemlich ſcharf begränzt, decken ſich aber zum Theil und das ganze zuſammengeſetzte Bild iſt von einem Kreiſe umhüllt, wie es etwa in Fig. 108 dargeſtellt iſt. In der That kann es aber auch nicht anders ſein, wenn das Zerſtreuungsbild eines einzelnen Punktes nicht ein gleichmäßig erleuchteter Kreis, ſondern eine Zuſammenſtellung von hellen und dunklen Punkten iſt, die nur alle innerhalb eines begrenzenden Kreiſes liegen. Faſſen wir z. B. irgend eine leuchtende Stelle des Punktbildes ins Auge. Sie wird ſich in dem Zerſtreuungsbilde von jedem Punkte des Mondes wiederfinden, und alle zuſammen werden in ſtetiger Aufeinanderfolge ein kreisförmiges helles Partialbildchen des Mondes zuſammenſetzen. Ebenſo wird aber jede andere helle Stelle des Punktbildes zu einem ſolchen Partialbildchen Veranlaſſung geben. Es entſtehen alſo ebenſoviele Partialbildchen des Mondes als helle Stellen im Punktbilde vorhanden ſind. Die weniger hellen Stellen geben freilich zu weniger hellen Partialbildchen Veranlaſſung, die aber durch den Contraſt ganz

Fig. 108.



*) Einen immer conſtanten Theil der Zerſtreuungsfigur, wie ihn Helmholtz, S. 138 ſeiner ſoeben erſchienenen phyſiologiſchen Optik, abbildet, habe ich an meinen Augen nicht beobachtet. Vielmehr erhielt ſich bei mir immer nur der allgemeine oben beſchriebene Charakter der Zerſtreuungsfigur conſtant, während alle ihre Einzelnheiten variabel ſind. Ich kann bei dieſer Gelegenheit nicht unterlaſſen, mein Bedauern auszudrücken, daß das erwähnte ausgezeichnete Werk erſt erſchien, nachdem der größte Theil des vorliegenden Abriſſes der phyſiologiſchen Optik ſchon gedruckt war, ſodaß eine eigentliche Benutzung deſſelben nicht mehr möglich war.

Digitized by Google

unterdrückt werden, so daß jene ziemlich scharf von einander abgesetzt erscheinen. Man könnte aus der Gestalt des Punktbildes die Zusammensetzung des Mondbildes vorausbestimmen, im Einzelnen wird dies freilich wegen der großen Verwickelung nicht leicht sein, aber häufig gelingt es auf den ersten Blick, dasjenige Partialbildchen des Mondes herauszufinden, welches einer besonders leuchtenden Stelle des Punktbildes entspricht, wenn man gleichzeitig mit dem Monde irgend einen hellen Stern übersieht, der das Punktbild zur unmittelbaren Vergleichung liefert.

Wir nehmen jetzt zum dritten Male die mit Oeltröpfchen verunreinigte 233
Camera obscura vor und lassen sich darin bei unvollkommener Einstellung abbilden eine weiße Linie auf schwarzem Grunde. Der Erfolg bestätigt vollständig die vorhin gemachte theoretische Voraussage. Durch das continuirliche Aneinanderlegen des unterbrochenen Punktbildes *A* (in Fig. 107) entsteht das unterbrochene Zerstreuungsbild der Linie. Man sieht die Linie im Allgemeinen mehrfach wiederholt parallel neben einander. Im Allgemeinen — und das geht ja ohne Weiteres aus unseren Ableitungen hervor — wiederholt sich die Linie so vielmal, als stark leuchtende Punkte in dem Zerstreuungsbilde eines Punktes sind, wofern nicht mehrere dieser stark leuchtenden Stellen auf einer Linie liegen, welche der Objectlinie parallel ist, wofern also nicht bei einer senkrechten Objectlinie mehrere leuchtende Stellen des Punktbildes senkrecht über einander oder bei einer wagrechten Objectlinie wagrecht neben einander befindlich sind. Folgender frappante Versuch, der freilich bei näherer Betrachtung ganz selbstverständlich erscheint, muß hier noch erwähnt werden, weil er ganz besonders geeignet ist, die physiologische Erscheinung, auf deren Erklärung es hier abgesehen ist, zu beleuchten. Wir wollen uns denken, wir hätten unsere Camera obscura zu den hierher gehörigen Versuchen dadurch hergerichtet, daß wir mit einem spitzen Holzstäbchen unzählige ganz kleine Oeltröpfchen auf die Linse gesetzt hätten, wir wollen weiter annehmen, wir hätten gerade auf der bildauffangenden Glastafel das soeben beschriebene Zerstreuungsbild einer weißen Linie auf schwarzem Grunde. Man wische jetzt mit dem Finger über die vordere Fläche der Linse, so daß die Oeltröpfchen zu Streifchen zusammenfließen, doch gewiß eine bedeutende Veränderung der brechenden Fläche. Man erwartet vielleicht eine entsprechend große Veränderung in dem Zerstreuungsbilde. Die Erwartung wird aber vollständig getäuscht. Wenn man nicht geradezu die Veränderungen desselben mit dem Auge verfolgt, oder wenn man sich nicht die erste Gestalt des Bildes *ganz genau* gemerkt hat, wird man in der Regel *gar keine* Veränderung wahrnehmen. So sehr ist der Charakter der ganzen Erscheinung derselbe geblieben. Man hat eben nach wie vor eine Reihe gleich langer paralleler heller Linien, die abwechselnd nach der einen oder der anderen Seite ein wenig über einander hervorragen. Die einzige Veränderung, welche sich etwa zeigt, ist die, daß hier und da ein dunkler Zwischenraum breiter oder schmäler wird, daß auch wohl hier und da zwei vorher getrennt gewesene helle Linien ganz zusammenfallen, daß dafür vielleicht an einer anderen Stelle ein neuer heller Streif auftaucht. Im Ganzen bleibt, wie gesagt, der Charakter

Digitized by Google

der Erscheinung derselbe. In der That kann uns auch dies nicht wundern, denn mögen die Unregelmäßigkeiten der brechenden Fläche vorzugsweise streifig angeordnet sein oder nicht, immer wird nach den obigen Auseinandersetzungen ein Punktbild zu erwarten sein, das mosaikartig aus hellen und dunklen Stellen zusammengesetzt ist, und aus solchen Punktbildern werden in allen Fällen sehr ähnliche Linienbilder sich zusammensetzen.

Die Aehnlichkeit der soeben beschriebenen Erscheinung auf der bildauffangenden Platte der Camera obscura mit dem Zerstreuungsbilde einer weißen Linie im unvollkommen adaptirten Auge ist wahrhaft überraschend; auch hier sieht man regelmäßig eine Reihe paralleler Linien durch mehr oder weniger dunkle Zwischenräume geschieden, die der Contrast meist noch dunkeler erscheinen läßt, als sie wirklich sind. Häufig — keineswegs aber regelmäßig — sind es zwei helle Linien eben so häufig in der Camera obscura. Diese Erscheinung des Sehens hat man nun mit dem sehr unglücklich gewählten Namen »Doppeltsehen mit einem Auge« oder »Diplopia monophthalmica« belegt. Schon etwas besser paßt der auch zuweilen gebrauchte Name »Mehrfachsehen mit einem Auge«, am richtigsten bezeichnet man, glaube ich, das Wesen der Erscheinung, wenn man sie ganz einfach Discontinuität der Zerstreuungsbilder nennt. Sie würde unter diesem bescheidenen Namen wahrscheinlich auch nicht so viel Aufsehen gemacht und nicht so viele vergebliche Erklärungsversuche hervorgerufen haben. Es scheint mir nämlich, daß die Erklärung besonders deshalb nicht so vor den Füßen gesucht wurde, wie die hier gegebene liegt, weil man mit aller Gewalt ein ganz constantes regelmäßiges Doppeltsehen erklären zu müssen meinte. Die Beobachter haben, offenbar durch den einmal gegebenen Namen verführt, geradezu viele Beobachtungen, wo sechs oder zehn Bilder einer Linie erschienen, verworfen, um die wenigen beizubehalten, wo zwei gesehen wurden. Daß aber nicht etwa die hier beschriebene Erscheinung gar eine ganz andere ist als die eigentliche einäugige Diplopie, dafür bürgt die Thatsache, die man täglich beobachten kann, daß von beispielsweise sechs zuerst auftauchenden Bildern während der Beobachtung etwa die zwei oberen und die vier unteren allmälig zusammenfließen und nur zwei übrig bleiben. Am allerwenigsten kann man die in Rede stehende Erscheinung ins Gebiet der Pathologie verweisen. Sie fehlt bei keinem noch so normalen Auge. Ich selbst habe sie an *allen* Individuen, die ich darauf prüfte, gefunden, und ich habe wenigstens zwölf ganz willkürlich gegriffene Individuen mit vollkommen gesunden Augen geprüft.

234 Es ist demnach wohl nicht mehr zu bezweifeln, daß die Discontinuitäten der Zerstreuungsbilder oder das sogenannte »Mehrfachsehen mit einem Auge« beruhe auf *durchsichtigen* Unregelmäßigkeiten der brechenden Mittel und Flächen, sei es, daß in den Mitteln hier und da Stellen vorkommen, die ihre Umgebung an Brechungsvermögen übertreffen, oder die schwächer brechen als die Umgebung, sei es, daß auf den brechenden Flächen durchsichtige Höckerchen oder Vertiefungen sich finden. Eine besonders wichtige Rolle scheinen aber gerade die Thränentröpfchen auf der vorderen Hornhautfläche zu spielen. Das geht daraus hervor, daß die Erscheinung allemal mehr oder weniger in Einzelnheiten

Digitized by Google

verändert wird, wenn man während der Beobachtung mit den Augenliedern über die Hornhaut wischt. Dadurch muß offenbar der Thränenflüssigkeit eine andere Anordnung gegeben werden. Die Veränderungen, welche hierbei die Erscheinung erleidet, sind aber ganz von derselben Art wie die oben beschriebenen Veränderungen des Bildes in der Camera obscura beim Wischen mit dem Finger über die Linse; d. h. sie betreffen nicht den ganzen Charakter, sondern bloß Einzelnheiten, es tritt etwa ein neuer heller Streif auf oder die alten verändern etwas ihre gegenseitige Lage.

Wir haben uns bei den ganzen Auseinandersetzungen immer schmaler heller Objecte auf dunklem Grunde bedient. In der That sind auch solche leichter zu discutiren, weil dabei der Begriff des Leuchtenden mit dem des Objectes zusammentrifft; in anderen Arbeiten über diesen Gegenstand werden häufig dunkle Objecte auf hellem Grunde zu den Versuchen verwandt; daß dadurch die Erscheinungen nicht im Wesen verändert werden, versteht sich von selbst. Man kann bei der Erklärung nur nicht von der Betrachtung der Zerstreuungskreise ausgehen, die von den Punkten des Objectes selbst herrühren, da eben ein dunkler Punkt keine Zerstreuungsbilder veranlaßt. Man muß vielmehr diejenigen Zerstreuungskreise ins Auge fassen, welche die dem Objecte benachbarten Punkte des hellen Grundes veranlassen. Ihre An- und Uebereinanderlagerung mit ihren verschiedenen Continuitätsunterbrechungen bewirkt aber natürlich auch, daß statt einer schwarzen Linie auf hellem Grunde mehrere parallele neben einander gesehen werden, von denen freilich jede etwas lichter sein wird als die eine, die man bei vollkommener Einstellung des Auges sieht, so wie die verschiedenen Bilder einer hellen Linie etwas lichtschwächer sind als das eine im wohladaptirten Auge.

Die Zurückweisung und Kritik anderer Erklärungsversuche gehört nicht hierher und kann in den speciellen Aufsätzen *) nachgelesen werden.

Schließlich muß noch bemerkt werden, daß die Unregelmäßigkeit, von der 235
zuletzt die Rede war, ihre Wirkungen anschließt an die Wirkung der Abweichung des Auges von der Kugelgestalt, die im §. 228 besprochen worden. Diese Combination der beiden Abweichungen ist namentlich von Meyer beachtet und in der oben citirten Abhandlung beschrieben worden. Die Erscheinung ist die, daß das Bild eines kleinen Kreises, wenn derselbe über die Accommodationsgränze hinaus vom Auge entfernt **) wird, zuerst in zwei über einander liegende Kreise auseinandertritt (Fig. 109 a. f. S.) und daß dann erst seitliche Bilder neben einander heraustreten (Fig. 110 a. f. S.). Nähert man umgekehrt das Object über die Accommodationsgränze hinaus, so tritt eine analoge Erscheinung, nur mit umgekehrter Ordnung der Richtungen auf, man hat also eine Vorstellung von der successiven Veränderung des Zerstreuungsbildes, wenn man die soeben gebrauchten Figuren eine Viertelsdrehung in ihrer Ebene machen läßt. Mei-

*) J. Gut, Inauguraldissertation, Zürich 1854. A. Fick, Zeitschr. f. rat. Mediz. Jahrg. 1854.

**) Für mein linkes Auge ist die Erscheinung, wenn sie überhaupt gut zu sehen ist, gerade die umgekehrte, was auch mit dem schon oben Bemerkten stimmt.

Digitized by Google

stens ist freilich die Erscheinung nicht so regelmäßig wie die Figuren, sondern man sieht zahllose ineinandergreifende Bilder — ähnlich wie oben S. 336 das Mondbild beschrieben wurde —, nur daß sie hier von einer Ellipse umhüllt werden, deren große Axe lothrecht in dem einen Falle bei zu großer Nähe des Objectes, wagrecht bei zu großer Entfernung des Objectes liegt. Die Erklärung ist eigentlich oben schon ausgesprochen; man bedenke nur, daß früher gezeigt wurde, das Zerstreuungsbild eines Punktes ist, wenn die Netzhaut *noch nicht weit*, sei es vor, sei es hinter der Brennstrecke gelegen ist, nicht kreisförmig, sondern oval wegen der Verschiedenheit der Krümmungshalbmesser der brechenden Flächen. Sobald nun wegen der kleinen durchsichtigen Unregelmäßigkeiten dasselbe in einzelne hellere und dunklere Stellen zerlegt wird, so muß das Bild eines Kreises, der so groß ist, daß er nicht mehr als einzelner Punkt gelten kann, in der beschriebenen Weise aus vielen ineinandergreifenden Kreisen bestehen, die von einer ovalen Linie umhüllt werden. Erst wenn sich die Brennstrecke sehr weit von der Netzhaut entfernt, wird die Begränzungslinie des Punktbildes merklich kreisförmig, weil die zur Axe senkrechten Schnitte der windschiefen Fläche, Fig. 105, in einiger Entfernung von der Brennstrecke annähernd Kreise werden. Deshalb konnte auch oben bei der Erklärung des Mehrfachsehens im Allgemeinen geradezu von der Abweichung der brechenden Flächen von der Kugelgestalt abgesehen werden; es müßte freilich eigentlich, um der vollkommenen Strenge nichts zu vergeben, überall ausdrücklich hinzugefügt werden, daß eine *sehr* fehlerhafte Einstellung des Auges vorausgesetzt wird, bei der die Brennstrecke im Vergleich zu ihrer eigenen Länge sehr weit von der Netzhaut entfernt ist.

Fig. 109.

Fig. 110.

Sechstes Capitel.

Von den entoptischen Erscheinungen.

236 Unter einer entoptischen Erscheinung versteht man die Wahrnehmung eines im Auge selbst gelegenen Gegenstandes. Solche Wahrnehmungen werden natürlich nur unter besonderen Verhältnissen entstehen können. Entständen sie immer, so würden sie ja das Sehen der äußeren Gegenstände beeinträchtigen. In der That kommen aber außer den im vorigen Paragraphen behandelten durchsichtigen Unregelmäßigkeiten der brechenden

Digitized by Google

Flächen und Mittel stets auch noch mehr oder weniger zahlreiche kleine Trübungen und Undurchsichtigkeiten vor, welche unter Umständen, so wie jene ersteren, direct entoptisch wahrgenommen werden können. Beim gewöhnlichen Sehen mit wohladaptirtem Auge können sie dagegen, so groß oder so klein sie sein mögen, wenn sie nur vollkommen undurchsichtig sind und keine namhaften Lichtquantitäten zerstreuen oder reflectiren, keinen anderen Einfluß haben, als daß sie die Lichtstärke des Bildes auf der Netzhaut vermindern, denn sie nehmen von dem Strahlenbündel, das einen einzelnen Punkt des Bildes beleuchten würde, einzelne Strahlen weg. Anders verhalten sich freilich bloße Trübungen der brechenden Mittel, die von jedem ihrer Punkte aus Licht zerstreuen, wenn sie beleuchtet werden. Solche bringen auch bei wohladaptirtem Auge eine Undeutlichkeit in das Netzhautbild, indem sie, gleichsam als selbständige Lichtquelle wirkend, über die ganze Netzhaut einen Lichtnebel verbreiten, der die Gränzen zwischen Hell und Dunkel mehr oder weniger verwischt. Dies ereignet sich z. B. bei Individuen, die mit partiellen milchigen Trübungen der Hornhaut behaftet sind. Wären die getrübten Stellen ganz undurchsichtig, so würde zwar noch weniger Licht von jedem Punkte eines zu sehenden Gegenstandes in des Kranken Auge kommen, er würde aber gleichwohl den Gegenstand viel besser sehen, weil der störende Lichtnebel wegfiele. Man kann in der That diesen Kranken dadurch helfen, daß man die Trübungen gewissermaßen undurchsichtig macht, indem man ihnen dicht vor das Auge ein Diaphragma setzt mit einer kleinen Oeffnung, die nur Licht auf vollkommen durchsichtige Theile der Hornhaut gelangen läßt, während alles Licht, was die Trübungen beleuchten würde, abgeschnitten wird *).

Ganz anders müssen sich partielle Trübungen und Undurchsichtigkeiten bei 237
unvollkommener Einstellung verhalten, sie müssen im Zerstreuungsbilde eines leuchtenden Punktes auf der Netzhaut einen Schatten werfen, der offenbar um so größer sein muß, je näher die undurchsichtige Stelle bei gleicher Größe am Vereinigungspunkte des Strahlenbündels liegt. Die Trübungen bringen also auch Unstetigkeiten im Zerstreuungsbilde eines Punktes hervor, und es könnte hier mit Recht die Frage aufgeworfen werden, warum wir dieselben bei der Erklärung der im vorigen Paragraphen behandelten Erscheinungen ganz unbeachtet gelassen haben. Auf diese Frage wäre leicht zu antworten. Abgesehen von den oben dafür angeführten positiven Gründen, daß jene Erscheinungen in Thränentröpfchen auf der vorderen Hornhautfläche hauptsächlich ihre Ursache finden, müßten offenbar Trübungen, welche ein Mehrfachsehen eines langen geraden Streifens veranlassen sollten, sehr weit vorn im Auge liegen, denn nur in diesem Falle würden die einzelnen Punktbilder einander genau ähnlich werden, was für das Mehrfachsehen eines ausgedehnten Gegenstandes unbedingt nothwendig ist.

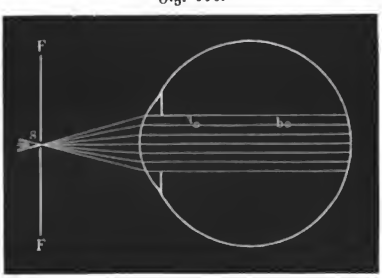
Am bequemsten kann man die Trübungen, von denen hier die Rede ist, zur Anschauung bringen, wenn man bloß ein nahezu parallelstrahliges Bündel das

*) Wijngaarden de perspicillis stenopaeis etc. Utrecht 1854.

Digitized by Google

Auge durchziehen läßt. Offenbar muß in diesem Falle jede undurchsichtige Stelle auf der Retina einen Schatten werfen, der ihr ähnlich und an Größe nahezu gleich ist. Nichts ist aber leichter, als diese Bedingung zu erfüllen. Man braucht nur in die Nähe der vorderen Brennebene des Auges einen leuchtenden Punkt *) zu setzen, das von ihm ausgehende Lichtbündel wird in der ganzen Ausdehnung des Glaskörpers nahezu parallelstrahlig sein; befindet sich der leuchtende Punkt genau in der Brennebene, so ist das Bündel im Glaskörper auch genau parallelstrahlig. Denn wir haben ja gesehen (Cap. 1 d. Absch.), daß ein Strahlenbündel, das von einem in der vorderen Brennebene gelegenen Punkte ausgeht, im letzten Mittel (Glaskörper) parallelstrahlig ist. In den vorhergehenden Mitteln, Linse und wässeriger Feuchtigkeit, sind zwar die Strahlen des Bündels noch nicht ganz parallel, aber wenigstens nahezu, da ja die weitaus stärkste Ablenkung im Auge schon an der vorderen Hornhautfläche zu Stande kommt. Ist der leuchtende Punkt weiter als die erste Brennebene vom Auge entfernt, so convergiren die Strahlen des Bündels im Glaskörper noch. Ist er dem Auge näher, so divergiren sie. Der Schatten einer Trübung im Glaskörper ist also im ersten Falle dieser selbst gleich, im zweiten Falle kleiner, im dritten größer. Ein Blick auf die Fig. 111 zeigt, daß zwei Trübungen *a* und *b*, die auf einer der Strahlenrichtung parallelen Linie hinter einander liegen, ihren Schatten auf ein und denselben Punkt der Netzhaut werfen, folglich in dem Zerstreuungsbilde nicht als gesonderte unterschieden werden können. Es liegt ein Mittel nahe, diese beiden Schatten von einander zu trennen, man braucht offenbar nur die dem einfallenden und somit dem den Glaskörper durchsetzenden Strahlenbündel eine andere Neigung gegen die Gesichtsaxe zu geben. Zu diesem Zwecke verändert man die Richtung der Sehaxe oder verschiebt den leuchtenden Punkt. Während wir ihn uns zuerst in der Sehaxe selbst gedacht haben, liegt er nunmehr unterhalb derselben bei *s* (siehe Fig. 112), und der Glaskörper wird von einem schräg aufwärts gerichteten Bündel durchsetzt, die Schatten der beiden Körperchen *a* und *b* fallen nicht mehr auf einander, sondern der mit *a'* bezeichnete Schatten von *a* liegt oberhalb des von *b* herrührenden Schat-

Fig. 111.



*) Einen solchen verschafft man sich leicht. Man kann das Sonnenbildchen auf einer innen geschwärzten Glaskugel oder einem stark converen Metallknopf verwenden. Am besten stellt man in die gehörige Entfernung einen undurchsichtigen Schirm mit einem äußerst feinen Löchelchen, durch welches man nach einer gleichmäßig erleuchteten Fläche sieht, z. B. nach dem hellen Himmel oder nach einer Linse, hinter deren Brennpunkt eine Lampenflamme aufgestellt ist.

Digitized by Google

tens *b'*. Mit Listing nennen wir dies entoptische Parallaxe und unterscheiden eine positive und negative. Unter positiver Parallaxe versteht man eine der Bewegung des Visirpunktes gleichsinnige relative Bewegung des Schattens im entoptischen Felde, unter negativer eine entgegengesetzte. Man bemerkt sogleich, daß die Parallaxe für ein Object, das in der Pupillarebene gelegen ist, der Null gleich, für ein vor derselben gelegenes negativ und für ein dahinter gelegenes positiv sein muß. Seien in der That in Fig. 113 *a*, *b*, *c* drei in der Sehaxe gelegene entoptische Objecte *a* vor, *b* in, *c* hinter der Pupillenebene. Das Object *b* würde also gerade im Mittelpunkte der Pupille zu denken sein und alle drei würden bei einer ersten Stellung des Auges, bei der die Visirlinie selbst die Axe des ins Auge fallenden Lichtkegels bildete, ihren Schatten auf den Mittelpunkt des entopischen Gesichtsfeldes werfen. Drehte man nun das Auge nach oben, so daß, wie in der Figur angenommen wird, der Visirpunkt *v* über den leuchtenden Punkt *S* heraufgegangen ist, so hat der Schatten von *b* gar keine relative Bewegung im entoptischen Gesichtsfelde gemacht, denn er nimmt noch immer dessen Mittelpunkt (jetzt bei *b'*) ein. Der Schatten von *a* (bei *a'*) dagegen ist jetzt dem oberen Rande (*r*) des Gesichtsfeldes näher gekommen, und da, was auf der Netzhaut wirklich oben, scheinbar unten ist, so hat er eine scheinbare relative Bewegung nach unten, d. h. in einem der Bewegung des Visirpunktes entgegengesetzten Sinne gemacht. Der Schatten von *c* bei *c'* hat sich dem unteren Rande *r'* des Gesichtsfeldes genähert, also eine scheinbare Verschiebung nach oben, mit dem Visirpunkte gleichsinnig, erlitten. Die Größe der Verschiebung ist, wie man aus der Betrachtung der beiden letzten Figuren schon bemerkt hat, um so bedeutender, je weiter das Object von der Pupillarebene entfernt ist. Liegt das Object sehr nahe an der Netzhaut, so ist die Größe der (positiven) Verschiebung fast gleich der des Visirpunktes selbst. Eine strenge quantitative Rechnung über die absolute Lage

Fig. 112.

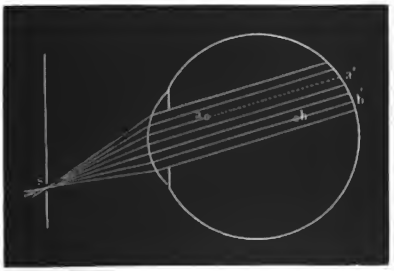
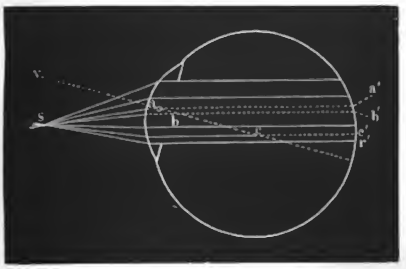


Fig. 113.



Digitized by Google

entoptischer Objecte läßt sich gleichwohl auf die Beobachtung der Parallaxe nicht gründen. Sollte dies möglich sein, so müßten alle Abmessungen des Auges bekannt sein; namentlich müßte man die Entfernung der Netzhaut von der Hornhaut kennen, eine Größe, die bis jetzt der Messung noch ganz unzugänglich ist.

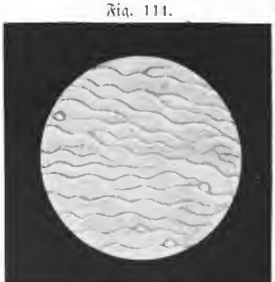
238 Die hauptsächlichsten entoptisch wahrnehmbaren Objecte sind folgende:

1) Der Pupillarrand der Iris, welcher, wie schon bemerkt wurde, das deshalb in der Regel kreisrunde helle Feld begränzt. Die Erweiterung oder Verengerung der Pupille kann leicht entoptisch sichtbar gemacht werden. Beide Pupillen verengern sich bekanntlich, wenn in das eine Auge eine große Lichtmenge fällt. Oeffnet man also das vorher geschlossene, nicht entoptisch beobachtende Auge plötzlich, so wird das entoptische Gesichtsfeld kleiner zum Beweise der Pupillenverengerung. — An manchen Pupillen kommen Falten, Einschnitte oder Vorsprünge vor, die sich dann auch am Rande des entoptischen Gesichtsfeldes abzeichnen.

2) Die im vorigen Capitel besprochenen Unregelmäßigkeiten der Hornhaut (siehe Fig. 114). Größere Thränen- oder Oeltröpfchen zeigen sich als dunkle Kreise mit heller Mitte. Hat die Lichtquelle eine ausgezeichnete Form, so bemerkt man, daß die helle Mitte der Tröpfchen ein Bild desselben darstellt. Diese Gegenstände erkennt man besonders daran, daß sie sich durch Blinzeln rasch verändern. Hat man das festgeschlossene Auge mit den Fingern gedrückt oder gerieben, so faltet sich die Hornhautfläche. Die Falten bleiben längere oder kürzere Zeit (bis zu einigen Stunden) und gewähren ein entoptisches Bild, wie es Fig. 114 zeigt.

3) Von der Linse rühren mancherlei Erscheinungen her, die sich natürlich nicht durch Blinzeln verwischen lassen. Listing schreibt sie theils (Perlflecken mit heller Mitte) Schleimmassen in der Morgagni'schen Feuchtigkeit, theils (dunkle Flecken) Trübungen in der Kapsel zu. Andere erinnern an die im fötalen Leben erfolgende Trennung der vorderen Kapselwand von der Hornhaut (siehe Fig. 115). Noch andere rühren entschieden vom strahligen Bau der Linsensubstanz selbst her (siehe Fig. 116).

Fig. 111.



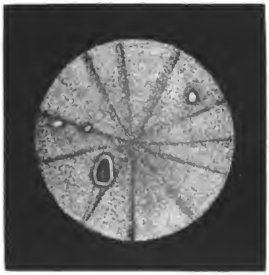
4) Sehr verschieden gestaltete Objecte, meist mit beschränkter Beweglichkeit begabt, haben im Glaskörper ihren Sitz. Wenn sie der Netzhaut sehr nahe liegen, so werden sie auch ohne Weiteres im Gesichtsfelde bemerkt und heißen fliegende Mücken. Verfolgt man ihre Bewegungen genauer, so stellt sich meist heraus, daß es feste Körperchen sein müssen, die in einer specifisch schwereren Flüssigkeit schwimmen. Vorherrschende Formen sind: Perlschnüre, Körnerhaufen und größere isolirte Kreise. Die ausführlichere Beschreibung und Deutung dieser Objecte, wie sie von Donders und Don-

Digitized by Google

can *) gegeben wurde, gehört in die specielle mikroskopische Anatomie des Glaskörpers und muß hier unterbleiben.

Fig. 115.

Fig. 116.



5) Die Gefäße der Netzhaut (die Verzweigungen der A. und V. centralis retinae). Obgleich die Schatten dieser Gefäße unter allen Umständen im entoptischen Gesichtsfelde vorhanden sein müssen, so bemerkt man sie doch nur dann, wenn man die Lichtquelle rasch hin und her bewegt. Helmholtz **) erklärt dies dadurch, daß die gerade hinter den Gefäßen gelegenen Netzhautelemente von jenen auch beim gewöhnlichen Sehen, wobei von jedem Punkte der Pupillarebene nach allen Seiten Licht ausstrahlt, wenigstens im Halbschatten liegen. Sie sind daher gewissermaßen an Schatten gewöhnt und empfinden ihn nicht als einen Ausnahmezustand. Verändert man nun aber die Richtung der Beleuchtung und somit den Ort des Schattens, so kommen vorher von voller Beleuchtung getroffene Theile des empfindenden Apparates hinein, die ihn als solchen wahrnehmen. Läßt man die Schatten an ihren neuen Orten verweilen, so gewöhnen sich auch die neubeschatteten Theile daran und die Erscheinung verschwindet. Bewegt man die Lichtquelle in horizontaler Richtung hin und her, so kommen vorzugsweise die vertical verlaufenden Gefäße zur Wahrnehmung, umgekehrt bei verticalen Bewegungen der Lichtquelle die horizontal verlaufenden. In der That bleiben ja auch bei irgend welchen geradlinigen Bewegungen der Lichtquelle die Theile der Netzhaut im Schatten, welche von Gefäßen, die zur Bewegungsrichtung parallel sind, beschattet werden. Weiterhin ist zu beachten, daß bei der zu entoptischen Versuchen gebrauchten Beleuchtung durch ein parallelstrahliges Bündel Theile, die beim gewöhnlichen Sehen im ausgedehnten Halbschatten eines Gefäßes waren, in die volle Beleuchtung gelangen. Diese empfinden sie intensiver, da sie vorher in relativer Ruhe waren, und man sieht daher häufig die Gefäßschatten von einem lichten Saum umgeben, der sogar bisweilen die Schattenwahrnehmung dergestalt überwiegt, daß man die ganze Gefäßfigur hell auf weniger hellem

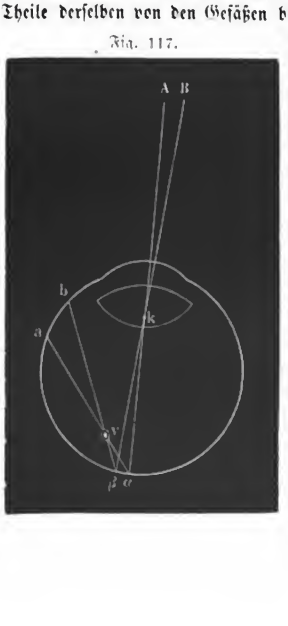
*) De corporis vitrei structura Dissert. Utrecht 1854.
**) Physiologische Optik, S. 161.

Digitized by Google

Grunde wahrzunehmen glaubt. Die Stelle des directen Sehens (der gelbe Fleck) zeichnet sich bei diesen Versuchen als gefäßlos und heller als die Umgebung aus.

239 Es giebt noch zwei andere Methoden, die Netzhautgefäße oder die nach ihrem Entdecker sogenannte Purkinje'sche Aderfigur zur Wahrnehmung zu bringen. Beide bestehen, wie die erste, wesentlich darin, die Netzhaut durch ein einziges homocentrisches Lichtbündel zu erleuchten, das von den Gefäßen volle Kernschatten auf die empfindende Stäbchenschicht wirft, und zwar auf solche Stellen, die gewöhnlich nicht im Halbschatten liegen, folglich den Schatten als eine ihnen ungewohnte Empfindung deutlich zum Bewußtsein bringen. Die erste der beiden Methoden besteht in Folgendem: Das Auge sieht nach einer schwarzen Fläche in einer solchen Richtung, daß von der weißen Sclerotica ein möglichst großer Theil in der Augenliedspalte zum Vorschein kommt. Auf einen Punkt der letzteren, möglichst weit vom Hornhautrande entfernt, bringt man nun ein recht kleines, nahezu punktartiges und sehr helles Bildchen einer starken Lichtquelle, entweder der Sonne selbst oder einer intensiven Lampenflamme, vermittelst einer Sammellinse von kurzer Brennweite. Die Sclerotica nebst der darunter liegenden Uvea, namentlich in einiger Entfernung vom Hornhautrande außerhalb des Bereiches der Ciliarfortsätze, ist keine absolut undurchsichtige Hülle. Daher dringt von dem concentrirten Lichte des Focalbildchens etwas ins Innere des Auges ein, und dies wird in allen Richtungen zerstreut, ohne eine Brechung zu erfahren. Man hat also, was man verlangte: ein von einem Punkte (von dem Lichtbildchen) ausgehendes Strahlenbündel im Glaskörper, das die Netzhaut erleuchtet, soweit nicht Theile derselben von den Gefäßen beschattet werden. Auch die zweite oben gestellte Bedingung ist erfüllt, daß nämlich die Schatten der Gefäße auf ungewöhnliche Stellen der Netzhaut fallen, d. h. nicht gerade hinter dieselben. Ist z. B. in Fig. 117 *a* die Stelle des gesammelten Lichtbildes, also der Lichtquelle für das Innere des Auges, so fällt der Schatten eines Gefäßes *v* auf den Punkt *a*, während er gewöhnlich weiter nach links zu liegen käme auf einen Punkt, welcher von der Pupille aus gerechnet auf der Netzhaut hinter *v* liegt. Die Erscheinung gestaltet sich nun bei der beschriebenen Versuchsweise so: Die schwarze Fläche, nach der das Auge gerichtet ist, überzieht sich alsbald mit einem röthlichen Schimmer, auf dem als Hintergrund die Gefäßfigur in dunkler Zeichnung auftaucht. In der Mitte des Gesichtsfeldes, dem Fixationspunkte (gelben Fleck) entsprechend, ist eine gefäßlose Stelle von meist ovaler Gestalt, um welche

Fig. 117.



herum ein langmaschiges Netz feiner Gefäße bemerkbar ist. Die gefäßlose Stelle zeichnet sich auch sonst durch ihr Ansehen — chagrinirtem Leder vergleichbar — aus. Wenn Alles in Ruhe bleibt, hält die Erscheinung nicht lange Stand, weil vermuthlich die beschatteten Theile dergestalt sich an den Schatten gewöhnen oder, was dasselbe sagt, an Empfindlichkeit gewinnen, daß wieder das ganze Gesichtsfeld gleich hell erscheint. Will man die Gefäßfigur wieder hervorrufen, so muß man das als Lichtquelle dienende Sammelbildchen auf der Sclerotica an eine andere Stelle bringen, damit neue Theile der Netzhaut in Schatten kommen. Ueberhaupt dient fortwährende Bewegung des Lichtbildchens dazu, die ganze Erscheinung auffallender zu machen. Der Gefäßbaum bewegt sich alsdann auch, und zwar scheinbar in demselben Sinne wie das Lichtbildchen auf der Sclerotica. In der That, geht die Lichtquelle a nach rechts etwa bis b hin, so muß der Schatten des Gefäßes v in Wirklichkeit nach links von α nach β wandern. Das Auge setzt jeden Reiz in der Richtung der durch den gereizten Punkt gezogenen Richtungslinie nach außen. Sei k der Knotenpunkt. Bei der ersten Lage der Lichtquelle wurde der Schatten von v also in der Richtung $\alpha k A$ gesehen, bei der zweiten Lage in der Richtung $\beta k B$; scheinbar ist also der Schatten von A nach B, von links nach rechts, wie die Lichtquelle, verschoben.

Wenn man alle Abmessungen des Auges und namentlich auch die Lage des Knotenpunktes kennte, so könnte offenbar aus der Größe der scheinbaren Verschiebung der Gefäßfigur bei einer gegebenen wirklichen Verschiebung der Lichtquelle berechnet werden, wie weit vor der lichtpercipirenden Schicht der Netzhaut die Gefäße liegen, oder umgekehrt, wie weit hinter der die Gefäße enthaltenden Schicht die lichtempfindende liegt. In der letzteren Fassung, die mathematisch mit der ersten gleichbedeutend ist, zeigt das Problem unverhüllter seine physiologische Wichtigkeit. Man kennt von anatomischer Seite die Lage der gefäßführenden Schicht der Netzhaut, als der innersten, und die Dicke der übrigen Schichten. Läßt sich jetzt aus physiologischen Versuchen folgern, wie weit von der gefäßführenden die lichtempfindende entfernt liegt, so weiß man auch, welche von den anatomisch verschieden gebauten Schichten der Netzhaut eben der eigentlich lichtempfindende Apparat ist. H. Müller *), der überhaupt zuerst die drei Entstehungsweisen der Purkinje'schen Aderfigur richtig erklärt hat, führte diese Rechnung aus. Sie hat freilich bis jetzt nur den Sinn eines ungefähren Ueberschlages, da sie auf sehr unvollkommene Data mit zu Hülfenahme immerhin einigermaßen willkürlicher Annahmen über die Lage des Knotenpunktes gegründet werden mußte. Müller erhielt für den Abstand des Gefäßbaumes von der empfindenden Schicht Werthe, die zwischen 0,17 und 0,36^{mm} schwanken, sich aber in der Mehrzahl zwischen den Gränzen 0,2 und 0,3 halten. Die anatomischen Messungen hatten nun ergeben, daß die Schicht der Stäbchen und Zapfen etwa 0,2 bis 0,3^{mm} hinter der innersten gefäßführenden Schicht der Netzhaut liegt. Man sieht also, daß diese Rechnung sehr laut zu Gunsten der Annahme spricht, welche den Stäbchen und Zapfen die Function der Licht-

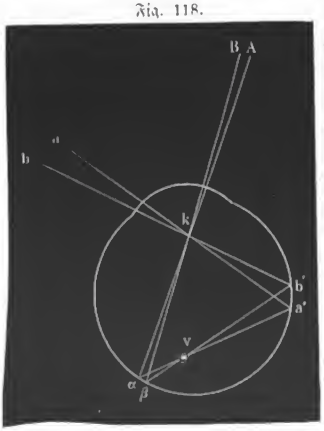
*) Verhandl. d. med.-phys. Ges. zu Würzburg. Bd. IV, S. 100; Bd. V, Lief. 3.

Digitized by Google

empfindung zuweist. Die Begründung der Rechnung ist leicht zu übersehen und glaubte ich sie deshalb nicht ausführen zu müssen. Jedenfalls wird ein Blick auf Fig. 117 genügen, wenigstens das darzuthun, daß die wirkliche und folglich auch die scheinbare Verschiebung der Schatten bei gleicher Verschiebung der Lichtquelle um so größer ausfällt, je weiter die Gefäße von der empfindenden Schicht entfernt sind.

Die dritte Methode zur Hervorrufung der Purkinje'schen Aderfigur ist eigentlich eine unvollkommenere Modification der soeben beschriebenen zweiten. Sie besteht nämlich darin, daß man sich wieder — den Blick auf dunklen Hintergrund gerichtet — eine punktförmige Lichtquelle an dem Augengrund verschafft, weit ab von der Pupille, so daß sie die Schatten der Gefäße auf ungewohnte Stellen wirft. Man verschafft sie sich diesmal aber nicht dadurch, daß man Licht durch die Sclerotica scheinen läßt, sondern dadurch, daß man eine helle Lampenflamme weit seitlich vor dem Auge aufstellt, die auf der gegenüberliegenden Seite der Netzhaut ein optisches Bild entwirft. Dieses Bildchen wirkt hier, vermöge der Lichtstrahlen, die nicht vom Pigmente der Choroidea absorbirt, sondern in allen Richtungen diffus zurückgeworfen werden, als Lichtquelle. Die Anwesenheit solchen diffusen Lichtes im Glaskörper macht sich zunächst dadurch bemerklich, daß sich ein weißlicher Schimmer über den vor dem Auge befindlichen dunklen Hintergrund legt. Bewegt man nun die objective Lichtquelle rasch hin und her, so tauchen aus dem jetzt relativ hellen Grunde die Gefäßbäumchen als dunkle Zeichnung auf und bewegen sich gleichfalls. Die Bewegungsrichtung eines bestimmten Schattenpunktes ist scheinbar gleichsinnig mit der der objectiven Lichtquelle, wenn die Bewegung der letzteren geschieht in einer Ebene, welche die Lichtquelle, ihr Bild (also auch den Knotenpunkt) und den schattengebenden Punkt enthält. Die schematische Fig. 118, deren Ebene die soeben definirte ist, giebt davon Rechenschaft.

Fig. 118.



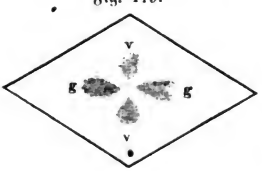
k ist der Knotenpunkt, a und b zwei Lagen der Lichtquelle, a' und b' die entsprechenden Lagen ihres Bildes, v der schattengebende Punkt, α und β die beiden Lagen seines Schattens, A und B die beiden scheinbaren Lagen desselben. Hat sich also die Lichtquelle nach links — von a nach b — verschoben, so verschob sich gleichfalls der scheinbare Ort des Schattens von rechts nach links, von A nach B. Das Entgegengesetzte findet statt für den Schatten desselben Punktes v, wenn die Bewegung der Lichtquelle geschieht in einer Ebene, die senkrecht zu der steht, welche den Punkt v, die Lichtquelle und ihr Bild enthält. Man denke sich nur, a wäre nicht nach b in der Ebene der

Digitized by Google

Zeichnung, sondern aus derselben herausgerückt, z. B. über dieselbe emporgehoben, dann wäre das Bild von *a* unter die Ebene der Zeichnung gekommen, der durch das Bild veranlaßte Schatten von *v* über dieselbe und sein scheinbarer Ort darunter.

Ich stelle noch eine Erscheinung hierher zu den entoptischen, weil sie wenig- 240
stens das mit ihnen gemein hat, daß sie dem Auge gewisse Eigenschaften der eigenen brechenden Medien sichtbar macht. Ich meine die nach ihrem Entdecker sogenannten Haidinger'schen Polarisationsbüschel. Die Erscheinung ist einfach folgende. Wird die Netzhaut objectiv ganz gleichmäßig durch weißes polarisirtes Licht erleuchtet, so empfindet sie diese Erleuchtung nicht überall gleichmäßig und weiß. Es zeigt sich vielmehr in dem hellen Felde um den Punkt des deutlichsten Sehens herum eine Figur, deren Gestalt immer dieselbe, deren Lage aber von der Lage der Polarisationsebene abhängig ist. In derjenigen zur Polarisationsebene senkrechten Ebene, welche durch die Gesichtsaxe gelegt werden kann, und deren Nachbarschaft zeigt sich zu beiden Seiten des fixirten Punktes ein gelblicher Schimmer, ungefähr begränzt von den beiden Aesten einer sehr spitzen Hyperbel, die den fixirten Punkt zum Mittelpunkt hat. In der Polarisationsebene selbst bemerkt man schwächere violette Büschel ebenfalls hyperbolisch begränzt. Verschafft man sich die polarisirte Beleuchtung dadurch, daß man, ein Nicol'sches Prisma vor dem Auge, nach einer hellen Wolke sieht, so gewährt die Erscheinung etwa den Fig. 119 dargestellten Anblick. In der kürzeren Diagonale des rhombisch begränzten Gesichtsfeldes, welche der Polarisationsebene parallel ist, sieht man die violetten Büschel (*vv*), in der längeren darauf senkrechten die gelben (*gg*). Uebrigens kann man die Erscheinung auch in anderweitig beschafftem polarisirten Lichte wahrnehmen, z. B. wenn man auf einen nicht metallischen Spiegel unter dem gehörigen Winkel sieht, in welchem sich der helle Himmel oder eine weiße Wand abspiegelt. In solchem Falle müßten die violetten Büschel in der Reflexionsebene als der Polarisationsebene des reflectirten Lichtes erscheinen. Das Auge kann demnach geradezu ohne eine analysirende Vorrichtung polarisirtes Licht von natürlichem Lichte unterscheiden. Der blaue Himmel liefert im Allgemeinen theilweise polarisirtes Licht, von solchen Stellen, die vom jeweiligen Standpunkte der Sonne um einen Viertelkreis abstehen, sogar nahezu vollständig polarisirtes. In der That sieht man die Polarisationsbüschel auftreten, wenn man nach solchen Stellen des blauen Himmels mit ganz freiem Auge sieht. Haidinger sowohl als Andere, die sich später mit den Polarisationsbüscheln beschäftigten, geben an, daß es ihre Auffindung wesentlich erleichtert, wenn man in den Stellungen der Polarisationsebene raschen Wechsel eintreten läßt, so zwar, daß dieselbe allemal um einen Viertelkreis gedreht wird. Ueberhaupt giebt Haidinger in einer neueren

Fig. 119.



Digitized by Google

Notiz*) über diesen Gegenstand an, daß die Erscheinung der Büschel nur eine momentane ist, die in ihrer vollen Intensität nur vier Secunden dauert, nach spätestens zwölf Secunden aber gänzlich verschwunden ist, wofern die Polarisationsebene ihre anfängliche Lage behauptet. Kommt diese freilich in eine neue Lage — durch Drehung des vor das Auge gehaltenen Nicol'schen Prismas —, so taucht die Erscheinung von Neuem an dem Platze, der ihr nunmehr zukommt, momentan auf, um ebenso bald zu verschwinden. Von den zahlreichen Erklärungsversuchen, welche diese höchst auffallende Erscheinung hervorgerufen hat, ist keiner auch nur annähernd als gelungen anzusehen, sie müssen daher hier mit Stillschweigen übergangen werden, um so mehr, da keiner sich auch nur eines irgend namhaften Beifalls erfreut.

Siebentes Capitel.

Von den Farben.

241 Die Netzhaut des menschlichen Auges hat die Fähigkeit, Aetheroscillationen, wenn ihre Dauer zwischen gewissen Gränzen eingeschlossen ist, zu empfinden. Wir bezeichnen diese Empfindung als Helligkeit oder Licht. Sie kann verschiedene Qualitäten haben, die Farben genannt werden; jedoch lassen sich diese Qualitäten entschieden nicht näher physikalisch definiren. Eine bestimmte Qualität der Empfindung oder eine bestimmte Farbe tritt im Allgemeinen dann hervor, wenn die Netzhaut durch einen ebenso bestimmten Oscillationszustand des Aethers in Erregung versetzt wird. Man hat daher die Benennung Farbe geradezu auf den Oscillationszustand des Aethers übertragen. In diesem Sinne nennt man eine einfache oder homogene Farbe einen solchen Oscillationszustand, bei welchem die Aethertheilchen nur eine einzige Art von Schwingungen von bestimmter Dauer ausführen. Ein complicirterer Schwingungszustand, wo die Aethertheilchen — was wegen der Coexistenz kleiner Bewegungen immer möglich ist — gleichzeitig mehrere Schwingungen von ungleicher Dauer ausführen, heißt eine Mischfarbe. Eine solche kann auf das Auge einen Eindruck machen, der einer homogenen Farbe mehr oder weniger ähnlich ist, aber es ist auch möglich, daß der Eindruck der Mischung ein von allen Farben gleichmäßig (wir sagen absichtlich nicht gleich) verschiedener ist, daß mit einem Worte die Mischung den Eindruck des Weißen macht. Es ist bei dieser Entwickelung die Möglichkeit offen gelassen, daß der Eindruck des Weißen durch ganz verschieden zusammengesetzte Schwingungszustände hervorgebracht werden könne, und wir werden nach einigen vorbereitenden Bemerkungen bald darauf kommen, daß dies

*) Poggend. Annal., Bd. 93, S. 318.

Digitized by Google

in der That der Fall ist. Es ist nur behauptet, daß ein einfacher Schwingungszustand unter gewöhnlichen Verhältnissen nie den Eindruck des Weißen macht. Unter ungewöhnlichen Verhältnissen scheint sogar dies der Fall sein zu können. Es ist nämlich von vielen Beobachtern ausdrücklich erwähnt und ohne Zweifel von Jedem gesehen worden, daß eine homogene Farbe bei ganz enormer Intensität einen dem weißen Licht ähnlichen Eindruck hervorbringt. Man überzeugt sich hiervon leicht, wenn man durch ein Prisma geradezu in die Sonne sieht, so daß die einzelnen homogen gefärbten Lichtbündel mit der Intensität, mit der sie von der Sonne ausgesandt werden, die Netzhaut direct treffen. Das geblendete Auge, das darum allerdings nicht mehr für normal gelten kann, sieht alsdann alle Theile des Spectrums weiß, mit einem bloßen Anklang an die betreffende Farbe. Man könnte durch Zusammenhalten dieser Beobachtung mit dem, was noch später über die Entstehung des Weiß wird beigebracht werden, sich fast veranlaßt fühlen, in dem Weißen den Ausdruck des Tumultuarischen, Unregelmäßigen, sei es in Quantität, sei es in Qualität, zu sehen. Man könnte geneigt sein, zu sagen, das Bewußtsein nennt Weiß die Empfindung von einem Zustande des Organes, in dem es demselben schwer gemacht wird, die Regel der erregenden Bewegung zu durchschauen, oder die Periodicität der erregenden Ursachen herauszuerkennen. In der That haben manche Physiker gern die Empfindung des Weiß der Empfindung des Geräusches im Bereiche des Schalles verglichen. Wir erinnern hier gleich noch daran, daß die Qualität der Empfindung einigermaßen abhängt von dem physiologischen Zustande des Organes; es ist z. B. allgemein bekannt, daß einem durch rothe Strahlen längere Zeit afficirt gewesenen Auge Gelb leicht so vorkommt, als wäre es grünlich, was in einem anderen Zustande nicht so gewesen wäre. Dadurch ist es gerechtfertigt, wenn oben gesagt wurde, daß nur im Allgemeinen eine gewisse Farbenempfindung einem gewissen Oscillationszustande entspricht.

Wir haben aber alle diese Einschränkungen bloß deshalb vorangestellt, um nunmehr mit um so größerer Bestimmtheit einer von der großen Autorität Brewster's vertretenen irrigen Ansicht entgegentreten zu können, nach welcher ein und derselbe Farbeneindruck, z. B. Gelb, bei gleicher Intensität und gleichem Zustande des Auges durch Aetheroscillationen von sehr verschiedener Dauer hervorgerufen werden könnte, oder durch Strahlen von sehr verschiedener Brechbarkeit; Brechbarkeit und Oscillationsdauer ist nämlich vollkommen gleichbedeutend. Dem gegenüber stellen wir, auf die Versuche von Helmholtz*) gestützt, die Behauptung als unumstößlich erwiesen hin: Zu jeder bestimmten Brechbarkeit gehört unter sonst gleichen Verhältnissen auch eine ganz specifische Farbenempfindung, und Strahlen von verschiedener Brechbarkeit bringen in normalen Augen auch verschiedene Farbenempfindungen hervor. Jedoch würde man sehr irren, wenn man den Unterschied in der Qualität der Empfindung etwa für direct proportional hielte den Unterschieden in der Brechbarkeit oder Oscillationsdauer. Die Unterschiede in jener sind zwar nicht meßbar wie

*) Poggend. Annal., Bd. 86, S. 501.

Digitized by Google

diese, aber es wird doch Niemandem zweifelhaft sein, daß zwischen der Empfindung von Orangefarben und der von Grün ein größerer Unterschied besteht, als in der Empfindung von Cyanblau und Indigoblau, und doch ist der Unterschied in der Oscillationsdauer hier größer als dort. Unbestreitbar ist wohl noch der Satz: wenn für zwei Strahlen der Unterschied in der Brechbarkeit unendlich klein ist, so ist auch der Unterschied zwischen den Empfindungen unendlich klein, welche beide hervorbringen. Oder mit anderen Worten: wenn man ohne sprungweise Aenderung durch continuirlichen Uebergang von einem Strahle zu einem Strahle von anderer Brechbarkeit übergeht, so geht die Empfindung ebenso continuirlich von einer Empfindung zu einer anderen über. Bemerkenswerth ist es, daß sich dieser Satz nicht umkehren läßt; denn es kann die Empfindung einen continuirlichen Uebergang machen, während in der Oscillationsdauer oder Brechbarkeit der erregenden Strahlen eine sprungweise Aenderung eintritt; es giebt freilich nur ein einziges Beispiel dafür, das ist der Uebergang zwischen Roth und Violett, der in der Empfindung ohne allen Zweifel auf continuirliche Weise bewerkstelligt werden kann, ohne daß man dabei die Farben durchläuft, welche den dazwischen liegenden Brechbarkeiten entsprechen.

242 Wir betrachten jetzt die Wirkungen der Farbenmischung genauer. Es ergiebt sich zuvörderst der Satz: Wenn man zwei Strahlen auf der Netzhaut mischt, deren Brechbarkeit nur wenig von einander verschieden ist, so ist der Eindruck einer homogenen sehr ähnlich, deren Brechbarkeit zwischen den Brechbarkeiten der beiden Componenten liegt. Jedesmal unterscheidet sich jedoch der Eindruck der Mischfarbe von dem der ähnlichsten homogenen Farbe durch ein wenig beigemischtes Weiß, oder um dem gewöhnlichen Sprachgebrauche zu folgen: die Mischfarbe sieht »blässer«, »weniger gesättigt« aus als die ähnlichste homogene Farbe. Die relative Menge des beigemischten Weiß wächst bis zu einer gewissen Gränze, wenn die Brechbarkeiten der gemischten Strahlen weiter auseinanderrücken. Für jede homogene Farbe giebt es außerdem eine andere, welche mit ihr gemischt den Eindruck von reinem Weiß hervorbringt, ohne allen Anklang an eine bestimmte Nüance des Sonnenspectrums. Ein Paar in dieser Weise zusammengehöriger homogener Farben heißt ein Paar Complementärfarben. Dieser Satz kann a priori bewiesen werden, wenn man einige Voraussetzungen annimmt, gegen deren Richtigkeit übrigens schwerlich ein Zweifel erhoben werden dürfte. Der Gedankengang, den zu diesem Ziele Graßmann*) einschlägt, ist folgender. Als Basis dient ihm ein freilich von Graßmann nicht ausdrücklich hervorgehobener Grundsatz, der nicht weiter bewiesen werden kann, der jedoch, soweit die Erfahrung reicht, immer bestätigt gefunden und der auch schon in dem Bisherigen stillschweigend vorausgesetzt wurde. Er lautet so: Wenn man beliebig viele homogene Farben in beliebiger Intensität mischt, so entsteht immer ein Eindruck, welcher auch hervorgebracht werden könnte durch eine einzelne homogene Farbe mit zugemischtem Weiß. Soll diesem Grundsatze ganz allgemeine Geltung beigelegt werden, so muß zu den homogenen Farbeneindrücken noch der

*) Zur Theorie der Farbenmischung. Poggend. Annal. 1853. Nr. 5.

Digitized by Google

vorhin schon erwähnte Uebergang zwischen Roth und Violett gerechnet werden. Wir werden nun künftig unter Ton einer Mischfarbe diejenige homogene Farbe verstehen, durch deren Vermischung mit einer gewissen Quantität weißen Lichtes genau der Eindruck der gegebenen Mischfarbe entsteht.

Eine beliebige Lichtempfindung ist abhängig von drei Elementen: 1) dem Farbenton (d. h. der Schwingungsdauer oder Brechbarkeit); 2) der Intensität dieser Farbe, und 3) der Intensität des beigemischten Weiß. Aendert sich eines dieser Elemente continuirlich, so ändert sich auch die Qualität des Lichteindrucks continuirlich. Von der Empfindung Roth zur Empfindung Violett findet ein stetiger Uebergang statt durch Mitteltöne, ohne daß man nöthig hätte, das ganze Spectrum zu durchlaufen oder den Uebergang durch Weiß zu machen. Es ist aber dabei nicht ausgeschlossen, daß die Mitteltöne, die mit Purpur bezeichnet werden mögen, im prismatischen Spectrum nicht vorkommen; es soll in dem Satze auch gar nichts ausgesagt sein über die Art und Weise, wie die Empfindung der Mitteltöne hervorgerufen werden könne. Diese Mitteltöne sollen — wie schon bemerkt — den homogenen Farbenempfindungen beigezählt werden, nicht als ob ihre Erregungsursachen auch nothwendig homogene Strahlen im gewöhnlichen Sinne sein müßten. Wir können somit die homogenen Farbenempfindungen graphisch auf einer geschlossenen Ringcurve anordnen, so daß sie sich continuirlich aneinanderschließen und man ohne Unterbrechung der Stetigkeit wieder zum Ausgangspunkte zurückkommen kann, z. B. von Gelb durch Grün und Blau zu Violett, weiter durch Purpur zum Roth, Orange und wieder zu Gelb. Man kann jetzt von einer homogenen Farbenempfindung zu einer beliebigen anderen einen stetigen Uebergang machen auf zwei ganz verschiedene Arten. Entweder man ändert den Farbenton stetig, indem man auf der bezeichneten Farbencurve von dem Anfangspunkte bis zum Zielpunkte weiter geht; da die Curve aber geschlossen ist, so kann natürlich der Uebergang in zwei entgegengesetzten Richtungen geschehen, man kann z. B. von Gelb zu Blau sowohl über Grün gelangen, als auch rückwärts über Orange, Roth, Purpur und Violett. Oder man kann zweitens den Uebergang durch Weiß bewerkstelligen, d. h. man mischt der gegebenen Farbe, deren Intensität man stetig abnehmen läßt, in steigender Intensität Weiß bei, bis darin die ursprüngliche Farbe verschwunden ist, und aus dem reinen Weiß, dessen Intensität man nunmehr wieder bis zu Null vermindert, läßt man die verlangte Farbe mit von Null an wachsender Intensität auftauchen. Wir treten nach diesen Vorbereitungen den apagogischen Beweis des Satzes an: zu jedem homogenen Farbenton a giebt es einen anderen homogenen complementären Farbenton, der mit ihm gemischt reines Weiß liefert, wobei jedoch, wie schon bemerkt, die Mitteltöne zwischen Roth und Violett mitzählen. Gesetzt, es gäbe keinen, so sei x ein beliebiger Farbenton von der Intensität y, den man dem Tone a zumischt; man lasse jetzt y von Null bis zu einer Größe anwachsen, gegen welche die constante gegebene Intensität von a verschwindend klein ist, dann wird ein continuirlicher Uebergang von der Farbenempfindung a zur Farbenempfindung x stattgefunden haben, denn die verschwindende Intensität von a kann die bei der Schlußanordnung stattfindende Qualität der Empfindung nicht merklich bestimmen.

Digitized by Google

Dieser Uebergang konnte aber nicht durch Weiß stattfinden, da ja angenommen wurde, a hat keine Complementärfarbe, es ist also auch x in irgend einer Intensität keine solche. Der Uebergang mußte also durch stetige Aenderung des Farbentones allein zu Stande kommen. Er konnte demgemäß ein positiver oder negativer sein, d. h. er konnte durch alle Zwischentöne auf der geschlossenen Farbencurve erfolgt sein in der Richtung von Roth durch Gelb zu Violett, oder in der umgekehrten Richtung. Liegt der Ton x dem Ton a in der positiven Richtung unendlich nahe, so ist der Uebergang jedenfalls ein positiver; denn wäre der Uebergang in diesem Falle ein negativer, so müßte es eine Intensität y von x geben, für welche die Mischung einen von a endlich verschiedenen Farbenton hätte; nun giebt aber eine in ihrem Tone mit a übereinstimmende Farbe von der Intensität y zu a gemischt selbstverständlich wieder den Ton a, während eine Zumischung einer im Tone unendlich nahe an a liegenden Farbe von derselben Intensität einen endlich verschiedenen Ton hervorbringen sollte, was widersinnig ist. Umgekehrt müßte aus denselben Gründen der Uebergang nothwendig ein negativer sein, wenn x nach der negativen Richtung hin unendlich nahe an a läge. Man gebe jetzt dem Farbenton x nach einander, in stetiger Aufeinanderfolge nach der positiven Richtung fortschreitend, alle möglichen Werthe, bis man auf der Farbencurve wieder zum Punkte a zurückgekommen ist. Der bei der Mischung mit steigender Intensität von x erzielte Uebergang vom Tone a zu x war anfangs ein positiver, zuletzt ein negativer, wie soeben bewiesen ist. Er muß also nothwendig, wenn man mit x an einem gewissen Punkte der Farbencurve angekommen ist, plötzlich seine Richtung verkehren. Sei a' der bestimmte Farbenton, bei welchem diese Aenderung eintritt, d. h. bei Zumischung irgend eines Farbentones vor a' findet bei steigender Intensität desselben der Uebergang von a zu a' in positiver Richtung statt; bei Zumischung irgend eines Farbentones, der über a' hinaus liegt, findet derselbe in negativer Richtung statt. Nehmen wir jetzt zwei unendlich benachbarte Farbentöne x_1 und x_2, von denen der eine diesseits, der andere jenseits a' liegt. Es müßte sich für x_1 eine Intensität y angeben lassen, in welcher x_1 zu a gemischt einen Farbenton z hervorbringt, der in positiver Fortschreitungsrichtung zwischen a und x_1 oder a' liegt, weder dem einen noch dem anderen unendlich nahe. Mischte man jetzt x_2 in derselben Intensität y zu a, so müßte ein Farbenton z' entstehen, der bei negativer Fortschreitungsrichtung zwischen a und a' zu treffen wäre, der also von z jedenfalls nothwendig um ein Endliches verschieden sein müßte. Es ist aber ein offenbarer Widerspruch, daß zwei unendlich benachbarte Farbentöne x_1 und x_2 in derselben Intensität y zu a gemischt zwei Eindrücke z und z' hervorbringen sollten, welche nicht ebenfalls einander unendlich ähnlich wären, die durch einen endlichen Unterschied von einander abständen. Zu diesem Absurdum führt aber die Annahme, es gäbe zu irgend einer homogenen Farbe a keine homogene Complementärfarbe; folglich ist sie unrichtig, was zu beweisen war.

243 In Wahrheit ist nun der Uebergang aus einer Farbe a in eine andere x bei dem vorhin angenommenen Mischungsmodus, wo die Intensität von x bis zum vollkommenen Ueberwiegen stetig gesteigert wird, dieser: Eine Zumischung

Digitized by Google

von Weiß, eine Abblassung oder Verminderung der Sättigung tritt unter allen Umständen ein, wie schon weiter oben bemerkt wurde; die Intensität dieses Weiß steigt bei einer gewissen Intensität von x zu einem Maximum und nimmt darüber hinaus wieder ab. Und neben diesem Weiß durchläuft der Farbeneindruck allmälig die zwischenliegenden Töne, jedoch nicht in gleicher Stärke, so daß, wenn die beiden gemischten Farben a und x einigermaßen entfernt von einander liegen, die mittleren Töne, wenn sie an die Reihe kämen, kaum neben dem Weiß durchschimmern, während die a benachbarten Töne im Anfange, die x benachbarten am Ende des Herganges in überwiegender Stärke hervortreten. Ist man mit dem Farbenton x in eine gewisse Entfernung, d. h. gerade zu der Complementärfarbe von a gekommen, so tauchen bei der Intensitätssteigerung von x die mittleren Töne gar nicht mehr aus dem Mischungsweiß auf, sondern machen bei einer gewissen Intensität von x einem reinen Weiß Platz, aus dem bei weiter gesteigerter Intensität von x die diesem benachbarten Töne sich heraus entwickeln. Aus dieser Annahme kann das obige Absurdum nicht gefolgert werden.

Helmholtz hat nun den bewiesenen Satz erfahrungsmäßig bestätigt und 244
eine hinlänglich große Anzahl von complementären Farbenpaaren bestimmt, so daß man auf dem Wege der Interpolation zu jeder Farbe ihre Complementärfarbe finden kann. Zu diesem Ende muß man ein Mittel in Händen haben, zwei beliebige Partien des Sonnenspectrums auf eine weiße Fläche gleichzeitig fallen zu lassen. Helmholtz wandte das folgende an. Ein parallelstrahliges Bündel directen Sonnenlichts fällt vom Spiegel des Heliostaten durch eine erste Spalte auf ein Prisma p (in Fig. 120 a. f. S.). Es wird alsdann, wie man aus der allgemeinen Optik weiß, von jedem Punkte der hinteren Fläche ein Lichtbündel divergiren, dessen Strahlen der Reihe nach violett, indigo, blau, grün ꝛc. gefärbt sind. Einen Theil dieser sämmtlichen Strahlen, von denen einzelne in der Figur gezeichnet sind, läßt man durch eine Oeffnung im Schirm SS hindurchgehen. Jedenfalls darf die Oeffnung nur so groß sein, daß die farbigen Säume noch nicht in ihr Bereich fallen, daß also z. B. der unterste rothe und der oberste violette vom Prisma ausgehende Strahl (wie auch die Figur andeutet) abgefangen werden. Es wird somit auch von jedem Punkte der Oeffnung aus ein Lichtbündel divergiren, dessen oberster Strahl violett, dessen unterster roth ist; die in der Mitte liegenden sind der bekannten Reihenfolge nach gefärbt. Von diesen sämmtlichen Strahlen sind in der Figur gezeichnet: die blauen und gelben, welche durch die Punkte a, b, c, d und e der Oeffnung gehen, sowie noch die rothen und violetten, welche durch die Endpunkte der Oeffnung gehen. Der durch b gehende blaue Strahl kommt von einem anderen Punkte p des Prismas, als der ebenfalls durch b gehende gelbe Strahl, welcher von q kommt. Man kann aber auch zweitens die Sache so ansehen, als gingen durch die Oeffnung in SS unter verschiedenen Winkeln parallelstrahlige homogen gefärbte Bündel, z. B. ein gelb gefärbtes in der Richtung qb, ein blau gefärbtes in der Richtung pb. Das ganze durch die Oeffnung gedrungene Licht fällt auf eine achromatische Linse LL, welche bekanntlich die Eigenschaft hat, einen rothen Strahl schließlich gerade so abzulenken, wie einen blauen oder anders gefärbten. Verfolgen wir

Digitized by Google

zunächſt die zweite Auffaſſung des durch die Oeffnung gedrungenen Lichtes, ſo wird die Linſe jedes der homogen gefärbten parallelſtrahligen Bündel in einem Punkte ihrer Hauptbrennebene zur Vereinigung bringen; auf einem daſelbſt aufgeſtellten Schirme $S'S'$ wird demnach ein reines Spectrum entſtehen, in dem das violette parallelſtrahlige Bündel in v, das blaue in b, das gelbe in g, das rothe in r zur Vereinigung kommt. Sehen wir die Sache aus dem Geſichtspunkte der erſten Auffaſſung an, ſo wird die Linſe LL jedes der divergenten verſchiedenfarbigen Bündel etwas weniger divergent entlaſſen, ſo daß ein ungefärbtes (weißes) virtuelles Bild von der Oeffnung des Schirmes SS entſteht auf derſelben Seite der Linſe, und in einer Entfernung von ihr, die zu der Entfernung zwiſchen SS und LL als conjugirte Vereinigungsweite gehört. Dies Bild würde von einem hinlänglich großen achromatiſchen Auge wahrgenommen werden können. Man kann es aber auch objectiv wieder in ein reelles verwandeln, d. h. man kann die von den einzelnen Punkten des virtuellen Bildes divergirenden Bündel (wenn auch ihre Strahlen verſchieden gefärbt, alſo für gewöhnlich verſchieden brechbar ſind) durch eine zweite achromatiſche Linſe $L'L'$ wieder vereinigen. Die Vereinigung kommt zu Stande in einer Entfernung von $L'L'$, welche der Entfernung des vorerwähnten virtuellen Bildes von ebendaſelbſt als conjugirte Vereinigungsweite zugeordnet iſt. Stellte man hier (etwa in $S''S''$) einen Papierſchirm auf, ſo würde man auf demſelben ein umgekehrtes Bild der Oeffnung ae ohne Färbung ſehen.

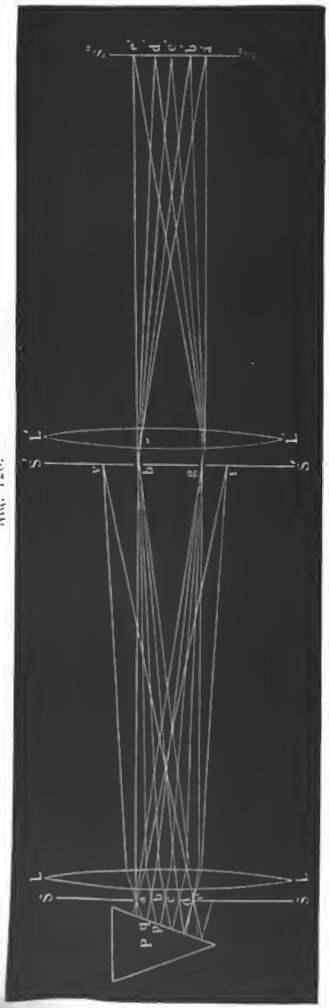


Fig. 120.

Digitized by Google

Zu jedem Punkte dieses Bildes würden nämlich Strahlen aller Farben beitragen. Durch einen in $S'S'$ aufgestellten Schirm mit einzelnen beweglichen Spalten kann man nun aber die Strahlen von gewissen Farben verhindern dies zu thun, und es wird alsdann das Bild bloß noch von den übrigen, welche durch die Spalten gehen, verursacht, es muß also in der aus diesen gemischten Farbe erscheinen. In der Figur ist als Beispiel der Fall gezeichnet, wo das Bild $a'e'$ in der Mischfarbe aus Indigoblau und Gelb (die übrigens weiß ist) erscheint. Es geht von a ein divergentes Strahlenbündel aus, dessen Strahlen nach der Brechung in LL von einem ein wenig mehr zurückliegenden Punkte divergiren, sie würden sich nach der Brechung in $L'L'$ in a' vereinigen; dahin gelangen aber nur die Strahlen des Bündels, welche durch b und g gegangen sind, weil nur hier Löcher in dem Schirm $S'S'$ sind; es kommt also auf dem weißen Papier in a' ein blauer und ein gelber Strahl, ebenso kommt in b' ein blauer und ein gelber Strahl zur Vereinigung, welche beide durch den Punkt b des ersten Spaltes gegangen sind, ebenso in den Punkten c', d', e'. Alle diese Strahlen sind in der Figur ausgezogen und verfolgbar. Das ganze Stück $a'e'$ muß also in der Mischfarbe aus Blau und Gelb erscheinen. Man kann auf diese Weise die Mischfarben aus beliebigen Paaren in größter Vollkommenheit auf einer weißen Fläche erzeugen, wenn man dem Schirm $S'S'$ eine Einrichtung giebt, daß man auf ihm zwei Spalten anbringen kann, wo man will.

So hat Helmholtz eine Reihe von Paaren durchprobirt und hat namentlich complementäre Paare herausgesucht. 245

Solche complementäre Farbenpaare sind:

Violett — Grünlichgelb,
Indigblau — Gelb,
Cyanblau — Goldgelb,
Grünlichblau — Roth.

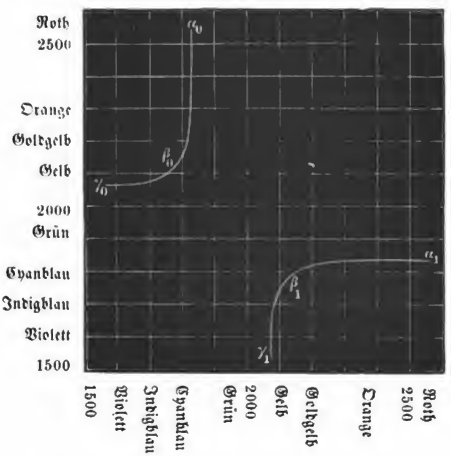
Zu Grün, hat Helmholtz gefunden, existirt im Spectrum keine homogene complementäre Nüance, es bedarf mindestens zweier, um Grün zu Weiß zu ergänzen. Man muß nämlich Roth und Violett zumischen; diese beiden Farben geben aber für sich gemischt jenen Mittelton zwischen beiden — Purpur genannt, — der den Ring der homogenen Farbenempfindungen zusammenschließt. Die Resultate dieser Untersuchung können übersichtlich graphisch dargestellt werden und es springen dabei noch einige Folgerungen in die Augen. In Figur 121 (a. f. S.) sind die Wellenlängen (die bekanntlich den Schwingungsdauern proportional sind) complementärer Farbenpaare als Abscissen und Ordinaten einer Curve $\alpha^0\beta^0\gamma^0$, $\alpha'\beta'\gamma'$ aufgetragen *). Man kann also zu einer beliebigen Farbe, z. B. Orange, die complementäre finden, wenn man an dem Punkte der Abscissenaxe, welcher der Wellenlänge von Orange entspricht, ein Perpendickel errichtet, bis dasselbe die

*) Als Einheit ist der hundertmillionste Theil eines Pariser Zolles angenommen. Mit 1500 solcher Einheiten der Wellenlänge gewisser violetter Strahlen beginnen die Coordinaten.

Digitized by Google

Curve $\alpha_1 \gamma_1$ schneidet. Die Länge dieses Perpendickels drückt im gleichen Maße den Ueberschuß der Wellenlänge der gesuchten Complementärfarbe über die von Violett aus, oder wenn man von dem Durchschnittspunkte des Perpendickels mit der Curve horizontal nach links geht, so kann man geradezu die Complementärfarbe an der Ordinatenaxe ablesen.

Fig. 121.



Es ist höchst bemerkenswerth: während das äußerste Roth und Goldgelb im Spectrum weit aus einander liegen, d. h. ihre Wellenlängen sehr verschieden sind, liegen ihre beiden Complementärfarben, Grünlichblau und Cyanblau, dicht neben einander, oder sind die Wellenlängen ihrer Complementärfarben fast gleich. Ebenso nehmen Violett und Indigblau einen breiten Raum ein, während ihre Complemente vom Grünlichgelb bis zum Gelb nur einen schmalen Streifen bilden. Es dürfte wohl damit in Zusammenhang zu bringen sein, daß in den Räumen des Spectrums, für welche die Complementärfarben eng bei einander liegen, auch die Qualität des subjectiven Farbeneindruckes sich fast gleich bleibt. So ändert sich der Ton des Rothen kaum merklich vom Anfange des Spectrums bis zur Frauenhofer'schen Linie *C*, ebensowenig der Ton des Violetten von *G* bis *L*. Umgekehrt ändert sich der Farbenton mit rapider Schnelligkeit an den Stellen des Spectrums, deren Complementärfarben einen großen Raum einnehmen; es muß dies, wie unsere graphische Darstellung lehrt, an beiden Gränzen des Grünen gelten, und in der That ist im prismatischen Spectrum Grün selbst ein äußerst schmaler Streif, der fast ohne Vermittelung in Blau und Gelb übergeht. Das Verhältniß der Wellenlängen in einem complementären Farbenpaare ist nicht

Digitized by Google

etwa constant; vergleicht man es mit musikalischen Intervallen, so schwankt es zwischen einer Quart = 1,333 und einer kleinen Terz = 1,20; am kleinsten ist es für das Paar Goldgelb-Cyanblau.

Wenn die complementären Wellenlängen gefunden sind, oder wenn man 246
weiß, welche Farbentöne gemischt den Eindruck von Weiß erzeugen, so entsteht noch die Frage, in welcher Intensität müssen sie gemischt werden, um Weiß zu geben. Um die dahin zielenden Bestrebungen von Helmholtz zu übersehen, sind einige Vorbemerkungen über Lichtintensitätsvergleichungen im Allgemeinen erforderlich. Der mechanische Begriff von Intensität eines gefärbten Strahles ist bekanntlich die lebendige Kraft, die durch ihn repräsentirt wird; sie ist bei gleicher Wellenlänge, wie aus den Grundsätzen der Mechanik leicht ersichtlich, dem Quadrate der Excursionsweite eines im Strahle schwingenden Aethermolcküles proportional. Diese Größe ist aber bis jetzt weder directer Messung noch indirecter Berechnung zugänglich. Der einzige Grundsatz, der als unumstößlich feststehend angenommen werden darf und mittelbar zu numerischen Intensitätsvergleichungen führen kann, ist der, daß zwei im mechanischen Sinne gleich intensive Strahlen, auf gleich empfindliche Stellen derselben Netzhaut fallend, daselbst auch den subjectiven Eindruck gleicher Helligkeit hervorbringen. Diese gleiche Helligkeit kann bei gleicher Farbe mit großer Genauigkeit unter günstigen Umständen beurtheilt werden, und man kann daher auf andere Verhältnisse der Intensität zurückschließen, wenn man durch besondere Kunstgriffe, die in der Photometrie gelehrt werden, den einen der zu vergleichenden Strahlen, bevor er die Netzhaut trifft, in bekanntem Verhältnisse abschwächt, bis er dem anderen an Wirkung gleich kommt.

Bei verschieden gefärbten Strahlen kann der erste Grundsatz der Photometrie, daß der Eindruck gleicher Helligkeit von Oscillationen gleicher lebendiger Kraft hervorgebracht werden müsse, nicht mehr a priori behauptet werden. Soll daher doch noch davon die Rede sein, die Intensitätsverhältnisse complementärer Strahlen zu finden, in welchen gemischt sie wirklich Weiß hervorbringen, so müssen wir den streng mechanischen Begriff von Intensität eines Lichtstrahles bei Seite setzen und dem Worte eine physiologische Bedeutung geben, d. h. unter Intensität geradezu den Grad von Helligkeit verstehen, welchen der Strahl im Auge hervorbringt. Dabei ist wohl zu beachten, daß die subjective Messung dieser Größe niemals eine sehr scharfe sein kann, wenn es sich um Vergleichung verschieden gefärbter Strahlen handelt, weil die qualitative Verschiedenheit des Eindruckes die Vergleichung der Quantitäten zu sehr stört. Von vornherein könnte man nun geneigt sein, einen zweiten Grundsatz über diese physiologisch definirte Intensität gelten zu lassen, den nämlich, daß sie für zwei gleich gefärbte Strahlen der mechanischen Intensität proportional wäre, d. h. daß ein mechanisch doppelt so intensiver Strahl auch eine doppelt so große Helligkeit hervorbrächte, was auch seine Farbe sei; das ist aber nicht der Fall. Diesen merkwürdigen Umstand hat Helmholtz mit dem vorhin beschriebenen Apparate, der ihm zu seiner ganzen Untersuchung diente, schlagend bestätigt. Man sieht nämlich leicht, eine directe Consequenz aus der Proportionalität

Digitized by Google

der mechanischen und physiologischen Intensität gleichgefärbter Strahlen wäre diese: Erscheinen bei gewissen unbekannten Intensitäten i und i' zwei verschieden gefärbte Lichtmassen gleich hell, so müssen sie auch noch gleich hell erscheinen, wenn man i und i' verdoppelt oder beide sonst in einem beliebigen Verhältniß ändert; es müßten sich nämlich die Helligkeiten in demselben Verhältniß ändern, wodurch ihre Gleichheit nicht aufgehoben würde. Scheidet man nun aus einem gegebenen weißen Lichtbündel eine blaue und eine gelbe Lichtmasse ab, die zwei Stücke derselben Fläche gleich hell erscheinen lassen, so müßten sie noch immer gleich hell erscheinen, wenn man auf irgend eine Weise die Intensität des weißen Lichtbündels in irgend einem Verhältnisse änderte; denn man kann sicher darauf rechnen, daß dadurch die blaue und die gelbe Lichtmasse ihre Intensität in demselben Verhältnisse ändern. Dies zu entscheiden, bietet offenbar unser Apparat die Mittel. Hält man zwischen die Linse $L'L'$ und den letzten Schirm da, wo sich die Strahlen schneiden, einen schattenmachenden Stift in geeigneter Lage, so kann man es offenbar dahin bringen, daß man von dem Flächenstück $a'c'$ das blaue, von $c'e'$ das gelbe Licht abschneidet, man hat dann ein gelb erleuchtetes Stück $a'c'$ neben einem blau erleuchteten $c'e'$; beide beziehen ihre Erleuchtung aus demselben weißen Bündel. Da bekanntlich das im Sonnenlichte vorhandene gelbe Licht viel heller ist als das blaue, so wird, wenn die Spalten g und b im Schirme $S'S'$ gleich weit offen stehen, das Flächenstück $a'c'$ viel heller erscheinen als $c'e'$; durch Verengerung der Spalte g oder Verringerung der gelben Lichtmasse kann man also bewirken, daß beide gleich hell erscheinen. Dies sei geschehen. Wir vermindern jetzt die Intensität des einfallenden weißen Lichtes; Helmholtz that es durch Einführung eines durchscheinenden Gewebes (Tüll) auf dem Wege des unzerstreuten weißen Bündels (vor dem Prisma), das einen Theil des weißen Lichtes gänzlich abschneidet. Sogleich erschienen die beiden Flächenstücke nicht mehr gleich hell, sondern das blaue heller als das gelbe. Der Unterschied liegt entschieden außerhalb der, wie oben bemerkt wurde, allerdings weiten Fehlergränzen. Auf Grund des beschriebenen und anderer Versuche kann der schon von Dove vermuthungsweise ausgesprochene Satz als bewiesen angesehen werden: Zwei gleich hell erscheinende Farben erscheinen bei Verdoppelung des weißen Lichtes, aus dem sie stammen, nicht mehr gleich hell, vielmehr erscheint alsdann die weniger brechbare heller; wird umgekehrt das ursprüngliche weiße Licht halbirt oder überhaupt vermindert, so erscheint die stärker brechbare heller.

Mit diesen Erfahrungen und Begriffen ausgerüstet, können wir uns nun die bestimmte Frage stellen: In welchem Verhältnisse müssen die beiden Helligkeiten eines complementären Farbenpaares stehen, damit ihre Mischung den Eindruck »Weiß« hervorbringt? Helmholtz fand, daß dies Verhältniß dasselbe ist, in welchem die einzelnen Farben im weißen Lichte enthalten sind. Es ist demnach unseren Sätzen zufolge variabel mit dem absoluten Werthe der Helligkeit einer der componirenden Farben, oder variabel mit der Intensität des weißen Lichtes, aus welchem die complementären Strahlen gewonnen wurden; denn es wurde ja gezeigt, daß in sehr hellem weißen Lichte die weniger brechba-

Digitized by Google

ren Farben gegen die stärker brechbaren heller erscheinen als in schwächerem weißen Lichte. Die numerischen Resultate stellt Helmholtz in folgender Tabelle zusammen, giebt sie übrigens, wie aus dem Bisherigen schon zu schließen ist, nur für ungefähre erste Annäherungen aus.

	Bei starkem Lichte.	Bei schwachem Lichte.
Violett zu Grüngelb . .	1 : 10	1 : 5
Indigo zu Gelb . . .	1 : 4	1 : 3
Cyanblau zu Orange . .	1 : 1	1 : 1
Grünblau zu Roth . .	1 : 0,44.	

Die Principien der Methode, nach welcher diese Resultate gewonnen wurden, liegen schon in der obigen Beschreibung der Vorversuche, es genügen daher wenige Worte über dieselbe. Daß die complementären Farben in der Intensität gemischt werden müssen, in welcher sie im weißen Lichte enthalten sind, um selbst Weiß zu geben, geht daraus hervor, daß die Spalten im Schirme $S'S'$ immer gleich weit sein mußten, wenn $S''S''$ weiß erscheinen sollte, mochte nun das ungeschwächte oder das geschwächte Sonnenlicht angewandt werden. Um aber das Verhältniß der Helligkeit selbst numerisch zu bestimmen, diente wieder der schattenwerfende Stift. Nehmen wir wieder als Beispiel den in der Fig. 120 gezeichneten Fall; bei gleich weiten Spalten g und b wird das gelbe Flächenstück $a'c'$ heller erscheinen, wie oben ebenfalls vorausgesetzt wurde. Wir denken uns wiederum, die Spalte bei g würde so lange verengert, bis $a'c'$ mit dem blauen Stück $c'e'$ gleich hell erschiene; hätte man zu diesem Ende die Spalte g soweit verengern müssen, daß ihre Breite $\frac{1}{n}$ der Spalte b betrüge, so wäre offenbar die Helligkeit des gelben Lichtes für das $n$fache der Helligkeit des blauen zu halten. Bei schwächerer weißer Beleuchtung war nun eben eine geringere Verengerung von g nothwendig als bei stärkerer.

Diese ganzen Experimentaluntersuchungen sucht Helmholtz in eine empirische 247
Regel über graphische Darstellung von Mischfarben zusammenzufassen, ähnlich der allgemein bekannten, von Newton gegebenen. Obgleich dieselbe im Einzelnen noch bedeutender Modificationen bedarf, so ist doch ihr Princip als anwendbar anzuerkennen, und basirt auch die von Helmholtz gegebene darauf. Eine eingehende Kritik der Newton'schen Regel ist hier begreiflicherweise nicht am Platze; wir beschränken uns daher darauf, die neue einfach hinzustellen. Man hat die Berechtigung und Möglichkeit, alle Farbeneindrücke in einem geschlossenen Flächenstücke vertheilt zu denken, so daß an jeden Punkt derselben ein bestimmter Farbeneindruck geknüpft zu denken ist, und ferner so, daß folgende Beziehung zwischen den einzelnen Punkten und den zugehörigen Farbeneindrücken stattfindet: Denkt man sich zwei oder mehrere Punkte der Farbenfläche mit Gewichten belastet, welche durch ihre Größen die Intensitäten der zugehörigen Farben darstellen, und sucht für dieses System den Schwerpunkt, so ist der ihm zugehörige Farbeneindruck der Eindruck, welchen die gedachten Farben in den gedachten Intensitäten gemischt hervorbringen. Auf der Farbenfläche muß ein

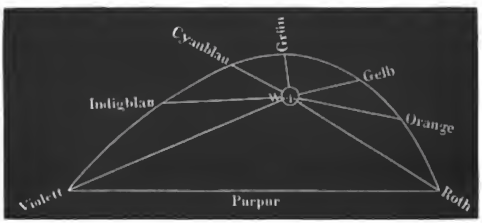
Digitized by Google

Punkt sein, derWeiß bedeutet; um ihn herum müssen die homogenen Farben des Spectrums nebst den Uebergangstönen zwischen Roth und Violett in geschlossener Ringcurve sich anordnen. Complementäre Farben müssen auf dieser Curve diametral gegenüber liegen, so daß der weiß repräsentirende Punkt auf jeder Verbindungslinie eines complementären Farbenpaares liegt. Denn Weiß muß unter Umständen im Schwerpunkte des Systemes liegen, das aus zwei als schwere Punkte angesehenen Complementärfarben besteht; der Schwerpunkt zweier Punkte liegt aber immer auf ihrer Verbindungslinie, folglich muß Weiß auf der Verbindungslinie eines jeden Complementärfarbenpaares liegen. Die Curve, auf der die homogenen Farben liegen, darf aber kein Kreis sein, der Weiß zum Mittelpunkte hat, aus mehreren Gründen. 1) Stehen nicht alle Farben qualitativ gleich weit von Weiß ab; das Grün und Gelb des Sonnenspectrums gleicht dem Weiß weit mehr als Violett und Roth. Demgemäß ist die Figur entworfen. 2) Der Schwerpunkt einer Zusammenstellung von zwei gleich schweren Punkten liegt in der Mitte zwischen beiden. Läge also Weiß im Centrum eines Kreises, auf dessen Peripherie die homogenen Farben liegen, so müßte man zweien diametral gegenüber liegenden Farben — zweien Complementärfarben — gleiche Intensität geben, damit die Mischung Weiß giebt; man müßte im Bilde die beiden diametral gegenüber liegenden Punkte gleich stark beschweren, damit der Schwerpunkt (der die Mischfarbe andeutet) ins Centrum (Weiß) fällt. Nun haben wir aber gesehen, daß z. B. Violett in viel geringerer Intensität genommen werden muß, als das ihm complementäre Grünlichgelb, damit beide zusammen Weiß geben. In unserer Figur ist dies deutlich zu sehen; im Punkte Violett braucht man ein viel geringeres Gewicht anzubringen, als in dem diametral gegenüber liegenden Punkte (zwischen Grün und Gelb), damit der Schwerpunkt ihrer Zusammenstellung in den Punkt Weiß falle. 3) Um Grün herum geben sehr nahe bei einander gelegene Farben schon eine dem Weiß sehr nahe gelegene (viel Weiß enthaltende) Mischfarbe. Gleichweit abstehende Farben in der blauen und rothen Gegend des Spectrums geben eine Mischfarbe, die dem Weiß viel unähnlicher ist; demgemäß kann wiederum die Curve der homogenen Farben kein Kreis sein, denn sie muß in der Gegend von Grün viel stärker gekrümmt sein, so daß die Gerade, welche zwei Punkte von gewissem Bogenabstande verbindet und welche den Schwerpunkt der Zusammenstellung beider enthalten muß, näher an Weiß vorbeigeht als die Gerade, welche gleichweit von einander abstehende Punkte in der blauen und rothen Gegend verbindet. Allen diesen Bedingungen entspricht, wenigstens dem Sinne nach, die Curve Fig. 122, jedoch macht sie keineswegs den Anspruch, alle Verhältnisse quantitativ getreu wiederzugeben; so ist namentlich die Lücke zwischen Roth und Violett gewissermaßen nur provisorisch durch ein gerades Stück ausgefüllt, weil genaue Untersuchungen fehlen. In der Figur ist nach diesen Erläuterungen die ganze Lehre von der Farbenmischung enthalten, wenn man noch die Regel hinzufügt, daß im umschlossenen Raume die Mischfarbeneindrücke so angeordnet zu denken sind, daß auf irgend einem Radiusvector vom Punkte Weiß zu irgend einem Punkte der Peripherie, z. B. Cyanblau, alle diejenigen Eindrücke liegen, die in ihrer Färbung cyanblau sind und sich von

Digitized by Google

einander nur durch die Menge des beigemischten Weiß unterscheiden, so daß, je näher man dem Weiß kommt, um so mehr dieses vorherrscht; je näher man der

Fig. 122.



Peripherie kommt, um so gesättigter ist die Farbe. Es ist dies der graphische oder symbolische Ausdruck des oben (Seite 352) hingestellten Grundsatzes, daß jede Mischfarbe aus noch so vielen Componenten einen Eindruck hervorbringt, der auch hervorgebracht werden könnte durch Zumischung von Weiß zu irgend einer homogenen Farbe.

Kürzlich ist noch der Versuch gemacht worden, den hier vorgetragenen rein 248
empirischen Lehren von der Empfindung der Mischfarben eine physikalische Deutung zu geben *). Grailich, von dem dieser Versuch herrührt, stellt sich der Einfachheit wegen vor, die beiden zu mischenden Farbenstrahlen seien in derselben Ebene polarisirt, so daß also alle in Betracht kommenden Oscillationen in eine und dieselbe Ebene fallen und eine einfache algebraische Summirung der Ausschläge hinreicht, die resultirende Bewegung des von beiden Strahlen getroffenen Netzhautmolekules zu finden. Das kann auf graphische Weise geschehen, und wollen wir es durch einige Beispiele anschaulich machen, obwohl Grailich seine schließlich benutzten numerischen Resultate auf anderem Wege durch Rechnung gefunden hat. In Fig. 123 (a. f. S.) stelle die seicht ausgebuchtete von den beiden schwach gezeichneten Wellenlinien den Bewegungszustand dar, in welchen ein violetter Strahl ein Netzhautelement versetzt, das er erregt, in der Weise, daß die Abscissen die Zeiten bedeuten, die Ordinaten die zugehörigen Ausweichungen aus der Gleichgewichtslage, so daß z. B. nach Ablauf der Zeit *ab* das Nervenelement um eine der zugehörigen Ordinate *bc* proportionale Größe aufwärts von seiner Gleichgewichtslage abgewichen ist. Die stärker ausgebuchtete, schwach gezeichnete Wellenlinie bedeutet in derselben Weise den Bewegungszustand, den ein rother Strahl für sich in demselben Netzhautelement hervorbringen würde. Wirken jetzt beide gleichzeitig ein, so geräth das Netzhautelement in einen resultirenden Bewegungszustand, dessen graphische Darstellung sofort gefunden ist, wenn man die gleichzeitigen Ordinaten der componirenden Bewegungszustände algebraisch

*) Grailich, Beitrag zur Theorie der gemischten Farben. Sitzungsbericht der k. k. Akademie zu Wien, Bd. XIII. S. 201.

Digitized by Google

summirt und die Summen als Ordinaten des resultirenden Zustandes ansieht. D. h. also, die Ordinaten werden zu einander addirt, wenn sie auf derselben, von einander subtrahirt, wenn sie auf entgegengesetzten Seiten der Abscissenaxe gemessen sind. So ist die stark ausgezogene Wellenlinie construirt, die also den aus Violett und Roth resultirenden Bewegungszustand oder die Mischfarbe graphisch darstellt. Es fragt sich nun, wie ist eine solche Curve für die Deutung der Mischfarbenempfindungen zu verwerthen? Man sieht sogleich, daß eine Verwerthung nicht möglich ist, ohne eine Erweiterung des Begriffes Farbe; denn die resultirende Bewegung ist einer Periodicität unterworfen, die nicht so einfach ist wie die Periodicität bei einem homogenen Farbenstrahle. Zwar geht auch hier das Molekül von Zeit zu Zeit durch die Gleichgewichtslage, zwar erreicht es auch hier von Zeit zu Zeit ein Maximum des Ausschlages nach der einen und der anderen Seite, um wieder umzukehren, aber ein wesentlicher Unterschied von dem Bewegungszustande, den ein homogener Farbenstrahl hervorbringt, liegt darin, daß bei letzterem die Maximalausschläge sowohl als die Durchgänge durch die Gleichgewichtslage durch ein und dasselbe constante Zeitintervall getrennt sind, während bei jenem resultirenden Bewegungszustande diese Zeitintervalle verschieden sind und namentlich auch zwei auf einander folgende Maximalausschläge durch einen anderen Zeitraum getrennt sein können als zwei consecutive Durchgänge durch die Gleichgewichtslage. Nach einer gewissen Zeit freilich, das sieht man von vornherein, wird auch in der resultirenden Bewegung derselbe Verlauf von Neuem beginnen. In unserem Beispiele beginnt offenbar nach der Zeit, welche zur Vollendung von fünf halben Oscillationen im violetten und von drei halben Oscillationen im rothen Strahle verwandt wird, für die resultirende Bewegung von Neuem genau derselbe Cyklus von Erscheinungen, welcher zuerst ablief. Mit anderen Worten: die resultirende Bewegung besteht aus größeren Perioden, von denen jede in eine Reihe von Hin- und Hergängen des Moleküles zerfällt, die nicht isochron sind.

Fig. 123.

249 Grailich macht nun folgende physiologische Hypothesen: 1) Das Element der Farbenempfindung ist eine Verschiebung des Netzhautmoleküles aus der Gleichgewichtslage und das wieder Dahinzurückkehren. Die Zeit, während welcher es aus der Gleichgewichtslage herausgerückt war, ist maßgebend für den qualitativen Charakter dieses Elementes der Farbenempfindung, gleichgültig, ob es während dieser Zeit noch andere Bewegungen ausführt, oder ob der Hin- und

Digitized by Google

Zurückgang regelmäßig oder unregelmäßig geschieht. 2) Die Quantität dieses Empfindungselementes ist zu messen durch den Flächenraum, den in der graphischen Darstellung des Hin- und Herganges das Curvenstück nebst dem betreffenden Stücke der Abscissenaxe umspannt. So z. B. würde in unserem Falle der erste Hin- und Hergang (aufwärts) der resultirenden Bewegung anzusehen sein als ein Element einer orangerothen Farbenempfindung, da die Zeitdauer *am* der halben Oscillationsdauer eines orangerothen Strahles gleichkommt, und die Intensität derselben hätte zum Maße den Flächenraum *amn*. Der zweite Hin- und Hergang (abwärts) gehörte als Element zu einer anderen Farbenempfindung, welche übrigens zufällig im Sonnenspectrum nicht vorkommt, da die Zeitdauer *mo* größer ist als die halbe Oscillationsdauer der äußersten sichtbaren rothen Strahlen. So setzt sich also die große Periode aus lauter Elementen zusammen, welche in jeder in derselben Aufeinanderfolge wiederkehren. Grailich macht 3) noch die physiologische Hypothese, die übrigens durch anderweitige bekannte Versuche gestützt wird, daß eine gemischte Farbenempfindung entstehen kann durch rasches Aufeinanderfolgen der einzelnen Eindrücke, und so würden also die gleichartigen Elemente der auf einander folgenden Perioden zunächst ebenso viele einfache Farbenempfindungen zusammensetzen, als die einzelne Periode verschiedene Elemente hat, und diese Empfindungen würden wegen der raschen wechselnden Aufeinanderfolge ihrer Elemente gemeinschaftlich zur Erzeugung des ganzen Eindruckes der Mischfarbe beitragen.

Die Periode, welche sich bildet, wenn in der erörterten Weise Indigo und Gelb (ein complementäres Farbenpaar) zusammenwirken, hat Grailich in die Elemente zerlegt, welche in folgender Tabelle verzeichnet sind. Die Zahl bedeutet die relative Intensität der Elemente, der Farbenname bezeichnet die homogene Spectralfarbe, deren halbe Oscillationsdauer der Dauer des betreffenden Elementes gleich ist. Es muß jedoch dazu bemerkt werden, daß das der Berechnung unterzogene Farbenpaar nicht ganz genau mit dem von Helmholtz als complementär bezeichneten übereinstimmt; das hier gewählte Gelb liegt näher an der Gränze des Grün; auch das hier angenommene Indigo ist etwas brechbarer als das von Helmholtz. Die Intensitäten wurden nach Frauenhofer's Angaben über die Intensitäten der Farben des Sonnenlichtes angesetzt.

109 Schwachgrünlichgelb,
97 Gelb,
84 Orangegelb,
80 Gelblichorange,
91 Schwachorangelichgelb,
105 Grünlichgelb,
101 Grünlichgelb,
105 Grünlichgelb,
91 Gelb,
80 Orange,
84 Orangegelb,
99 Gelb,

Digitized by Google

109 Grünlichgelb,
109 Grünlichgelb,
97 Gelb,
84 Orangegelb,
80 Orange,
91 Gelb,
105 Grünlichgelb,
101 Grünlichgelb,
105 Grünlichgelb,
91 Orangelichgelb,
80 Gelblichorange,
84 Orangegelb,
90 Gelb,
109 Schwachgrünlichgelb.

Wenn die physiologischen Hypothesen Grailich's richtig sind, so setzt sich hiernach der Eindruck des Weißen zusammen aus den rasch abwechselnden Eindrücken der mittleren Töne des Spectrums von Gelblichgrün bis Orange. Es wäre nun zu prüfen, ob auch bei den anderen complementären Farbenpaaren dasselbe Verhalten hervortritt, d. h. ob die für dieselben zu berechnenden größeren Perioden ebenfalls in Elemente zerfallen, die größtentheils in ihrer Dauer mit der halben Oscillationsdauer der Mitteltöne des Spectrums übereinstimmen.

250 Die Methoden, welche man früher anwenden zu dürfen glaubte, um über die Wirkungen der Farbenmischungen Aufschluß zu erhalten, bedürfen nach diesen Erläuterungen einer neuen Durchsicht. Man kann alle Methoden der Farbenmischung eintheilen in zeitliche und räumliche. Die zeitlichen bestehen darin, daß man in außerordentlich rascher wechselnder Aufeinanderfolge die zu mischenden Farbeneindrücke demselben Punkte der Netzhaut beibringt. Sie beruhen auf der soeben erwähnten Hypothese, daß nämlich ein rascher Wechsel überhaupt zu einer gemischten Empfindung führt. Ist aber diese Hypothese richtig, so haben alle die Verfahrungsarten, die zu zeitlicher Farbenmischung angewandt worden sind, nichts Ungereimtes — der Farbenkreisel, das oscillirende Prisma. Auch führen sie, wenn man gehörig homogene Farben anwendet — und das ist eine Bestätigung der zu Grunde liegenden Hypothese —, zu Resultaten, welche gut mit unseren obigen Lehrsätzen übereinstimmen. Abweichende Angaben beruhen offenbar auf mangelnder Beobachtung; so glaube ich sicher behaupten zu dürfen, daß noch nie Jemand Grün gesehen hat, wenn er auf dem Farbenkreisel Blau und Gelb mischte. Diese Methoden sind in den physikalischen Lehrbüchern mit hinlänglicher Ausführlichkeit beschrieben und bedürfen daher keiner weiteren Erörterung.

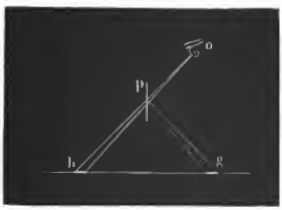
Unter den Methoden räumlicher Mischung steht natürlich als ganz vollkommen obenan diejenige, welche bereits beschrieben wurde und eben zur Gewinnung der in den vorigen Nummern mitgetheilten Resultate gedient hat. Früher hatte Helmholtz eine andere angewandt, bei der man ebenfalls sicher ist, es mit

Digitized by Google

homogenen Farben zu thun zu haben, die aber den Uebelstand hat, daß man alle Farben auf einmal übersehen muß. Er sah nämlich durch ein mit Prisma versehenes Theodolithen-Fernrohr nach einem V förmigen Spalt, so daß die beiden Spectra sich kreuzten.

Will man auf die absolute Homogeneität verzichten, so kann man sich, um sich gelegentlich ohne große Vorbereitungen von den Hauptsätzen der Farbenmischungslehre zu überzeugen, eines anderen, von Helmholtz vorgeschlagenen, sehr einfachen und sinnreichen Mittels bedienen: man sieht nach einem farbigen Punkte durch eine Glasplatte und läßt sich in derselben einen anderen gefärbten Punkt spiegeln, so daß sein Spiegelbild mit dem ersten Punkte zusammenfällt. Nebenstehende Figur 124 giebt eine deutliche Anschauung von der Methode.

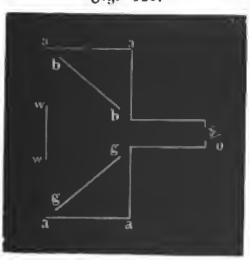
Fig. 124.



Bei *b* und *g* mag z. B. eine blaue und gelbe Oblate auf dem Tisch liegen; das Auge *o* sieht durch ein wie *p* gehaltenes Glasplättchen nach *b* und sieht *g* an derselben Stelle gespiegelt, es kommt also blaues und gelbes Licht auf dieselbe Stelle der Netzhaut; durch Veränderung der gegenseitigen Stellung kann man jedes beliebige Verhältniß zwischen den Intensitäten der beiden Lichtarten hervorbringen, wenn man nur daran denkt, daß die Intensität gespiegelten Lichtes mit dem Einfallswinkel wächst, während die Intensität durchgelassenen Lichtes mit demselben abnimmt.

Durch einen Fig. 125 dargestellten Apparat kann man auf eine weiße Fläche verschieden gefärbte Lichtmassen bringen. *aaaa* ist der senkrechte Durchschnitt eines parallelepipedischen Kastens. Er ist vorn offen bis auf einen Streifen, dessen Durchschnitt bei *ww* zu sehen ist, der eine weiße Fläche dem Inneren des Kastens zukehrt. Im Kasten können nun farbige Flächen, etwa blaues und gelbes Papier, angebracht werden, so daß z. B. *bb* der Durchschnitt des blauen, *gg* der des gelben Papieres ist; sie empfangen Tageslicht von vorn durch die Oeffnung des Kastens. Wenn im Uebrigen der Kasten inwendig gut geschwärzt ist, so fällt auf die weiße Fläche *ww* kein anderes als das von *bb* und *gg* diffus zurückgeworfene, das aber eben die betreffenden Farben, die man mischen will, hat. Die so beleuchtete Fläche betrachtet ein Auge bei *o* durch ein Ansatzstück mit einem engen Schlitze. Es ist bei diesem Instrumente sehr leicht, den mehrfach ausgesprochenen und angewandten Satz zu bestätigen, daß eine Mischfarbe allemal, selbst wenn

Fig. 125.



Digitized by Google

sie aus ziemlich benachbarten Tönen des Spectrums besteht, einen blasseren, fahleren, weniger gesättigten oder brennenden Eindruck macht als eine homogene Farbe; mit einem Worte: jede Farbenmischung enthält Weiß.

251 Wir haben jetzt noch die principielle Unzulässigkeit einer Methode nachzuweisen, deren Anwendung viel Verwirrung in die Theorie der Farbenmischung gebracht hat. Man hat bekanntlich oft Farben zu mischen geglaubt, wenn man Pigmente oder farbige Pulver mischte, oder wenn man farbige Gläser hinter einander vor das Auge brachte. Es läßt sich mit einem Worte das Unrichtige dieser Verfahrungsarten bezeichnen, wenn man bedenkt, daß man durch sie eine Subtraction von Farben ausführt, während doch eine Farbenmischung eine Addition von Farben sein soll. Daß dieser Vorwurf das Hintereinanderhalten von zwei farbigen Gläsern trifft, springt unmittelbar in die Augen. Man denke sich z. B., man sehe durch ein blaues Glas nach einem weißen Gegenstande. Das Glas absorbirt die gelben und rothen Strahlen fast vollständig, die grünen läßt es schon etwas durch, die blauen schwächt es wenig, und auch die violetten läßt es zum Theil durch; man bekommt also durch ein solches eine Lichtmasse in das Auge, in welcher die blauen Töne entschieden vorherrschen, so daß sie für den Farbeneindruck maßgebend sind; daneben tritt aber auch noch violettes und grünes Licht auf. Bringt man nun noch ein gelbes Glas vor das Auge, so wird dadurch von der beschriebenen Lichtmasse noch ein Theil subtrahirt oder ausgelöscht, denn ein gelbes Glas läßt nur rothes, gelbes und grünes Licht durch, blaues und violettes dagegen sehr wenig. Da das gelbe und rothe Licht aber bereits von dem blauen Glase fast ganz verschluckt waren, so können sie in der schließlich in das Auge gelangten Lichtmasse keinen merklichen Einfluß mehr äußern. Es wird demgemäß in derselben nur das grüne Licht, das sowohl vom blauen als vom gelben Glase in namhafter Intensität durchgelassen wird, tonangebend auftreten können. Man sieht in der That — was allgemein bekannt ist — durch zwei hinter einander gehaltene Gläser, von denen das eine blau, das andere gelb ist, einen weißen Gegenstand grün. Aber weit entfernt, daraus zu schließen, daß Grün die Mischfarbe aus Blau und Gelb sei, können wir bloß das mit Sicherheit daraus ableiten: Grünes Licht allein geht durch jedes der beiden Gläser in namhafter Intensität hindurch, während jede andere Lichtart entweder von dem einen oder von dem anderen oder von beiden Gläsern absorbirt wird. Man sieht noch besser, daß diesem Verfahren ein principieller Fehler zu Grunde liegt, wenn man sich einen extremen Fall denkt, der freilich praktisch nicht herzustellen ist. Hätte man zwei Gläser, deren jedes wirklich nur eine einzige homogene Farbe durchließe, so würde durch beide hinter einander ein weißer Gegenstand nicht etwa in der Mischfarbe dieser homogenen Farben, sondern gar nicht gesehen werden — die Zusammenstellung beider Gläser wäre eben vollkommen undurchsichtig. Versuche mit zwei hinter einander gehaltenen farbigen Gläsern widersprechen auch, weil sie eben keine Farbenmischungen sind, unserem Grundsatze von der Abfahlung durch Mischung, im Gegentheile erscheint die übrig bleibende Farbe nicht weißlicher als die Farbe der einzelnen Gläser, sondern vielmehr gesättigter und

Digitized by Google

homogener, was ganz natürlich ist, da das zweite Glas noch fernere Theile des Spectrums auslöscht, die durch das erste Glas durchgegangen waren; außerdem erscheint begreiflicherweise das übrig bleibende Licht schwächer als die durch ein Glas durchgehenden Mengen; man könnte sich bildlich so ausdrücken: es wird Schwarz zugemischt, während in einer eigentlichen Farbenmischung immer mehr oder weniger Weiß erscheint.

Wir haben den Fall zweier farbiger Gläser, obgleich derselbe wenig zu Trugschlüssen über Farbenmischung ausgebeutet worden ist, doch so ausführlich behandelt, deshalb, weil in der Mischung von farbigen Pulvern oder Pigmenten, auf welche sonst immer die ganze Lehre von der Farbenmischung gegründet wurde, ganz dasselbe Princip, wenn auch etwas versteckt, zu Grunde liegt. Fragt man nämlich, woher das Licht kommt, welches ein farbiges Pulver farbig erscheinen läßt, so kann die Antwort nur die sein: das aus dem Inneren herkommende Licht ist das gefärbte, und zwar ganz wie bei einem farbigen Glase durch Absorption, das von der Oberfläche zurückgeworfene ist im Allgemeinen weiß. Man kann jetzt also ganz wie oben schließen: Mischt man ein blaues und ein gelbes Pulver, so werden überall gelbe und blaue durchsichtige Körnchen über einander liegen, und von dem aus der Tiefe zurückgestrahlten Lichte absorbiren die blauen Körnchen die rothen und gelben Theile und lassen grüne, blaue und violette Antheile übrig; hiervon absorbiren die gelben Körnchen noch Blau und Violett, so daß nur Grün übrig bleibt. Diesem mischt sich freilich noch der schwache weiße Schimmer bei, der von dem an der äußersten Oberfläche zurückgeworfenen Lichte herrührt. Aus diesem Gesichtspunkte erklären sich alle Erscheinungen ungezwungen, die bei Mischung farbiger Pulver oder Pigmente wahrgenommen werden; vor Allem die auffallende Verdunkelung der Farben, welche bei solchen Mischungen wahrgenommen wird. Ferner erklärt sich so auch der Umstand, daß bei manchen complementären Mischungen wirklich Weiß entsteht — oder vielmehr eigentlich Schwarz. Wenn nämlich die Absorption ganz vollständig ist, d. h. wenn das eine Pulver gar keine derjenigen Lichtarten durchläßt, welche das andere durchläßt, so strahlt aus dem Inneren gar kein Licht mehr zurück und es bleibt nur das wenige von der äußersten Oberfläche reflectirte weiße Licht übrig, das auf der wegen gänzlichen Lichtmangels schwarzen Grundlage den Eindruck jenes »abscheulichen« Grau macht, das Goethe den Physikern nicht müde wurde vorzurücken. Wenn der Vorwurf sich auf diesen Versuch beschränkt hätte, so wäre er gegründet gewesen.

Digitized by Google

Siebenter Abschnitt.

Elektricitätslehre.

Erstes Capitel.

Elektrische Strömungserscheinungen in nicht prismatischen Leitern.

232 Wir legen hier durchweg die gemeiniglich angenommene Ansicht zu Grunde, nach welcher die elektrischen Strömungserscheinungen hervorgebracht werden durch das wirkliche Strömen eines Stoffes. Insbesondere schließen wir uns der Hypothese an, die zwei heterogene Fluida, die negative und positive Elektricität, anerkennt, welche immer und überall bei Strömungserscheinungen in gleichen Mengen und mit gleichen Geschwindigkeiten, aber in entgegengesetzter Richtung in Bewegung begriffen sind. Wir folgen bloß dem positiven Strome, indem wir den negativen als selbstverständlich mit Stillschweigen übergehen. In allen bekannten Leitern wird der Bewegung der Elektricität ein Widerstand entgegengesetzt, sei es nun, daß derselbe dem Reibungswiderstande, den Flüssigkeiten beim Durchströmen von Röhren erleiden, analog zu denken ist, sei es, daß er, wie Weber*) will, der Wechselwirkung der entgegengesetzten positiven und negativen Strömungen verdankt wird. Soll nun in einem Leiter ein dauernder elektrischer Strom erhalten werden, so muß an jedem Orte desselben eine Kraft wirken, welche die daselbst befindliche elektrische Masse in Bewegung setzt, denn sie würde, da ihr Beharrungsvermögen nur in verschwindend kleinem Grade zukommt, selbst wenn sie mit einer gewissen Geschwindigkeit begabt ankäme, durch den Widerstand augenblicklich zur Ruhe gebracht werden. Man setzt deshalb auch die Intensität der Strömung an jedem Punkte geradezu den hier wirkenden Triebkräften proportional. Diese treibenden Kräfte sind in der Regel die abstoßenden Wirkungen anderer gleichnamiger (resp. Anziehungen ungleichnamiger) elektrischer Massen.

Begreiflicherweise wird ein elektrisches Theilchen von irgend einem Punkte aus immer dahin getrieben werden, wo weniger Abstoßungen (resp. mehr An-

*) Elektrodynamische Maßbestimmungen, II. Heft.

Digitized by Google

ziehungen)*) wirksam sind. Es läßt sich noch näher eine von den wirksamen elektrischen Massen abhängige Größe angeben, die im Allgemeinen in einem durchströmten Leiter von Punkt zu Punkt variirt und welche die Eigenschaft hat, daß die Raschheit ihrer Abnahme von irgend einem Punkte aus nach irgend einer Richtung hin geradezu die Triebkraft mißt, die das in diesem Punkte befindliche Theilchen nach dieser Richtung hin zu bewegen strebt. Diese Größe, die offenbar mit dem, was man bei Flüssigkeitsströmen Druck nennt, viele Analogie zeigt, nennt man »Spannung«. Wir können also den ausgesprochenen Satz noch so ausdrücken: ein elektrisches Theilchen strömt immer von Punkten höherer zu Punkten niederer Spannung. In früherer Zeit nahm man mit Ohm**), dem Begründer der ganzen Theorie der galvanischen Kette, an, die Spannung sei in jedem Punkte des Leiters gleichbedeutend mit der in diesem Punkte angehäuften freien (d. h. nicht durch ein gleiches Quantum entgegengesetzter Elektricität neutralisirten) Elektricitätsmenge. In der That würde diese Hypothese richtig sein, wenn die elektrischen Abstoßungskräfte nur in unendlich kleinen Entfernungen wirksam wären, es könnte alsdann nur an Ort und Stelle angehäufte freie Elektricität eine Spannung hervorbringen. Man weiß aber, daß die elektrischen Abstoßungen auch auf endliche Abstände wirken, und es muß daher die Spannung an jedem einzelnen Punkte ebensowohl von fernen elektrischen Massen abhängen, als von den im Punkte selbst befindlichen. Man***) nimmt sogar jetzt allgemein, im Einklange mit den Principien der Elektrostatik, an, daß auch in einem durchströmten Leiter niemals Anhäufungen freier Elektricität an Punkten des Inneren vorkommen können, daß vielmehr hier überall und immer gleiche Mengen positiver und negativer Elektricität (freilich in entgegengesetzter Richtung bewegt) vorhanden sein müssen. Ansammlungen freier Elektricitätsmengen können nur an der Oberfläche vorkommen. Die nähere Definition der Spannung kann hier nicht gegeben werden, man sieht nur so viel, daß sie eine Größe ist, die mit der Vertheilung der freien elektrischen Massen in einem mathematisch angebbaren Zusammenhange steht. In einem bestimmten Leiter mit bestimmter Vertheilung freier Elektricität an der Oberfläche hat sie für jeden Punkt im Inneren einen angebbaren Werth; sie ist — wie der Mathematiker sich ausdrückt — eine Function der Lage des Punktes oder seiner Coordinaten. Es mag noch bemerkt sein, daß die Function, welche die Spannung in den Coordinaten des Punktes ausdrückt, in der Kunstsprache der Mathematik Potentialfunction heißt.

Wir denken uns jetzt einen Leiter mit irgend einer Vertheilung freier 253
Elektricität an der Oberfläche, die verschiedene Spannungen an verschiedenen Stellen seines Inneren zur Folge hat. Augenblicklich wird die Elektricität von

*) Der Kürze wegen soll im Folgenden im Zweifel immer nur von Abstoßungen die Rede sein und als selbstverständlich hinzugedacht werden, daß die gleiche Wirkung auch durch Anziehungen ungleichnamiger elektrischer Massen hervorgebracht werden kann.

**) Die galvanische Kette mathematisch behandelt.

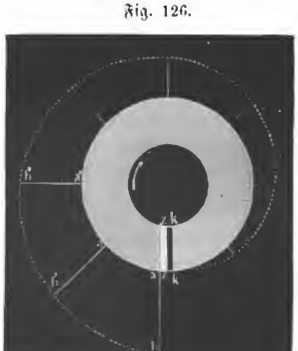
***) Kirchhoff in Poggend. Annal. Bd. 64. S. 497.

Digitized by Google

allen Punkten höherer Spannung zu den benachbarten Punkten niedrigerer Spannung hinfließen und daselbst die Spannung vermehren. Dies wird so lange dauern, bis sich die Spannungen durch den ganzen Leiter ausgeglichen haben, d. h. an jedem Punkte derselben dieselbe Spannung herrscht. Von diesem Momente an wird Ruhe stattfinden, die nur dann einer neuen Bewegung Platz machen würde, wenn sie von außen gestört wird. Der Vorgang wäre dem vergleichbar, wenn in einem Augenblicke Wassermassen am oberen Ende eines geneigten Canales angehäuft sich selbst überlassen werden. Einer Stelle höherer Spannung des Leiters entspricht eine höher gelegene Stelle des Canales. Jedes Wassertheilchen wird nämlich von der höheren Stelle zur tieferen streben, und es tritt Ruhe ein, wenn die Wassermasse sich in der tiefsten Gegend des Canales gesammelt hat, so daß jedes Theilchen den tiefsten Stand, dessen es unter den angenommenen Bedingungen fähig ist, einnimmt. In diesem Wassercanale wird aber sofort ein andauernder Strom Platz greifen, wenn eine der Schwere des Wassers fremde Kraft vorhanden ist, die das unten angekommene Wassertheilchen wieder zu einem höher gelegenen Punkte, zum oberen Anfange des Canales emporhebt. Eine entsprechende Bedingung muß nun auch erfüllt sein, wenn ein andauernder elektrischer Strom zu Stande kommen soll. Es genügt nicht, daß in irgend einem Anfangszeitpunkte verschiedene Spannungen im Leiter stattfanden, denn diese würden sich ausgleichen; es muß vielmehr an irgend einer Stelle desselben eine fremde Kraft ihren Sitz haben, die den elektrischen Abstoßungen zum Trotz ein elektrisches Massentheilchen von einem Punkte geringerer Spannung immer wieder zu einem benachbarten Punkte höherer Spannung hintreibt. Solche Kräfte, deren Wesen uns zwar völlig unbekannt ist, deren Existenz aber fest steht, nennen wir elektromotorische Kräfte.

Sei in Fig. 126 der schraffirte Ring ein geschlossener Leiterkreis zweiter Classe (etwa aus Wasser), in den an einer Stelle ein Zinkkupferplattenpaar bei *zk* eingeschaltet ist. Sei nun die Vertheilung freier Elektricität an der Oberfläche des Ringes so beschaffen, daß die Spannungen in allen Punkten eines Querschnittes gleich, aber von Querschnitt zu Querschnitt derart variiren, daß sie vom Zink an links herum stetig abnehmen, den im Kreise herum gemessenen Entfernungen von *z* proportional. Die punktirte Linie *b*, *b'*, *b''* ꝛc. stellt diese Anordnung der Spannungen graphisch dar, indem die Länge der Linien *ab*, *a'b'* ꝛc. die Spannungen der Querschnitte bei *a*, *a'* ꝛc. messen soll. In diesem System würde ohne elektromotorische Kraft ein ausgleichender Strömungsvorgang entstehen, der überall Elektricität von

Fig. 126.



Digitized by Google

Punkten höherer zu solchen niederer Spannung führen würde, also im Allgemeinen in der Richtung des Pfeiles, nur bei z auch in entgegengesetzter, weil hier auch nach rechts ein Punkt niederer Spannung angränzt. Nun hat aber an der Berührungsstelle*) zwischen Zink und Kupfer eine elektromotorische Kraft ihren Sitz, welche vom Kupfer zum Zink positive Elektricität hinüberschafft, selbst wenn daselbst eine höhere Spannung schon herrscht. Ist sie so groß, daß sie gerade Gleichgewicht hält dem Bestreben des elektrischen Theilchens bei z, was ihm vermöge der Spannung ab zukommt, nach dem benachbarten Punkte k, der die Spannung Null**) hat, überzufließen, so wird sie jedes von rechts her neu ankommende Theilchen, weil dasselbe die Spannung in k vergrößert und also die ihr entgegenstehende Differenz vermindert, hinüber nach z schaffen, und es entsteht jetzt ein continuirlicher Strom. Von jedem Punkte höherer Spannung wird in der Richtung des Pfeiles Elektricität zu Punkten niederer Spannung gefördert durch die der Elektricität eigenen abstoßenden Kräfte, und bei kz wird durch die elektromotorische Kraft Elektricität von Punkten niederer zu Punkten höherer Spannung getrieben.

Dem Leser dürfte wohl die Vorstellung vom Blutkreislaufe eines Thieres 254
geläufiger sein als die von elektrischen Strömen. Ich will daher auf die Analogie dieser beiden Vorgänge hier noch aufmerksam machen, obwohl es eigentlich eine Erläuterung eines Einfacheren durch ein Verwickelteres ist; denn in der That ist der Blutkreislauf, selbst auf sein einfachstes Schema (siehe Nr. 106) zurückgebracht, noch immer unvergleichlich verwickelter als der hier betrachtete elektrische Strömungsvorgang. Die Analogie stellt sich heraus, wenn wir an die Stelle des elektrischen, in sich selbst zurückkehrenden Leiters das ebenfalls ringförmig geschlossene Gefäßsystem setzen (und zwar wollen wir uns, was ja am Wesen des Vorganges nichts ändert, den kleinen Kreislauf ausgeschaltet denken, so daß das Blut aus dem rechten Vorhofe unmittelbar in den linken Ventrikel käme), an die Stelle der strömenden Elektricität das strömende Blut. Den Druckdifferenzen im Gefäßsystem entsprechen nun offenbar die Spannungsdifferenzen in der geschlossenen galvanischen Kette; denn wie das Blut immer von Punkten höheren

*) Ich folge im Texte der strengen Contacttheorie, nicht weil ich sie für richtig halte, sondern weil sie am bequemsten eine anschauliche Formulirung zuläßt. Es wird dem, welcher die chemische Theorie vorzieht, leicht sein, durch Verlegung des Sitzes der elektromotorischen Kraft (deren Natur doch immer dieselbe bleiben müßte) an eine andere Stelle das hier Vorgetragene in seine Anschauungsweise zu übersetzen.

**) Um Mißverständnissen zu begegnen, sei noch besonders bemerkt, daß keineswegs nothwendig auf der einen Seite der elektromotorischen Fläche die Spannung Null zu sein braucht, sie kann vielmehr, je nach der Natur des besonderen Falles, jeden beliebigen positiven oder auch negativen Werth haben. Ja man kann sogar in jedem Falle, in Gedanken sowohl wie in Wirklichkeit, an irgend einem Punkte (also auch an der einen Seite der elektromotorischen Fläche) ganz willkürlich über den Werth der Spannung verfügen; dadurch ist dann aber in diesem bestimmten Falle über die Spannungen in allen anderen Punkten mitverfügt, weil mit dem Strömungsvorgange eben die Spannungsdifferenzen von Punkt zu Punkt, nicht aber die absoluten Werthe derselben in einem nothwendigen Zusammenhange stehen.

Digitized by Google

Druckes zu solchen niederen Druckes — von der Aorta zu den Zweigen, von den Zweigen zu den Capillaren, von den Capillaren zu den Venen, von den Venen zum Hohlvenensacke — strömt, so strömt die Elektricität beständig von Punkten größerer zu Punkten geringerer Spannung. Man könnte geradezu in Fig. 126 den Ring das Gefäßsystem darstellen lassen; dann wäre die daselbst gezeichnete Curve der Spannungen die Curve der Drucke, und man müßte bei *zz* den Aortenanfang, bei *kk* den Hohlvenensack denken. Endlich wäre die Kraft des Herzens das Analogon zur elektromotorischen Kraft. Wie sich im Gefäßsysteme sofort der Druck ausgleichen und der Strom aufhören würde, wenn nicht beständig der Herzmuskel, dem Ausgleichungsbestreben zum Trotze, durch seine Kräfte Blut aus dem Hohlvenensacke in den Aortenanfang, also von Punkten niederen zu Punkten höheren Druckes hinschaffte, so würden sich in der galvanischen Kette die Spannungen ausgleichen und der Strom aufhören, wenn nicht beständig die elektromotorische Kraft Elektricität von einem Punkte geringerer zu einem Punkte größerer Spannung, ebenfalls dem eigenen Bestreben des Theilchens zum Trotze, hintriebe.

255 Es ist jetzt leicht ersichtlich, daß die eine Bedingung für einen continuirlichen Strom, nämlich die beharrenden Spannungsdifferenzen von Punkt zu Punkt, sich sofort von selbst erfüllen muß, sowie die andere erfüllt ist, daß irgendwo im Leiter eine elektromotorische Kraft ihren Sitz hat. Nur darf die elektromotorische Kraft nicht ihren Sitz in einer solchen Fläche haben, welche den ganzen Leiter in zwei Theile so theilt, daß man vom einen zum anderen auf keinem Wege kommen kann, der nicht die Fläche durchschneidet, oder mit anderen Worten: wenn durch eine elektromotorische Kraft ein dauernder Strom entstehen soll, so muß es im Leiter Wege geben, die von der einen Seite der elektromotorischen Fläche zur anderen hinführen, ohne die Fläche selbst zu durchsetzen.

Wir dachten bisher, ohne es ausdrücklich zu verabreden, gleichsam unwillkürlich an eine ringartige Anordnung des Leiters. Wenn bei einer solchen, wie Fig. 126 angenommen war, ein ganzer Querschnitt elektromotorisch wirksam ist, so fließt offenbar die Elektricität in einer Richtung; alle elektrischen Massentheilchen beschreiben kreisförmige, der Axe des Ringes parallele Bahnen, weil eben nur dieser eine Weg von der einen Seite der elektromotorischen Fläche zur anderen führt, ohne sie selbst zu durchsetzen. Dieser Fall wäre eine lineäre Elektricitätsbewegung, denn offenbar wird an den Gesetzen dieser Bewegung nichts geändert, wenn man den ganzen Leiter sich auf eine Linie ohne Querschnitt zusammenschrumpfen läßt.

Wir wollen uns im Gegentheile jetzt einen irgendwie gestalteten Leiter denken und irgendwo in demselben eine elektromotorische Kraft ihren Sitz aufschlagen lassen. Wenn im ersten Augenblicke noch Alles im Gleichgewicht war, so wird jetzt die erwachende elektromotorische Kraft anfangen, Elektricität von der einen Seite der Fläche, in der sie sitzt, nach der anderen hinzuschaffen; dadurch wird hier die Spannung vergrößert, dort verringert. Diese Spannungsdifferenz wird, vermöge der eigenen elektrischen Abstoßungskräfte — wie wir oben sahen — streben, sich auszugleichen. Die so in Bewegung gesetzten elektri-

Digitized by Google

schen Massen werden offenbar auf allen Wegen, die ihnen offen stehen, ohne die elektromotorische Fläche zu durchsetzen, von deren einer Seite zu der anderen hinfließen, um dann wieder von der elektromotorischen Kraft nach der ersteren durch die Fläche selbst hindurchgeführt zu werden. Offenbar wird sich alsbald ein beharrender Zustand von selbst herstellen, der jedem Punkte des Leiters eine bestimmte Spannung vorschreibt, so daß dieselbe an der elektromotorisch wirksamen Fläche sich sprungweise ändert. Diese unstetige Differenz müßte wieder, wie im obigen Beispiele, gerade so groß sein, daß die dadurch wachgerufenen Abstoßungskräfte der elektromotorischen Kraft das Gleichgewicht halten; d. h. ein elektrisches Theilchen in der Fläche, die Sitz der elektromotorischen Kraft ist, gelegen, muß vermöge der Spannungsdifferenz ebenso stark nach der einen Seite durch die Fläche hindurchgedrückt werden, wie es durch die elektromotorische Kraft nach der entgegengesetzten Seite gedrückt wird. So lange dies noch nicht der Fall wäre, würde ja in der That durch die elektromotorische Kraft mehr Elektricität hinübergeführt, als der elektrische Strom herbeiführt.

Man sieht ebenso leicht, wie die Vertheilung der Spannungen sich im Allgemeinen an den übrigen Punkten des Leiters gestalten müsse. Sie müssen nämlich offenbar so angeordnet sein, daß die durch Spannungsdifferenzen in jedem Punkte wach gerufenen bewegenden Kräfte daselbst eine Bewegung erzeugen, die folgender Bedingung unterworfen ist: Denken wir uns irgendwo im Leiter ein vollständig begränztes, unendlich kleines Volum, so wird vermöge der zwischen ihm und seinen Nachbarpunkten bestehenden, theils positiven, theils negativen Spannungsdifferenzen von manchen Seiten her Elektricität in das abgegränzte Volumtheilchen ein-, nach anderen solche ausströmen. Die Bedingung für den beharrenden Strömungszustand ist nun die, daß — wo man auch das Volumtheilchen greifen möge — die von den negativen Spannungsdifferenzen abhängigen einströmenden Elektricitätsmengen gleich sind den während derselben verschwindend kleinen Zeit nach anderen Seiten ausströmenden Mengen; denn offenbar kann sich unter dieser Bedingung nirgend mehr die Spannung und folglich auch nirgend mehr der Strömungsvorgang ändern. Daß *) sich aber diese Vertheilung der Spannungen in irgend einem Leiter mit einer elektromotorischen Stelle, den man in irgend einem anderen Anfangszustande sich selbst überläßt, ohne äußeres Zuthun alsbald herstellt, ist ebenfalls leicht zu sehen. Gesetzt, für irgend ein willkürlich gegriffenes Volumtheilchen wäre die Bedingung noch nicht erfüllt, es überwögen etwa noch die einströmenden Massen die ausströmenden; dann würde sich hier die Spannung vermehren, und dadurch würden alle negativen Spannungsdifferenzen gegen außerhalb gelegene Nachbarpunkte an absolutem Werthe vermindert werden. Da aber mit diesen der Zufluß gleichzeitig zu- und abnimmt, so würde er durch die Spannungsvermehrung selbst

*) Das Folgende macht keinen Anspruch auf absolute Strenge. Uebrigens können wir uns hier einer strengen theoretischen Beweisführung um so eher entschlagen, als das Zustandekommen eines beharrlichen Stromes in einem mit elektromotorischen Kräften ausgerüsteten Leiter von einem beliebigen Anfangszustande aus wenigstens durch Erfahrung hinlänglich fest steht.

Digitized by Google

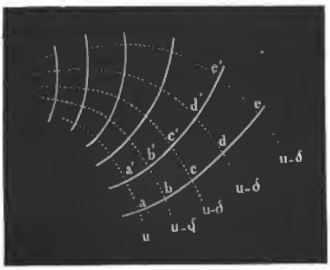
verringert werden, bis er zuletzt mit dem aus demselben Grunde wachsenden Abfluß ins Gleichgewicht käme. Dasselbe gilt aber von allen anderen Punkten, wo noch eine Abweichung von der Bedingung in demselben Sinne vorkäme. Natürlich gilt das Umgekehrte von Punkten, wo die Abweichung von unserer Bedingung im entgegengesetzten Sinne statt hat; d. h., wo der Zufluß den Abfluß überwiegt, da *vermindert* sich die Spannung so lange, bis der Abfluß dem Zufluß gleich geworden ist.

256 Die soeben ausführlich besprochene Bedingung kann als Differentialgleichung geschrieben werden und bildet alsdann die allgemeinste Grundlage der mathematischen Theorie elektrischer Strömungsvorgänge. Wir müssen hier natürlich darauf verzichten, dieselbe in der einfachen und übersichtlichen Form algebraischer Symbolik weiter zu entwickeln; wir können nur noch einige allgemeine Folgerungen durch unmittelbare Anschauung ziehen. Man sieht, die weitere Entwickelung unserer Grundbedingung muß dazu führen, daß man sagen kann, an einem bestimmten Punkte des Leiters (dessen Coordinaten die bestimmten Werthe a, b, c haben) hat die Spannung einen bestimmten Werth u. Kurz, man muß die Spannung als »Function der Coordinaten« herstellen; es muß $u = f(x, y, z)$ sein, wo $f(x, y, z)$ eine gewisse algebraische Verwickelung der Coordinaten x, y und z bedeutet, die einen bestimmten Werth bekommt, wenn man darin x, y, z bestimmte Werthe giebt. Man wird nun unter den gesammten Punkten des Leiters Systeme von Punkten *gleicher Spannung* herausfuchen können. Ein solches wird allemal eine Fläche sein, die wir eine »*isoelektrische*« Fläche nennen wollen. Keine isoelektrische Fläche kann den ganzen Leiter in zwei vollständig begränzte Stücke theilen, man muß vielmehr immer von einer Seite einer solchen zur anderen kommen können, ohne sie zu durchsetzen. Die Aufsuchung dieser Flächen hat keine Schwierigkeit mehr, sobald die soeben erwähnte Function $u = f(x, y, z)$ wirklich hergestellt ist. Wollte man z. B. die Fläche finden, in deren sämmtlichen Punkten die Spannung einen bestimmten constanten numerischen Werth, den wir durch *const.* bezeichnen wollen, hat, so brauchten wir nur *const.* $= f(x, y, z)$ zu setzen und die zusammengehörigen Werthe von x, y, z herauszusuchen, welche diese Gleichung befriedigen; sie müssen Punkten *einer* continuirlichen Fläche angehören. Man muß wohl beachten, daß, da man den numerischen Werth *const.* durch unendlich kleine Zuwachse verändern kann, die Anzahl der isoelektrischen Flächen unendlich groß ist und daß sie ein System von Flächen gleicher geometrischer Natur bilden, die den ganzen Leiter in unendlich dünne Schichten zerlegen. Schneiden können sich zwei isoelektrische Flächen nicht, weil ja sonst an der Stelle des Durchschnittes zwei verschiedene Spannungen statt haben müßten. Diese Flächen sind nun von der größten Wichtigkeit, weil auf ihrer Kenntniß die Kenntniß der Strömungscurven oder (wenn man die Analogie mit Flüssigkeitsströmen betonen will) Stromfäden beruht. So nennen wir jeden Weg, den *eine* bestimmte unendlich kleine elektrische Masse wirklich zurücklegt. Offenbar sind die Strömungscurven solche, die auf den isoelektrischen Flächen überall senkrecht stehen. Durch diese Definition sind sie aber ganz bestimmt gegeben, so daß jede einzelne verzeichnet werden kann, wenn man

Digitized by Google

einen ihrer Punkte kennt. Es gehöre z. B. die mit u bezeichnete punktirte Linie, Fig. 127, derjenigen isoelektrischen Fläche an, in welcher die Spannung u (unter u ist hier ein bestimmter numerischer Werth zu verstehen) herrscht; die benachbarte punktirte Linie gehöre derjenigen isoelektrischen Fläche an, wo die Spannung äußerst wenig von u verschieden, $= u - \delta$ ist, u. s. w. Wir denken uns jetzt eine unendlich kleine elektrische Masse bei a; sie wird nach Punkten niederer Spannung hinstreben; nach allen in der Fläche u begriffenen Richtungen liegen aber am Punkte a andere Punkte gleicher Spannung an, daher in allen diesen Richtungen keine Kraftcomponenten wirksam sind; nur in der bei a zur Fläche u senkrechten Richtung ab (die eine ganz bestimmte ist) nimmt die Spannung ab. Die elektrische Masse kann sich deshalb nur senkrecht gegen die Fläche u von dieser entfernen, wird also auf dem Wege ab nach der isoelektrischen Fläche $u - \delta$ gelangen.

Fig. 127.



Von dieser entfernt sie sich wiederum senkrecht u. s. w., so daß sie über c und d nach e gelangt. In der Figur 127 sind noch einige Strömungscurven als ausgezogene Linien gezeichnet. Es ist übrigens zu beachten, daß keineswegs das ganze Fig. 127 gezeichnete Liniensystem nothwendig in einer Ebene begriffen sein muß. Streng genommen sind nun die Stromfäden nicht Linien, sondern vielmehr unendlich enge canalartige Räume, welche nothwendig ringartig geschlossen in sich zurücklaufen, so daß die darin strömende Masse immer wieder zu ihrem Ausgangspunkte zurückkehrt, um den Kreislauf von Neuem zu beginnen. Sie muß auf diesem Wege auch nothwendig einmal die Fläche schneiden, in welcher die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, denn sonst könnte sie ja nicht von einem Orte geringerer Spannung wieder zu einem höheren gelangen. Ein solches Strombett kann sich nun stellenweise erweitern und verengern, so daß dieselbe Elektricitätsmenge bald über einen größeren Raum verbreitet, bald in einem engeren zusammengedrängt ist. Ein Bild davon kann schon die Fig. 127 gewähren, wenn man die beiden Linien ae und $a'e'$ so nahe zusammen denkt, daß auf beiden kein wesentlich verschiedener Vorgang statt haben und daß man folglich den zwischen ae und $a'e'$ begriffenen Raum als elementares Strombett denken kann; es erweitert sich, wie man sieht, von aa' gegen ee' hin.

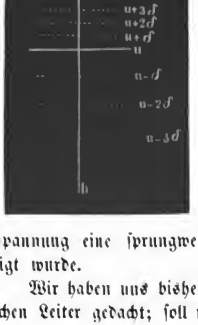
Wir haben hiermit die ganze Strömung in dem beliebig gestalteten Leiter aufgelöst in ein System von einzelnen, in sich geschlossenen Stromfäden, von denen jeder für sich durch eine isolirende Scheidewand abgegränzt sein dürfte, ohne daß dadurch irgend etwas an dem ganzen Strömungsvorgange geändert würde; denn die in der einzelnen Strombahn kreisende Elektricität hat so wie so gar nicht das Streben, dieselbe zu verlassen, und würde also durch eine hinzu-

Digitized by Google

gedachte isolirende Wandung nicht behindert. Jeden solchen Stromfaden kann man nun nach den Ohm'schen*) Principien wie einen geschlossenen linearen Leiter behandeln und die Intensität der darin vorhandenen Strömung bestimmen. Sie ist als die Elektricitätsmenge, welche während der Zeiteinheit einen Querschnitt der Strombahn durchsetzt, natürlich überall in einer solchen gleich groß und findet sich bekanntlich als der Quotient der in der Strombahn wirksamen elektromotorischen Kraft, dividirt durch den ganzen Leitungswiderstand, welchen die Bahn bietet*). Nicht so ist die Stromdichtheit an allen Stellen einer elementaren Strombahn gleich groß; sie ist dem, wie wir sahen, variabelen Querschnitte derselben umgekehrt proportional.

257 Neben der bisher entwickelten Grundbedingung giebt es noch drei Nebenbedingungen für das Bestehen eines beharrlichen Stromes. Sie würden bei einer mathematischen Behandlung des Problems gleich von Anfang an in die Rechnung eingegangen sein und auf die besondere Gestalt der gefundenen Strömungscurven von wesentlichem Einfluß gewesen sein. Die eine, deren Nothwendigkeit eigentlich ohne Weiteres einleuchtet, lautet so: Die äußere Oberfläche des ganzen Leiters muß selbst eine Strömungsfläche, sie muß ein System von continuirlich neben einander liegenden Strömungscurven sein, oder, was dasselbe sagt: alle isoelektrischen Flächen, welche überhaupt die äußere Oberfläche des Leiters schneiden, müssen dieselbe senkrecht schneiden. Diese Bedingung drückt eben einfach aus, daß die Elektricität sich nicht über die äußere Gränze des Leiters hinaus fortpflanzt. — Die andere Bedingung bezieht sich auf solche Stellen des Leiters, wo Theile von verschiedener Leitungsfähigkeit an einander stoßen, ohne daß daselbst eine elektromotorische Kraft säße. Gränzt z. B. bei *u*, Fig. 128, eine Substanz geringerer Leitungsfähigkeit (oben) an eine andere größerer (unten), so müssen isoelektrische Flächen gleicher Spannungsdifferenz oben näher an einander liegen als unten, so daß auf dieselbe Wegstrecke der Strömungscurve (*ab*) entlang oben eine größere Spannungsdifferenz — und somit eine größere treibende Kraft — kommt als unten. Im oberen Theile geringerer Leitungsfähigkeit ist ja in der That eine bedeutendere Triebkraft nothwendig als im unteren, damit in jedem Augenblicke ebensoviel Elektricität gegen ein Flächenelement bei *u* hingeschafft wird, als sich davon nach unten entfernt. Die dritte Hülfsbedingung endlich sagt aus, daß an jedem Punkte, wo eine elektromotorische Kraft sitzt, die Spannung eine sprungweise Aenderung erleidet, wie schon weiter oben gezeigt wurde.

Fig. 128.



258 Wir haben uns bisher nur eine elektromotorische Stelle in dem körperlichen Leiter gedacht; soll nun nach der im allgemeinsten Umrisse hier vorgetra-

*) Siehe Bd. II. unter der Ueberschrift: Ohm'sches Gesetz.

genen Theorie der Strömungsvorgang in einem Leiter mit mehreren elektromotorischen Stellen beurtheilt werden, so ist sie noch durch ein neues Princip zu vervollständigen, das sich übrigens aus den aufgestellten Grundsätzen mathematisch ableiten läßt — das Princip »der Superposition der elektrischen Ströme« *). Das Princip wird in folgender Form ausgesprochen wenigstens einigermaßen anschaulich und wahrscheinlich sein. Denken wir uns zuerst alle elektromotorischen Kräfte bis auf die erste weg und berechnen für jeden Punkt des Leiters die Spannung, welche ihm jene, allein vorhanden, ertheilen würde. Denken wir uns zweitens alle elektromotorischen Kräfte weg, außer der zweiten, und berechnen wieder die Spannungen für alle Punkte des Leiters. Kurz, berechnen wir jedesmal, so viele elektromotorische Kräfte vorhanden sind, die Spannungen, welche jede derselben einzeln in allen Punkten hervorbringen würde. Die Spannung, die in irgend einem Punkte des Leiters herrscht, wenn alle elektromotorischen Kräfte zusammen wirken, ist nun die algebraische **) Summe der sämmtlichen Spannungen, welche daselbst vorhanden sein würden, wenn die elektromotorischen Kräfte einzeln vorhanden wären.

Bloß ein anderer Ausdruck für dasselbe Princip ist es, wenn man in Beziehung auf die Stromelemente sagt: Das in einem Punkte durch mehrere elektromotorische Kräfte hervorgebrachte Stromelement ist nach Richtung und Größe gleich der Resultante der als Kräfte nach der Regel des Parallelogramms behandelten Stromelemente, welche an demselben Punkte die einzelnen elektromotorischen Kräfte allein wirksam hervorbringen würden. Stellte also z. B. die Linie pa (Fig. 129) nach Richtung und Größe das Stromelement vor, welches in p unter dem alleinigen Einflusse einer elektromotorischen Kraft A vorhanden wäre. Wäre ebenso pb das daselbst vorhandene Stromelement, wenn nur die Kraft B wirkte, so würde unter dem gemeinsamen Einfluß von A und B in p ein Stromelement fließen, das nach Richtung und Größe durch die Diagonale pr dargestellt würde.

Fig. 129.

Nach diesen Vorbereitungen wollen wir einige besondere Strömungsvor- 253
gänge ***), die in das Verständniß der thierisch elektrischen Erscheinungen einführen, etwas genauer betrachten. Wir beginnen mit der von du Bois als flaches Erregerpaar bezeichneten Vorrichtung. Der Boden eines parallelepipedischen Gefäßes sei zur Hälfte mit einer Zink-, zur anderen Hälfte mit einer Kupferplatte bedeckt, welche — beide rechteckig — in einer zu den längeren Seitenwänden des Gefäßes senkrechten Linie zusammenstoßen. Das ganze Gefäß ist

*) Von Smaasen zuerst ausgesprochen (Poggend. Annal. Bd. 69. S. 161); von du Bois-Reymond angewandt (Untersuchungen über thierische Elektricität Bd. I. S. 647); von Helmholtz zuerst allgemein bewiesen (Poggend. Annal. Bd. 89. S. 212).

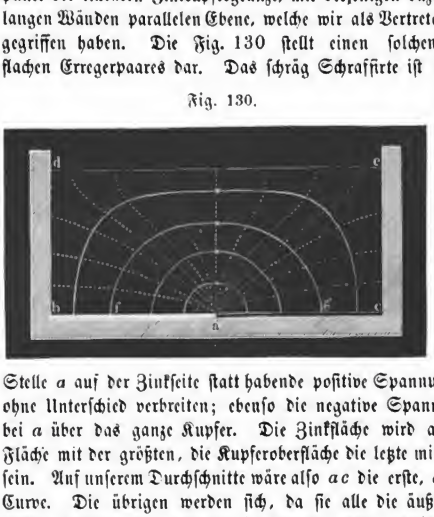
**) D. h. negative Spannungen sind als Subtrahenden zu behandeln.

***) Du Bois-Reymond, Untersuchungen. Bd. I. Abschn. 3. §. 2.

Digitized by Google

mit einer elektrolytischen Flüssigkeit, etwa mit Wasser, gefüllt. Alle Bedingungen zum Entstehen von elektrischen Strömungen sind hier gesetzt, denn man hat eine elektromotorisch wirksame Berührung heterogener Metalle und außerdem noch leitende Verbindung zwischen anderen Stellen der beiden Metalle hergestellt durch Leiter zweiter Classe, d. h. Elektrolyten. Zwei Besonderheiten dieser Vorrichtung fallen sofort in die Augen. Die Fläche, in welcher die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, ist auf eine Linie ohne Breite zusammengeschrumpft, wenigstens wenn man die Dicke der Metallplatten gegen die Höhe der darüber stehenden Flüssigkeit vernachlässigt. Diese elektromotorische Linie ist die Berührungslinie der Zink- und Kupferplatte. Sie muß nach unseren oben aufgestellten Grundsätzen von allen Strömungscurven geschnitten werden. Zweitens: Alles, was in einer den langen Wänden des Gefäßes parallelen Ebene vorgeht, ereignet sich genau ebenso in jeder anderen. Wir brauchen also nur die Elektricitätsbewegung nach zwei Ausmessungen in einer solchen Ebene zu verfolgen; sofort haben wir darum nicht mehr von isoelektrischen Flächen, sondern von isoelektrischen Curven zu sprechen, und die elektromotorisch wirksame Stelle zieht sich nun gar auf einen Punkt zurück, nämlich den Durchschnittspunkt der linearen Zinkkupfergränze, mit derjenigen dazu senkrechten und zu den langen Wänden parallelen Ebene, welche wir als Vertreterin aller solchen herausgegriffen haben. Die Fig. 130 stellt einen solchen Längendurchschnitt des flachen Erregerpaares dar. Das schräg Schraffirte ist die Wand; *bced* ist der Binnenraum; von *b* bis *a* erstreckt sich am Boden die Kupferplatte, von *a* nach *c* die Zinkplatte. Da die Metalle der Ausgleichung elektrischer Spannungen nur einen verschwindenden Widerstand entgegensetzen, im Vergleich mit dem Wasser, so wird sich die an der elektromotorischen Stelle *a* auf der Zinkseite statt habende positive Spannung über das ganze Zink ohne Unterschied verbreiten; ebenso die negative Spannung auf der Kupferseite bei *a* über das ganze Kupfer. Die Zinkfläche wird also die erste isoelektrische Fläche mit der größten, die Kupferoberfläche die letzte mit der kleinsten Spannung sein. Auf unserem Durchschnitte wäre also *ac* die erste, *ab* die letzte isoelektrische Curve. Die übrigen werden sich, da sie alle die äußere Begränzung senkrecht treffen müssen, etwa wie die in der Fig. 130 gezeichneten punktirten Linien ausnehmen. Senkrecht zu diesen steht das System der Strömungscurven in der Figur ausgezogen. Durch Pfeilspitzen in der Mitte ist die Richtung der Strömung in ihnen angedeutet. Man sieht, daß diese Curven, wie die Theorie verlangt, sich nach außen immer mehr der äußeren (gebrochenen) Begränzungs-

Fig. 130.



Digitized by Google

linie des ganzen Leiters anschließen. Zu jeder Strömungscurve ist übrigens noch als Schluß des Kreislaufes das zwischen ihren Endpunkten enthaltene Stück der Linie *bc* zu rechnen. So z. B. besteht die dritte Strömungscurve von *a* aus gerechnet aus dem gekrümmten Stücke, das die punktirten Linien senkrecht schneidet, und aus dem geraden Linienstücke *fg*, so daß sie im Ganzen einen in sich geschlossenen Ring darstellt. In der That verfolgen wir ein diese Bahn durchlaufendes elektrisches Theilchen: bei *g* verläßt es, durch die hier herrschende größte positive Spannung gedrückt, das Zink, durchsetzt alle isoelektrischen Curven senkrecht, indem es immer von einer solchen höherer zu einer niederer Spannung getrieben wird, so gelangt es endlich bei *f* zur Kupferoberfläche; in derselben schießt es gleichsam momentan im Vergleich zu der Zeit, die es brauchte, auf dem Wege durch die Flüssigkeit — nach der elektromotorischen Stelle *a* hin, und wird hier durch die elektromotorische Kraft von der Kupferseite auf die Zinkseite, der dort herrschenden höheren Spannung zum Trotze, hinübergeschafft; ebenso momentan gleitet es an der Zinkfläche wieder nach *g* hin, um den geschilderten Kreislauf von Neuem zu beginnen.

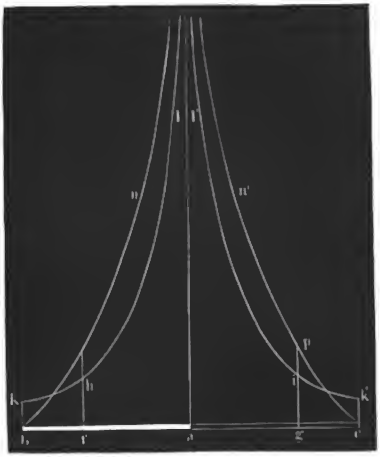
Was die Intensität der Strömung in den einzelnen Strömungscurven unserer Vorrichtung betrifft, so läßt sich nur wenig darüber aus unmittelbarer Anschauung sagen. So viel sieht man auf den ersten Blick, daß die Strömungscurven, je weiter sie beiderseits von *a* entfernt auf den Metallen aufstehen, einen um so schwächeren Strömungsvorgang führen müssen, weil sie bei gleicher elektromotorischer Kraft eine um so größere Länge und folglich einen um so größeren Leitungswiderstand besitzen. Die Strömungscurve unmittelbar um den Punkt *a* herum sollte theoretisch, weil sie unendlich kurz ist, einen unendlich starken Strom führen; doch »kann dies Unendlichwerden« — um mit du Bois-Reymond's Worten zu reden — »ebensowenig stattfinden, als die gewöhnliche Ohm'sche Formel sich verwirklicht finden kann, wenn man den Nenner derselben gleich Null setzt; es ist deutlich, daß man in Gedanken die Bedingung festzuhalten hat, dieser Nenner (der Widerstand, der Wegstrecke direct proportional) könne nie Null werden, nie unter den Werth einer sehr kleinen Constanten sinken, welche den Widerstand ausdrückt, den ein aus drei kleinsten einander berührenden Theilen der drei ungleichartigen Stoffe dem Strome darbietet«.

Bedeutet in Fig. 131 (a. f. S.) *a* den Ursprung eines Coordinatensystems und die nach *b* und *c* hin gemessenen negativen und positiven Abscissen die Entfernungen der einzelnen Punkte der Metalloberfläche unseres flachen Erregerpaares von der Zinkkupfergränze, so wird etwa die Curve *kl l'k'* die Intensitäten der einzelnen Stromfäden graphisch darstellen; eine Ordinate dieser Curve soll nämlich die Intensität desjenigen Stromfadens darstellen, welcher in der ihrer Abscisse entsprechenden Entfernung von der Zinkkupfergränze in die Metallfläche einmündet, so daß z. B. *fh* die Intensität in dem Stromfaden ist, der bei *f* in das Kupfer geht. Dieselbe Ordinate *ig* (= *fh*) muß auf *g* stehen, wenn *ag* = *fa* ist, weil ja derselbe Stromfaden, der bei *f* in das Kupfer einmündet, bei *g* aus dem Zink wieder auftaucht. Die Curve muß natürlich mit einer gewissen kleinen endlichen Ordinate *bk* beginnen und mit einer gleich großen *ck'*

Digitized by Google

schließen — dem äußersten an der Wand laufenden Stromfaden entsprechend. Ueber a muß sie sich jederseits der Ordinatenaxe asymptotisch nähern, jedoch in einer endlichen, wenn auch noch so großen Höhe abbrechen.

Fig. 131.



Die Intensität des Totalstromes, welcher einen irgendwo gelegten ganzen senkrechten Querschnitt der Vorrichtung durchfließt, oder die gesammte Elektricitätsmenge, welche einen solchen ganzen Querschnitt während der Zeiteinheit durchsetzt, ist begreiflicherweise gleich der Summe derjenigen Partialströme, welche von der Stelle des Querschnittes bis an das nächste Ende der ganzen Vorrichtung aus der Metallfläche auftauchen, resp. darin verschwinden (wenn nämlich der gedachte Querschnitt in das Bereich des Kupfers fällt). Stellte man z. B. auf den Punkt g einen senkrechten Querschnitt, so würde derselbe offenbar von allen den Strömungscurven geschnitten, die jenseits g, d. h. zwischen g und c auf dem Zinkboden fußen. Die Gesammtmasse der diesen Querschnitt durchströmenden Elektricität wäre also derjenigen gleich, welche auf die Strecke gc aus dem Zinke hervorquillt. Ebenso ließe ein durch f gelegter Querschnitt offenbar die ganze (jener übrigens gleiche) Elektricitätsmenge passiren, die auf der Strecke fb sich in das Kupfer ergießt. Man kann somit (vorausgesetzt, daß die Curve der Partialstromstärken bekannt ist) leicht eine Curve der Gesammtstromstärken verzeichnen, d. h. eine Curve, deren Ordinaten die Intensität des Gesammtströmungsvorganges in den Querschnitten messen, welche am Endpunkte der betreffenden Abscissen angelegt werden. Jede Ordinate dieser Curve müßte nämlich proportional gemacht werden dem Flächenraum zwischen dem Stücke der Abscissenaxe von der betreffenden Abscisse bis zum Ende des metallischen Bodens, dem darüber liegenden Stücke der Partialstromcurve und den beiden Gränzordinaten dieses Stückes derselben Curve. Eine solche Curve der Gesammtströmungen in den ganzen Querschnitten ist die aus den beiden Zweigen bn und cn' bestehende, in Fig. 132; sie muß natürlich bei b und c vom Werthe Null an wachsen und sich über a der Ordinatenaxe asymptotisch nähern, ohne jedoch aus den schon angeführten Gründen einen unendlich großen Werth in Wirklichkeit zu erreichen. Ihre Ordinate gp über dem Punkte g wäre der Definition gemäß proportional dem Flächenraume $gck'i$.

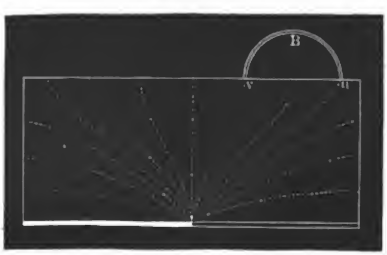
Digitized by Google

Für die Beurtheilung der thierisch-elektrischen Erscheinungen ist es nun 260
ganz besonders wichtig, im Voraus zu wissen, wie große Stromantheile sich von einem körperlichen Leiter abzweigen, wenn man an bestimmten Stellen der Oberfläche desselben die Endpunkte eines leitenden (linearen) Bogens unwirksam anlegt, d. h. so daß an den Berührungsstellen nicht neue elektromotorische Kräfte wach gerufen werden. Wie eine solche unwirksame Anlegung eines metallischen Leiters an flüssige Körper zum Behufe thierisch-elektrischer Versuche zu ermöglichen sei, kann hier einstweilen unerörtert bleiben. Wir können uns ja den angelegten leitenden Bogen aus derselben Substanz wie den körperlichen Leiter selbst bestehend denken, und sind alsdann sicher, daß seine Anlegung elektromotorisch unwirksam ist.

Ein wesentlich neues Problem liegt in dem Leiter mit angelegtem Bogen nicht vor. Es läßt sich ja die Zusammenstellung beider von vornherein als ein körperlicher Leiter betrachten. Die Stromvertheilung darin könnte also nach den im Anfange dieses Capitels erläuterten Grundsätzen ermittelt werden. Diese schließen an sich keine noch so complicirte Form des Leiters aus, also z. B. auch nicht die eines Parallelepipeds mit einem frei hervorragenden linearen Bogen, der nur an zwei Punkten an die Oberfläche jenes anstößt. Gleichwohl hat du Bois in seinen Untersuchungen mit Recht die durch lineare angelegte Leiter abgezweigten Stromtheile einer gesonderten Betrachtung unterworfen, weil man sich leichter orientirt, wenn man zuerst die Stromvertheilung in dem regelmäßig gestalteten körperlichen Leiter für sich bestimmt und hernach die Störungen, welche eine lineare Abzweigung hervorbringt, untersucht. Helmholtz hat für diese Lehren neue einfache Gesichtspunkte aufgestellt, die im Folgenden dargestellt werden sollen.

Wir nehmen unser Beispiel von oben wieder vor und denken uns an die Oberfläche des Parallelepipedums den leitenden Bogen B (Fig. 132) in u und v unwirksam angelegt, gerade da, wo die isoelektrischen Flächen von der Spannung u und v ($u > v$) an die Oberfläche anstoßen. Wir stellen uns nun zunächst vor, am linken Fuße des Bogens hätte eine elektromotorische Kraft ihren Sitz, welche hinreichte, ein elektrisches Theilchen von der Spannung Null zu einem benachbarten Punkte von der Spannung v zu treiben in der Richtung vom Bogen nach dem Inneren des Leiters, d. h. also eine Kraft, die einer Spannungsdifferenz $= v$ Gleichgewicht hält (Fig. 132). Ebenso denken wir uns am rechten Fuße des Bogens eine von außen nach innen gerichtete elektromotorische Kraft wirksam, die der Spannungsdifferenz u Gleichgewicht hält (sie müßte also unter

Fig. 132.



Digitized by Google

unseren Voraussetzungen z. B. größer als jene sein). Wären die Füße des Bogens zu groß, um für Punkte zu gelten oder im Bereiche einer einzigen isoelektrischen Fläche liegend angesehen zu werden, so müßten die den einzelnen Punkten jedes Fußes inwohnenden elektromotorischen Kräfte verschieden gedacht werden, und zwar jedem Punkte müßte eine so große innewohnen, daß die ihr Gleichgewicht haltende Spannungsdifferenz gerade gleich der Spannung derjenigen isoelektrischen Fläche ist, welche hier aufsteht. Unter dieser Voraussetzung wird offenbar in dem angelegten Bogen kein Strom kreisen und der Strömungsvorgang in dem körperlichen Leiter wird genau so bleiben, wie er ohne angelegten Bogen gewesen wäre. Die eingebildeten elektromotorischen Kräfte in den Füßen des Bogens würden nämlich im Erfolge ganz mit isolirenden Scheidewänden zwischen Leiter und Bogen übereinkommen; ein elektrisches Theilchen bei u z. B. würde vermöge der gewöhnlichen elektrischen Abstoßungskräfte zwar nach dem benachbarten Punkte des angelegten Bogens, weil dort die Spannung kleiner — der Voraussetzung nach gleich Null — ist, hinstreben, wird aber sofort durch die ebenfalls vorausgesetzte elektromotorische Kraft, die einer Spannungsdifferenz $= u - 0 = u$ Gleichgewicht hält, am Ueberströmen verhindert, genau als wäre hier eine isolirende Scheidewand. Das Theilchen wird also die Bahn weiter verfolgen, wie wenn der Bogen nicht angelegt wäre. Man kann nun aber diesen Erfolg unter dem Gesichtspunkte der Superposition der Ströme (siehe Nr. 258) auch anders ansehen. Die Spannung in jedem Punkte des aus Bogen und Leiter zusammengesetzten Systemes muß nach dem angezogenen Principe sein: die algebraische Summe derjenigen Spannung, welche die elektromotorische Kraft des am Boden liegenden flachen Erregerpaares, allein in dem ganzen Systeme gedacht, an dem gewählten Punkte hervorbringen würde, und derjenigen Spannung, welche die in der Oberfläche des Leiters bei den Fußpunkten des Bogens angenommenen elektromotorischen Kräfte, ebenfalls für sich allein im System wirksam gedacht, an ebendemselben Punkte hervorbringen würden. Wir wollen jetzt die Spannungen im ganzen Systeme (aus Leiter und Bogen), wie sie durch das flache Erregerpaar hervorgebracht werden würden, durch P_1 bezeichnen, und die durch die angenommenen elektromotorischen Kräfte in den Bogenfüßen für sich hervorgebrachten durch P_2. Natürlich sind P_1 und P_2 nicht constante Größen, vielmehr hat jede für jeden Punkt des Leitersystems einen im Allgemeinen verschiedenen Werth, beide Größen sind — mathematisch gesprochen — Functionen der Coordinaten der Punkte des Systemes. Bezeichnen wir noch ebenso durch P die Spannung, welche jeder Punkt des Systemes bei vereinter Wirksamkeit der beiden elektromotorischen Kräftearten annimmt, so ist offenbar für alle Punkte des Systemes die Gleichung gültig $P_1 + P_2 = P$. Eine ähnliche Beziehung, nur nicht so einfach durch eine Gleichung darstellbar, besteht für die Stromelemente in jedem Punkte, so nämlich, daß in jedem Punkte das Stromelement, was das flache Erregerpaar gleichzeitig mit den Oberflächenkräften an den Bogenfüßen wirksam gedacht hervorbringt, die Resultante darstellt aus dem, was das flache Erregerpaar allein, und aus dem, was die Oberflächenkräfte allein hervorbringen würden. Wir kennen nun in dem vorlie-

Digitized by Google

genden Beispiele die Function P bereits vollständig und setzen sie überhaupt bei den hierher gehörigen Problemen immer als bekannt voraus. Wir sahen nämlich, daß im Inneren des Leiters alle Verhältnisse gerade so bleiben mußten, wie sie ganz ohne Anlegung des leitenden Bogens waren, und daß im angelegten Bogen überall kein Strom, also auch keine Spannungen vorhanden waren. P ist demnach eine Function der Coordinaten, deren Werthe für alle Punkte im Leiter mit den Werthen der (Nr. 256) gefundenen Function u übereinstimmen, die durch das System der isoelektrischen Curven in Fig. 132 graphisch dargestellt sind, und deren Werth für alle Punkte des angelegten Bogens der Null gleich ist, wir haben also für alle Punkte des letzteren $P_1 + P_2 = 0$ oder $P_1 = -P_2$ und für alle Punkte des Leiters $P_1 + P_2 = u$. Die Gleichung $P_1 = -P_2$ lautet in Worte übersetzt: Die ursprünglichen inneren Kräfte des Leiters (in unserm Beispiele die des flachen Erregerpaares) bringen allein wirksam in allen Punkten des Bogens Spannungen (P_1) hervor denen (P_2) gleich aber von entgegengesetztem Vorzeichen, welche daselbst hervorgebracht werden würden durch die hülfsweise in den Bogenfüßen gedachten Kräfte allein. Wenn es jetzt möglich ist, die Spannungen und Stromelemente zu ermitteln, welche die in der Oberfläche an den Füßen des Bogens hülfsweise angenommenen elektromotorischen Kräfte für sich allein vorhanden im Bogen erzeugen würden, so ist unser Problem gelöst. Man brauchte nämlich offenbar nur diese mit entgegengesetztem Vorzeichen resp. (die Stromelemente) in entgegengesetzter Richtung bei gleichem absoluten Werthe den einzelnen Punkten des Bogens beizulegen und hätte damit die Anordnung der Spannungen und Stromelemente, welche die inneren Kräfte des Leiters im angelegten Bogen hervorbringen. Giebt man von vornherein den hülfsweise angenommenen Oberflächenkräften bei der oben definirten absoluten Größe die umgekehrte Richtung, d. h. läßt man sie, statt vom Bogen gegen den Leiter, von diesem gegen den Bogen wirken, so bringen sie unmittelbar diejenigen Spannungen und Stromelemente hervor, welche man sucht, ohne daß man die mathematische Operation der Zeichen- und Richtungsumkehrung nöthig hätte; eines Beweises wird dieser Satz nicht bedürfen. Diese letztere Vertheilung elektromotorischer Kräfte in der Oberfläche des Leiters an den Fußpunkten ableitender Bogen bezeichnet Helmholtz kurz mit dem Ausdrucke »der positiv elektromotorisch wirksamen Oberfläche«, während er die zuerst gedachte Vertheilung derselben Kräfte an denselben Orten nur in umgekehrter Richtung (von außen nach innen) die negativ elektromotorische Oberfläche nennt. Er spricht dann das Resultat des ganzen hier entwickelten Gedankenganges noch kurz in dem Satze aus: Die in den angelegten Bogen abgeleiteten Stromzweige sind dieselben, welche die positiv elektromotorische Oberfläche ohne Mitwirkung irgend welcher innerer Kräfte des Leiters allein für sich in dem Bogen hervorbringen würde. Die obige Gleichung $P_1 + P_2 = u$ oder $P_1 = u - P_2$ bildet dann noch in Worten ausgesprochen den Zusatz: Die Spannungen, welche die Punkte im Inneren des Leiters bei Anlegung des ableitenden Bogens annehmen, sind die Summen der Spannungen u, welche sie im

Digitized by Google

isolirten Leiter haben, und der Spannungen $-P_2$*), welche ihnen in Verbindung mit dem ableitenden Bogen die positiv elektromotorische Oberfläche ertheilen würde. Wenn es nun bloß darauf ankommt, die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges zu bestimmen, so brauchen wir uns um die letzterwähnten Spannungen im Inneren weiter nicht mehr zu bekümmern, wir können vielmehr den ganzen körperlichen Leiter in Gedanken durch einen linearen zwischen die Füße des Bogens eingeschaltet und ihn zum Kreise schließend ersetzen, wenn er nur denselben Widerstand leistet, wie der ganze körperliche Leiter. Kennte man jetzt den Widerstand, den der körperliche Leiter bei einer gewissen Stellung der Füße des Bogens einem im letzteren erregten Strome entgegensetzt, so kennt man sofort auch die Stärke des in den Bogen abgeleiteten Stromzweiges, vorausgesetzt immer, daß auch die Anordnung der Spannungen im isolirten Leiter bekannt ist. Wäre z. B., Fig. 133, L ein linearer Leiter, welcher, zwischen den Punkten v und u der Figur eingeschaltet, denselben Widerstand W_l böte, wie das ganze dort gedachte Parallelepiped, so hätte man alle Elemente um den abgeleiteten Stromzweig in B zu berechnen. In dem ganzen Kreise $B + L$ wäre nämlich der Widerstand $W_b + W_l$ (wenn W_b den ebenfalls bekannten Widerstand des Bogens B bedeutet) und zwei elektromotorische Kräfte nach dem Principe der positiven elektromotorischer Oberfläche links in der Richtung des Pfeiles eine solche, die der Spannungsdifferenz v und rechts in der entgegengesetzten Richtung eine, die der Spannungsdifferenz u Gleichgewicht hält. Beide zusammen bringen einen Strom hervor gleich der Differenz der beiden Ströme, welche jede einzeln bedingen würde, also nach den bekannten Ohm'schen Grundsätzen einen Strom von der Stärke $\frac{u - v}{W_b + W_l}$ in der Richtung der stärkeren Kraft.

Fig. 133.

261 Es steht noch ein zweiter Weg offen, die Stärke eines abgeleiteten Stromzweiges zu finden. Er müßte dann betreten werden, wenn es zwar möglich wäre, die Vertheilung eines im ableitenden Bogen erregten Stromes durch den körperlichen Leiter zu ermitteln, nicht aber die Vertheilung der Ströme, wie sie durch die inneren Kräfte des Leiters in diesem für sich erregt werden. Helmholtz hat nämlich einen Satz bewiesen, der im allgemeinsten Ausdruck so lautet: Wählt man im Inneren eines zusammengesetzten aber nicht elektromotorisch wirksamen Leitersystems zwei beliebig gelegene Flächenelemente a und b, und ertheilt erst dem a, später dem b eine gleiche elektromotorische Kraft, so fließt im ersten Falle durch b so viel Elektricität wie im zweiten durch a. Der Beweis dieses Satzes, den Helmholtz mit Hülfe der höheren Analysis geführt hat, muß natürlich hier übergangen werden, seine Anwendung ergiebt sich von selbst. Hat man, wie hier immer gedacht wurde, im Inneren eines körperlichen Leitersystemes beliebige Flächen mit elektromotorischen Kräften ausgerüstet und will wissen, einen

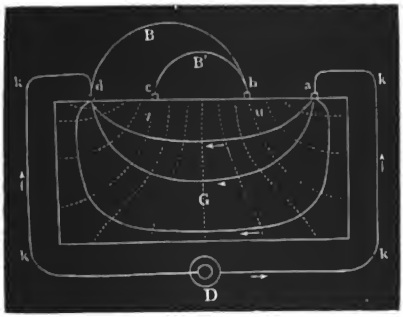
*) Wenn, wie vorausgesetzt wurde, $+P_2$ die von der negativ elektromotorischen Oberfläche herrührenden Spannungen sind, so müssen offenbar die von der positiv elektromotorischen Oberfläche erzeugten Spannungen durch $-P_2$ dargestellt werden.

Digitized by Google

wie starken Stromzweig alle zusammen durch einen angelegten lineären Bogen senden, so verlegt man die elektromotorische Kraft eines jeden Elementes dieser Flächen für einen Augenblick in den Bogen selbst und berechnet die Stärke des Stromzweiges, welchen diese gedachte Anordnung durch das betreffende Flächenelement senden würde. Die (algebraische) Summe aller Einzelstärken wäre die Stärke des im vorgegebenen Falle durch den angelegten Bogen wirklich gehenden Stromzweiges.

Bei dem großen Interesse, welches die in den letzten Nummern aufgestellten 262
Lehrsätze für thierisch-elektrische Vorgänge haben, wird es gut sein, auch die experimentellen Beweise, die Helmholtz dafür gegeben hat, wenigstens im Princip hier mitzutheilen, um so mehr, als dadurch die Sätze selbst noch mehr erläutert und veranschaulicht werden. Als körperliches Leitersystem diente Helmholtz die Zusammenstellung eines Cylinders von Bunsen'scher Kohle (*C* in Fig. 134) mit einem Kupferdrahtkreis (*k*), in welchem eine Daniell'sche Kette (*D*) eingeschaltet war. Die Verbindung zwischen dem Kohlencylinder und dem Leitungsdrahte der Kette war in Quecksilbernäpfchen bei *a* und *d* hergestellt. Der Strömungsvorgang mußte sich in dieser Vorrichtung etwa so gestalten, wie es in der Figur 134, die einen Querdurchschnitt des Cylinders darstellt, angedeutet ist. Im Inneren des Cylinders sind drei Strömungscurven als ausgezogene Linien beispielsweise gezeichnet und mit Pfeilen versehen, welche die Strömungsrichtung vergegenwärtigen. Das System der isoelektrischen Oberflächen besteht nun offenbar: 1) aus allen senkrechten Querschnitten des Drahtes *kk*, und 2) aus einem Systeme krummer Flächen im Inneren von *C*, deren Durchschnittscurven mit der Ebene der Figur sich etwa ausnehmen dürften wie die punktirten Linien; insbesondere wird ohne Zweifel der eine Querschnitt, der die ganze Länge des Cylinders halbirt, selbst eine isoelektrische Oberfläche sein, und zu beiden Seiten desselben werden die übrigen symmetrisch liegen. — Da hier Alles nur auf die Spannungsunterschiede verschiedener Punkte ankommt, so kann man einem (aber auch nur einem) Punkte eine willkürliche Spannung beilegen. Wir werden also der Einfachheit wegen in den weiteren Auseinandersetzungen unterstellen, am Punkte *d* herrsche die Spannung Null. Man könnte sogar im wirklichen Versuche diese Voraussetzung ganz einfach wahr machen, indem man den Punkt *d* in (möglichst) widerstandslose leitende Verbindung mit dem Erdboden brächte. An dem Cylinder *C* waren mit *a* und *d* in einer geraden Linie noch

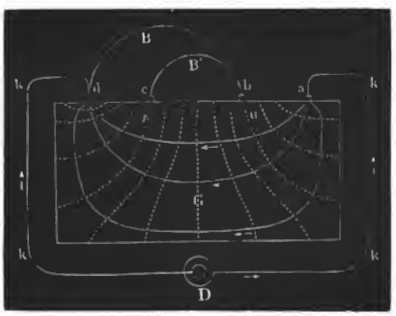
Fig. 134.



Digitized by Google

zwei Quecksilbernäpfchen b und c angebracht. Die Versuche bestanden nun einfach darin, daß in je zwei der vier Quecksilbernäpfchen in den verschiedenen möglichen Combinationen ableitende Bogen von verschiedenen, aber immer bekannten Leitungswiderständen eingeschaltet wurden, bald zwischen b und d, wie in Fig. 135 durch die Bogenlinie B angedeutet ist (wobei dann natürlich die Verbindung B' wegzudenken ist), bald zwischen b und c, wie die Linie B' andeutet (wobei die Verbindung B wegfiel). Der im Bogen abgeleitete Stromzweig wurde endlich durch eine darin befindliche strommessende Vorrichtung (Spiegelgalvanometer) gemessen. Sei nun z. B. bei zwei verschiedenen Einschaltungen von bekanntem Widerstande zwischen b und d (in der Art wie B) die Stärke des abgeleiteten Zweiges gemessen, so hat man, unter Voraussetzung der Richtigkeit der Lehren (in Nr. 260), alle Elemente, um die Stromstärke des abgeleiteten Zweiges bei einer beliebigen anderen bekannten Einschaltung zwischen b und d zu berechnen, und wenn diese berechnete mit der nachher beobachteten übereinstimmt, so ist die vorausgesetzte Richtigkeit der Lehren erwiesen. In der That sei, ohne Anlegung eines leitenden Bogens, bei d die Spannung der Null gleich, bei $b = u$, entsprechend der auf der ganzen isoelektrischen Oberfläche herrschenden Spannung, die bei b die Oberfläche schneidet. Die Größe u ist vorläufig noch unbekannt. Das Princip der elektromotorischen Oberfläche verlangt nun, daß in jedem zwischen b und d eingeschalteten Bogen, sein Widerstand mag sein welcher er wolle, ein Stromzweig fließe, der gerade so groß ist, als ob bei d und b elektromotorische Kräfte säßen gleich den daselbst im Leiter herrschenden Spannungen, also in unserem Falle bei d die Kraft Null, bei b eine Kraft u, und zwar positiv wirksam, d. h. vom Leiter zum Bogen. Die Stärke des Stromzweiges wäre jetzt ganz bekannt, wenn u sowohl als der Widerstand bekannt wäre, den das System $kkkk + C$ von d nach b durchflossen, darbietet. Nennen wir diesen einstweilen noch unbekannten Widerstand, der nothwendig constant ist, W, so haben wir offenbar, nach den Ohm'schen Principien, eine erste Bestimmungsgleichung für die Größen W und u, nämlich $J_1 = \frac{u}{W + w_1}$, aus einem ersten Versuche, in welchem bei der Einschaltung des Bogens B zwischen b und d vom bekannten Widerstand w_1 der in demselben fließende Stromzweig von der Stärke J_1 gefunden wurde. Aus einem zweiten Versuche, wo in einem anderen zwischen b und d eingeschalteten ablei-

Fig. 135.



tenden Bogen vom bekannten Widerstand w_2 ein Stromzweig von der Stärke J_2 vorgefunden wurde, ergiebt sich eine zweite Bestimmungsgleichung für W und u, nämlich $J_2 = \frac{u}{W + w_2}$. Aus diesen beiden Gleichungen zusammen lassen sich die beiden unbekannten W und u bestimmen. Macht man jetzt einen dritten Versuch mit einem Bogen vom Widerstand w_3, so kann man mittelst der berechneten Werthe von W und u die zu erwartende Stärke $J_3 = \frac{u}{W + w_3}$ berechnen und mit der beobachteten vergleichen. Helmholtz fand nun die Beobachtung mit der Rechnung in so genügender Uebereinstimmung, daß u und W in der That für Constante gelten dürfen, wie es das Princip der elektromotorischen Oberfläche verlangt.

In einer zweiten Versuchsreihe wurden ableitende Bogen in der Weise wie B 263
in Fig. 135 zwischen die Quecksilbernäpfe b und c eingeschaltet (wobei natürlich die Verbindung B, wie oben schon allgemein bemerkt wurde, weggudenken ist) und wiederum, wie in der vorigen, aus zwei Versuchen bestimmt: 1) der Widerstand W_1, welchen das Leitersystem $kkkk + C$ von c nach b hin durchflossen darbietet. (Er ist offenbar kleiner als unser obiges W, was indessen für die vorliegende Frage ohne Interesse ist.) 2) Diejenige elektromotorische Kraft, welche in dem uns nunmehr beschäftigenden Stromkreis von dem Widerstande $W_1 +$ dem Widerstande des Bogens B' denselben Strom hervorbringen würde, wie er als abgeleiteter Zweig in B' zur Messung kommt. Nach unseren Lehrsätzen müßte aber diese letztere Kraft $u - v$ sein, wenn u seine obige Bedeutung beibehält und v die Spannung auf derjenigen isoelektrischen Fläche ist, welche bei c die Gränze von C schneidet. Man hätte nämlich am Fuße c des Bogens die elektromotorische Kraft v, am Fuße b die Kraft u, beide vom Leiter C nach dem Bogen B hin, also in entgegengesetzter Richtung, wirksam zu denken. Beide zusammen brächten einen Strom zu Wege, als wäre ihre Differenz $u - v$ in der Richtung der stärkeren Kraft wirksam. Nach diesen Versuchen läßt sich, da u aus obiger Versuchsreihe bereits bekannt ist, v bestimmen. Es wurde ferner der ableitende Bogen zwischen d und c eingeschaltet (in Fig. 135 ist dieser Fall nicht gezeichnet) und wiederum aus mehreren Versuchen mit verschiedenen zwischen c und d eingeschalteten bekannten Widerständen ermittelt: 1) der Widerstand W_2, den das System $kkkk + C$ von d nach c hin durchflossen leistet, und 2) die am Fuße des Bogens wirksam zu denkende elektromotorische Kraft, die für sich den beobachteten abgeleiteten Stromzweig erzeugen würde. Das Princip der elektromotorischen Oberfläche fordert nun, daß diese elektromotorische Kraft in unserem Falle $= v$ sein müsse; da der Voraussetzung gemäß im Leiter ohne Bogen bei d die Spannung gleich Null, bei c gleich v ist und eben nach unserem Princip an jedem Bogenfuße eine elektromotorische Kraft gedacht werden muß, gleich der dort im unabgeleiteten Körper herrscheuden Spannung. Also hätten wir bei c die elektromotorische Kraft v zu denken, wenn hier ein Bogenfuß steht, der andere Fuß des Bogens mag stehen wo er will; im Bogenfuß bei d aber die Kraft Null. Wir würden demnach eine neue Bestätigung des Princips

Digitized by Google

haben, wenn sich aus beiden Arten von Versuchen v gleich groß fände, oder wenn sich die Summe der beiden zuletzt berechneten elektromotorischen Kräfte gleich der in der ersten Versuchsreihe berechneten Kraft fände, da ja nach unserem Principe diese $= u$, jene beiden zuletzt berechneten aber beziehlich v und $u - v$ sein müssen, man aber nothwendig $u = (u - v) + v$ hat. Helmholtz fand auch hier die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung so vollständig, wie man es bei derartigen Versuchen nur immer erwarten kann.

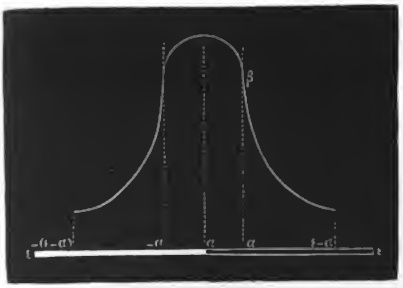
Endlich fand auch noch Helmholtz das (S. 386) ausgesprochene Reciprocitätsgesetz elektromotorischer Flächenelemente experimentell bestätigt. Es mußte nämlich nach diesem Gesetze in dem Bogen $kkkk$ dieselbe Stromstärke gefunden werden, wenn in den Bogen B' die Kette D gebracht wurde, welche sich in B' zeigte, wenn sich die Kette in $kkkk$ befand, vorausgesetzt, daß die Widerstände beider Leitungen durch das Vertauschen von Kette und Galvanometer nicht geändert wurden. In der That entsprach der Versuch dieser Vorhersage.

264 Gehen wir nun mit diesen Kenntnissen ausgerüstet wieder zu unserem flachen Erregerpaare (Nr. 260) zurück, so werden wir uns mit Leichtigkeit eine ungefähre Vorstellung machen können von der Größe der Stromzweige, die durch verschiedentlich angelegte Bogen davon abgeleitet werden. Der größeren Einfachheit wegen wollen wir dem angelegten Bogen einen ein- für allemal constanten Widerstand beilegen und seine Füße, linear ausgedehnt, so lang denken, als das flache Erregerpaar breit ist. Jeder Fuß steht alsdann auf der Oberfläche in der ganzen Ausdehnung einer Durchschnittslinie derselben, mit einer gewissen isoelektrischen Fläche und nimmt aus jeder der identischen Längsschichten einen gleichen Stromzweig auf, so daß wir wieder die Betrachtung einer einzigen der Betrachtung des Ganzen substituiren können. Unter der »Spannweite« des Bogens verstehen wir dann noch die Entfernung seiner Fußpunkte von einander. Wir fragen uns nun zuerst: Wie wird die Intensität des abgeleiteten Stromzweiges variiren, wenn wir den Bogen mit constanter Spannweite über die Oberfläche des flachen Erregerpaares hinschieben, so daß im Anfang der rechte Fuß des Bogens bei e (Fig. 130), am Ende der linke Fuß bei d stände. Da einerseits der Widerstand des Bogens constant vorausgesetzt wurde, andererseits aber auch der Widerstand des körperlichen Leiters zwischen den Fußpunkten des Bogens bei den verschiedenen Stellungen, wie die unmittelbare Anschauung zeigt, nicht sehr verschieden ausfallen wird, so ist der Gesammtwiderstand des Stromkreises, den wir zu betrachten haben, annähernd constant zu setzen. Die ganze Frage nach der Intensität zieht sich also zurück auf die Frage nach den ihr proportionalen elektromotorischen Kräften, die bei den verschiedenen Stellungen in Wirksamkeit treten. Diese Frage ist nun unmittelbar beantwortet, wenn man die Anordnung der isoelektrischen Flächen und die auf jeder einzelnen herrschenden Spannungen kennt. Wir setzten das Alles bisher immer als bekannt voraus, müssen aber hier, wo wir uns der Vergleichung mit dem Experimente nähern, uns bewußt werden, daß das Problem der Spannungsvertheilung selbst in den einfacheren Fällen nicht streng lösbar ist. Die in Fig. 135 gezeichnete Spannungsvertheilung für unser gegenwärtiges Beispiel war ja auch

Digitized by Google

nichts Anderes als eine gegründete Vermuthung. Indessen ist sie eben doch soweit gegründet, daß wir berechtigt sind, für die abgeleiteten Ströme einige Schlüsse darauf zu bauen. Insbesondere wird das nicht zu läugnen sein, daß zwei isoelektrische Flächen von gleicher Spannungsdifferenz um so näher an einander liegen, je mehr man sich der Mitte des flachen Erregerpaares nähert. Jede isoelektrische Fläche wird ja, wie wir sahen, von allen Stromfäden durchbohrt, ihre Ausdehnung mißt also geradezu die Breite des Gesammtstrombettes. Wo dies enger ist, müssen die treibenden Kräfte wegen des größeren Widerstandes größer sein. Die treibenden Kräfte sind aber den Spannungsdifferenzen auf gleiche Wegstrecken längs der Strömungscurven proportional. Es müssen also da, wo die isoelektrischen Flächen weniger ausgedehnt sind, z. B. gegen die Mitte unseres Apparates, zwei solche von gleicher Spannungsdifferenz näher an einander liegen als da, wo die isoelektrischen Flächen ausgedehnter, das Strombett breiter ist und folglich dieselbe Spannungsdifferenz, auf eine größere Wegstrecke vertheilt, hinreicht, um die Bewegung zu erhalten. Es wird demnach die Spannungsdifferenz an den Füßen des Bogens um so größer sein, je näher derselbe dem Mittelpunkt der Oberfläche rückt. Ganz unzweifelhaft ist sie geradezu ein Maximum, wenn die Mitte zwischen den Bogenfüßen gerade auf dieser Mitte der Oberfläche steht. Du Bois-Reymond hat die Intensitäten der abgeleiteten Stromzweige in einem Bogen von constanter Spannweite graphisch dargestellt durch eine Curve, die ungefähr die Gestalt wie Fig. 136 hat. Die Abscissen bedeuten die Lage der Bogenfüße, ausgedrückt durch die Entfernung der Mitte zwischen beiden von dem Querschnitt, welcher die Zinkkupfergränze enthält; die Ordinaten sind die zugehörigen Stromstärken im abgeleiteten Zweig. Offenbar muß die Curve von der äußersten Stellung rechts, wo die Abscisse = der ganzen Länge des Kupfers (ε) vermindert um die halbe Spannweite (α) ist, mit einer gewissen endlichen Ordinate beginnen, dann mit abnehmenden Abscissen ohne ausgezeichneten Punkt ansteigen, bis der eine Fuß über die Zinkkupfergränze gekommen, die Abscisse also = α geworden ist. Hier muß sich in der Curve ein ausgezeichneter Punkt (β) finden — ein Wendepunkt —, denn das Wachsthumsgesetz der Spannungsdifferenz zwischen den Bogenfüßen wird ein anderes, nachdem der eine die Zinkkupfergränze überschritten hat. Das Maximum gehört, wie schon gezeigt wurde, zur Abscisse Null; links von derselben gestaltet sich der weitere Verlauf der Curve zur rechten Seite symmetrisch, da sich Alles dort genau ebenso verhält.

Fig. 136.



Digitized by Google

Zu denselben Resultaten würden wir gekommen sein, hätten wir den Satz von der Reciprocität elektromotorischer Flächenelemente (siehe Nr. 261) zur Auffindung der Stromstärke benutzt. Die Frage wäre alsdann so zu formuliren gewesen: Ein wie großer Stromzweig geht durch die Zinkkupfergränze des flachen Erregerpaares, wenn bei jeder Stellung des Bogens in diesem die elektromotorische Kraft Zink-Kupfer mit Wegdenkung aller übrigen angebracht wird. Ein Blick auf die Fig. 137 zeigt nun, daß bei der Stellung des Bogens, wie sie unter *A* gezeichnet ist, ein weit größerer Stromarm die Zinkkupfergränze bei *a* durchsetzen muß, als bei der unter *B* gezeichneten Stellung. Man muß dabei nur daran denken, daß überhaupt in das Metall, wegen seiner größeren Leitungsfähigkeit, sich verhältnißmäßig viel mehr Stromzweige ergießen werden, als in die Flüssigkeit; diese müssen aber bei der symmetrischen Stellung *A* sämmtlich die Zinkkupfergränze passiren, während bei der Stellung *B* ihrer viele ins Zink hineingehen und aus ihm wieder hervortauchen, ohne die Gränze überschritten zu haben.

Fig. 137.

Daß mit wachsender Spannweite des Bogens, dessen Widerstand immer noch constant gedacht wird, die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges wachsen muß, ergiebt sich aus unseren Principien unmittelbar. Es ist nämlich ersichtlich, wenn man den einen Fuß des Bogens festhält und nun den anderen immer weiter von ersterem entfernt — die Spannweite vergrößert —, daß man dann mit letzterem auf immer neue isoelektrische Curven zu stehen kommt, deren Spannung immer mehr von jener verschieden ist, die bei dem festgedachten Bogenfuße herrscht. Man wird also geradezu den größtmöglichen Stromzweig mit dem gegebenen Bogen ableiten, wenn man seine Füße an den beiden entgegengesetzten Enden aufsetzt, seine Spannweite $= 2\varepsilon$ macht.

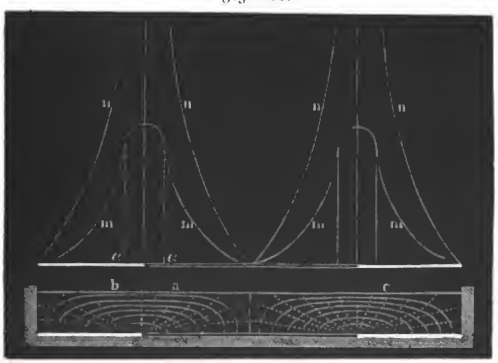
265 Du Bois-Reymond stellte ein flaches Erregerpaar wirklich her, indem er am Boden eines parallelepipedischen, inwendig gefirnißten Holzgefäßes ein in der oben beschriebenen Weise hergerichtetes Plattenpaar befestigte und dasselbe mit Wasser übergoß. An die Oberfläche des Wassers wurden Platinbleche angelegt, die durch eine stromprüfende Vorrichtung zum Bogen verbunden waren. Um zunächst den Einfluß der Stellung bei gleicher Spannweite zu prüfen, wurden die beiden Platinbleche unter Beibehaltung ihrer Entfernung über die Oberfläche hingeschoben. Im Ganzen bestätigte der Versuch die theoretischen Vorhersagen, nur mischten sich die Erscheinungen der Polarisation in hohem Grade störend ein. Das konnte nicht anders erwartet werden, da zwei Polarisationen, die der Kupferplatte und die der Platinelektroden, im Spiele waren. Letztere konnte freilich nur die absolute Größe der Stromzweige vermindern; jene aber trübte sogar die Gesetzmäßigkeit der Erscheinung. Die Kupferplatte wird sich da mit der stärksten polarisirenden Wasserstoffschicht belegen, wo die dichtesten Stromarme in sie einmünden, d. h. also in der Nähe der

Digitized by Google

Zinkkupfergränze. Diese stärker polarisirten Stellen der Kupferplatte verhalten sich nun selbst wieder positiv gegen die weniger polarisirten und erzeugen so secundäre Ströme in der Flüssigkeit, von denen ebenfalls Arme in den Bogen abgeleitet werden und also die reine Wirkung der primären nicht erkennen lassen. Da diese secundären Ströme vor dem Kupfer, wie die primären von der Zinkkupfergränze zum Ende des Kupfers gerichtet sind, so werden sie hier die primären unterstützen, und in der That fanden sich die abgeleiteten Stromzweige stärker, wenn beide Bogenfüße über dem Kupfer standen, als wenn sie symmetrische Stellungen über dem Zinke hatten. Weit unverhüllter trat die Gesetzmäßigkeit in der oben entwickelten Weise hervor, wenn statt Wassers eine andere Flüssigkeit angewandt wurde, in welcher das Kupfer weniger polarisirt wird, also z. B. Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd oder rauchende Salpetersäure.

Wir denken uns jetzt zwei flache Erregerpaare neben einander gelegt, so 266
daß die Zinkenden an einander stoßen und also zusammen eine Vorrichtung bilden, in welcher zwei Kupferplatten nebst einer zwischen ihnen liegenden doppelt so langen Zinkplatte in einer Flucht ausgebreitet sind. Es wird sich in dieser Vorrichtung ein Strömungsvorgang bilden, der aus zwei um die Mitte ganz symmetrisch angeordneten Strömungsvorgängen zusammengesetzt ist, von denen jeder einzeln genau der im einfachen flachen Erregerpaare beschriebene ist. In der That denken wir uns für den Augenblick in der Mitte eine isolirende Scheidewand aufgestellt, so würde unzweifelhaft der soeben beschriebene Sachverhalt stattfinden; es kann aber das Wegnehmen der Scheidewand daran nichts ändern, weil rechts und links von derselben überall Punkte gleicher Spannung an einander stoßen und folglich kein Grund vorhanden ist, daß Elektricität von der einen Hälfte in die andere überfließt, auch wenn keine Scheidewand da ist. Fig. 138 giebt also ein wahres Bild von diesem Strömungsvorgang und die

Fig. 138.



Curve *nnnn* ist die graphische Darstellung der Gesammtströme in den einzelnen Querschnitten dieses Systems. Ebenso muß die Curve *mmmm* die graphische

Darstellung sein für die Intensität eines Stromzweiges, den ein Bogen von der constanten Spannweite 2α an verschiedenen Stellen angelegt ableitet.

Vorausgesetzt, daß der Leitungswiderstand des zwischen den Füßen des Bogens begriffenen Stückes vom körperlichen Leiter gegen den Widerstand des Bogens selbst verschwindend klein ist, also der Widerstand des ganzen Kreises durch Entfernung der Füße von einander nicht merklich geändert wird, so lassen sich allemal zwei Stellungen der Bogenfüße angeben mit verschiedener Spannweite, bei denen der abgeleitete Stromzweig gleich stark ist. In der That stellen wir den einen Bogenfuß in a auf die Oberfläche, wo sie eine isoelektrische Fläche mit der Spannung u schneidet, so können wir den anderen Bogenfuß sowohl in b als in c aufstellen, um dieselbe elektromotorische Spannungsdifferenz $u - v$ in den Kreis zu bekommen; v mag nämlich die Spannung derjenigen isoelektrischen Fläche heißen, die in b die Oberfläche schneidet; dieselbe Spannung hat aber auch die symmetrisch von der zweiten Zinkkupfergränze ausgehende isoelektrische Fläche. Unter der gemachten Voraussetzung merklich gleichen Widerstandes würde also in beiden Fällen ein gleich großer Stromantheil den Bogen durchfließen.

267 Wir werden nunmehr in einigen etwas verwickelteren Vorrichtungen leicht die Strömungsvorgänge übersehen, da sie auf das einfache oder doppelte flache Erregerpaar zurückführbar sind. Denken wir uns — um sogleich diese Zurückführung im Auge zu behalten — die ganze soeben behandelte Vorrichtung an beiden Zinkkupfergränzen in ausspringenden rechten Winkeln geknickt, so hätten wir zwei Kupferplatten, die unter rechten Winkeln an eine doppelt so lange Zinkplatte anstoßen, und um die erhabenen Seiten der Winkel herum daran stoßend eine Schicht feuchten Leiters. Die factische Herstellung einer solchen Vorrichtung würde übrigens einfacher sein, wenn man alle drei Metallplatten vertical aufstellte und in eine Rinne von entsprechender Gestalt die Flüssigkeit ausgösse*). Lassen wir jetzt noch eine dieser gegenbildlich gleiche Vorrichtung daran stoßen, so hätten wir im Ganzen vier flache Erregerpaare, deren jedes an der Zinkkupfergränze unter einem ausspringenden rechten Winkel geknickt wäre, so zu einem Apparate vereinigt, daß allemal gleichnamige Metalle zweier benachbarter Paare zusammenstoßend in eine Ebene zu liegen kämen. Die Strömungsvorgänge der einzelnen Paare würden bei dieser Anordnung offenbar nicht in einander übergreifen. Es wäre ein Leichtes, den zusammengesetzten Strömungsvorgang jetzt an dieser im Ganzen quadratischen Vorrichtung in der schon mehrfach befolgten Weise zu ermitteln. Bevor wir jedoch dies thun, wollen wir noch eine kleine unwesentliche Veränderung anbringen. Wir lassen die beiden Kupferseiten um die Hälfte ihrer Länge zusammenschrumpfen; dadurch werden die isoelektrischen und Strömungscurven eine Verzerrung erleiden, die jedoch, so weit wir überhaupt mit der Anschauung folgen können, leicht zu übersehen ist. Das System der isoelektrischen Flächen und Strömungscurven in der so modificirten, in sich zurückkehrenden rechteckigen Rinne mit vier geknickten Erregerpaaren, deren

*) Es mag hier bemerkt sein, daß diese Anordnung von Du Bois auch schon für das einfache flache Erregerpaar beliebt wurde, als er die weiter oben beschriebenen Versuche anstellte.

Digitized by Google

Kupfer halb so lang als ihr Zink ist, wird sich etwa so ausnehmen, wie Fig. 139; die punktirten Linien sind wieder die isoelektrischen, die ausgezogenen die Strömungscurven. Es ist jedoch zu bemerken, daß nunmehr unsere Figur nicht wie die Fig. 138 einen verticalen, sondern einen horizontalen Schnitt der ganzen Vorrichtung vorstellt, weil wir ja jetzt die Erregerplatten senkrecht gestellt haben. Diese selbst bilden das innere, die Gränze des feuchten Leiters das äußere Rechteck. Im inneren Rechteck ist wieder Kupfer als voller weißer Strich an den kurzen Seiten QS, Zink durch zwei parallele Striche an den langen Seiten LS angedeutet. Auch die Stromzweige im angelegten Bogen lassen sich ebenso finden wie früher, und würde das Gesetz ihrer Stärken wesentlich aus dem des einfachen flachen Erregerpaares leicht abzuleiten sein. In Fig. 140 stellt in der schon mehrfach gebrauchten Weise die ausgezogene Curve die Gesammtstromstärken graphisch dar, d. h. die Elektricitätsmengen, die während der Zeiteinheit einen im Fußpunkt der Ordinate senkrecht aufgerichteten Querschnitt der Flüssigkeit passirt; die punktirte Curve stellt die Stärken des in einem Bogen von constanter Spannweite bei seinen verschiedenen Stellungen fließenden Stromzweiges dar. Der Uebersichtlichkeit wegen wurden die einzelnen Punkte, über welche die Querschnitte des feuchten Leiters und die Mitte des leitenden Bogens gestellt war, nicht zu einer geraden Abscissenaxe ausgebreitet, sondern in ihrer

Fig. 139.

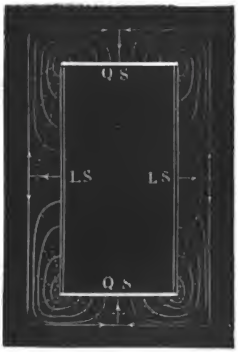
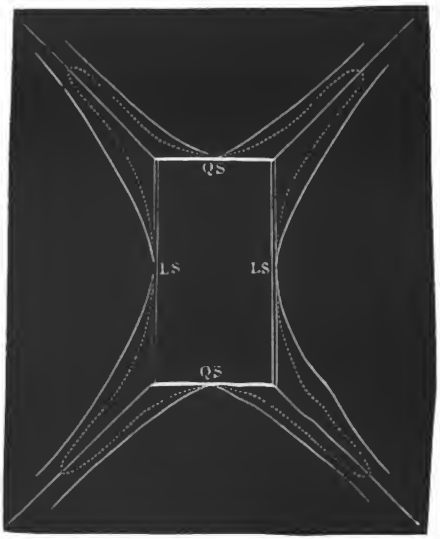


Fig. 140.



Digitized by Google

rechteckigen Anordnung belassen. Es mußten deshalb, um die Continuität der einzelnen Curvenzweige zu erhalten, die Ordinaten unter Winkeln von 45° gegen die Seiten des Rechtecks geneigt werden, was übrigens den Charakter der Curve nicht verändern kann. Man hat alle über einem einzelnen der vier geknickten flachen Erregerpaare errichteten Ordinaten unter einander und zu der Geraden parallel zu denken, die von der diesem Erregerpaar angehörigen Ecke ausgeht.

268 Von unserer viereckigen Rinne mit vier geknickten an einander gelegten flachen Erregerpaaren ist nun leicht der Uebergang zu machen zu einer anderen Anordnung elektromotorisch wirksamer Stoffe, die für die Deutung der Resultate thierisch elektrischer Versuche vom unmittelbarsten Interesse ist — zu einem kupfernen, am Mantel verzinkten Cylinder (die Endflächen behalten das Kupfer frei), der in eine ringsum, sowie oben und unten gleich dicke, also ebenfalls cylindrische Schicht eines feuchten Leiters eingesenkt ist. Läßt man nämlich unsere viereckige Rinnenvorrichtung in ein unendlich dünnes Element zusammenschrumpfen, begränzt durch zwei beinahe horizontale Ebenen, die sich längs der Verbindungslinie der beiden Punkte QS (siehe Fig. 139) unter einem unendlich kleinen Winkel schneiden, so muß offenbar der darin stattfindende Strömungsvorgang in allen Beziehungen übereinstimmen mit demjenigen an einem Elemente der gedachten cylindrischen Vorrichtung, welches durch zwei einander längs der Axe derselben ebenfalls unter einem unendlich kleinen Winkel schneidende Ebenen begränzt wird. Durch die soeben beschriebene Reduction der rechteckigen Rinne wird nun zwar jede der beiden Kupferplatten aus einem schmalen Rechteck verwandelt in zwei sehr spitze Dreiecke, die mit ihren Spitzen bei QS zusammenstoßen, während die Zinkplatten schmale Rechtecke bleiben; doch kann diese Gestaltveränderung keine wesentliche Veränderung in der Gestalt der Curven des Gesammtstromes und des abgeleiteten Stromes hervorbringen. Die Fig. 139 und 140 können daher immer noch als Darstellung der Strömungsvorgänge an der veränderten Vorrichtung und namentlich auch an den beiden keilförmigen Elementen der cylindrischen gelten. Die einzige Veränderung, die etwa in der Gestalt der Curven begegnen könnte, wäre ein allmäligeres Ansteigen beider Curven von den Punkten QS aus, weil durch die Zuspitzung gegen diese Punkte hin daselbst der Widerstand vermehrt wird, ohne daß die elektromotorischen Kräfte eine entsprechende Vermehrung erführen. Die Fig. 140 können wir nun sofort auch gebrauchen, um den Vorgang an der *ganzen* cylindrischen Vorrichtung anschaulich zu machen, da ja bei derselben um die Axe rings herum Alles symmetrisch ist, und folglich, was von *einem* in der beschriebenen Weise aus derselben herausgeschnittenen keilförmigen Elemente bewiesen ist, sofort von allen gilt. Wir wollen eine Vorrichtung von der Beschaffenheit unserer cylindrischen eine *peripolar elektromotorische* nennen. Als Resultat der ganzen bisherigen Betrachtungen ergiebt sich über die Wirksamkeit einer solchen Folgendes: In der Schicht feuchten Leiters fließen überall Elementarströme, die von Punkten des verzinkten Mantels ausgehen und in Punkte der kupfernen Endflächen einkehren. Die stärksten Ströme biegen kurz um die Ränder der Endflächen um;

Digitized by Google

schwächere Ströme umgehen diese Ränder in weiteren Curven. Eine durch die Axe in ihrem Mittelpunkt senkrecht gelegte Ebene — die Aequatorialebene — theilt die ganze Vorrichtung in zwei symmetrische Hälften. Alle darüber vom Zink ausgehenden Elementarströme münden in die obere, alle darunter ausgehenden in die untere kupferne Endfläche. Die Stromzweige, welche ein an die Oberfläche des feuchten Leiters angelegter Bogen führt, sind stark, wenn zwischen seinen Füßen der Rand einer Endfläche begriffen ist, unverhältnißmäßig schwach, wenn beide Füße über dem Mantel, oder beide über einer Endfläche stehen. Die abgeleiteten Stromzweige sind Null, wenn beide Füße des Bogens gleich weit vom Aequator abstehen, mögen sie übrigens beide auf derselben oder auf verschiedenen Seiten des Aequators angelegt sein. Ueberhaupt gilt die Regel, daß bei der Berechnung der abgeleiteten Stromzweige bloß die zum Aequator parallelen Kreise in Frage kommen, auf denen die Bogenfüße aufstehen; in welchem Punkte eines solchen Kreises der Bogenfuß die Oberfläche des Leiters berührt, ist gleichgültig, vorausgesetzt, daß man den Widerstand des Leiters gegen den eigenen Widerstand des Bogens vernachlässigen darf. Jede isoelektrische Fläche tritt nämlich in einem Parallelkreise an die Oberfläche; es herrscht daher auf allen Punkten eines solchen dieselbe Spannung, und die Anlegung des Bogenfußes an verschiedene Punkte desselben Parallelkreises kann nur auf den Widerstand der Leiterstrecke zwischen den Bogenfüßen, nicht auf die ins Spiel kommenden elektromotorischen Kräfte von Einfluß sein.

Die Gesetze der Ströme in solchen peripolar elektromotorischen Vorrichtungen (die übrigens Du Bois ebenfalls durch den Versuch bestätigt hat) können 269
natürlich nicht von den Abmessungen derselben abhängen. Wir dürfen uns daher unseren Cylinder so klein denken als wir wollen. Lassen wir ihn in Gedanken zu verschwindender Kleinheit zusammenschrumpfen, runden wir gleichzeitig die Ränder ab und geben wir der umspülenden Flüssigkeit die Würfelgestalt statt der cylindrischen. Auch diese Veränderungen werden das Wesen des ganzen Herganges nicht beschlagen. Wir haben so den Cylinder verwandelt in das, was Du Bois eine »peripolar elektromotorische Molekel« nennt; d. h. ein kupfernes — oder besser allgemein ein elektronegatives — Kügelchen, dessen beide Polarzonen roth geblieben sind, während die Aequatorialzone einen elektropositiven (Zink-) Ueberzug hat; das Ganze ist versenkt in einen etwas größeren Würfel aus elektrolytischer Substanz. In diesem kleinen Apparate werden auch die isoelektrischen Flächen hoher Spannung im Bereiche der verzinkten Aequatorialzone, die niederer Spannung über den kupfernen Polarzonen zu Tage treten. Von der Aequatorialzone werden Ströme ausgehen, die im feuchten Leiterwürfel zu beiden Seiten gegen die Pole hin abfließen. Könnte man die Füße eines ableitenden Bogens so klein machen, daß man ihnen noch verschiedene Stellungen an den Würfelflächen geben könnte, so würden auch noch die abgeleiteten Stromzweige in der Weise, wie am Cylinder, gesetzmäßig auftreten. Legen wir jetzt zwei solche peripolare Molekel mit entsprechenden Flächen an einander, d. h. entweder so, daß den Polen benachbarte, oder so, daß der

Digitized by Google

Aequatorialzone benachbarte Würfelflächen einander berühren, so stoßen sie offenbar überall mit Punkten gleicher Spannung an einander, und es ist nirgend Grund zu einem Ueberströmen aus der einen in die andere vorhanden. In jeder einzelnen bleibt die Spannungs- und Stromvertheilung als ob sie isolirt wäre. Dasselbe gilt, wie sich von selbst versteht, von mehr als zwei in der beschriebenen Weise zusammengelegten Molekeln. Denken wir uns jetzt, indem wir unzählige über einander, hinter einander und neben einander legen, einen nach den drei Abmessungen des Raumes endlich ausgedehnten Körper, aufgebaut aus peripolar elektromotorischen Molekeln, deren Axen sämmtlich parallel und lothrecht stehen. Wäre die Anzahl der über einander liegenden viel größer als der hinter einander und neben einander liegenden, so hätten wir jetzt einen länglichen, parallelepipedischen Körper vor uns, von dessen elektromotorischer Wirksamkeit nach außen wir uns Rechenschaft geben wollen.

Fig. 141.

Fig. 141 mag ungefähr andeuten, wie man sich die elektromotorisch wirksamen Theilchen in einer von zwei beliebigen Längsschnitten begränzten Schicht des Körpers zu denken hat. Die elektropositiven Aequatorialzonen sind hell und mit + bezeichnet; die elektronegativen Polarzonen dunkel und mit — bezeichnet; die elektrolytische Substanz ist senkrecht schraffirt; endlich ist die allgemeine Richtung der Elementarströmchen durch Pfeile angedeutet. Man sieht jetzt leicht, daß man unter den langen Seitenflächen oder auch unter jedem beliebigen Längsschnitte immer zunächst auf positive Aequatorialzonen stoßen wird; unter den Endflächen oder unter jedem beliebigen Querschnitte begegnet man aber immer zunächst negativen Polarzonen der elektromotorischen Molekel. An den Langseiten werden daher überall isoelektrische Flächen von höherer Spannung zu Tage treten; an den Endflächen solche von niederer Spannung. Gehen wir z. B., um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, auf einer der Längsrichtung des Parallelepipeds parallelen Linie an einer seiner Seitenflächen herab, so treffen wir zunächst oben an der Randkante die Spannung, die in Fig. 139 den vier Ecken zukommt; von diesem in der Langseite überhaupt möglichen Minimalwerth wächst sie, bis wir über den Aequator der ersten Molekel gekommen sind; sie hat hier dieselbe Größe, wie auf dem Aequatorialschnitt der cylindrischen Vorrichtung, siehe Nr. 267 und Fig. 139; bei weiterem Heruntergehen nimmt sie wieder ab und erreicht von Neuem den Minimalwerth, wenn wir auf unserer Linie die Gränze zwischen der ersten und zweiten Molekel erreicht haben. Dasselbe Ansteigen und Abnehmen wiederholt sich natürlich beim weiteren Herabgehen im Bereiche jeder Molekel. Im Ganzen

Digitized by Google

hätten wir also auf einer Langseite ein in sehr kurzen Raumintervallen (der Länge einer Molekel) wiederholtes periodisches Steigen und Fallen der Spannungen, so jedoch, daß sie nie unter einen gewissen Werth v sinkt, der, wie wir sahen, der Spannung an den Ecken von Fig. 139 ungefähr gleich ist. Schreiten wir hingegen auf irgend einer geraden Linie fort, die in einer der Endflächen unseres Parallelepipedes gezogen ist, so finden wir zwar wieder ein periodisches Sinken und Steigen der Spannungen, aber wir begegnen jetzt keiner Spannung, deren Werth größer als jenes v wäre, das an den Langseiten das Minimum war. In der That kommen an den Endflächen nur solche isoelektrische Flächen zu Tage, die sich über elektronegativen Polarzonen erheben und deren Spannungen also jenen gleich sind, die in Fig. 139 über den Kupferflächen an den kürzeren Seiten der Rinne herrschen; sie sind sämmtlich kleiner als die an den Ecken herrschende Spannung v, da ja der Strom von den Ecken nach der Kupferfläche hinfließt. Hieraus läßt sich nun auf die elektromotorische Wirksamkeit des aus peripolaren Molekeln zusammengesetzten Körpers schließen. Zunächst ergiebt sich, daß, wie schon bemerkt, weder in dem Körper noch an seiner Oberfläche Gesammtströme fließen werden, da die elementaren Stromsysteme der einzelnen Molekel keinen Grund finden, in einander überzufließen. Zweitens läßt sich in einen angelegten Bogen nur dann ein Stromzweig ableiten, wenn derselbe mit dem einen Fuß auf einer End-, mit dem anderen auf einer Seitenfläche des Parallelepipedes steht. Dies zeigt sich so: Die elektromotorischen Molekel denken wir verschwindend klein, es liegen also immer unzählig viele im Bereiche eines Bogenfußes und ob an den Gränzen noch ein halbes mehr hineinragt, kann keinen Unterschied machen. Sei nun ein Fuß an der Langseite angelegt, so wird sich in seinem Bereiche die periodische Schwankung der Spannung zwischen dem Minimalwerthe v und einem Maximalwerthe, der größer als v ist, er mag $v + \delta$ heißen, unendlich oft wiederholen. Wir hätten also nach dem Principe der elektromotorischen Oberfläche im Bogenfuße neben einander von innen nach außen elektromotorisch wirksame Punkte zu denken, deren Kräfte ebenfalls zwischen v und $v + \delta$ periodisch variiren. Nach einem — ich möchte sagen — ursprünglichen logischen Princip (das sich übrigens auch mathematisch erweisen läßt) können wir statt dessen, ohne am Erfolg etwas zu ändern, den ganzen Bogenfuß mit einer für alle Punkte constanten Kraft ausgestattet denken, die nothwendig zwischen den Gränzen v und $v + \delta$ liegen muß. Sie braucht nicht gerade das arithmetische Mittel $v + {}^1/_2\,\delta$ einzuhalten, läßt sich aber jedenfalls durch $v + n\delta$ darstellen, wenn n einen positiven ächten Bruch bedeutet, also größer als Null und kleiner als Eins ist. Legt man jetzt den anderen Bogenfuß an irgend einen anderen Punkt der Langseiten an, so hätte man demselben gleichfalls die nach außen (der ersteren also im Bogen entgegen) gerichtete elektromotorische Kraft $v + n\delta$ zu ertheilen, denn die ganze soeben entwickelte Schlußfolgerung fände von Neuem Anwendung; es könnte also kein Strom im Bogen entstehen. Legte man aber den anderen Bogenfuß an einen Punkt der Endflächen, so variirten in seinem Bereiche die Spannungen unzählige Male zwischen dem

Digitized by Google

Maximalwerth v und einem Minimalwerth, kleiner als v, der $v - \delta'$ heißen mag. Man kann nun wieder eine mittlere elektromotorische Kraft statt der eigentlich periodisch variirenden gleichmäßig über den ganzen Bogenfuß verbreitet denken; ihr Werth ist aber hier zwischen v und $v - \delta'$ anzunehmen, also $= v - m\delta'$, wo m ein positiver ächter Bruch ist. Wir hätten also nunmehr in dem an der Langseite angelegten Bogenfuße die von innen nach außen gerichtete Kraft $v + n\delta$, und in dem an der Endfläche angelegten Fuße die ebenfalls von innen nach außen, also jener entgegen gerichtete Kraft $v - m\delta'$ zu denken. Das ergiebt zu Gunsten der ersteren eine wirksame Differenz $= n\delta + m\delta'$. Es muß also bei dieser Anordnung im Bogen ein Strom von der Langseite zur Endfläche fließen, dessen Intensität $J = \frac{n\delta + m\delta'}{W}$ ist, wenn W den ganzen Widerstand des Bogens und des Parallelepipeds zwischen den Bogenfüßen bedeutet. Legen wir endlich beide Bogenfüße an Punkte der Endflächen, so kann wieder in keinem Falle ein Strom abgezweigt werden: denn wir müßten in jedem Bogenfuße die nach außen gerichtete Kraft $v - m\delta$, annehmen, deren Wirkungen einander aufheben.

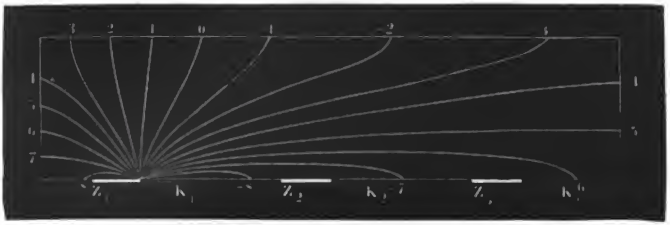
Ferner ist noch zu sehen: Die Entfernung der Bogenfüße von einander und von der Gränze zwischen Endflächen und Langseite — d. h. also die Spannweite des Bogens — kann bei einer überhaupt wirksamen Anordnung nur dadurch auf die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges Einfluß üben, daß sie den Widerstand der zwischen den Bogenfüßen befindlichen Körperstrecke verändert. Die im Spiel zu denkenden elektromotorischen Kräfte sind immer dieselben, nämlich $v + n\delta$ und $v - m\delta'$; daher muß auch der abgeleitete Stromzweig bei constantem Leitungswiderstande des Bogens immer derselbe sein, sobald der Widerstand des Körpers gegen jenen überall verschwindet.

270 Als ferneres Beispiel von Elektricitätsbewegung in körperlichen Leitern wollen wir noch eine Reihe »dipolar« elektromotorischer Molekel betrachten. Im Anschluß an die soeben gegebene Definition einer peripolaren Molekel verstehen wir unter einer dipolaren ein Kügelchen, zusammengesetzt aus zwei in der Aequatorialebene zusammenstoßenden Halbkugeln von elektromotorisch differenter Natur, so daß die Kugel eine negative und eine positive Hemisphäre besitzt, und mitten in den Hemisphären einen positiven und einen negativen Pol. Wir denken uns dieses Kügelchen (das etwa halb aus Zink und halb aus Kupfer bestehen könnte) umgeben von einer Schicht unwirksamen feuchten Leiters, die würfelförmig nach außen begränzt sein mag. Das Kügelchen ist nun offenbar rings umflossen von einem Stromsysteme, dessen Elementarströme alle von Punkten der positiven Hemisphäre im feuchten Leiter zu Punkten der negativen hingehen. Legen wir nun mehrere derartige dipolare Molekel in eine Reihe zusammen, so daß die Axen aller eine und dieselbe Richtung haben (Fig. 142), so treffen offenbar

Fig. 142.

nicht in den Berührungsflächen isoelektrische Flächen gleicher Spannung zusammen, und es werden somit die Stromsysteme der verschiedenen Molekeln in einander überfließen und zu einem neuen resultirenden gemeinsamen Stromsysteme der ganzen Reihe sich vereinigen. Aus diesem Grunde ist die Erörterung einer Reihe dipolarer Molekeln weit schwieriger als die einer Reihe peripolarer, trotz der größeren Einfachheit des Elementes. Um von dem höchst verwickelten Vorgange zuerst das Wesentlichste in möglichst einfacher Gestalt zu erfassen, gehen wir wieder auf flache Erregerpaare (siehe Nr. 259) zurück. Wir wollen beispielsweise drei solche an der einen langen Wand eines rechtwinklig parallelepipedischen Gefäßes, das mit unwirksamem feuchten Leiter gefüllt ist, anbringen, jedoch so, daß sie einander nicht berühren, etwa wie $z_1 k_1$, $z_2 k_2$, $z_3 k_3$ in Fig. 143. Mit

Fig. 143.

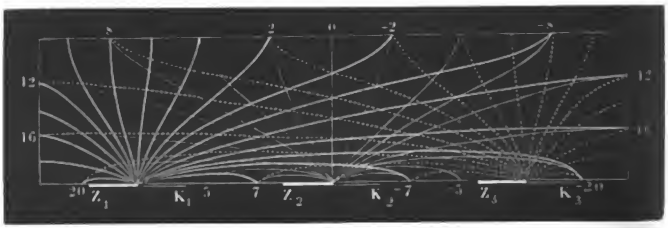


Hülfe des Principes der Superposition der Spannungen werden wir uns leicht eine ungefähre Vorstellung von dem Strömungsvorgange machen können, den die gedachte elektromotorische Anordnung in der parallelepipedischen Flüssigkeitsmasse hervorbringt. Wir brauchen nämlich nur die Spannungen zu berechnen, welche in jedem Punkte jedes Erregerpaar allein für sich wirksam hervorbringen würde, und dann diese drei Spannungen für jeden Punkt algebraisch zu summiren. In Fig. 143 sind nun die Spannungen verzeichnet, die das erste Paar $z_1 k_1$ allein hervorbringen würde. Es ist dabei willkürlich angenommen, die Spannungsdifferenz, welcher die zwischen Kupfer und Zink wirksame elektromotorische Kraft Gleichgewicht hält, sei $= 18$ Einheiten. Diese Annahme ist erlaubt, da ja die Maßeinheit der Spannungen an sich willkürlich ist. Die Zinkfläche z_1 wäre also die erste isoelektrische Fläche mit der Spannung $+ 9$, die Kupferfläche wäre die letzte mit der Spannung $- 9$. Dazwischen sind 17 isoelektrische Flächen im Durchschnitt verzeichnet und die auf ihnen herrschende Spannung allemal mit einer Zahl da angegeben, wo die Curve die Gränze des Leiters senkrecht schneidet. Wie man sieht, nahm ich an, die isoelektrischen Kurven hätten im Vergleich mit einem symmetrischen flachen Erregerpaar sämmtlich eine Verzerrung nach rechts — nach der Seite des geringeren Widerstandes d. h. der größeren Leitermasse erlitten. Diese Annahme steht mit dem früher ausgesprochenen Grundsatz wenigstens nicht im Widerspruch, daß die isoelektrischen Flächen an Stellen größeren Widerstandes sich dichter zusammendrängen müssen als an Stellen geringeren Widerstandes. Es sind vielmehr in der That hier die iso-

Digitized by Google

lektriſchen Kurven linker Hand trotz der Verzerrung dichter als rechts, nur, weil überhaupt mehr Raum vorhanden iſt, nicht ſo dicht als in einem ſymmetriſchen flachen Erregerpaar, wo die Seitenfläche rechts ebenſoweit von k_1 abſtehen würde als die linke von z_1. In ähnlicher Weiſe kann man nun für das Paar $z_2 k_2$ und für das Paar $z_3 k_3$ diejenigen 17 iſoelektriſchen Curven zeichnen, auf denen die Spannung 8, 7, 6.... — 6, 7, — 8 ſtatt haben würden, wenn $z_2 k_2$ oder $z_3 k_3$ allein in Thätigkeit wäre. In Fig. 144 (a. f. S.) ſind die drei Syſteme iſoelektriſcher Curven in daſſelbe Rechteck eingezeichnet. Größerer Ueberſichtlichkeit wegen iſt das zum erſten Paare $z_1 k_1$ gehörige ſtark ausgezogen; das zu $z_2 k_2$ gehörige iſt durch feine und das zu $z_3 k_3$ gehörige durch punktirte Linien angedeutet. Für diejenigen Punkte, wo ſich drei Curven — den drei Syſtemen angehörig — ſchneiden, kann man jetzt unmittelbar die Spannung angeben, welche

Fig. 144.



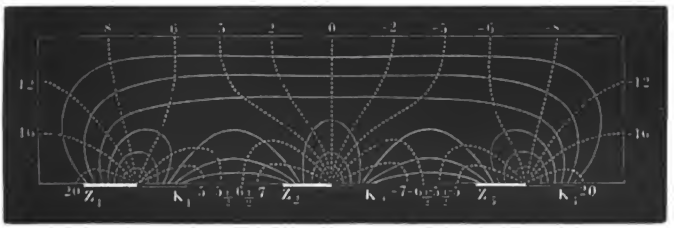
dort herrſcht, wenn alle drei Paare zuſammen wirkſam ſind. Z. B. muß der mit 16 bezeichnete Punkt des linken Randes in der That die Spannung 16 haben; denn wie man aus der Abzählung der drei dort einſchneidenden Curven erſieht, würde dort vermöge der Wirkung des Paares $z_1 k_1$ die Spannung + 6, vermöge $z_2 k_2$ die Spannung + 5 und vermöge $z_3 k_3$ die Spannung + 5 Platz greifen: die Summe dieſer drei Spannungen iſt + 16. Der Punkt am oberen Rande mit — 2 bezeichnet, würde (um noch ein Beiſpiel auszuführen) von $z_1 k_1$ die Spannung — 2, von $z_2 k_2$ die Spannung — 1, von $z_3 k_3$ die Spannung + 1 erhalten; es iſt aber die algebraiſche Summe $-2+1-1 = -2$. So ſind die am Rande herum geſchriebenen Zahlen berechnet. Nur bei den Zahlen 5 rechts von k_1 und — 5 links von z_3 iſt noch eine Interpolation zu Hülfe genommen, weil hier keine vom erſten und dritten Paare wirklich gezeichneten Curven ausmünden. Was den Punkt 5 betrifft, ſo erhält er von $z_2 k_2$ aus die Spannung + 7, von $z_1 k_1$ aus aber (weil er zwiſchen der Kupferfläche dieſes Paares und der Curve mit der Spannung — 8 liegt) etwa die Spannung $-8\frac{1}{2}$, und von $z_3 k_3$ aus (weil er zwiſchen den Curven 7 und 6 liegt) etwa die Spannung $+6\frac{1}{2}$; es ergiebt ſich die algebraiſche Summe $+7-8\frac{1}{2}+6\frac{1}{2} = +5$; dem Punkt — 5 müſſen wir ſchon wegen der Symmetrie die Spannung — 5 zuſchreiben. Faſſen wir das Reſultat der ganzen Betrachtung noch einmal zuſammen, indem wir am Rande der Figur herumgehend den Gang der Spannungen beachten: Die erſte Zinkfläche z_1 mag

Digitized by Google

als erste isoelektrische Fläche die Spannung + 21 haben; gehen wir von ihrem linken Ende weiter, so kommen wir continuirlich zur Spannung 20; dann um die linke untere Ecke am linken Rande zur Spannung 16, 12 u. s. w.; immer noch stetig nimmt am oberen Rande die Spannung durch Null hindurch ab und bekommt auf der rechten Seite negative Werthe. Diese stetige Abnahme geht bis zur dritten Kupferfläche k_3, wo die Spannung = — 21 sein muß. Die daran stoßende Zinkfläche z_3 muß — das fordert schon ohne weitere Rechnung die constante elektromotorische Differenz — eine um 18 Einheiten höhere Spannung = — 3 besitzen. Gehen wir von z_3 aus wieder am Rande weiter, so fängt die Spannung wieder an stetig abzunehmen; von — 3 nimmt sie ab auf — 5, von da auf — 7, und auf der Kupferplatte k_2 wird sie den Werth — 9 haben. An der Berührungsstelle zwischen k_2 und z_2 muß wieder eine sprungweise Zunahme um 18 Einheiten stattfinden, so daß auf z_2 die Spannung + 9 kommt. Endlich sehen wir zwischen z_2 und k_1 wieder eine stetige Abnahme von + 9 durch die Werthe + 7 und + 5 zum Werthe + 3, welcher auf der Kupferplatte k_1 stattfindet, was denn auch damit zusammentrifft, daß auf z_1 die Spannung 21 = + 3 + 18 angenommen wurde.

Nach den soeben abgeleiteten Resultaten können wir nun mit Hülfe der allge- 271
meinen Eigenschaften der isoelektrischen Flächen und Strömungscurven, diese und jene verzeichnen, mit der Genauigkeit, die überall mit der bloßen Anschauung zu erreichen ist. In Fig. 145 ist dies geschehen. Ueber die isoelektrischen (punktirten)

Fig. 145.

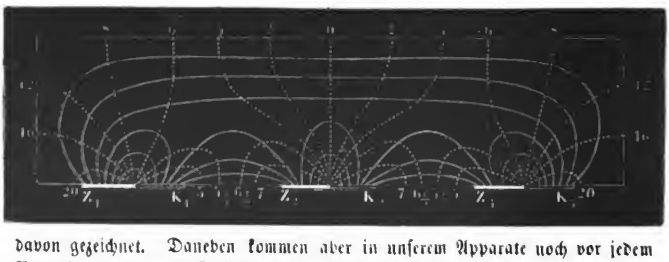


Curven der Figur ist zunächst Folgendes zu bemerken. Die Spannungen zwischen + 3 und + 9, sowie zwischen — 3 und — 9 kommen zweimal am Rande der Figur vor. Zwei solche Punkte gleicher Spannung — z. B. der Punkt mit der Spannung + 5 am oberen, und der Punkt mit der Spannung + 5 am unteren Rande — können aber nicht auf einer isoelektrischen Curve liegen, weil diese sonst den Leiter in zwei vollständig getrennte Stücke theilen würde und der Elektricität keinen Weg offen ließe, um von ihrer einen zu ihrer anderen Seite zu kommen, ohne sie selbst zu durchsetzen (siehe S. 376). Es müssen also jedem Spannungswerth zwischen + 3 und + 9, sowie jedem zwischen — 3 und — 9 zwei isoelektrische Curven entsprechen, die von verschiedenen elektromotorischen Scheidungsstellen ausgehen. So sieht man z. B. von der Berührungsstelle des Paares $z_1 k_1$ eine isoelektrische Curve mit der

Digitized by Google

Spannung + 5 ausgehen und an dem unteren Rande der Figur einmünden. Eine zweite iſoelektriſche Curve mit der Spannung + 5 geht von der Berührungsſtelle des Paares $z_2 k_2$ aus, um am oberen Rande die Oberfläche zu treffen, u. ſ. w. Vermöge dieſer eigenthümlichen Spannungsvertheilung geſtaltet ſich nun auch die Elektricitätsbewegung in beſonderer Weiſe. Verfolgen wir ein elektriſches Theilchen, das in der erſten Strömungscurve links dicht am Punkte z_1 die erſte Zinkfläche verläßt. Es beginnt ſeinen Kreislauf mit der Spannung + 21, geht dann, indem es nahe an der Begränzungslinie der Figur die iſoelektriſchen Flächen durchſetzt, ſtetig zu immer geringeren Spannungen über und kommt mit der Spannung — 21 bei k_3 wieder auf Metall. Die elektromotoriſche Kraft des Paares $z_3 k_3$ vermag es nun von dem Punkte mit der Spannung — 21 zu einem Punkte überzuführen, der eine um 18 Einheiten höhere Spannung beſitzt — d. h. zu der Zinkfläche des dritten Paares, auf der ja die Spannung — 3 = — 21 + 18 herrſcht; hier angekommen, gehorcht es nun wieder den anziehenden und abſtoßenden Kräften der frei vertheilten elektriſchen Maſſen, und ſtrebt von Punkten höherer zu Punkten niederer Spannung. Es verläßt ſomit das Zink dicht bei z_3 und bewegt ſich in dem zwiſchen z_3 und k_2 flach geſpannten Bogen, wie man ſieht, durch die iſoelektriſchen Curven mit den Spannungswerthen — 5, — $5\frac{1}{2}$ ꝛc., alſo mit ſtetig abnehmender Spannung nach dem Kupfer k_2 hin. In dem zweiten Paare angelangt, wird es wieder vermöge der dort wirkenden elektromotoriſchen Kraft zu einem Punkte befördert, deſſen Spannung um 18 Einheiten höher iſt, d. h. vom Kupfer des zweiten Paares zum Zinke deſſelben. Von z_2 geht es wieder aus mit der Spannung + 9 und kommt durch die Flüſſigkeit mit ſtetig abnehmender Spannung zum Kupfer k_1, wo die Spannung + 3 herrſcht. Endlich wird es durch die elektromotoriſche Kraft des erſten Paares wieder auf deſſen Zink mit der Spannung + 21 gehoben und kann alsdann den beſchriebenen Kreislauf von Neuem beginnen. Dieſer lange Kreislauf mit drei elektromotoriſchen Erhebungen wird in einer ganzen Reihe von Strömungscurven vollzogen; in der Fig. 146 ſind als Beiſpiele drei

Fig. 146.



davon gezeichnet. Daneben kommen aber in unſerem Apparate noch vor jedem Paare kurz umbiegende Strömungscurven vor, die nicht alle iſoelektriſchen Curven durchſetzen. Ebenfalls drei ſolcher Curven ſind in der Figur vor jedem Paare gezeichnet. In einer kurzen Curve des erſten Paares ſinkt, wie man ſieht, ein

Digitized by Google

vom Zink ausgehendes Theilchen von der Spannung + 21 nur herab bis zur Spannung + 3, fließt mit dieser in der Kupferfläche k_1 und wird dann durch die elektromotorische Kraft $z_1 k_1$ wieder zur Zinkfläche z_1 mit der Spannung + 21 hinaufgeschafft und kann so ohne Weiteres seinen kleinen Kreislauf von Neuem beginnen. In ähnlicher Weise sinken die elektrischen Massen in den kleinen Strömchen von dem Paare $z_2 k_2$ und $z_3 k_3$ bloß von der Spannung + 9 bis — 9, und von der Spannung — 3 bis — 21, um hernach durch die Wirkung einer einzigen elektromotorischen Kraft wieder auf die erste gehoben zu werden.

Von der hier behandelten Vorrichtung ist der Uebergang zu einer Reihe 272
dipolarer elektromotorischer Molekel, wie sie Seite 400 beschrieben wurden, leicht zu machen. 1) Die Hinzufügung neuer flacher Erregerpaare in der Längenrichtung würde offenbar nur das Quantitative des Vorganges beschlagen, im Wesen bliebe er derselbe, d. h. man hätte neben Partialströmchen mit der einfachen Spannungsdifferenz der elektromotorischen Kraft vor jedem Paare einen Gesammtströmungsvorgang, der sämmtliche Paare durchsetzte und in dessen Kreise eine größere Spannungsdifferenz wirksam wäre. 2) Ein halbkreisförmiges Hineinbiegen der flachen Erregerpaare in die Masse des Leiters kann ebenfalls keine wesentlichen Aenderungen bedingen. 3) Man lasse die ganze Vorrichtung zusammenschrumpfen auf eine unendlich dünne keilförmige Schicht. Die Seitenflächen derselben sollen beide auf der Wand des zuerst gedachten Parallelepipeds, welche die flachen Erregerpaare enthielt, nahezu senkrecht stehen. Die Linie in welcher sie sich schneiden soll die Grundlinie der Figur 146 sein. Auch in der so veränderten Vorrichtung wird immer noch ein der Fig. 146 analoger Strömungsvorgang stattfinden. Sie ist aber nunmehr nichts Anderes als das keilförmige Element einer cylindrischen Reihe von dipolaren elektromotorischen Molekülen, aus dieser herausgeschnitten, durch zwei in der Axe unter sehr kleinem Winkel sich treffende Ebenen. Was also an der langen schmalen Seite den elektromotorischen Paaren gegenüber (an der oberen Langseite Fig. 146) gilt, das muß an dem ganzen Mantel der cylindrischen Molekelreihe gelten, und was von den kurzen Seiten der Vorrichtung gesagt wurde, läßt sich sofort auf jeden Radius der Endfläche der cylindrischen Reihe übertragen. Endlich gilt von der Axe des Cylinders Alles, was von der Schneide des keilförmigen Apparates (untere Gränze der Fig. 146) bewiesen wurde. Daß wir uns oben Seite 400 den unwirksamen Leiter, in den die Reihe elektromotorischer Moleküle eingebettet war, vierseitig prismatisch statt cylindrisch begränzt dachten, ist eine ganz gleichgültige Abänderung, die nur gerade erwähnt zu werden braucht, ohne daß wir weiter Gewicht darauf legen. Wir können demnach von der Oberfläche einer dipolaren Molekülreihe Folgendes aussagen: Die höchste Spannung herrscht an der Endfläche, welcher die Moleküle ihre positiven Pole zukehren, die niedrigste an der gegenüber liegenden; die Differenz zwischen diesen beiden Spannungen wird mit zunehmender Länge der Reihe (wenn auch nicht gerade proportional) zunehmen. An den langen Seitenflächen nimmt die Spannung stetig ab von der positiven bis zur negativen Endfläche. Ein ableitender Bogen, an die Reihe angelegt, wird also nach dem Principe der elektromotorischen Oberfläche unter

Digitized by Google

allen Umständen einen Strom führen — es wird keine unwirksame Anlegung geben können. Die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges wird mit der Spannweite des ableitenden Bogens ceteris paribus zunehmen, vorausgesetzt, daß der Widerstand im Leiter vernachlässigt werden darf; denn je weiter die Bogenfüße aus einander stehen, um so größer ist die Spannungsdifferenz der Oberflächenpunkte, auf denen sie stehen. Die Richtung des abgeleiteten Stromarmes geht allemal im Bogen von dem Fuß, der dem positiven Endquerschnitt näher, zu dem, welcher von diesem ferner angelegt ist.

Zweites Capitel.

Vom Muskel- und Nervenstrom.

A. Anlegen des ableitenden Bogens an thierische Theile.

273 Von dem in der Vorrede dargelegten Standpunkte aus müßte eigentlich die Lehre vom Muskel- und Nervenstrom als der Physiologie im engeren Sinne angehörig ausgeschlossen werden. Die ebenfalls in der Vorrede angeführten Gründe werden jedoch — hoffe ich — auch diese Abweichung von dem im Allgemeinen festgehaltenen Standpunkte entschuldigen. So weit bin ich übrigens in meiner Inconsequenz doch nicht gegangen, daß ich diesen Lehren in allen physiologischen Details und Folgerungen nachgegangen wäre. Ich habe auch in diesem Capitel den wesentlichen Zweck dieses Buches im Auge behalten, der ja — mehrfach ausgesprochen — darin besteht, daß es dem Mediciner die zum Verständnisse physiologischer Forschungen nothwendigen physikalischen Hülfslehren geben soll.

Wenn überhaupt im Inneren des Muskels oder Nerven elektromotorisch ungleichartige Theile vorhanden sind, so kann doch wenigstens nicht wohl bezweifelt werden, daß dieselben von der Oberfläche her unzugänglich sind. Irgend ein an die Oberfläche angelegtes Werkzeug wird nie mit den eigentlich elektromotorisch wirksamen ungleichartigen Theilen in unmittelbare Berührung kommen. Erstens nämlich sind in beiden Gewebsarten die eigentlich functionirenden Theile, bei denen man doch voraussichtlich allein elektromotorische Wirksamkeit zu suchen haben wird, in ringsum gleichartige Bindegewebshüllen eingeschlossen. Zweitens sind Muskel und Nerv immer mit einer Schicht ihrer Tränkungsflüssigkeit überzogen. Wer aber diesen beiden Gründen noch keine volle Triftigkeit zugestehen wollte und meinte, es könne doch etwa auf Querschnitten der faserigen Gebilde gelingen, einen Leiter mit den eigentlich wirksamen Theilen in unmittelbare Berührung zu bringen, der wird doch wenigstens das zugeben müssen, daß es mit unseren gegenwärtigen Hülfsmitteln nicht gelingen

Digitized by Google

kann, die elektromotorisch differenten inneren Theile durch den angelegten Bogen allein zum Kreise zu schließen. Man wird es niemals, wie in unseren künstlichen galvanischen Ketten, dahin bringen können, daß die im Inneren des thierischen Theiles durch elektromotorische Kräfte gesetzten Spannungsdifferenzen sich *ausschließlich* durch den angelegten Bogen abgleichen müssen. In der That müßte ja, wenn dies möglich sein sollte, der Bogen einen Theil eines ringförmig in sich zurücklaufenden Systemes bilden, dessen *ganzer* Querschnitt an irgend einer Stelle von der elektromotorischen Kraft eingenommen wird, dergestalt, daß von der einen zur anderen Seite der elektromotorisch wirksamen Fläche *kein* Weg offen steht, der *nicht* durch den Bogen führte. Bei unseren künstlichen galvanischen Ketten erfüllen wir diese Bedingung, indem wir sie nach dem Schema der Fig. 126 ausführen und irgend einen Theil des Ringes als Schließungsbogen mit stromprüfendem Werkzeug einrichten. Bei den einstweilen noch hypothetischen Ketten in Nerv und Muskel können wir nicht der von der einen zur anderen Seite elektromotorischer Flächen strebenden Elektricität alle Wege, die nicht durch den angelegten Bogen führen, versperren. Denn selbst wenn es gelänge, mit den Enden des Bogens die unwirksamen Schichten zu durchdringen und die eigentlich wirksamen Theile zu berühren, so würden doch die ringsherum verbleibenden Partien jener Nebenschließungen darstellen, durch welche hindurch die elektrischen Differenzen sich ebenso gut abgleichen können, als durch den Bogen selbst. Ueberdies wird noch für die in jeder einzelnen Faser entwickelten Ströme die ganze Masse der übrigen eine Nebenschließung darstellen. Fassen wir das Resultat dieser kurzen Betrachtung noch einmal mit zwei Worten zusammen: Wir dürfen — und dies kann von vornherein gar nicht genug betont werden — nicht erwarten, daß wir in einem leitenden Bogen, mögen wir denselben an Nerv oder Muskel anlegen wie wir wollen, die ganze Elektricität fließend anträfen, welche durch etwa im Inneren dieser Gebilde wirksame elektromotorische Kräfte in Bewegung gesetzt wird; diese fließt vielmehr zum größten Theile in den feuchten Leiterkreisen, welche die unwirksamen Gewebetheile selbst darstellen. In unseren angelegten Bogen haben wir nur unbedeutende abgezweigte Strömchen zu erwarten, die aus den für solche im vorigen Capitel aufgestellten Gesichtspunkten zu beurtheilen sind. Nur diese also werden auf unsere stromprüfenden Vorrichtungen wirken können.

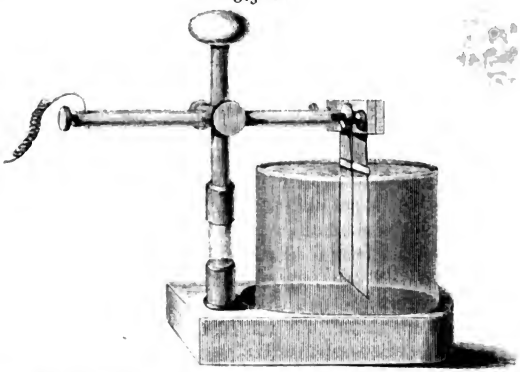
Sollen die Grundsätze des vorigen Capitels auf die Discussion thie- 274
risch elektrischer Versuche Anwendung finden, so müssen diese auch unter der Bedingung angestellt werden, unter welcher allein jene Geltung haben, d. h. die Anlegung des Bogens muß eine unwirksame sein. Es dürfen in dem Bogen selbst oder an seinen Berührungsstellen mit dem zu prüfenden thierischen Theile nicht elektromotorische Kräfte ihren Sitz aufschlagen. Wäre nämlich dies der Fall, so würden sofort eigene Ströme den Bogen durchlaufen, welche die Wirkung der vom Inneren des thierischen Theils hineingehenden Stromzweige je nach ihrer Richtung vermehrten oder verminderten, kurz ihre reine Beobachtung unmöglich machten. Es wird nun freilich in der Regel unmöglich sein, elektromotorische Scheidungsstellen in dem anzulegenden Bogen überhaupt zu vermei-

Digitized by Google

den, und wir müssen daher nur unser Augenmerk darauf richten, was übrigens im Endresultat doch auf die genügende Erfüllung der Bedingung hinausläuft, daß, wenn in der einen Richtung elektromotorische Kräfte thätig sind, in der entgegengesetzten Richtung eine gleichgroße Kraftsumme wirkt. Die beiden Kraftsummen halten einander alsdann Gleichgewicht und es ist so, als ob gar keine vorhanden wäre. Soweit der Bogen aus Metallen zusammengesetzt ist (Multiplicatordraht mit Zubehör), macht sich dies nach dem Gesetze der Spannungsreihe*) ganz von selbst, wenn nur die beiden Enden, wo der Strom aus der Metallleitung in flüssige Leiter hinein und aus diesen wieder in die Metallleitung übergeht, vollkommen gleichartig sind. Wir hätten also von der Metallleitung nur die beiden Enden zu berücksichtigen und für deren Gleichartigkeit zu sorgen, mögen diese nun unmittelbar an die feuchten thierischen Theile angelegt werden oder mag der künstliche leitende Bogen über sie hinaus noch in Flüssigkeiten fortgesetzt werden, die erst mit den thierischen Theilen verbunden sind.

Bis jetzt hat man immer Platinbleche als Enden des metallischen Bogentheils angewandt; wir wollen deshalb von anderen hier ganz absehen. Du Bois-Reymond bringt an jedem Ende des metallischen Bogens — des Multiplicatordrahtes — zwei**) neben einander in eine auf einem Glassäulchen isolirte Klemme eingespannte Platinbleche an. Die ganze Einrichtung ist Fig. 147

Fig. 147.



dargestellt, wo die Bleche neben einander in ein cylindrisches Gefäß herabhängen. Tauchen in dieser Weise beide Elektroden in Gefäße mit derselben Flüssigkeit, so kann man leicht prüfen, ob sie wirklich gleichartig sind; man braucht nämlich nur noch die beiden Gefäße vermittelst eines heberartig gebogenen Glasrohres,

*) Bd. II. Nr. 57.

**) Jede Elektrode in zwei getrennte Stücke zu zerfällen, hat den Vortheil, daß man durch verschiedene Zusammenstellung der vier Stücke schon einigermaßen die gröbsten Ungleichartigkeiten beseitigen kann.

Digitized by Google

das ebenfalls mit der Flüssigkeit gefüllt ist, zu verbinden, und hat dann einen geschlossenen, den Multiplicator enthaltenden Kreis, in welchem sich die Ungleichartigkeiten sofort durch einen Strom zu erkennen geben. Der zu thierisch elektrischen Versuchen dienende Multiplicator giebt bei diesem Schlusse regelmäßig Ströme zu erkennen, mögen die Platinenden durch vorläufige Präparation noch so gleichartig gemacht sein. Du Bois wusch sie zuerst in Aether und Alkohol, dann in Kalihydrat, endlich in Königswasser und glühte sie zuletzt aus. Das einzige Mittel, die Ungleichartigkeiten ganz zu beseitigen, besteht darin, den Multiplicatorkreis in der eben angegebenen Weise längere Zeit für sich zur Kette geschlossen zu erhalten. Es muß sich dabei vom elektropositiven Bestandtheile der elektrolytischen Flüssigkeit (Wasserstoff, wenn es eine wässerige ist) eine Schicht auf dem Multiplicatorende anlegen, welches die Rolle des elektronegativen Metalles spielt — in welches der Strom einkehrt —; mit anderen Worten: es muß sich galvanische Polarisation entwickeln, welche die elektromotorische Kraft der Kette allmälig vernichtet, d. h. die Ungleichartigkeiten der Platinenden ausgleicht. Man kann diese Abnahme der elektromotorischen Ungleichartigkeiten, da der Multiplicator im Kreise ist, geradezu an der Abnahme seiner Nadelabweichung beobachten. Man darf nun einen Versuch nicht eher beginnen, als bis in dem für sich geschlossenen Multiplicatorkreise die Nadel auf ihre Gleichgewichtslage zurückgekommen ist.

Es entsteht jetzt die Frage: soll man die gleichartig gewordenen Platinplatten aus ihrer Flüssigkeit herausheben und unmittelbar an die zu prüfenden Theile anlegen? oder soll man sie in den Flüssigkeiten, in denen sie sich ausgeglichen haben, belassen und, nachdem man zwischen diesen die bestehende Verbindung abgebrochen hat, eine neue durch die thierischen Theile herstellen; soll man gewissermaßen den Multiplicatorkreis über die Platinelektroden hinaus noch durch gleichartige feuchte Leiterstrecken verlängern, die dann erst an das zu untersuchende thierische Gewebe angelegt werden? Verschiedene Erwägungen geben der letzteren Methode den Vorzug. 1) Die beiden Stellen des thierischen Theiles, an welche die gleichartigen Bogenenden angelegt werden, könnten selbst chemisch different sein, z. B. die eine sauer, die andere alkalisch. Dann würde neben den etwa vorhandenen inneren elektromotorischen Kräften eine nach Art der Becquerel'schen Kette wirksame ins Spiel kommen und die Erkenntniß jener erschweren. Diese Kräfte üben aber nur dann namhaftere Wirkung aus, wenn die chemisch differenten feuchten Leiter mit Metallen in unmittelbarer Berührung stehen, die unter sich metallisch geschlossen sind; sind aber beiderseits noch zwischen die Metallelektroden und die differenten Flüssigkeiten gleichartige feuchte Leiterstrecken eingeschoben, so ist die Wirkung außerordentlich viel schwächer*). 2) Man hat keine Garantie, daß die gleichartig gewordenen Multiplicatorenden auch gleichartig bleiben, wenn man sie aus den Flüssigkeiten heraushebt und gar, wenn man sie in nicht ganz identischer Weise an einen feuchten Leiter anlegt. Weiß man doch, daß zwei noch so gleichartige Multiplicatorenden durch denselben einen Strom schicken, sobald sie ungleichzeitig in eine Flüssig-

*) Fechner in Pogg. Ann. Bd. 48. S. 18.

Digitized by Google

keit eingetaucht werden*). 3) Während man bei der zweiten Methode beliebig große Strecken der Multiplicatorenden in die Flüssigkeit eintauchen kann, findet der Stromübergang vom feuchten Leiter zum Metalle bei der ersten Methode nur an den durch die Natur der Sache beschränkten Anlegungsstellen statt, und es wird deshalb der eigenthümliche Uebergangswiderstand sehr vergrößert. 4) Man müßte bei der Methode des unmittelbaren Anlegens auf manche Bequemlichkeiten der Handhabung verzichten, die, wie wir gleich sehen werden, die andere Methode gewährt.

Die Platinplatten lassen wir demnach in den Flüssigkeiten der »Zuleitungsgefäße« hängen, umgeben sie zur besseren Erhaltung der Gleichartigkeit mit Fließpapierhüllen und verbinden mit ihnen die thierischen Theile entweder durch Eintauchen oder auf folgende Weise. Ein aus vielen Lagen bestehender Fließpapierbausch wird über den Rand des Zuleitungsgefäßes umgeknickt, so daß er auf der einen Seite in die Flüssigkeit eintaucht und sich damit tränkt. Als Flüssigkeit dient Kochsalzlösung, die durch eingelegte Krystalle fortwährend gesättigt und somit in beiden Gefäßen gleichartig erhalten wird. Die Gründe für diese Wahl sind bei du Bois-Reymond**) nachzulesen. Auf die frei vorragenden Enden (s. Fig. 148) der beiden Bäusche werden zwei Stellen des zu prüfenden thierischen Theiles aufgelegt. Damit jedoch die Salzlösung nicht die noch lebenden thierischen Gewebe anätze, wird die Stelle des Bausches, auf welche es aufgelegt werden soll, mit einem »Eiweishäutchen« bekleidet, d. h. einem Stückchen getrockneter Schweinsblase, das in Hühnereiweiß vollständig aufgeweicht ist. Um den Multiplicatorkreis zwischen zwei Versuchen bequem zu schließen, legt man den Fig. 149 isolirt gezeichneten Schließungsbausch brückenartig über die Zuleitungsbäusche. Zu manchen Versuchen, wo zwei Lücken des ganzen Kreises gleichzeitig mit thierischen Theilen ausgefüllt werden sollen, bedient man sich noch eines »Zwischenbausches« zwischen den Zuleitungsbäuschen, in der Fig. 149 gezeichneten Anordnung.

Fig. 148.

276 Das Schema eines thierisch-elektrischen Versuchs ist im Allgemeinen folgendes: Durch später zu erwähnende Hülfsmittel wird vorläufig die Gleichgewichtslage der Multiplicatornadel mit dem Nullpunkt der Theilung in Deckung gebracht. Die Zuleitungsgefäße sind während dieser Zeit durch den Schließungsbausch und

*) Du Bois-Reymond, Untersuchungen Bd. I. S. 210, wo die Literatur über diesen Gegenstand angeführt ist.

**) Untersuch. Bd. I. S. 215.

Digitized by Google

eine Metallleitung zwischen den Platinplatten für sich zum Kreis geschlossen. Jetzt wird die letztere Metallleitung abgebrochen und statt ihrer der Multiplicator

Fig. 149.

in den Kreis aufgenommen. Sollte dabei noch eine Nadelablenkung erfolgen, so muß deren Aufhören abgewartet werden. Der Schließungsbausch wird entfernt, die Eiweißhäutchen aufgelegt und noch einmal durch den Schließungsbausch geschlossen, um noch einmal zu sehen, ob sich nirgend elektromotorische Kräfte eingeschlichen haben. Nun wird nach Entfernung des Schließungsbausches der Zwischenraum zwischen den Eiweißhäutchen mit dem zu untersuchenden Theile überbrückt, in einer Weise, die nach dem Zwecke des Versuches abzuändern ist. Es erfolgt, wenn die Anordnung eine »wirksame« ist, ein erster »Ausschlag«, der nach Größe und Richtung beobachtet wird. Bleibt nun der thierische Theil liegen, so nähert sich allmälig die Nadel dem Nullpunkt wieder und behält eine »beständige Ablenkung« längere Zeit hindurch bei, die viel kleiner ist als der erste Ausschlag. Die Kleinheit der dauernden Ablenkung rührt her von der Schwächung des Stromes durch Polarisation der Elektroden. Diese giebt sich ganz rein zu erkennen, wenn man den thierischen Theil entfernt und statt seiner den Schließungsbausch auflegt; es erfolgt dann eine Ablenkung der Nadel nach der entgegengesetzten Richtung, herrührend von einem Strom, den die durch Polarisation (oder Ladung) ungleichartig gewordenen Platinplatten durch den Kreis schicken.

Eine Bürgschaft dafür, daß der beobachtete Strom wirklich von dem thierischen Theile herrührt, hat man, wenn bei seiner »Umlegung« ein Ausschlag in entgegengesetzter Richtung erfolgt. Dieser fällt größer aus als der ursprüngliche, wenn man vor dem Umlegen nicht die Ausgleichung der Ladungen abgewartet hatte, weil sich dann die Wirkung des dem ursprünglichen immer entgegengesetzten Ladungsstromes zu der des neuen, dieselbe Richtung verfolgenden summirt.

B. Gesetz des Muskel- und Nervenstromes.

Muskel und Nerv, an den soeben beschriebenen Vorrichtungen geprüft, 277
zeigen sich nach ein und demselben Gesetze elektromotorisch wirksam. Seine Gültigkeit erstreckt sich jedoch nur auf die noch lebenden, d. h. noch reizbaren oder ihrer specifischen physiologischen Leistung fähigen, wenn auch vom Gesammtorganismus getrennten Gewebe, und auf diese nur im Zustande der Ruhe, wäh-

Digitized by Google

rend im Reizzustande sofort andere Verhältnisse eintreten, die später besonders zu betrachten sind. Das Gesetz läßt sich kurz ausdrücken, wenn man folgende Definitionen vorausschickt. Unter Nerven- und Muskelstrom wollen wir einstweilen die von diesen Geweben in den Multiplicatorkreis abgezweigten Stromarme verstehen, nicht die im Inneren derselben stattfindenden Strömungsvorgänge. Der anatomischen Beschaffenheit der in Rede stehenden Gewebe gemäß wollen wir uns immer ein cylindrisches (oder wenigstens prismatisches) Stück Muskel oder Nerv vorstellen, dessen Axe der Faserrichtung parallel ist. Längsschnitt wollen wir den Theil der Begränzungsfläche nennen, in welchem lauter Seitenflächen der Elementarfasern zu Tage treten — also den Mantel unseres Cylinders (oder die Seitenflächen unseres Prismas); »Querschnitt« dagegen sollen die Endflächen des Cylinders (oder Prismas) heißen, weil darin die Querschnitte der einzelnen Fasern offen liegen. Ist das Stück künstlich von einer größeren Einheit abgetrennt, so hat es einen »künstlichen Längs- und Querschnitt«; ist es von der Natur als abgegränztes dargeboten, so reden wir von »natürlichem Längs- und Querschnitt«. Wir erinnern noch an die aus der Anatomie unmittelbar erhellende Wahrheit, daß an den natürlichen Querschnitt des Muskels die Sehne geheftet ist. Wir wollen endlich die Mittelpunkte der Endflächen als die beiden Pole bezeichnen und einen Kreis, der, auf dem Mantel gezogen, von beiden Polen gleich weit absteht, als den Aequator. Das Gesetz des Muskel- und Nervenstromes lautet nun so: 1) Berührt der Nerven- oder Muskelcylinder die beiden Zuleitungsbäusche mit zwei Punkten, die zu seinem Aequator symmetrisch liegen, sei es auf einer oder auf beiden Seiten desselben, seien es Punkte des Längsschnittes oder Punkte des Querschnittes, so fließt kein abgeleiteter Stromzweig im Multiplicatorkreise. Eine Anordnung dieser Art nennen wir demgemäß eine »unwirksame Anordnung«. 2) Berühren zwei Punkte des Längsschnittes oder zwei Punkte des Querschnittes, welche nicht symmetrisch zum Aequator liegen, die Zuleitungsbäusche, so zeigt die Multiplicatornadel einen sehr schwachen Strom an, der im ableitenden Bogen allemal fließt von dem Zuleitungsbausche, welcher die dem Aequator näher gelegene Stelle berührt, zu demjenigen, welcher die einem Pole nähere Stelle berührt. Wir bezeichnen diesen Fall als eine »schwach wirksame Anordnung«. 3) Berührt ein Punkt des Längsschnittes den einen und ein Punkt des Querschnittes den anderen Bausch, so zeigt der Multiplicator einen unverhältnißmäßig stärkeren Strom an als im vorigen Falle, der in seinem Drahte fließt, von dem den Längsschnitt berührenden Bausche zu dem den Querschnitt berührenden. Dieser Fall heiße »stark wirksame Anordnung«. Am allerstärksten ist der Strom, wenn ein Pol und der Aequator die Berührungsstellen sind. Die drei Fälle fassen sich bequem in eine Anschauung zusammen, wenn man elektromotorische Differenzen in der Oberfläche des Muskel- oder Nervencylinders dergestalt vertheilt denkt, daß der ganze Längsschnitt elektropositiv ist, jedoch vom Aequator zum Rande mit abnehmender Größe des absoluten Werthes der Positivität; daß der ganze Querschnitt elektronegativ ist, daß aber der absolute Werth dieser Negativität vom Mittelpunkte

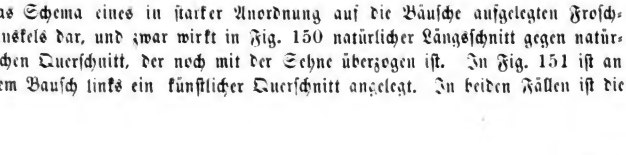
Digitized by Google

zur Peripherie abnimmt; am Rande der Endflächen hat man sich den Uebergang relativ sprungweise oder wenigstens sehr rasch zu denken. Diese hypothetischen elektromotorischen Differenzen der Oberfläche lassen auch eine reelle Deutung zu; sie bedeuten nämlich, im Einklange mit dem Principe der elektromotorischen Oberfläche (siehe Nr. 260), die Spannungen, welche die einstweilen unbekannte inneren Kräfte den einzelnen Punkten der Oberfläche vorschreiben. Die elektromotorische Wirksamkeit des Muskel- oder Nervencylinders ist, dem ausgesprochenen Gesetze zufolge, ganz analog der, welche der am Mantel verzinkte und in eine Flüssigkeit versenkte Kupfercylinder ausübt (siehe Nr. 268). Die Analogie von Nerv und Muskel mit dieser Vorrichtung erstreckt sich sogar noch in die feineren quantitativen Einzelheiten der abgeleiteten Stromzweige; soweit wenigstens dieselben mit Hülfe des Multiplicators erforscht werden können, scheint Fig. 140 ebenfalls ihr graphischer Ausdruck zu sein für einen Bogen gleicher Spannweite, der längs der Oberfläche verschoben wird. Auch der Einfluß der Spannweite des Bogens scheint derselbe zu sein, wie an der cylindrischen Zinkkupfervorrichtung. So wächst z. B. der abgeleitete Stromzweig mit vergrößerter Spannweite, wenn sich die Mitte des Bogens über dem Rand befindet, der den Längsschnitt vom Querschnitt trennt und der der Zinkkupfergränze der schematischen Vorrichtung entspricht; jedoch geht auch hier das Wachsthum nur bis zu einem Maximum, was erreicht ist, wenn der eine Bogenfuß auf dem Aequator, der andere auf einem Pol steht.

Zur Vervollständigung des Gesetzes gehört noch der Satz: Die elektro- 278
motorische Wirksamkeit des Muskel- und Nervengewebes erfolgt nach dem Gesetze, mag das geprüfte Gewebestückchen groß oder klein sein, wenn es nur die oben vorausgesetzte Form hat. Selbst an Bruchtheilen einzelner Muskelfasern hat du Bois noch die gesetzliche Wirksamkeit gesehen. Endlich ist noch zu bemerken, daß im Allgemeinen der Nervenstrom viel schwächer ist als der Muskelstrom.

Man hat wohl zu beachten, daß das soeben ausgesprochene Gesetz der Ausdruck der in zahllosen Versuchen, die du Bois anstellte, erscheinenden Regelmäßigkeit ist, und daß man daher nicht erwarten darf, im ersten besten einzelnen Versuche das Gesetz gleich durchleuchten zu sehen; namentlich gilt dies von den schwachen und unwirksamen Anordnungen. Bei den starken Anordnungen wird selten eine Zweideutigkeit des Resultates vorkommen. Fig. 150 und 151 stellen

Fig. 150. Fig. 151. Fig. 152



das Schema eines in starker Anordnung auf die Bäusche aufgelegten Froschmuskels dar, und zwar wirkt in Fig. 150 natürlicher Längsschnitt gegen natürlichen Querschnitt, der noch mit der Sehne überzogen ist. In Fig. 151 ist an dem Bausch links ein künstlicher Querschnitt angelegt. In beiden Fällen ist die

Digitized by Google

Richtung des Stromes durch einen Pfeil angedeutet, im Muskel vom Quer- zum Längsschnitt, also im Multiplicatorkreise vom rechten Bausche, der den Längsschnitt berührt, zum linken, an welchem der Querschnitt liegt. Fig. 152 zeigt noch das Versuchsschema einer starken Anordnung des Nerven. Bei diesem kann von natürlichem Querschnitte selbstverständlich nie die Rede sein. Es braucht wohl nicht weiter umständlich beschrieben zu werden, wie Nerv oder Muskel zwischen den Bäuschen auf eine geeignete Glasplatte zu lagern sind. Fig. 154 zeigt die Auflagerung eines Froschmuskels mit unsymmetrischen Stellen

Fig. 153.

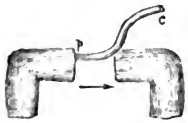


Fig. 154.

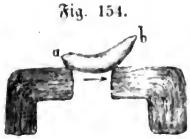
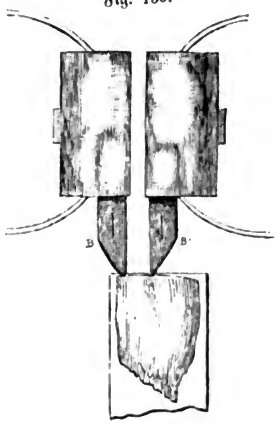


Fig. 155.



des Längsschnittes; auch hier deutet ein Pfeil die gesetzmäßige Richtung des abgeleiteten Stromzweiges an. Bei einiger Uebung wird man sehr lebenskräftigen Froschmuskeln auch noch diese Art schwacher Strömung in der Regel in der vom Gesetze geforderten Weise auftreten sehen, obwohl schon häufig die Wirkung ganz ausbleibt oder gar in scheinbar dem Gesetze entgegengesetzter Richtung auftritt. Das Letztere dürfte wohl meist herrühren von einer nicht parallelen Faserung des Muskels, die zur Folge hat, daß der elektromotorische Aequator nicht mit dem geometrischen zusammenfällt. Ein sehr zarter Versuch, der selbst bei großer Gewandtheit und Uebung nur unter günstigen Umständen gelingt, ist der Fig. 155 schematisch dargestellte, wo die Bogenfüße an zwei unsymmetrisch gelegene Punkte des Querschnittes angelegt sind. Froschmuskeln haben einen für diesen Versuch meist zu kleinen Querschnitt; du Bois empfiehlt daher, ihn mit Kaninchenmuskeln anzustellen. Man sieht in Fig. 155 den Rand der Zuleitungsgefäße von oben nebst den Bäuschen, an welche seitlich Hülfsbäusche B und B' angelegt sind, die mit ihren Spitzen den Querschnitt berühren. Die Pfeile in den Hülfsbäuschen deuten die gesetzliche Richtung des Stromes an.

Die elektromotorische Wirksamkeit des Nerven in schwacher Anordnung ent-

Digitized by Google

geht in der Regel ganz der Beobachtung. Die schwache Anordnung der zweiten Art, wo zwei Punkte des Querschnittes ableitend berührt werden, ist selbst von du Bois nicht ausgeführt, weil der zu kleine Querschnitt des Nerven doch keinen Erfolg verspricht. In Fig. 156 ist eine »unwirksame« Anordnung des Muskels dargestellt. Er berührt die Bäusche mit Punkten, die zum Aequator symmetrisch liegen. Da jedoch, wie schon bemerkt, der geometrische Aequator nicht immer genau der elektromotorische Aequator ist, so wird man sich nicht darüber wundern, daß die absolute Ruhe der Nadel nur selten bei dieser Auflagerung beobachtet wird. Doch sieht man bei Wiederholung dieses Versuches, daß die Richtung ihrer überall sehr unbedeutenden Ablenkung bald diese, bald jene ist, so daß das Mittel aus vielen Versuchen den Nullwerth herausstellen

Fig. 156.

Fig. 157.

würde. Dasselbe wird bei der Fig. 157 dargestellten unwirksamen Anordnung beobachtet, wo die beiden künstlichen Querschnitte, also zum Aequator symmetrisch gelegene Punkte, die Bäusche berühren. Auch hier wird nur selten ein Strom ganz ausbleiben, weil es eben nicht leicht vermieden werden kann, daß da oder dort etwas von der Seitenfläche umknickt und die Bäusche berührt.

Es entsteht jetzt die Frage, welche Vertheilung elektromotorischer Kräfte im 279
Inneren des Muskels zu denken sei, damit die in einen ableitenden Bogen übergehenden Stromzweige dem Gesetze unterworfen seien, welches wir oben als das Gesetz des Muskelstromes aufgestellt haben. Es wurde bereits gelegentlich bemerkt, daß das cylindrische Zinkkupferschema der Nr. 268 nach demselben Gesetze im ableitenden Bogen wirkt, wie ein Nerven- oder Muskelcylinder; auch würden seine Bruchstücke bei fortgesetzter Quertheilung noch in derselben Weise wirksam bleiben, wenn man voraussetzte, daß der frische Querschnitt sich sofort wieder mit einer Schicht unwirksamen feuchten Leiters überzöge. Dagegen hört die Analogie bei der Längstheilung auf, denn bei dieser würde der frische Längsschnitt elektronegative Kupferfläche darbieten und sofort andere Verhältnisse eintreten. In der That ist auch schon durch die Zusammensetzung des Muskels und Nerven aus lauter gleichwerthigen cylindrischen Elementen so gut wie gewiß, daß die elektromotorischen Differenzen, wenn sie überall vorkommen, sich in jeder Faser in gleicher Weise wiederholen müssen. Man wird durch diese Ueberlegung dahin geführt, jede einzelne Faser mit der cylindrischen Zinkkupfervorrichtung zu vergleichen und ein ganzes Gewebstück als eine bündelförmige Zusammenstellung solcher Cylinder mit positivem Mantel und negativem Kern anzusehen. Diese hypothetische Anordnung würde allerdings sowohl durch Längs- als durch Quertheilung in immer wieder analoge Theile zerfallen, wenn man nur die Elementarfasern selbst als der Länge nach untheilbar betrachtet. Man könnte versucht sein, jetzt geradezu in dem Sarkolemma des »Primitivbündels« den

Digitized by Google

positiven Mantel und im Inhalt den negativen Kern des Cylinders zu suchen. Diese Hypothese wird man jedoch im selben Augenblicke wieder fallen lassen, so wie man bedenkt, daß die Primitivbündelhülle der unmittelbaren Berührung der Bogenfüße zugänglich ist, während doch die Wirksamkeit der cylindrischen Vorrichtung nach dem durch Fig. 140 graphisch dargestellten Gesetze nur unter der Voraussetzung besteht, daß man mit den Bogenfüßen nicht die elektromotorischen Theile selbst, sondern nur den Ueberzug von feuchtem Leiter erreicht. Man kann deshalb in dem Sarkolemma eben nur diesen letzteren sehen. Auch müßte man, wenn die fragliche Hypothese doch gehalten werden sollte (und etwa als unwirksamer Ueberzug noch eine das Sarkolemma überziehende Schicht Tränkungsflüssigkeit angesprochen werden sollte) auf jede Aussicht verzichten, die Erkenntniß der elektromotorischen Wirksamkeit des Muskels jemals zu physiologischen Erklärungszwecken zu benutzen. Diese Aussicht hat man nur, wenn die elektromotorisch wirksamen Theile auch die physiologisch wirksamen sind; nun ist aber das Sarkolemma bei der Contraction jedenfalls nicht thätig betheiligt. Analoge Reflexionen führen in Betreff der Nervenfaser zu denselben Folgerungen.

Giebt man aber einmal den Gedanken auf, die elektromotorischen Differenzen auf sichtlich verschiedene Gebilde zu vertheilen, dann wird man mit unwiderstehlicher Nothwendigkeit dazu getrieben, sie in die constituirenden Moleküle hineinzuverlegen. Man ist gezwungen, anzunehmen, daß in jedem Muskel- oder Nervenmolekül zwei elektromotorisch differente Stoffe in Berührung und von einer elektromotorisch unwirksamen leitenden Hülle umgeben sind. Durch ein wunderbar scharfsinniges Netz der verwickeltsten physikalischen, morphologischen und physiologischen Betrachtungen hat du Bois*) eine der Gewißheit gleich zu achtende Wahrscheinlichkeit folgender Annahme über die elektromotorisch wirksamen Theile des Muskels und Nerven bewiesen: Der physiologisch functionirende Inhalt der Muskelbündel und Nervenröhren ist ein Aggregat peripolar**) elektromotorischer Moleküle in der Anordnung, daß die von Pol zu Pol gehende Axe jedes Moleküles mit der Längsrichtung der Faser, welcher es angehört, zusammenfällt. Die Art der elektromotorischen Wirksamkeit eines solchen Aggregates haben wir bereits oben Nr. 269 kennen gelernt. Wir haben gesehen, daß es durch einen ableitenden Bogen allemal dann einen Stromzweig sendet, wenn dessen einer Fuß den Längs-, der andere den Querschnitt berührt. Somit stimmt das Aggregat peripolarer Moleküle mit einem Muskel- oder Nervenstück in der Haupterscheinung überein, nämlich in der Positivität des Längs- und Negativität des Querschnittes. Wir haben zwar andererseits gesehen, daß es keinen Strom durch einen Bogen sendet, dessen beide Füße auf Längs- oder beide auf Querschnitt stehen, sei es symmetrisch, sei es unsymmetrisch zu dem Aequator oder sonst einer Ebene.

Du Bois war zu der Zeit, als er seine Untersuchungen schrieb, noch nicht im Besitze einer hinlänglich entwickelten Theorie, um diese Abweichungen vollständig durchschauen zu können; im Gegentheile glaubte er auch, die schwachen Ströme

*) Untersuchungen Bd. I. S. 624—684.
**) Siehe Nr. 269.

Digitized by Google

des Längsschnittes und die schwachen Ströme des Querschnittes müßten von einem Aggregate peripolarer Moleküle hervorgebracht werden. Ja er wurde in dieser auf theoretischen Ableitungen ruhenden Annahme durch Versuche an schematischen Zinkkupfervorrichtungen bestärkt. Er glaubte daher die schwachen Ströme des Querschnittes und die des Längsschnittes selbst als Gründe mitbenutzen zu können für seine Anschauung von der Anordnung der Elektromotoren in Nerv und Muskel. Durch die im vorigen Capitel dargelegten Untersuchungen von Helmholtz hat es sich aber, wie wir gesehen haben, herausgestellt, daß dem nicht so ist. Gleichwohl werden wir die du Bois'sche Auffassung festhalten müssen und immer noch den Muskel und Nerv als ein Aggregat gleichgerichteter peripolar elektromotorischer Moleküle ansehen. Die schwachen Ströme des Längsschnittes für sich und des Querschnittes für sich bleiben dann freilich vor der Hand noch unerklärt; denn darin eine bloße Folge zufälliger Unregelmäßigkeiten zu sehen, geht nicht wohl an, wegen ihres allzu gesetzmäßigen Auftretens. Die Aussicht auf eine dereinstige genügende Erklärung eröffnet sich, wenn man beachtet, daß die von Helmholtz aufgestellten Gesetze nur gültig sind für Anordnungen constanter, von der Stromstärke unabhängiger elektromotorischer Kräfte, und daß vielleicht die im Muskel und Nerven wirkenden nicht von dieser Beschaffenheit sind. Auch die soeben erwähnten, diesen Gesetzen widersprechenden experimentellen Resultate von du Bois waren an peripolaren Zinkkupfervorrichtungen gewonnen, deren elektromotorische Kräfte wegen der nicht beseitigten Polarisation inconstant, von der Stromstärke abhängig, waren.

Zwischen der von Helmholtz entwickelten Theorie der peripolaren elektromotorischen Molekelsysteme und den Experimentaluntersuchungen du Bois' an Muskel und Nerv besteht noch eine andere Differenz, die hier nicht mit Stillschweigen übergangen werden kann. Bestände Muskel und Nerv aus peripolaren Molekülen in der von uns angenommenen Weise, und wären deren elektromotorische Kräfte wirklich constant, so daß die Helmholtz'sche Theorie in ihrer ganzen Ausdehnung Anwendung fände, so dürften die Dimensionen des thierischen Erregers auf die Intensität des abgeleiteten Stromzweiges bloß insofern Einfluß nehmen, als sie den Widerstand des ganzen Stromkreises mitbedingen. Die im Spiele zu denkenden elektromotorischen Kräfte wären dagegen bei immer gleichartiger Anlegung des Bogens an Längs- und Querschnitt auch immer dieselben, möchte der thierische Erreger lang oder kurz, dick oder dünn sein. Was die Abhängigkeit von der Länge betrifft, hätten wir demnach vom Gesichtspunkte dieser Theorie dies zu erwarten: Schalten wir in denselben Multiplicatorkreis einmal einen langen und einmal einen kurzen Muskel, beide von gleichem Querschnitt, und so ein, daß beide Male die Bäusche den Aequator und den ganzen Querschnitt in gleicher Weise berühren, so müßte der längere Muskel einen schwächeren Strom durch den Multiplicator schicken als der kürzere, weil er bei gleichem elektromotorischen Gegensatze einen größeren Widerstandssummand zu dem bleibenden Widerstande des Multiplicatorkreises hinzufügt als der andere. Der Unterschied müßte verschwindend klein werden, sowie der Summand des Widerstandes, der vom thierischen Erreger herrührt, verschwindet gegen den

Digitized by Google

vom Multiplicatorkreis herrührenden. Umgekehrt müßte unter den gleichen Bedingungen der dickere von zwei gleich langen Muskeln einen stärkeren Stromzweig geben, weil er bei wiederum gleichem elektromotorischen Gegensatz einen geringeren Widerstand einführt. Auch dieser Unterschied müßte bis zum Verschwinden abnehmen, wenn der Widerstand der sonst im Kreise enthaltenen Theile unverhältnißmäßig überwiegt über den Widerstand, den der Muskel bietet. Abweichend von diesen Vorhersagen der Theorie fand du Bois, daß von zwei Muskeln gleichen Querschnittes der längere den stärkeren Strom lieferte. Es können also die elektromotorischen Kräfte, die man als den abgeleiteten Stromzweig bedingend in Wirksamkeit denken muß, nicht von der Länge unabhängig sein, wie die Theorie fordert, vielmehr müssen sie mit zunehmender Länge ebenfalls wachsen. Auch mit wachsendem Querschnitte müssen wir diese Kräfte zunehmend denken, denn eine andere Versuchsreihe du Bois' stellt unzweifelhaft heraus, daß von zwei gleich langen Muskeln der dickere einen stärkeren Strom selbst dann liefert, wenn der Widerstand des Muskels überall gegen den Widerstand der anderen Stromkreistheile verschwindend klein ist; der Theorie nach dürfte in diesem Falle der Querschnitt des Muskels gar keinen Einfluß auf die Stromstärke haben. Auch dieser Widerspruch, welcher gegenwärtig noch zwischen Theorie und Erfahrung zu bestehen scheint, kann uns nicht bestimmen, die Vorstellung zu ändern, welche wir uns mit du Bois von der Anordnung wirksamer Theile im Muskel gemacht haben.

281 Auf dem Standpunkte, den wir nunmehr einnehmen, hat für uns der Strom des Gesammtfrosches, den Nobili entdeckte und der du Bois als Ausgangspunkt diente, sowie der Strom des galvanischen Präparates nur noch ein historisches Interesse. Wir wissen jetzt zum Voraus, daß jedes peripolare Molekül den ganzen Körper des Frosches, der ihm als Kettenschluß dient, mit einem Strömungscurvensysteme erfüllen muß, freilich von sehr schwach durchströmten, sobald wir uns von dem Molekül selbst einigermaßen entfernen. Dieses Gewühl von Elementarströmchen an der Oberfläche des Frosches setzt sich zu größeren Resultanten zusammen, deren Richtung immer annähernd dieselbe sein wird, so oft die zu Grunde liegende Anordnung elektromotorischer Moleküle annähernd wieder dieselbe ist. Da das Letztere für alle verschiedenen Froschindividuen offenbar der Fall ist, so wird man erwarten dürfen, in einem als Nebenschließung an den Gesammtfrosch angelegten Multiplicatorkreise immer einen gleich gerichteten Stromzweig zu finden. In der That, bringt man die Hinterbeine des Frosches mit dem einen, den Kopf mit dem anderen Zuleitungsgefäß in Verbindung, so zeigt die Nadelablenkung einen Strom an, der im Multiplicatorkreise vom Kopf zu den Füßen, also im Frosche von den Füßen zum Kopfe geht. Diese Erscheinung war die, welche zuerst unter allen thierisch elektrischen, und zwar von Nobili, wahrgenommen wurde.

282 Das gesetzmäßige elektromotorische Verhalten des Muskels erleidet unter Umständen eine sehr bemerkenswerthe Ausnahme. Der natürliche Querschnitt (die Sehne) des Muskels verhält sich nämlich gegen den Längsschnitt nur sehr schwach oder gar nicht negativ, wenn er noch mit keiner anderen Flüssigkeit als

Digitized by Google

Blut und Lymphe in Berührung gewesen ist. Ja es kann sogar manchmal der Muskelstrom die der gesetzmäßigen entgegengesetzte Richtung zeigen. In besonders hohem Grade tritt die in Rede stehende Erscheinung hervor bei den Muskeln eines Frosches, der einige Zeit der Temperatur des schmelzenden Eises ausgesetzt gewesen ist. Die gesetzmäßige Richtung und Stärke des Muskelstromes stellt sich in solchen Fällen augenblicklich ein, sobald man die Sehne nur kurze Zeit in eine von Blut und Lymphe verschiedene Flüssigkeit eintaucht, oder noch sicherer, wenn man statt des natürlichen den künstlichen Querschnitt anwendet. Du Bois*) erklärt diese Erscheinungen durch die Annahme der »parelektronomischen Schicht«. Er denkt sich nämlich, daß am Ende jeder Reihe peripolarer Moleküle noch ein halbes liegt; aus ihnen setzt sich eine unter der Sehne liegende, also den natürlichen Querschnitt bildende Schicht zusammen, die ihre positiven Seiten nach außen kehrt und folglich die negative Beschaffenheit des Querschnittes vermindern oder aufheben muß. Diese Schicht nennt du Bois die parelektronomische. Bei einer Trennung mit dem Messer kann man niemals die constituirenden (peripolaren) Moleküle halbiren, sondern immer nur zwischen solchen durchschneiden; es kommt deshalb selbstverständlich am künstlichen Querschnitt eine parelektronomische Schicht niemals vor, daher denn auch dieser immer nach dem Gesetze des Muskelstromes regelmäßig wirksam ist. Man hat sich jetzt bloß noch zu denken, daß die parelektronomische Schicht sehr leicht zerstörbar ist, um das Verschwinden des gesetzwidrigen Verhaltens nach der geringsten Mißhandlung der Sehne zu begreifen.

Nachdem man sich überzeugt hat, daß Muskel und Nerv in ihrem Inneren 283
elektromotorisch wirksame Theile in genau gleicher Anordnung enthalten, wirft man sofort die Frage auf, ob die Kräfte dieser Theile im einen oder anderen Gewebe größer sind. Es wurde seiner Zeit schon gesagt, daß die abgeleiteten Stromzweige des Muskels den entsprechenden des Nerven unter sonst möglichst gleichen Verhältnissen an Stärke weit überlegen sind. Es muß nun vor dem Irrthum gewarnt werden, daß hieraus unmittelbar geschlossen werden könnte, die elektromotorischen Kräfte der Muskelmoleküle müßten ebenfalls jenen der Nervenmoleküle überlegen sein. Die geringere Stärke des ableitbaren Nervenstromes kann vielmehr ebensowohl begründet sein und ist es höchst wahrscheinlich wirklich, einmal in dem weit rascheren Absterben der Leistungsfähigkeit des Nerven, dann in dem größeren Widerstande, den ein langes, dünnes Nervenstück in den Multiplicatorkreis einführt, da der Widerstand der thierischen Theile in der Regel noch einen sehr beträchtlichen Bruchtheil des Widerstandes im ganzen Kreise ausmacht. Daß man durch Compensation einander in demselben Kreise entgegenwirkender Nerven und Muskelstücke nicht, wie bei einem ersten oberflächlichen Blicke scheinen könnte, über das Ueberwiegen der einen oder der anderen *inneren* elektromotorischen Kräfte Aufschluß erhält, ergiebt sich nach dem Principe der elektromotorischen Oberfläche sehr leicht. Man sieht nämlich, daß das Ueber-

*) Fortsetzung der Untersuchungen über thierische Elektricität. Berliner akadem. Monatsber. Juni 1851.

Digitized by Google

wiegen des einen oder anderen Gebildes bei einem Compenſationsverſuch uns allerdings belehrt, bei welchem die im Bogen wirkſam zu denkende elektromotoriſche Kraft, d. h. bei welchem die Spannungsdifferenz zwiſchen den Stellen der Oberfläche, wo der Bogen angelegt iſt: größer iſt, aber dieſe Spannungsdifferenz ſelbſt kann bei derſelben Größe der inneren Kräfte noch ſehr verſchiedene Werthe erhalten je nach der beſondern Anordnung und den beſondern Widerſtänden innerhalb des Leiters*). Als gegründete Vermuthung, nicht gerade als beweisbare Ueberzeugung, ſpricht du Bois die Anſicht aus, daß die elektromotoriſchen Kräfte der Nervenmoleküle jenen der Muskelmoleküle nicht nachſtehen.

284 An anderen Geweben als Nerv und Muskel iſt bis jetzt eine geſetzmäßige elektromotoriſche Wirkſamkeit nicht gefunden. Auch die Berührung zwiſchen verſchiedenen Geweben iſt ohne elektromotoriſchen Erfolg. Wenigſtens ſind die durch ſolche Berührungen allenfalls wach gerufenen Kräfte unvergleichlich ſchwächer als die nach außen wirkſamen Kräfte des Nerven und Muskelgewebes.

C. Veränderungen in der elektromotoriſchen Wirkſamkeit des Muskels und Nerven.

285 a. Negative Stromſchwankung im Reizzuſtand. — Es wurde oben §. 411 ſchon vorläufig bemerkt, daß nur der ruhende, ungereizte Muskel oder Nerv nach dem Geſetze des Muskel- und Nervenſtromes elektromotoriſch wirkſam iſt. Der Phyſiologe muß nun billig ſogleich die Frage aufwerfen: Geht dem Reizzuſtande des Muskels und Nerven eine Veränderung in der Art und Weiſe ſeiner elektromotoriſchen Wirkſamkeit parallel? Du Bois hat auf dieſe Frage bejahend geantwortet. Wir ſtellen zur bequemeren Orientirung das Reſultat an die Spitze und werfen dann auf die bewundernswerthe Unterſuchung, die dazu geführt hat, einen Blick.

1. Der tetaniſirte, d. h. in toniſche, andauernde Contraction verſetzte Muskel ſchickt durch den ableitenden Bogen einen ſchwächeren Strom als der ruhende, ebenſo der im Reizzuſtande dauernd befindliche Nerv. Mit anderen Worten drückt dieſen Thatbeſtand du Bois ſo aus: der Muskel- und Nervenſtrom erleidet durch die Reizung eine negative Schwankung.

2. Die negative Schwankung iſt der Ausdruck einer Abnahme (vielleicht ſogar zeitweiſen Umkehrung) der in Muskel und Nerv wirkſamen elektromotoriſchen Kräfte. Sie rührt nicht etwa daher, daß durch die bei der Reizung unvermeidliche Bewegung die Anordnung auf den Bäuſchen eine weniger wirkſame wird, oder daß dieſe Bewegung irgendwo den Widerſtand vermehrt; ſie

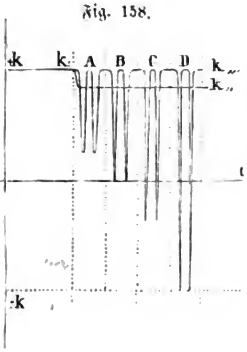
*) Eine ausführliche Discuſſion der Compenſationsmethode in thieriſch-elektriſchen Verſuchen, ſiehe bei du Bois, Unterſ. Bd. I. S. 723. Sie iſt jedoch geſchrieben zu einer Zeit, wo das Helmholtz'ſche Princip der elektromotoriſchen Oberfläche noch nicht bekannt war, und daher nicht ſo ganz einfach.

Digitized by Google

rührt endlich nicht daher, daß etwa durch den Reizzustand das specifische Leitungsvermögen des Gewebes verringert wird.

3. Die negative Schwankung ist nicht der Ausdruck einer gleichmäßig andauernden Verringerung der elektromotorischen Kräfte, dieselben sind vielmehr während der Dauer der Reizung in äußerst raschem Zu- und Abnehmen begriffen, wie es in Fig. 158 durch die kammartig gezackte Curve kk''' graphisch dargestellt ist. Die Abscissen bedeuten die Zeit, die Ordinaten die zugehörigen Werthe der elektromotorischen Kräfte oder der ihnen proportionalen Stromstärken, unter A sind zwei Zacken gezeichnet, deren Minimum immer noch größer als Null ist, unter B zwei solche, deren Minimum gerade Null ist. Bei C und D erstreckt sich das Minimum unter Null und zwar insbesondere bei D ebenso weit unter Null, als das dem ruhenden Gewebe zukommende Maximum über Null liegt. Das Herabgehen der Curve unter Null ist natürlich so zu deuten, daß während der Zeit, wo es statt hat, die Kräfte eine ihrer früheren entgegengesetzte Richtung haben. Ob die Minima wie bei A, B, C oder D sind, läßt sich nicht durch den Versuch entscheiden. Durch den Multiplicator — das sei gleich hier vorweg bemerkt — ist nicht einmal die kammartige Gestalt der Curve der Stromstärken zu erkennen, denn seine Nadel ist viel zu träge, um dem raschen periodischen Wechsel mit ihren Bewegungen zu folgen. Sie nimmt vielmehr eine neue Gleichgewichtslage an, so als wenn während der ganzen Zeit eine zwischen dem Maximum und Minimum (nicht gerade in der Mitte) liegende constante Stromstärke auf sie gewirkt hätte. Den Aussagen der Multiplicatornadel zufolge hätte die Curve, die den zeitlichen Verlauf der Stromstärken darstellt, statt der kammartigen auch die Gestalt $kk_1\,k_{11}$ haben können.

Fig. 158.

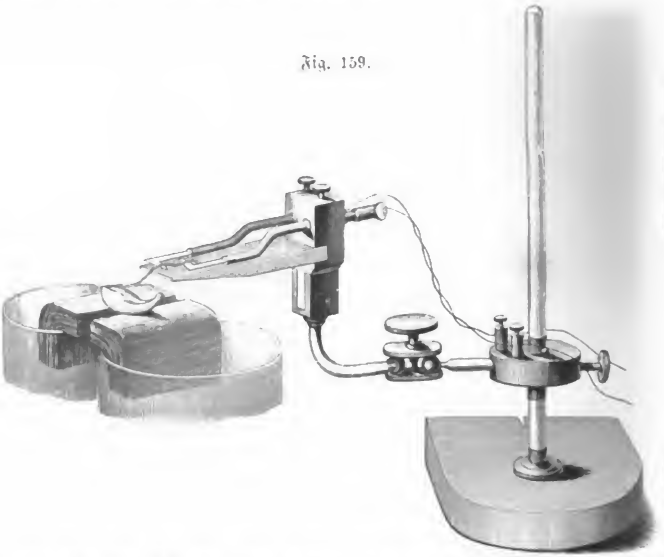


Wir wollen nun zuerst sehen, wie am Muskel, hernach wie am Nerven diese 286
Sätze bewiesen werden. Der Grundversuch am Multiplicator für die ganze Lehre von der negativen Schwankung des Muskelstromes ist in Fig. 159 (a. f. S.) übersichtlich dargestellt. Man sieht einen Froschwadenmuskel mit seinem natürlichen Längs- und Querschnitt auf den Bäuschen liegen. Sein Nerv liegt auf einer Glasplatte, und eine gewisse Strecke desselben verbindet, wie man bemerken wird, die beiden knieförmig geknickten Platinschäufelchen, die dem reizenden Inductionsstrom als Elektroden dienen. Sie sind nämlich in Messingstäbchen eingelassen, welche durch denselben am Stativ befestigten Elfenbeinklotz gehen, der auch die erwähnte Glasplatte trägt. Durch Schraubenklemmen sind an ihren hinteren Enden die Enden einer Inductionsrolle befestigt. Die Drahtenden

Digitized by Google

ſind in der Figur als einander ſchraubenartig umwindende krumme Linien gezeichnet. Das Ergebniß des Verſuches iſt: Sobald der Muskel in der gedachten Anordnung auf die Bäuſche gelegt wird, fliegt die Nadel an die Hemmung, geht aber allmälig in Folge der auf den Platinenden des Multiplicators entwickelten Ladungen und der dadurch hervorgebrachten Schwächung des Stromes gegen den Nullpunkt zurück, bis ſie ſich etwa bei 10 bis 20° ruhig dauernd einſtellt.

Fig. 159.



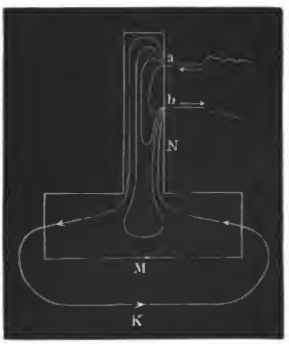
Der Nerv war inzwiſchen über die Platinſchäufelchen gelegt worden, was ohne Einfluß auf den Multiplicator iſt. Man verſetzt nun den Muskel in den gereizten (contrahirten) Zuſtand, indem man in der Drahtrolle, deren Enden die Platinſchäufelchen bilden, die alſo durch ein Stück des Nerven geſchloſſen iſt, auf eine der bekannten Weiſen einander raſch folgende Wechſelſtröme erregt. Sobald ſich durch die Reizung der Muskel tetaniſch zuſammenballt, verläßt die Multiplicatornadel die Gleichgewichtslage, die ſie bei 10 bis 20° eingenommen hatte, und geht gewöhnlich am Nullpunkt vorüber in den negativen Quadranten der Theilung — einen dem urſprünglichen Muskelſtrom entgegen gerichteten Strom anzeigend — oft bis zum 50. Grade, kommt jedoch, da der Tetanus nicht lange genug erhalten werden kann, nicht wieder zu Ruhe.

287 Es kommt nun darauf an, das Ergebniß zu deuten und die Einwendungen zu beſeitigen, welche gegen die daraus gezogenen Folgerungen (die oben sub 1. und 2. ausgeſprochen wurden) erhoben werden könnten. Du Bois hat dies in der erſchöpfendſten Weiſe gethan. Er wendet ſich zuerſt gegen den Gedanken:

Digitized by Google

es könnten etwa Stromantheile aus dem Kreise der Inductionsrolle in den Multiplicatorkreis hereinbrechen und hier das zwischen der ablenkenden Kraft des Muskelstromes und der magnetischen Richtkraft der Erde eingetretene Gleichgewicht stören, welche Störung als negative Schwankung beobachtet würde. Wie man sich dieses Hereinbrechen zu denken hätte, stellt die Fig. 160 schematisch dar. *N* sei der Nerv, *M* der Muskel, *K* der daran angelegte Multiplicatorkreis. Bei *a* und *b* seien Ein- und Austrittsstelle des reizenden Stromes. Dieser wird allerdings das ganze dargestellte Leitersystem mit Strömungscurven erfüllen, von denen auch eine durch den Multiplicatorkreis geht. Man vergleiche aber, wie relativ unendlich groß der Widerstand ist, den die elektrischen Massen zu überwinden hätten, welche von *a* und *b* aus ihren Weg durch *K* nehmen, gegen die, welche zwischen *a* und *b* andere Bahnen einschlagen. Man wird sofort davon abstehen, diesen in den Multiplicatorkreis verirrten Stromzweiglein eine Wirkung auf die Nadel beizumessen. Man nehme noch hinzu, daß sie in kurzer Aufeinanderfolge entgegengesetzt gerichtet sind, weil man inducirte Wechselströme von *a* nach *b* schickt, und daß sie also bei der Trägheit der Nadel noch nicht einmal ihre ganze ablenkende Wirkung entfalten könnten. Einer mehr eingehenden theoretischen Zergliederung, wie sie du Bois gegeben *), dürfen wir uns hier enthalten, da der in Rede stehende Einwand schon durch einfache Versuche vollkommen genügend beseitigt werden kann. Diese Versuche sind einerseits Controlversuche, in denen man den Nerven durch einen Leiter von ähnlichem Widerstand und ähnlicher Gestalt ersetzt, der wie jener Stromzweige in den Multiplicator schicken müßte; man bemerkt aber in diesem Falle keine Einwirkung auf die Nadel. Andererseits kann man den Tetanus des auf die Bäusche gelegten Muskels ganz ohne Beihülfe elektrischer Ströme durch mechanische, chemische oder Wärmereizung hervorbringen und erhält immer noch die negative Stromschwankung, bei deren Erklärung dann selbverständlich nicht mehr die Rede sein kann von Stromzweigen, die aus einem fremden Kreise hereinbrechen. Der Versuch fällt freilich nie so sprechend aus, weil man auf anderem als elektrischem Wege keinen so starken und andauernden Tetanus erzielen kann.

Fig. 160.



Das Hinübergehen der Nadel durch den Nullpunkt in den negativen Quadranten könnte nun nach Beseitigung des ersten Verdachtes dahin gedeutet werden, daß während des Tetanus ein dem ruhenden Muskelstrome entgegengesetzt gerichteter vorhanden wäre. In Wahrheit ist jedoch dieser negative Ausschlag

*) Untersuchungen, Bd. II. S. 40 u. fgd.

Digitized by Google

nur die Wirkung der in Freiheit gesetzten Ladungen. Man bedenke, daß diese schon während des Bestehens des ruhenden Muskelstromes auf den Platinenden des Multiplicators entwickelt wurden und einen Gegenstrom durch den letzteren schickten. Er ist nothwendig immer schwächer als der ruhende Muskelstrom, dem die Ladungen ihre Entstehung verdanken, daher auch immer noch eine Ablenkung im Sinne des Muskelstromes übrig bleibt; nimmt aber dieser plötzlich — wie im Tetanus — ab, so kann der Ladungs- (oder Polarisations-) Strom stärker sein als der noch vorhandene Rest des Muskelstromes, und kann also die Nadel nach der anderen Seite vom Nullpunkt ablenken. Von der Richtigkeit dieser Deutung überzeugt man sich, wenn man die vorläufige Entwickelung von Ladungen ganz vermeidet. Man schließt den Multiplicatorkreis erst, nachdem der auf die Bäusche gelegte Muskel in Tetanus versetzt ist. Die Nadel zeigt jetzt immer einen Strom im Sinne des gewöhnlichen Muskelstromes an, der nur viel schwächer ist als der vom ruhenden Muskel herrührende — er zeigt eben den im Tetanus noch vorhandenen Rest des Muskelstromes an, der seine ursprüngliche Richtung beibehalten hat.

Um zu zeigen, daß nicht etwa eine durch die Contraction bedingte zufällige Lageveränderung des Muskels auf den Bäuschen den Rückschwung der Nadel zur Folge hat, änderte du Bois den oben beschriebenen Grundversuch dahin ab, daß er die Bäusche anlegte an den in ein Holzgestell unbeweglich eingespannten Muskel, so daß die Berührungspunkte der Bäusche sich während des Tetanisirens nicht änderten. Der Erfolg blieb immer der obige.

Endlich blieb noch der Einwand zu widerlegen, daß die Verminderung der Stromintensität beim Tetanus der Ausdruck einer verminderten specifischen Leitungsfähigkeit, nicht der verminderten elektomotorischen Kraft in diesem Zustande sein könnte. Dieser Einwand wird zwar schon sehr entkräftet durch das oft eintretende Zurückgehen der Nadel über den Nullpunkt hinaus, doch hat durch die Methode der Compensation du Bois die Widerlegung vervollständigt. Man bedient sich dieser Methode häufig, wenn man elektromotorische Kräfte zu vergleichen hat und unabhängig von dem Einflusse des Leitungswiderstandes auf die Stromstärke sein will. Ihr Wesen besteht darin, daß man die beiden Elektromotore dergestalt hinter einander in denselben Kreis einschaltet, daß sie durch denselben Ströme in entgegengesetzter Richtung schicken; diese beiden Ströme haben dann ganz genau denselben Widerstand zu überwinden und das beobachtete Ueberwiegen des einen kann daher nur einer größeren elektromotorischen Kraft zugeschrieben werden. In unserem vorliegenden Falle ordnet sich also der Versuch so an: Zwischen die weit getrennten Zuleitungsbäusche wird ein Zwischenbausch gestellt, so daß zwei Lücken im ganzen Multiplicatorkreise übrig bleiben. Beide werden durch Froschwadenmuskel geschlossen, aber so, daß der eine seinen Muskelstrom von rechts nach links, der andere von links nach rechts durch den Kreis schickt. Berührt also z. B. der eine Wadenmuskel den linken Zuleitungsbausch mit dem Querschnitt, den Zwischenbausch mit dem Längsschnitt, so muß der andere mit seinem Längsschnitt ebenfalls den Zwischenbausch und mit seinem Querschnitt den rechten Zuleitungsbausch berühren. Wird der Versuch

Digitized by Google

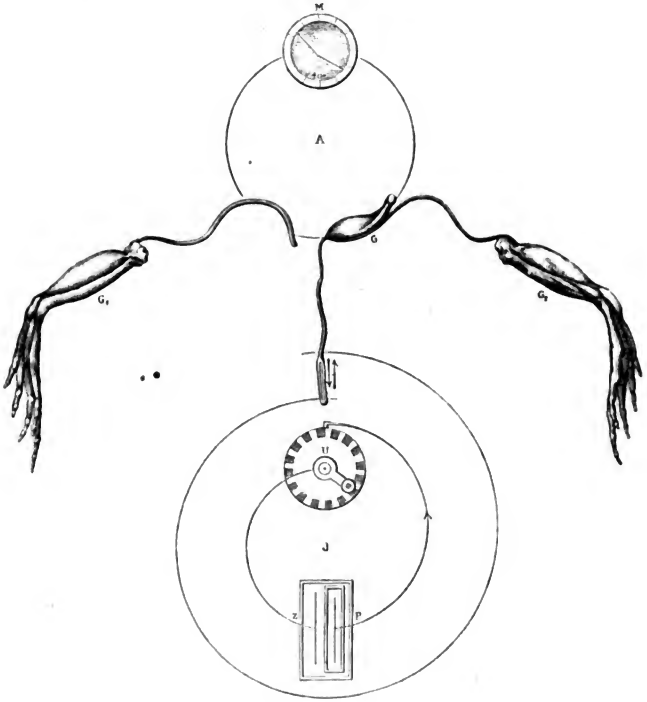
unter möglichst günstigen Bedingungen angestellt, namentlich mit recht gleichen Muskeln in ganz gleicher Auflagerung, so halten sich die beiden Ströme an der Multiplicatornadel Gleichgewicht, diese verläßt den Nullpunkt der Theilung fast nicht. Wird nun der eine Muskel tetanisirt, so erfolgt sofort ein namhafter Ausschlag der Nadel, welcher einen Strom in dem Sinne anzeigt, der nach dem Gesetze des Muskelstromes dem Strome des nicht tetanisirten Muskels zukommt. Dies Ueberwiegen des Stromes vom ruhenden Muskel kann aber nicht einem erhöhten Widerstande des tetanisirten zugeschrieben werden, denn ein solcher müßte ja den Strom des ruhenden Muskels ebenso schwächen, in dessen Kreis er ebenso gut eingeführt wird wie in den Kreis des tetanisirten selbst. Dem Einwand, der oben bei Vergleichung der elektromotorischen Kräfte von Nerv und Muskel gegen die Methode der Compensation erhoben wurde, ist sie hier nicht ausgesetzt. Wir haben es nämlich hier auf beiden Seiten mit Muskel, also genau derselben Anordnung elektromotorisch wirksamer Theile zu thun, es können daher hier die als im angelegten Bogen elektromotorisch wirksam zu denkenden Spannungsdifferenzen nicht mittelbar vom Leitungsvermögen der Substanz abhängen. Es ist daher hier das Ueberwiegen dieser Differenzen auf der einen Seite in einem Compensationsversuch sofort ein Beweis für das Ueberwiegen der inneren Kräfte.

Der dritte oben von der negativen Schwankung des Muskelstromes aufge- 288
stellte Satz wird mit Hülfe des physiologischen Rheoskopes — des stromprüfenden Froschschenkels — bewiesen. Dieses antwortet nämlich, wie wir im folgenden Capitel noch sehen werden, nicht auf dauernde Ströme, sondern auf Aenderungen in der Stromdichtheit mit Zuckung. Figur 161 (a. f. S.) stellt das Schema des zu diesem Zwecke anzustellenden Versuches dar. In den Kreis einer constanten Kette LP ist das Unterbrechungsrad U eingeschaltet und ein von diesem primitiven Kreise aus inducirbarer Nebendraht ist durch einen Theil des Nerven vom Gastrocnemius G geschlossen (da wo die beiden entgegengesetzten Pfeile gezeichnet sind). Der Muskel G überbrückt mit Längs- und Querschnitt die eine von den beiden Lücken, die durch einen Zwischenbausch im Multiplicatorkreis angebracht sind. Die andere Lücke ist durch ein Stück Nerv vom stromprüfenden Froschschenkel G_1 geschlossen. Der von G abgeleitete Muskelstrom durchläuft alsdann nach einander den Multiplicator und den Nerven von G_1. Man kann auch den Nerven des stromprüfenden Schenkels selbst unmittelbar an Längs- und Querschnitt von G anlegen, wie es bei G_2 gezeichnet ist; auch so durchfließt ein Arm des Muskelstromes von G den Nerven, und man braucht dann nur eine Lücke im Multiplicatorkreise. Der Versuch gestaltet sich folgendermaßen: Sobald das Unterbrechungsrad U in Bewegung gesetzt wird, durchfließen die inducirten Wechselströme den Nerven des Muskels G und dieser selbst geräth dadurch in anscheinend continuirlichen Starrkrampf, gleichzeitig macht die Multiplicatornadel ihren Rückschwung nach dem Nullpunkt. Der wie G_1 oder wie G_2 angeordnete Schenkel verfällt aber während der ganzen Dauer des Tetanus von G ebenfalls in Tetanus und beweist dadurch, daß der Rückschwung der Multiplicatornadel nicht herrühren kann von einer Abnahme der elektromotorischen Kräfte, die sich dann auf gleicher Höhe erhielten, sondern daß sie der Ausdruck eines rasch wech-

Digitized by Google

ſelnden weit tieferen Sinkens und Wiederanſteigens der elektromotoriſchen Kräfte zu ihrer urſprünglichen Höhe iſt. Sänken nämlich die elektromotoriſchen Kräfte und mithin der Muskelſtrom nur im Augenblicke, wo der Tetanus hereinbricht, um ſich während der ganzen Dauer deſſelben conſtant auf der verminderten Höhe zu erhalten, ſo müßte der ſtromprüfende Froſchſchenkel auch nur im erſten Augenblicke zucken und ſich dann ruhig verhalten, weil ein conſtanter Strom den Bewegungsnerven, den er durchfließt, nicht reizt; er dürfte erſt wieder zucken, wenn der Tetanus aufhört und der Strom wieder zu ſeiner urſprünglichen Höhe anſteigt. Mit einem Worte, es iſt durch das phyſiologiſche Rheoſkop der Beweis geliefert für den Satz 3. (S. 421), daß während des ſcheinbar ganz continuirlichen Tetanus die Curve der Muskelſtromſtärke, bezogen auf die Zeit, die zackige Geſtalt der Figur 158 hat. Es iſt übrigens den angeſtrengteſten Bemühungen du Bois', wie ſchon angedeutet wurde, nicht gelungen, zu entſcheiden, wie weit die Zacken jener Curve hinabreichen.

Fig. 161.

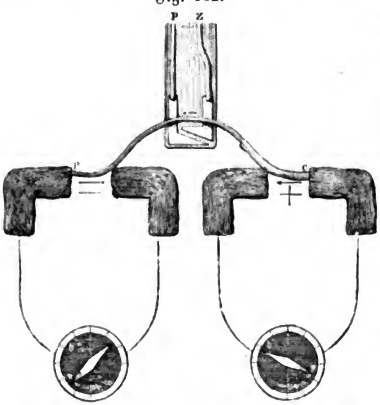


Digitized by Google

Du Bois*) hat es nicht versäumt, zu beweisen, daß auch von dem nunmehr gewonnenen neuen Gesichtspunkte aus immer noch das Uebergehen der Multiplicatornadel durch den Nullpunkt nach der anderen Seite (siehe S. 424) als Folge eines nicht mehr überwogenen Polarisationsstromes erklärt werden könne. Er zeigte nämlich durch Controlversuche an gewöhnlichen Elektromotoren, daß auch durch rasch wechselndes Sinken und Steigen eines Stromes zur ursprünglichen Höhe Ladungen in Freiheit gesetzt werden können, die einen dem ursprünglichen entgegengerichteten Strom durch den Kreis schicken.

Die Versuche, durch welche die negative Schwankung des Nervenstromes 289
beim Tetanisiren des Nerven bewiesen wird, gehören großentheils zu den schwierigsten und feinsten dieses ganzen Gebietes. Es kommt noch hinzu, daß, wenn die Reizung auf elektrischem Wege geschieht, eine andere uns jetzt noch unbekannte Eigenthümlichkeit der Nerven störend auftreten kann. Wir müssen daher nach Kenntnißnahme von jener Eigenthümlichkeit noch einmal auf diese Versuche zurückkommen. Wie der Versuch im Allgemeinen anzustellen sei, läßt sich leicht errathen, und ist in Fig. 162 eine besonders interessante Modification dargestellt, die freilich den Besitz von zwei Multiplicatoren voraussetzt. Ein

Fig. 162.



mittleres Stück des Nerven, *pc*, auf den schon aus Fig. 159 bekannten Platinschäufelchen aufliegend, wird abwechselnd entgegengesetzt gerichteten Inductionsströmen ausgesetzt; die beiden Enden liegen mit Längs- und Querschnitt auf den Bäuschen von zwei Multiplicatorkreisen. Sobald die Reizung beginnt, zeigen beide Multiplicatornadeln durch einen Rückschwung nach dem Nullpunkt die negative Schwankung an. Es ergiebt sich also aus diesem einen Versuche schon mit großer Wahrscheinlichkeit das höchst interessante Resultat, das aber von du Bois noch durch viele andere Versuche bestätigt wurde: Der Zustand, welcher sich in der negativen Stromschwankung zu erkennen giebt, verbreitet sich in gleicher Weise in jedem Nerven (mag er Empfindungs- oder Bewegungsnerv sein) von der gereizten Stelle nach beiden Seiten hin (zum Centrum und zur Peripherie) bis ans Ende. Es kann also ein innerer Unterschied zwischen centripetal und centrifugal leitenden Nerven nicht mehr angenommen werden, wenigstens wenn man den die negative Strom-

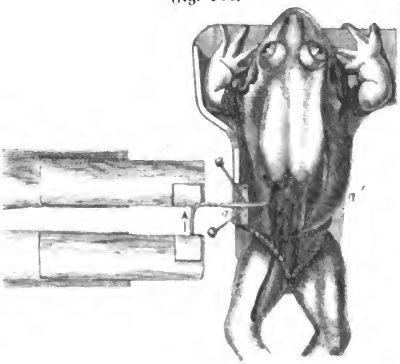
*) Untersuchungen, Bd. II, S. 91.

Digitized by Google

ſchwankung bedingenden Zuſtand für identiſch hält mit dem, welcher Bewegung und Empfindung vermittelt.

Um die negative Stromſchwankung an Nerven, die auf nicht elektriſchem Wege tetaniſirt ſind, nachzuweiſen, muß man einen ganz überaus empfindlichen Multiplicator anwenden, wie ihn du Bois eigens zu dieſen Verſuchen baute. Im Uebrigen ergiebt ſich die Anſtellungsweiſe der Verſuche von ſelbſt. Es iſt in Fig. 163 dargeſtellt, wie man die negative Schwankung beim Strychninkrampf beobachtet; der in der Kniekehle durchſchnittene und aus einem langen Hautſchnitt hervorgezogene *N. ischiadicus* liegt mit Längs- und Querſchnitt auf Hülfsbäuſchen. Sobald der feſtgebundene mit Strychnin vergiftete Froſch in Starrkrampf verfällt, ſo zeigt die Multiplicationsnadel durch ihren Rückſchwung die negative Schwankung an. Noch iſt zu bemerken, daß das Gelingen dieſes Verſuchs von vielen Zufälligkeiten abhängt.

Fig. 163.



Daß auch die negative Schwankung des Nervenſtromes der Ausdruck eines oscillirenden Sinkens und Steigens der elektromotoriſchen Kräfte iſt, kann nur aus der ſonſt vollſtändigen Analogie mit dem Muskelſtrom geſchloſſen werden, iſt aber bis jetzt noch nicht durch directe Verſuche bewieſen.

290 Der innere Vorgang, welcher die negative Stromſchwankung bedingt, pflanzt ſich mit endlicher, nicht einmal außerordentlich großer Geſchwindigkeit von der Stelle, die der Reiz trifft, im Nerven fort. Wenigſtens hat Helmholtz beobachtet, daß eine meßbare Zeit verfließt zwiſchen dem Momente der Reizung und dem Momente, wo die phyſiologiſche Wirkung des Reizes (Muskelcontraction) eintritt, und daß dieſe Zeit der Länge der zwiſchenliegenden Nervenſtrecke proportional iſt. Helmholtz fand näher dieſes: Sei in einem Verſuche d die Entfernung des vom Reize getroffenen Punktes des Nerven von ſeinem peripheriſchen Ende im Muskel. Sei alsdann t die Zeit, welche vom Augenblicke der Reizung bis zu dem Augenblicke verfließt, wo der Muskel in ein gewiſſes beſtimmtes Stadium *) der Zuckung geräth. Sei in einem zweiten Verſuche d' ($> d$) die Entfernung des gereizten Punktes von dem peripheriſchen Ende, dann verfließt auch eine längere Zeit t' von dem Augen-

*) Man vergleiche zur Orientirung die Beſchreibung der Helmholtz'ſchen Zuckungsverſuche, S. 82.

Digitized by Google

blicke der Reizung bis zu dem Augenblicke, wo der Muskel in dasselbe bestimmte Stadium der Reizung geräth. Helmholtz schließt nun: Der Unterschied $t' - t$ ist die Zeit, welche der Reizzustand braucht, um sich in einer Nervenstrecke gleich der Längendifferenz $d' - d$ fortzupflanzen. Es wäre somit $\frac{d' - d}{t' - t}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Reizzustandes im Nerven. Als numerischen Werth für diese Größe fand Helmholtz etwa 20^m in der Secunde. Da wir nun den die negative Schwankung bedingenden Vorgang mit dem Reizzustande als identisch ansehen, so dürfen wir auch die für diesen gefundene Fortpflanzungsgeschwindigkeit sofort auch jenem beilegen.

b. Elektrotonus der Nerven. — Die elektromotorische Wirksamkeit 291
des Nerven erleidet eine gewisse Veränderung, wenn ein Stück des Nerven von einem constanten elektrischen Strome dauernd durchflossen wird. Obgleich dabei der Nerv, wie wir in einem der folgenden Capitel noch sehen werden, nicht in den Reizzustand im physiologischen Sinne versetzt wird, wollen wir doch das Durchflossenwerden »Erregung«, die durchflossene Strecke »erregte Strecke« und den Strom den »erregenden« nennen. Diese Erscheinung hat du Bois, der sie entdeckte, »Elektrotonus« genannt.

Zwischen dem Beginn der Erregung und dem Auftreten der Erscheinung in ihrem ganzen Umfange verfließt keine bis jetzt bemerkte Zeitdauer, obwohl anzunehmen ist, daß die Fortpflanzung des Elektrotonus ebensowenig ganz momentan ist, wie die der negativen Schwankung.

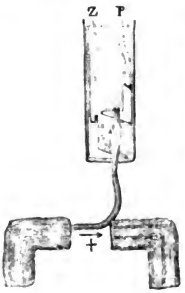
Die ganze Lehre vom Elektrotonus läßt sich in folgendes Gesetz zusammenfassen: Sobald irgend eine Strecke der Länge eines Nerven von einem constanten elektrischen Strome dauernd durchflossen wird — den wir, wie gesagt, den erregenden nennen —, fängt der Nerv an, abgesehen von seiner gewöhnlichen Stromentwickelung (die bestehen bleibt), in allen seinen Punkten in höherem oder niederem Grade elektromotorisch zu wirken, und zwar in dem Sinne des erregenden Stromes selber. D. h. mit anderen Worten, in einem an den Nerven angelegten ableitenden Bogen fließt außer dem Stromarm, den der ruhende Nervenstrom nach dem gewöhnlichen Gesetze hineinschickt, noch ein zweiter Strom, der durch das abgeleitete Nervenstück hindurch fortgesetzt in diesem dieselbe Richtung hat, wie der erregende Strom in der erregten Strecke. Diese beiden Stromarme summiren sich im ableitenden Bogen algebraisch, so daß je nach der Lage der ableitenden Bogenfüße zu den erregenden Elektroden der Gesammtstrom bald eine größere, bald eine geringere Ablenkung der Magnetnadel bewirkt als der gewöhnliche Nervenstrom für sich. Wir wollen nun von einer abgeleiteten Nervenstrecke sagen, sie befinde sich in der positiven Phase des Elektrotonus, wenn die durch die Erregung neu auftretende elektromotorische Wirksamkeit in demselben Sinne thätig ist, wie die gewöhnliche, also die Nadelablenkung vermehrt; umgekehrt soll in der negativen Phase des Elektrotonus befindlich eine abgeleitete Strecke dann genannt werden, wenn die von ihr in Ruhe hervorgebrachte Nadelablenkung durch die der Erregung verdankte neue elektromotorische Wirksamkeit vermindert wird, wenn also letztere für sich allein einen dem ruhenden Ner-

Digitized by Google

venstrom an der betreffenden Stelle entgegengesetzt gerichteten Strom hervorbringen würde. Der durch den Elektrotonus hervorgebrachte Strom kann unter Umständen selbst weit stärker als der gewöhnliche Nervenstrom sein. Ist dies in negativer Phase der Fall, so erscheint der Nervenstrom nicht bloß geschwächt, sondern es erscheint vielmehr ein Strom in umgekehrter Richtung.

292 Das ausgesprochene qualitative Gesetz nebst den sogleich auszuführenden, die Quantität beschlagenden Zusätzen wird durch Versuche nach folgendem Schema erwiesen. Das eine Ende des Nerven wird, wie Fig. 164 zeigt, über die uns schon bekannten, einstweilen noch ungeschlossenen Platinschäufelchen gelegt. Das andere Ende liegt in wirksamer Anordnung auf den Bäuschen. Dieses sendet nach dem Gesetze des Nervenstromes durch den Multiplicatorkreis einen Strom, der, durch den Nerven fortgesetzt, die Richtung des zwischen den Bäuschen gezeichneten Pfeiles hätte. Nehmen wir an, dieser Strom hielte die Nadel auf einer constanten Ablenkung von 8°, und verbinden wir jetzt die Platinschäufelchen dergestalt mit den Polenden eines Grove'schen Elementes, daß die zwischen ihnen befindliche (erregte) Strecke des Nerven in der Richtung des dabei gezeichneten Pfeiles*) von einem constanten Strome durchflossen wird. Sogleich wird die Multiplicatornadel durch einen Schwung vom Nullpunkte wegwärts die Stromverstärkung anzeigen und bei andauerndem erregenden Strome etwa auf 10 oder 11° stehen bleiben. In der That muß ja in dem eben beschriebenen Falle die abgeleitete Nervenstrecke nach unseren Definitionen in der positiven Phase des Elektrotonus befindlich sein, denn die Richtung ihres eigenen Stromes ist dieselbe wie die des erregenden. Hätte man vermittelst der Platinschäufelchen den constanten Strom der Grove'schen Ketten in umgekehrter Richtung durch die Nervenstrecke geschickt, so wäre das abgeleitete Ende nach der Definition in der negativen Phase gewesen, und in der That würde man alsdann am Multiplicator eine rückgängige Bewegung der Nadel von dem Punkte der gedachten, 8° betragenden constanten Ablenkung nach dem Nullpunkte hin beobachtet haben. Unter günstigen Bedingungen erstreckt sich dieser Rückschwung der Nadel in den negativen Quadranten, wo sie auch in beständiger Ablenkung verharren kann, wenn der negative Zuwachs durch den Elektrotonus an absolutem Werthe die Intensität des Nervenstromes an derselben Stelle übertrifft. Ob dies in der That der Fall ist und nicht bloß in Freiheit gesetzte Ladungen die umgekehrte Ablenkung bedingen, kann man daraus sehen, daß der Versuch Ladungen hinterläßt, die im Sinne des ursprünglichen Nervenstromes thätig sind.

Fig. 164.

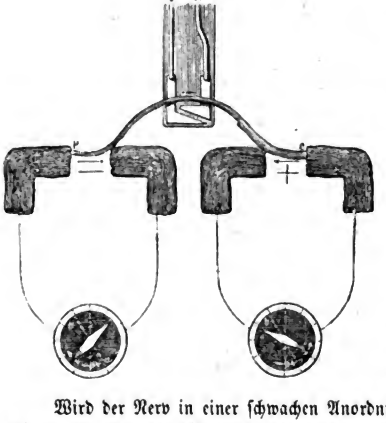


*) Um die durch den Pfeil angedeutete Stromrichtung von einem Grove'schen Element zu erhalten, müßte man das Zink desselben mit dem in der Figur mit *P* bezeichneten Drahte verbinden und das Platin mit *Z*.

Digitized by Google

Mit zwei Multiplicatoren und einem recht langen Nerven kann man beide Phasen des Elektrotonus zugleich sichtbar machen. Man erregt durch den constanten Strom die Mitte des Nerven und leitet die beiden Enden wirksam ab, wie Fig. 165 zeigt. Der erregende Strom mag nun gerichtet sein wie er wolle, immer wird er dem natürlichen Nervenstrom des einen Endes gleich dem es anderen entgegengesetzt sein. Jenes Ende geräth dann in die positive Phase, die sich durch eine Vermehrung der Ablenkung des dort angebrachten Multiplicators zu erkennen giebt. Dieses Ende geräth in die negative Phase und zeigt Stromverminderung oder Umkehr. In der Figur sind die Phasen durch + und — Zeichen angedeutet, die Nadeln standen in beständiger Ablenkung auf den punktirten Linien ab und nehmen nach der Erregung die wirklich gezeichneten Lagen an.

Fig. 165.



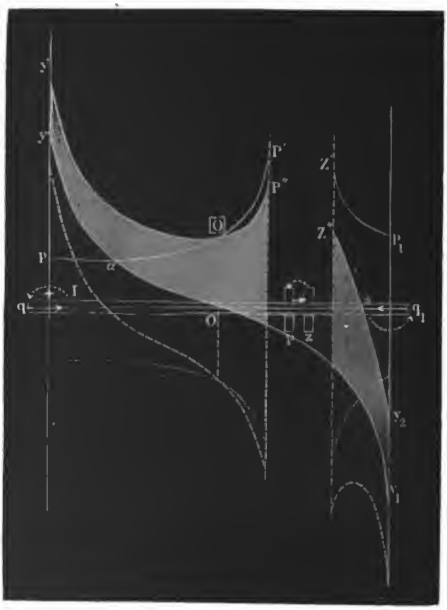
Wird der Nerv in einer schwachen Anordnung auf die Bäusche gelegt, d. h. mit zwei Punkten des Längsschnittes, wo der gewöhnliche Nervenstrom sehr schwach erscheint, so zeigt sich gleichwohl der positive oder negative Zuwachs durch den Elektrotonus ebenso stark als bei wirksamerer Anordnung, wenn nur die abgeleitete Strecke noch gerade so groß und der erregten Strecke gerade so nahe ist.

Zur besseren Uebersicht der ganzen hier vorgetragenen Sätze wollen wir die quantitativen Verhältnisse eines Falles graphisch darstellen. Sei in Fig. 166 (a. f. S.) qq_1 ein Nerv, dessen Axe als Axe der Abscissen dient. Tragen wir senkrecht zu dieser Axe als Ordinaten zunächst die Nervenstromstärken in einem Bogen von der Spannweite ql auf, in der schon oben befolgten Weise, daß nämlich über jedem Punkte als Ordinate diejenige Stromstärke steht, welche im Bogen statt hat, wenn die Mitte zwischen seinen Füßen mit dem Punkte zusammenfällt, $y' \alpha Oy_1$ sei nun die Curve der Stärken des gesetzlichen Nervenstromes. Es konnte hier auch die Richtung des Stromes schon durch die Lage der Curve angedeutet werden, indem, wie man sieht, eine aufwärts gerichtete Ordinate anzeigt, daß der Strom in der abgeleiteten Nervenstrecke von links nach rechts eine abwärts gerichtete, daß er von rechts nach links fließe. Durch die (als senkrechte Streifchen gezeichneten) Elektroden ZP wurde nun das zwischen ihnen begriffene Stück des Nerven erregt mittelst eines Stromes, der die Richtung des kleinen Pfeiles hat. Es wird dadurch dem Nerven neben seiner gewöhnlichen noch eine neue elektromotorische Wirksamkeit ertheilt. Diese würde, wenn sie allein vor-

Digitized by Google

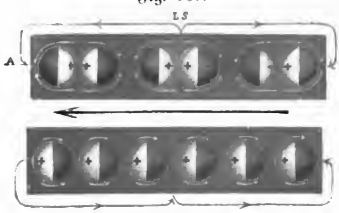
handen wäre, in dem ableitenden Bogen von der Spannweite $q\,l$ mit dem erregenden richtungsgleiche Ströme hervorbringen, deren Intensität durch die Curve $p'P'Z'p_1$ darzustellen wäre. Die Curve hat zwischen P' und Z' eine Lücke, weil man durch directe Versuche nicht im Stande ist, das elektromotorische Verhalten des Nervenstückes zwischen den erregenden Elektroden zu prüfen. In der Wirklichkeit sind nun die beiden elektromotorischen Eigenschaften gleichzeitig thätig, und wenn man daher den Bogen längs des erregten Nerven verschiebt, so muß die Beobachtung eine Curve der Stromstärken ergeben, deren einzelne Ordinaten die algebraischen Summen der entsprechenden Ordinaten von $y'\alpha O y_1$ und von $p[O]P'Z'p_1$ sind. Diese Curve ist als $y''[O]P''Z''y''$ in der Figur gezeichnet und in der That geht, soweit überhaupt die quantitative Bestimmung reicht, eine solche Gestalt für die Curve der Stromstärken des elektrotonisirten Nerven aus den Versuchen du Bois' hervor. Das Stück $q\,O$ ist in der positiven Phase begriffen, denn alle von ihm abzuleitenden Ströme sind in dem ihnen ursprünglich zukommenden Sinne verstärkt; das Stück $O q_1$ ist in der negativen Phase, denn alle von ihm abzuleitenden Ströme haben entweder mit Beibehaltung der Richtung bloß an Stärke verloren (von q_1 bis s) oder haben gar ihre Richtung verkehrt (von s bis O). In der Figur ist auch noch durch eine so — — — punktirte Linie die Curve der Stromstärken angedeutet für den Fall, wo durch die Elektroden ZP ein Strom in entgegengesetzter Richtung gesandt wurde. In diesem Falle wäre nämlich die Curve der neu auftretenden elektromotorischen Wirksamkeit, die so . . . . . punktirte Linie (der Curve $p'P'Z'p_1$ symmetrisch auf der anderen Seite der Abscissenaxe), und die Combination dieser mit der Curve $y'Oy_1$ ergiebt die so — — — punktirte Linie.

Fig. 166.



Du Bois hat nun eine Hypothese ersonnen, welche alle Erscheinungen 293
des Elektrotonus bis in die feinsten Nuancen erklärt, und noch dazu mit den allgemein angenommenen Vorstellungen über Elektrolyse im engsten Zusammenhange steht. Die peripolaren elektromotorischen Moleküle (deren Gestalt ja an sich gleichgültig ist), welche die Erscheinungen des ruhenden Nervenstromes bedingen, denkt sich du Bois in der (Fig. 167) dargestellten Weise als Gruppen von je zwei dipolaren Molekülen, die mit ihren positiven Polen an einander stoßen. Daß durch diese Anordnung das Gesetz des gewöhnlichen Nervenstromes eben so gut erklärt ist, wie bei der Annahme peripolarer Moleküle in der Weise der Fig. 141, versteht sich von selbst. Wird nun diese Reihe von Molekülen in der Richtung des Pfeiles Fig. 167 von einem constanten Strome durchflossen, so werden offenbar nach den Principien der Elektrolyse die positiven Theile der peripolaren Molekülgruppen die Neigung haben, sich dahin zu kehren, wo der Strom austritt, die negativen dahin, wo er eintritt, d. h. die positiven nach der negativen und die negativen nach der positiven Elektrode; die eine Hälfte der constituirenden dipolaren Moleküle wird sich also um 180° drehen, und es entsteht so statt der drei peripolaren Gruppen eine Reihe von sechs dipolaren Molekülen, wie es Fig. 166 *B* gezeichnet ist. Du Bois bezeichnete den beschriebenen Vorgang sehr passend mit dem Ausdruck der »säulenartigen Polarisation«, weil er eine Anordnung elektromotorisch verschiedener Massentheile zur Folge hat, die der in der galvanischen Säule bestehenden analog ist. Es braucht jetzt nur noch die an sich gar nicht so unwahrscheinliche Hülfsannahme gemacht zu werden, daß diese säulenartige Polarisation in der Nervensubstanz sich auch außerhalb der Elektroden, aber mit abnehmender Stärke fortpflanzt, d. h. daß die Drehung der Moleküle in einiger Entfernung von den Elektroden nicht mehr ganz vollständig zu Stande kommt, daß sie vielmehr — gleichzeitig sollicitirt von der säulenartig polarisirenden Kraft des Stromes und von den eigenen Kräften des Nerven, die ihnen eine zur peripolaren Anordnung passende Stellung anzuweisen streben — in einer mittleren Stellung verharren, und daß die Drehung um so unvollständiger ist, je weiter man sich von den Elektroden des erregenden Stromes entfernt. Für die elektromotorische Wirksamkeit nach außen wird man dieser Vorstellung ohne bedeutenden Fehler eine andere substituiren können, die eine leichtere Analyse gestattet. Man stelle sich nämlich vor, nicht alle peripolare Gruppen würden durch den Strom gespalten und gerichtet, sondern bloß ein Theil derselben — der aber vollkommen —, während der Rest in der peripolaren Anordnung ganz ver-

Fig. 167.



harrte. Der säulenartig polarisirte und orientirte Theil sei aber ein um so kleinerer Bruchtheil der gesammten Moleküle, je weiter man sich von den Elektroden entfernt. Es wird doch in der That eine nur unvollständig säulenartig polarisirte Gruppe von peripolaren Doppelmolekülen nach Außen annähernd eben so wirken, als ob ein Theil derselben vollständig polarisirt, der andere Theil vollständig peripolar geblieben wäre. Um jetzt die Wirksamkeit des elektrotonisirten Nerven nach außen in jedem einzelnen Falle vorauszubestimmen, braucht man nur die Wirksamkeit des peripolar gebliebenen Theiles und des säulenartig polarisirten Theiles der Moleküle einzeln zu berechnen und hiernach die beiden Resultate algebraisch zu summiren; so fordert es das Princip der Superposition der Ströme und Spannungen (Seite 379.)

Dies ist aber genau der Weg, der schon oben bei der Erklärung der Figur eingeschlagen wurde. Der peripolar gebliebene Theil der Moleküle würde nämlich für sich allein durch einen beliebigen ableitenden Bogen einen Strom im Sinne des gewöhnlichen Nervenstromes senden (siehe die Curve $y' \alpha O y_1$ Fig. 166), wenn auch nicht genau von derselben Stärke, was indessen hier unbeachtet bleiben mag. Dazu kommt aber noch hinzu der Stromzweig, den die säulenartig polarisirten Moleküle in den ableitenden Bogen senden. Wie dieser sich gestalten müsse, ist aus der theoretischen Betrachtung Nr. 270 zu entnehmen. Wenn wir nämlich für den Augenblick von den peripolar gebliebenen Doppelmolekülen absehen, so erkennen wir in den säulenartig polarisirten jedes beliebigen lineären Nervenstückes eine Reihe dipolar wirksamer Moleküle von der Beschaffenheit und Anordnung jener, deren Wirksamkeit in der angezogenen Nummer abgeleitet wurde. Die positiven Pole der dipolaren Moleküle unserer hier vorliegenden Reihen sind sämmtlich dem Endquerschnitte der Nerven zugekehrt, nach welchem der erregende Strom hinfließt; es muß sich also den Sätzen der Nr. 270 zufolge (immer — wie gesagt — abgesehen von den in peripolaler Wirksamkeit verharrenden Molekülen) jeder Punkt des Nerven positiv verhalten gegen jeden vom Gesichtspunkte der Richtung des erregenden Stromes aus über ihm liegenden. Es ist aber weiter zu bedenken, daß die dipolaren Moleküle um so weniger dicht vertheilt sind, als man sich weiter von den erregenden Elektroden entfernt; es wird daher die Spannungsdifferenz äquidistanter Punkte an der Oberfläche um so kleiner ausfallen, je weiter sie beide von den Elektroden entfernt sind. Die Curve $p' P' Z' p_1$ giebt also in der That das Gesetz der abgeleiteten Ströme in einem längs des Nerven verschobenen Bogen von constanter Spannweite, wenn die dipolar gewordenen Moleküle allein wirksam wären, wie man es nach der Nr. 270 vorgetragenen Theorie zu erwarten hätte. Endlich fordert uns das Princip von der Superposition der Ströme auf, die Ordinaten der beiden Curven algebraisch zu summiren und so eine neue Curve zu bilden, welche die wirklich zu beobachtenden Ströme am elektrotonisirten Nerven durch ihre Ordinaten angiebt. Es ergiebt sich somit dieselbe Curve y'' $(O) P' Z'' y''$, die zuerst nur als graphische Darstellung des erfahrungsmäßigen Sachverhaltes verzeichnet wurde, nunmehr auch als Folgerung aus einer theoretischen Annahme über den inneren Hergang. Eine so auffallende Uebereinstimmung

Digitized by Google

stimmung kann nicht verfehlen, zu der Annahme in hohem Grade Zutrauen zu erwecken.

Nachdem wir mit den Gesetzen des Elektrotonus bekannt geworden sind, 294
haben wir noch zu fragen: wie hängt seine Größe im Ganzen von verschiedenen Bedingungen ab, denen wir von vornherein Einfluß zuzuschreiben Veranlassung haben? Daß 1) der Elektrotonus ceteris paribus mit der Leistungsfähigkeit abnimmt, läßt schon aus dem Umstande, daß er dem todten Nerven ganz abgeht und folglich zu den Lebenserscheinungen des Nerven gehört, mit solcher Sicherheit schließen, daß eine weitere Begründung überflüssig ist. 2) Mit der Stärke des erregenden Stromes wächst der Elektrotonus gleichzeitig sehr entschieden. So sind bei einigermaßen starken Strömen (von mehreren Grove'schen Elementen) die dem Elektrotonus verdankten Zuwachse schon beträchtlich größer als der ursprüngliche Nervenstrom bei günstigster Ableitung. Diese Thatsache könnte manchem ein Bedenken gegen unsere Theorie einflößen, welche die Zuwächse des Elektrotonus von der Wirksamkeit derselben elektromotorischen Moleküle, nur in anderer Anordnung herleitet, wie den ursprünglichen Nervenstrom. Um dies Bedenken zu entkräften, brauchen wir nur die theoretischen Ableitungen der Nr. 270 in Erinnerung zu bringen, aus denen sich sofort mit Evidenz ergiebt, daß die säulenartige dipolare Anordnung eine für die Wirksamkeit nach außen weit günstigere ist als die peripolare. Bei dieser nämlich können unmöglich zwei Punkte der Oberfläche eine größere Spannungsdifferenz zeigen als die elektromotorische Differenz der beiden wirksamen Stoffe beträgt, ja es wird dieser Gränzfall selbst in Wirklichkeit nicht einmal erreichbar sein, denn die isoelektrischen Flächen der höchsten sowohl als niedrigsten Spannung werden niemals die äußere Oberfläche treffen (siehe die Fig. 139). Bei dipolarer Säulenanordnung hingegen können leicht zwei Punkte an der Oberfläche jede beliebige Spannungsdifferenz zeigen, die elektromotorische Differenz der beiden wirksamen Stoffe mag noch so klein sein, wenn nur die Anzahl der Glieder recht groß gedacht wird. So war ja schon in dem Fig. 145 als Beispiel von drei Elementen zwischen zwei Punkten der Endquerschnitte eine Spannungsdifferenz von 32 Einheiten vorhanden, während die elektromotorische Differenz der wirksamen Stoffe nur 18 Einheiten betrug.

Ob man mit immer wachsender Stromstärke zuletzt bei einem Gränzwerthe der elektrotonischen Zuwächse ankommt oder ob diese ebenfalls immerfort wachsen, läßt sich aus einem physiologischen Grunde nicht durch Versuche entscheiden. Sehr starke Ströme zerstören bekanntlich sehr rasch das Leben des Nerven und folglich auch seine Fähigkeit, elektrotonisirt zu werden. Sobald man also bis zu einer solchen Stromstärke gestiegen ist, welche den Nerven tödtet, noch ehe die Multiplicatornadel ihre Bewegung vollendet hat, so kann man nicht mehr aus der Größe des Ausschlages auf die Kräfte schließen, die ihn hervorbrachten. Es könnte z. B. ein ganz kleiner Nadelausschlag erfolgen, der doch von einem elektrotonischen Zuwachs von enormer Größe, aber außerordentlich kurzer Dauer herrührte.

3) Der Elektrotonus wächst mit der Länge der erregten Strecke. Man

Digitized by Google

begreift, daß bei den Versuchen über den Einfluß dieses Umstandes Alles darauf ankommt, den erregenden Strom constant zu erhalten, trotz der durch Verlängerung der erregten Strecke bedingten Vermehrung des Widerstandes. Am nächsten liegt der Gedanke, dies dadurch zu erreichen, daß man in den Kreis der erregenden Kette einen Widerstand einschaltet, gegen den der eines Nervenstückes überall verschwindend klein ist. Du Bois hat so verfahren, jedoch außerdem noch auf verschiedenen anderen Wegen den hier in Rede stehenden Satz begründet.

Wir müssen vom Standpunkte der jetzt gewonnenen Kenntnisse noch einen Blick auf die negative Schwankung des Nervenstromes bei Reizung im physiologischen Sinne werfen. Es kann jetzt erst die oben (Seite 427) ausdrücklich betonte Forderung begründet werden, daß wenn die negative Schwankung bei elektrischem Tetanisiren beobachtet werden soll, dieses durch abwechselnd gerichtete Stromstöße geschehen muß. Geschieht es nämlich durch lauter gleichgerichtete Stöße, so tritt bei jedem im abgeleiteten Nervenende dieselbe Phase des Elektrotonus neben der negativen Schwankung auf und verdeckt diese mehr oder weniger vollständig, so daß die Wirkung auf den Multiplicator sich kaum unterscheidet von der, die erfolgt, wenn der Nerv durch einen constanten Strom erregt wird. Sind dagegen die Stromstöße abwechselnd entgegengesetzt gerichtet, so geräth das abgeleitete Ende des Nerven in raschem Wechsel bald in die positive, bald in die negative Phase des Elektrotonus, die Wirkungen beider Phasen auf die Nadel heben sich gegenseitig auf und die negative Schwankung kommt rein zur Erscheinung.

Längere Zeit nach dem Erscheinen seiner Untersuchungen hat du Bois auch am Muskel einen Elektrotonus entdeckt, worüber aber bis jetzt nur eine mehr anzeigende als eingehende Notiz zur öffentlichen Kunde gelangt ist. Wir müssen uns daher hier mit dieser Erwähnung begnügen.

Drittes Capitel.

Einwirkung der Elektricität auf thierische Theile.

295 Es ist in früherer Zeit viel die Rede gewesen von der Einwirkung freier Spannung ruhender Elektricität auf die thierischen Gewebe im Einzelnen und auf den ganzen Thierkörper. Man hat namentlich, ohne auch nur scheinbare Gründe anzuführen, den elektrischen Spannungen der Atmosphäre vielen Einfluß auf den Gesundheitszustand des Menschen zugeschrieben. Man hat auderlei, meist selbst der Form nach rein aprioristischen Betrachtungen ganze Gewebe von pathalogischen und therapeutischen Lehren gesponnen. Meines Wissens ist aber noch nie ein Versuch gemacht, der bewiese, daß eine in längeren Zeiträumen constant bleibende freie Spannung der ruhenden Elektricität, welchen Werth sie auch haben möge, irgend welchen Einfluß auf irgend welchen thierischen Theil hätte. Wir lassen daher die angeblichen Wirkungen der ruhenden Elektricität bei Seite, gehen sofort zu den Wirkungen der elektrischen Ströme über und sprechen zunächst

Digitized by Google

A. Von der Wirkung constanter Ströme,

deren Dichtheit während längerer Zeit ungeändert bleibt. Sämmtliche thierische Stoffe sind bekanntlich chemische Verbindungen und gehören zu den Elektrolyten oder sogenannten Leitern zweiter Classe. Daher denn die nächste Einwirkung eines dauernden elektrischen Stromes auf thierische Gewebe in ihrer »Elektrolyse« besteht. Die dabei auftretenden chemischen Erscheinungen sind noch nicht untersucht, und würden, wenn sie es wären, hier nicht zu behandeln sein. Eine der wichtigsten rein physikalischen Erscheinungsweisen der Elektrolyse ist der Leitungswiderstand, den der Elektrolyt dem Strome entgegensetzt. Wir fassen daher diesen, dessen Kenntniß auch sonst von Interesse ist, zunächst ins Auge. Die erste Untersuchung über diesen Gegenstand verdanken wir E. Weber; da sie aber zu einer Zeit angestellt wurde, wo die Erscheinungen der galvanischen Polarisation noch nicht gehörig bekannt waren, so dürfen wir sie jetzt als veraltet ansehen. Spätere Versuche von Matteucci verdienen keine Berücksichtigung, weil sie in höchst unvollkommener Weise gemacht sind. Erst kürzlich hat Eckhard Versuche über den Leitungswiderstand thierischer Gewebe angestellt, bei denen wir verweilen müssen. Sie sind ganz besonders durch die Methode interessant. Man sieht nämlich, daß es ganz besonderer Kunstgriffe bedürfen wird, um die eigenthümlichen Schwierigkeiten zu beseitigen, die sich der Ermittelung des specifischen Leitungswiderstandes thierischer Gewebe entgegenstellen. Bevor wir von denselben einzeln sprechen, muß noch bemerkt werden, selbst nach der Wegräumung aller ist nicht zu erwarten, daß man in zwei verschiedenen, absolut genauen Versuchen, mit zwei verschiedenen Stücken desselben Gewebes angestellt, denselben specifischen Widerstand finden wird; denn er wird in Wirklichkeit für ein bestimmtes Gewebe keine ganz constante Größe sein, da er vom Baue des bestimmten Stückes und namentlich von dem Maße der Durchtränkung mit Flüssigkeit abhängt, welche Größen eben nicht für ein Gewebe ganz constant sind, am allerwenigsten, wenn man es durch verschiedene Thierspecies verfolgt. Eckhard ging nun darauf aus, die specifischen Widerstände mehrerer Gewebe des Menschen unter einander zu vergleichen. Die erste Schwierigkeit besteht in der Beseitigung der Polarisation, die ja bei Anlegung von Metallelektroden nicht ausbleiben könnte, da wir es mit Elektrolyten zu thun haben. Eckhard löste diese Aufgabe so: Die kupfernen Elektroden eines Daniell'schen Elementes von höchst constanter elektromotorischer Kraft wurden nicht unmittelbar an das Gewebstück, dessen Widerstand gefunden werden sollte, angelegt, sondern sie tauchten in Zuleitungsgefäße, die mit Kupferwitriollösung gefüllt waren. Die Elektroden hatten außerdem punktförmige Gestalt, indem sie aus Drähten bestanden, die bis auf die blanke Spitze mit Lack überzogen waren. Durch Bäusche wurden die zu prüfenden Gewebstücke, ähnlich wie bei thierisch-elektrischen Versuchen, zwischen den Zuleitungsgefäßen eingeschaltet und so der Kreis geschlossen, der außer der constanten Kette noch einen zur Sinusbussole umgestalteten, langdrahtigen Multiplicator enthielt, so daß in jedem Augenblicke die Stromstärke bestimmt werden konnte. Eine sehr wesentliche Vor-

Digitized by Google

ſichtsmaßregel, um den Kettenſchluß immer in gleicher Weiſe zu bewerkſtelligen beſteht darin, daß die Bäuſche allemal an die Gewebſtücke mit gleichen Flächen angelegt werden; dieſe müſſen daher jedenfalls kleiner ſein als die Flächen der, Gewebſtücke, an die ſie angelegt werden. Die andere bedeutende Schwierigkeit beſtand in der Eliminition der Einflüſſe der Form. Geſucht wurde ja der ſpecifiſche Widerſtandscoefficient der Gewebe, d. h. der Widerſtand, den ein prismatiſches Stück von der Einheit gleichem Querſchnitt und der Einheit gleicher Länge leiſtet, wenn es in der Längsrichtung durchſtrömt wird. Dieſe Form und Ausdehnung kann aber unmöglich immer den Geweben gegeben werden; es muß daher der Widerſtand eines anders geformten Stückes unmittelbar gemeſſen und der jenes Prismas, d. h. der ſpecifiſche, daraus berechnet werden. Da es zunächſt auf bloße Vergleichung abgeſehen iſt, ſo würde es übrigens ſchon hinreichen, den verſchiedenen zu vergleichenden Geweben nur vollſtändig gleiche Form und Ausdehnung, wenn auch nicht jene beſtimmte primatiſche zu geben. Aber auch dies iſt offenbar unmöglich. Eckhard nahm deshalb als Tertium comparationis noch einen Stoff hinzu von immer conſtantem ſpecifiſchen Leitungswiderſtand, der leicht in jede Form zu bringen iſt. Er wählte als ſolchen geronnenen Leim, er formte daraus jedesmal vermittelſt Gypsform ein dem geprüften congruentes Stück und verglich deſſen Widerſtand mit dem des Gewebſtückes. Natürlich mußte die angewandte Leimlöſung einmal ſo concentrirt ſein als das andere Mal, damit der ſpecifiſche Widerſtand deſſelben conſtant geſetzt werden durfte. Das Princip des angedeuteten Kunſtgriffes iſt näher dieſes. Schließt man Ketten durch zwei beliebig geſtaltete aber congruente Stücke von zwei verſchiedenen Stoffen und alſo verſchiedenem ſpecifiſchen Leitungswiderſtande in genau derſelben Weiſe, ſo werden ſich in beiden die Stromfäden in genau derſelben Weiſe vertheilen. Der Widerſtand, den in jedem einzelnen Faden die Elektricität erleidet, wird aber in den beiden Stücken verſchieden ſein und in demſelben Verhältniſſe ſtehen wie die ſpecifiſchen Widerſtände der beiden Stoffe. Der ganze Leitungswiderſtand l eines irgendwie geſtalteten, zwiſchen zwei beſtimmten Stellen durchſtrömten Körpers wird demnach als ein Product zweier Factoren $l = f.w$ dargeſtellt werden können, deren erſter f bloß von der Form abhängt und geradezu den Widerſtand bedeutet, den ein dem betrachteten congruentes Stück eines Stoffes, deſſen ſpecifiſcher Widerſtand die Einheit wäre, bei derſelben Art des Durchſtrömtſeins leiſtet; w iſt der ſpecifiſche Widerſtand, aus dem unſer Körper gebildet iſt. Man habe nun in einem erſten Vorverſuche die Kette durch bloßes Aneinanderlegen der Bäuſche geſchloſſen und an der Sinusbuſſole die Ablenkung α abgeleſen, den dabei im ganzen Kreis (in den weſentlichen Theilen, der Kette, Zuleitungsapparaten und Multiplicator) vorhandenen Widerſtand wollen wir L nennen. Jetzt mache man einen Verſuch, wo zwiſchen die Bäuſche ein gewiſſes Muskelſtück eingeſchaltet iſt. Es ſei dabei eine Ablenkung α' an der Buſſole abgeleſen. Nennen wir den Widerſtand des Muskelſtückes l, ſo war in dieſem Verſuche der Geſammtwiderſtand in dem ganzen Stromkreiſe $L + l$ und man hat $\frac{L+l}{L} = \frac{sin.\ \alpha}{sin.\ \alpha'}$; denn die Stromſtärken (*sin.* α

Digitized by Google

und *sin.* α') müssen sich umgekehrt verhalten wie die Widerstände, daher: $l = \left(\frac{sin.\ \alpha}{sin.\ \alpha'} - 1\right) L$ oder $l = aL$, wenn man zur Abkürzung $\frac{sin.\ \alpha}{sin.\ \alpha'} - 1 = a$ setzt. Gleich darauf, zu einem Zeitpunkte also, wo die Größe L jedenfalls noch genau dieselbe geblieben ist, wird nun ein beliebig gestaltetes Sehnenstück zwischen die Bäusche geschaltet und die Ablenkung α'' abgelesen, so daß man, wenn mit l'' der Widerstand dieses Sehnenstückes bezeichnet wird, hat: $l'' = \left(\frac{sin.\ \alpha}{sin.\ \alpha''} - 1\right) L = bL$. Nach diesen beiden nur kurze Zeit in Anspruch nehmenden Versuch macht man nun sowohl über das Muskel- als über das Sehnenstück eine Gypsform und gießt sie mit derselben Leimlösung aus, so daß man, wenn diese darin erstarrt ist und die Form abgenommen wird, ein dem Muskel- und ein dem Sehnenstück congruentes Leimstück hat. Inzwischen hat sich nun aber vielleicht durch Zufälligkeiten die Größe L verändert und ist L' geworden, so daß ein neuer Vorversuch mit unmittelbarer Schließung der Bäusche eine Ablenkung β der Bussole ergiebt. Ist diese bestimmt, so kann man mit den Leimkörpern verfahren wie oben mit den Gewebestücken; der dem Muskel entsprechende mag den Widerstand λ, der der Sehne entsprechende den Widerstand λ' bieten und bei ihrer Zwischenschaltung mag beziehlich die Ablenkung β' und β'' zu Stande kommen. Man hat dann die beiden Gleichungen $\lambda = \left(\frac{sin.\ \beta}{sin.\ \beta'} - 1\right) L' = cL'$ und $\lambda' = dL'$. Aus den beiden Vorversuchen und den vier Versuchen, die bis jetzt beschrieben wurden, ergeben sich also diese vier Gleichungen: $l = aL$, $l = bL$; $\lambda = cL'$; $\lambda' = dL'$, worin a, b, c, d bekannte Größen (nämlich die um 1 verminderten Quotienten der Sinus der Ablenkungswinkel sind), l, l', λ, λ', L, L' aber unbekannt sind. Zwischen einem Theile dieser unbekannten Größen gelten aber noch gewisse Beziehungen. Jede der Größen l, l', λ, λ' ist nämlich als Widerstand eines nicht prismatischen Körpers, wie wir oben sahen, das Product aus einem von seiner Form abhängigen und eines von seinem Stoff abhängigen Factor. Insbesondere ist $l = f_m \cdot w_m$, wenn f_m den von der Form abhängigen Factor für die besondere Form unseres Muskelstückes bedeutet und w_m der specifische Widerstand des Muskelgewebes ist. Ebenso ist $l' = f_t \cdot w_t$, wenn f_t den der Form unseres Sehnenstückes entsprechenden Werth des von der Form abhängigen Factors darstellt und w_t der specifische Widerstand des Sehnengewebes ist. Da nun aber unser erster Leimkörper dem Muskel-, der zweite dem Sehnenstücke congruent sein muß, so muß der erste Factor in λ mit dem in l, und der erste Factor in λ' mit jenem in l' übereinstimmen. Man muß geradezu haben, wenn man den specifischen Leitungswiderstand des geronnenen Leimes $= w_c$ setzt: $\lambda = f_m \cdot w_c$; $\lambda' = f_t \cdot w_c$. Demnach gehen unsere vier Gleichungen über in:

$$f_m w_m = aL;\quad f_t . w_t = bL;\quad f_m . w_c = cL';\quad f_t . w_c = dL'.$$

Hieraus gilt es, das Verhältniß $\frac{w_t}{w_m}$ zu entwickeln, d. h. das Verhältniß zwischen den specifischen Widerständen zweier Gewebe; denn wenn man diese beiden ver-

Digitized by Google

glichen hat, so kann man ebenso jedes andere Paar vergleichen. Man hat aber, wenn man die erste Gleichung durch die zweite, und die dritte durch die vierte dividirt:

$$\frac{f_m w_m}{f_t w_t} = \frac{a}{b} : \frac{f_m}{f_t} = \frac{c}{d} .$$

Dividirt man nun endlich von den übriggebliebenen beiden Gleichungen die zweite durch die erste, so hat man:

$$\frac{w_t}{w_m} = \frac{c}{d} : \frac{a}{b} = \frac{bc}{ad} .$$

Auf diese Weise hat Eckhard den specifischen Widerstand der Sehnensubstanz, Knorpelsubstanz und Nervensubstanz mit dem der Muskelsubstanz verglichen; die Ergebnisse sind in folgender Tabelle verzeichnet.

Erhängter von 32 Jahren, 24 Stunden nach dem Tode.

	Nummer des Versuchs.	Muskelstück vom	Sehnenstück vom	Widerstand der Sehne, wenn der des Muskels = 1.
A	1	Sartorius.	Flexor carpi radialis	2,5
	2	desgl.	Extens. carpi radial.	2,6
	3	desgl.	desgl.	2,3
				2,5 im Mittel.

Mann von mittleren Jahren, 24 Stunden nach dem Tode.

	Nummer des Versuchs.	Muskelstück vom	Sehnenstück vom	Widerstand der Sehne, wenn der des Muskels = 1.
B	4	Sartorius.	Semitendinosus.	2,4
	5	desgl.	desgl.	2,2
	6	desgl.	desgl.	2,3
				2,3 im Mittel.

Mann von 45 Jahren, 18 Stunden nach dem Tode.

C	7	Biceps brachii.	Gastrocnemius.	1,9
	8	desgl.	desgl.	1,7
	9	desgl.	desgl.	1,8
				1,8 im Mittel.

Digitized by Google

	Nummer des Versuchs.	Knorpelstück vom	Muskelstück vom	Widerstand des Knorpels, wenn der des Muskels = 1.
A	1	Rippenknorpel.	Flexor digit.	2,2
	2	desgl.	Biceps brachii.	2,4
	3	desgl.	desgl.	2,3
				2,3 im Mittel.
B	4	desgl.	Sartorius.	2,1
	5	desgl.	desgl.	1,9
	6	desgl.	desgl	2,0
				2,0 im Mittel.
C	7	desgl.	desgl.	1,9
	8	desgl.	desgl.	1,7
	9	desgl.	desgl.	1,8
				1,8 im Mittel.

	Nummer des Versuchs.	Nervenstück vom	Muskelstück vom	Widerstand des Nerven, wenn der des Muskels = 1.
A	1	Ischiadicus.	Sartorius.	2,2
	2	desgl.	desgl.	2,2
	3	desgl.	Gracilis.	2,3
				2,2 im Mittel.
B	4	Plexus brachialis.	Biceps brachii.	2,4
	5	desgl.	desgl.	2,4
	6	desgl.	desgl.	2,3
				2,4 im Mittel.
C	7	desgl.	desgl.	1,8
	8	desgl.	desgl.	1,9
	9	desgl.	desgl.	2,0
				1,9 im Mittel.

Digitized by Google

Die Abweichungen der auf dasselbe Gewebe Bezug habenden Mittelzahlen von einander sind wohl nicht auf Rechnung von Beobachtungsfehlern zu setzen; sie sind vielmehr wahrscheinlich der Ausdruck davon, daß der specifische Leitungswiderstand desselben Gewebes verschieden ist je nach dem Orte, wo es sich befand.

Den Leitungswiderstand der compacten Knochensubstanz fand Eckhard etwa 16 bis 22 Mal größer als den des Muskels.

---

296 Außer dieser allen zusammengesetzten Körpern gemeinsamen physikalischen Reaction gegen den elektrischen Strom durch Elektrolyse und Leitungswiderstand zeigen zwei Gewebe des Thierkörpers besondere physiologische Reactionen. Wir meinen das Muskel- und Nervengewebe. Was zunächst das erstere betrifft, so wurde bereits oben (S. 435) darauf hingedeutet, daß es durch einen constanten Strom in den Elektrotonus versetzt werden könne. Eine zweite Wirkung constanter Ströme auf den Muskel wurde neuerdings von Heidenhain*) gefunden: Wenn ein Muskel durch Ermüdung oder Mißhandlung irgend welcher Art (die ihn nicht ganz tödtet) seiner Erregbarkeit beraubt ist, so stellt sich die Erregbarkeit wieder ein, sobald man ihn eine Zeit lang (30 und mehr Secunden) von einem starken und constanten Strome (22 bis 25 Daniell'sche Elemente) durchströmen läßt. Ein im Muskel absteigend gerichteter Strom wirkt ceteris paribus in diesem Sinne schwächer und hört früher ganz auf, wirksam zu sein, als ein aufsteigend gerichteter**). Ein besonderes Verhalten zeigt der Muskel, dessen Erregbarkeit in der soeben beschriebenen Weise wiederhergestellt wurde, gegen elektrische Reize. »Wenn nämlich ein constanter in einer bestimmten Richtung eine Zeit lang den unerregbaren Muskel durchströmt hat, so ist im günstigsten Falle Zuckung nur zu erreichen durch Oeffnung dieses und durch Schließung des entgegengesetzten Stromes***).« War also z. B. der Strom, durch welchen die Erregbarkeit hergestellt wurde, aufsteigend gewesen, so bringt Oeffnung des aufsteigenden und Schließung des absteigenden Stromes Zuckung hervor. Umgekehrt bei absteigender Richtung des erfrischenden Stromes.

297 Noch complicirter ist das Verhalten der Nerven gegen den Strom. 1) Geräth jeder (Empfindungs- oder Bewegungs-) Nerv, wenn ein Theil seiner Länge von einem constanten Strome durchflossen wird, mag dieser die auf- oder absteigende Richtung haben, in den Elektrotonus. Seine Erscheinungen wurden bereits beschrieben (Seite 429 u. fgd.), worauf hier einfach verwiesen wird.

2) Modificirt das Durchströmtsein einer Strecke des Nerven seine Erregbarkeit in eigenthümlicher Weise, so lange es dauert. Eckhard †), dem wir die hierher gehörigen Sätze verdanken, stellte aus leicht begreiflichen Gründen seine

*) Physiol. Studien Art. III. Berlin 1856.
**) A. a. O. S. 84.
***) A. a. O. S. 100.
†) Beiträge zur Anatomie und Physiologie. Gießen 1855.

Digitized by Google

Versuche ausschließlich an Bewegungsnerven an, daher sie auf Empfindungsnerven einstweilen auch nur mit Vorbehalt erstreckt werden können.

Das Wesentliche dieser ganzen Lehre läßt sich in folgenden Satz zusammendrängen: »Jeder constante, den motorischen Nerven durchfließende Strom stellt auf der durchflossenen und über die positive Elektrode hinausgelegenen Strecke Verminderung, dagegen auf der jenseits der negativen Elektrode befindlichen Erhöhung der Erregbarkeit her*).« Dieser Satz, der als bequeme, einfache Formel sich leicht dem Gedächtnisse einprägt, ist jedoch bis auf Weiteres noch zum Theil hypothetisch. In der That schließt er Behauptungen mit ein, die, bis jetzt wenigstens, nicht unmittelbar durch Versuche erhärtet werden konnten, die vielmehr bloß durch Analogie aus anderen Erscheinungen geschlossen wurden. Der wirkliche Thatbestand der Versuche ist nämlich dieser: Ein Frosch-Gastrocnemius wird mit seinem Nerven in möglichster Länge präparirt; es wird vorausgesetzt, die Erregbarkeit des Präparates sei noch so groß, daß ein schwacher Reiz, etwa der Schluß oder die Oeffnung eines Zinkkupferelementes, an irgend einer Stelle des Nerven angebracht, den Muskel zu einer lebhaften Zuckung veranlasse. Es werde nun eine Strecke des Nerven, in einiger Entfernung von seinem Eintritt in den Muskel gelegen, von einem constanten Strome, wie ihn zwei bis drei Daniell'sche Elemente liefern, durchflossen. Geben wir zuerst dem Strome eine absteigende Richtung, d. h. er fließe im Nerven vom centralen nach dem peripherischen Ende, oder mit anderen Worten: die positive Elektrode befinde sich oberhalb der negativen. Läßt man jetzt den Reiz oberhalb der positiven oder zwischen beiden Elektroden auf den Nerven einwirken, so ist die Zuckung auffallend schwach oder sie bleibt ganz aus, wenn die Kraft der lähmenden Kette in richtigem Verhältniß zu der Intensität des Reizes steht. Bringt man dagegen den Reiz unterhalb der negativen Elektrode an, so erfolgt eine weit stärkere Zuckung, als wenn der constante Strom gar nicht vorhanden wäre, wovon man sich durch sofortiges Wiederholen der Reizung nach geöffneter Kette überzeugen kann. Bis hierher ist unser obiger Satz nichts als der directe Ausdruck der Thatsachen. Ist aber die positive Elektrode der lähmenden Kette weiter unten als die negative an den Nerven angelegt und durchfließt ihn also der Strom aufsteigend, so kann natürlich die erhöhte Reizbarkeit jenseits — also oberhalb — der negativen Elektrode eben nur nach Analogie des vorigen Versuches vermuthet werden, zur Erscheinung kann sie nicht kommen; denn reizt man den Nerven auf dieser Strecke, so mag zwar seine Wirkung an Ort und Stelle größer sein als ohne den Strom, aber der Reiz muß sich, damit seine sichtbare Wirkung, die Zuckung, eintrete, über die durchströmte und jenseits der positiven Elektrode gelegene Strecke fortpflanzen. Da aber nach dem ersten Versuche auf diesen Strecken die Erregbarkeit herabgesetzt ist, so muß auch in dem hier gedachten Falle die Zuckung geschwächt oder ganz unterdrückt sein, obgleich der Reiz eine Stelle von erhöhter Erregbarkeit getroffen hat. Bei aufsteigender Richtung des lähmenden Stromes ist also die sichtbare Folge des

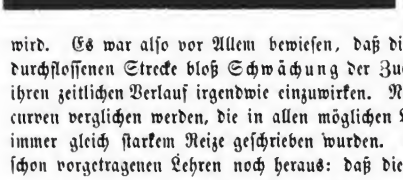
*) A. a. O. S. 45.

Digitized by Google

Reizes, die Zuckung, vermindert oder ganz beseitigt, mag nun der Reiz über, zwischen oder unter den Elektroden den Nerven treffen.

Eckhard hat die bisher vorgetragenen Sätze durch zahlreiche, mit allen Vorsichtsmaßregeln angestellte Versuche mit chemischer sowohl als elektrischer Reizung ausgeführt, von denen eine Gruppe noch besondere Besprechung verdient. Er ließ nämlich den zuckenden Muskel seine Verkürzungsstadien am Wellenzeichner anschreiben, in der Weise, wie es Helmholtz bei seinen Untersuchungen über Muskelzuckung (siehe Seite 81 u. flg.) gethan hatte. Bei dieser Methode kann man auch kleinere Differenzen in den Größen der Zuckungen unterscheiden. Bei diesen Versuchen war die Polarisation der Elektroden der lähmenden Kette vermieden, indem dieselben — Kupferdrähte — zunächst in Gefäße mit Kupfervitriollösung eintauchten. Aus diesen erhoben sich eiweißgetränkte Fäden, über die der Nerv gebrückt war. Als Reiz diente dabei ein Oeffnungsschlag des Inductionsapparates, zu schwach, um das Maximum der Zuckung zu bewirken. Zunächst wurde nun die einfache, durch Reizung ohne Weiteres gewonnene Zuckungscurve verglichen mit einer anderen, die bei derselben Reizung gezeichnet wurde, wenn zwischen der gereizten Stelle und dem Muskel eine Nervenstrecke constant durchflossen war. Jene Curve verhielt sich zu dieser genau so, wie sich eine von einem stärkeren zu einer von schwächerem Reize herrührenden verhält. Jene hat nämlich höhere Ordinaten, aber die Maxima gehören in beiden nahezu derselben Abscisse an. Außerdem erhebt sich die Curve der schwächeren Zuckung erst später von der Abscissenaxe, natürlich weil der Muskel bei der schwächeren Zuckung erst in einem späteren Stadium der steigenden Spannung denjenigen Spannungsgrad erreicht, welcher dem angehängten Gewichte Gleichgewicht hält. In Fig. 167 ist z. B. AB die Curve, die bei einem gewissen, ohne Weiteres angebrachten Reize angeschrieben wird; ab ist die Curve, wie sie entweder bei einem kleineren Reize oder bei dem gleichen Reize mit Dazwischenkunft eines lähmenden Stromes angeschrieben wird. Es war also vor Allem bewiesen, daß die Dazwischenkunft der constant durchflossenen Strecke bloß Schwächung der Zuckung zur Folge hat, ohne auf ihren zeitlichen Verlauf irgendwie einzuwirken. Nunmehr konnten die Zuckungscurven verglichen werden, die in allen möglichen Lagen der lähmenden Kette bei immer gleich starkem Reize geschrieben wurden. Es stellte sich dabei außer den schon vorgetragenen Lehren noch heraus: daß die aufsteigende Stromesrichtung die Zuckung mehr schwächt als die absteigende, wenn in beiden Fällen der Reiz oberhalb der im Kreise der lähmenden Kette befindlichen Nervenstrecke angebracht wird.

Fig. 168.



3) Ein constantes Durchströmtsein ist für den Empfindungsnerven, nicht aber für den Bewegungsnerven Reiz im physiologischen Sinne. Bekanntlich zeigt sich der Reizzustand des Empfindungsnerven dadurch, daß während

Digitized by Google

seiner Dauer die Seele empfindet; der Reizzustand des Bewegungsnerven dadurch, daß während seiner Dauer der zugehörige Muskel contrahirt ist. Man beobachtet aber leicht, daß ein Muskel keineswegs dauernd contrahirt ist, während sein Nerv von einem constanten Strome durchflossen ist; hingegen hat die Seele eine dauernde Empfindung, so lange ein Empfindungsnerv von einem hinlänglich starken constanten Strome durchflossen wird. Besonders auffallend ist dies an den specifischen Sinnesnerven, hauptsächlich am Geschmacksnerven; aber selbst an den allgemeinen Gefühlsnerven kann sich die Empfindung bis zum unerträglichen Schmerz steigern, wenn der Körper in den Kreis eines sehr starken Stromes eingeschaltet ist. Eine ausführliche Erörterung dieses Gegenstandes findet man in du Bois-Reymond's Untersuchungen, Bd. I. S. 283 u. fgd.

Wir müssen an dieser Stelle der Vollständigkeit wegen noch ein sehr dunkles Gebiet wenigstens streifend berühren, nämlich die Modificationen der Erregbarkeit des Nerven, welche constante Ströme hinterlassen, wenn sie aufgehört haben, den Nerven zu durchströmen. Ritter schon hatte bemerkt, daß starke Ströme (von mehrgliedrigen Säulen herrührend), wenn sie einige Zeit den Nerven — sei es in der aufsteigenden oder absteigenden Richtung — durchflossen haben, denselben in einem Zustande geminderter Erregbarkeit zurücklassen. Bei schwachen Strömen (von eingliedrigen Zinkkupferketten) fand er verschiedene Wirkung der aufsteigenden und absteigenden Richtung. Während nämlich der absteigende Strom den Nerven auch in diesem Falle in einem Zustande verminderter Erregbarkeit zurückläßt, exaltirt vielmehr der aufsteigende Strom die Erregbarkeit. Volta und später Marianini kamen in dieser Beziehung zu anderen Resultaten. Sie wollen gefunden haben, daß jeder Strom, wenn er den Nerven eine Zeit lang durchströmt hat, seine Empfindlichkeit für elektrische Reize von Strömen seiner Richtung herrührend herabstimme, dagegen für solche von Strömen entgegengesetzter Richtung herrührend vermehre. Neuere Arbeiten auf diesem Gebiete fehlen. Eine vollständige Zusammenstellung des älteren Materials findet man bei du Bois (Untersuchungen Bd. I. S. 365 u. fgd.).

B. Von der Wirkung der Stromdichtheitsschwankungen.

Eine mächtige physiologische Wirkung üben Dichtigkeitsschwankungen eines 298
durchfließenden elektrischen Stromes auf den Nerven aus. Sie sind für denselben der mächtigste von allen bekannten Reizen im physiologischen Sinne, und wo wir im vorigen Capitel von elektrischer Reizung sprachen, war immer diese Art gemeint. Bevor wir in dieses Gebiet tiefer hinein gehen, müssen wir eine physiologische Streitfrage wenigstens kurz berühren, nämlich die über die eigene Reizbarkeit des Muskels. Bekanntlich rührt von Haller eine Lehre her, die nach dem gegenwärtigen Stande unserer Kenntnisse dahin auszusprechen ist, daß die Muskelfaser durch unmittelbare Anwendung aller möglichen Reize, elektrischer sowohl als anderer, auf sie, ohne Dazwischenkunft des Nerven in jenen Zustand gerathe, den wir den »gereizten« nennen und der die negative Stromschwankung

Digitized by Google

(Nr. 285) und die Verkürzung zum ſichtbaren Ausdruck hat. Gegen Haller traten bald andere Phyſiologen mit der Behauptung auf, daß nur die Nervenfaſer unmittelbar in den gereizten Zuſtand verſetzt werden könne, die ihn dann der Muskelfaſer mittheile. Der Anſchein einer unmittelbaren Reizbarkeit des Muskels rühre daher, daß man ihn niemals von Nervenelementen rein erhalten könne, und daß der ſcheinbar auf den Muskel ſelbſt angewandte Reiz zunächſt die darin enthaltenen Nervenelemente treffe, die dann erſt mittelbar den Muskel zur Verkürzung brächten. In neueſter Zeit hat Eckhard gewichtige Gründe gegen Haller's Lehre vorgebracht, die in ſeinen oben erwähnten Verſuchen enthalten ſind. Wenn er nämlich durch einen conſtanten, aufſteigend gerichteten Strom von bedeutender Stärke die peripheriſchen Verzweigungen des Bewegungsnerven, die ja in dieſem Falle jenſeits der poſitiven Elektrode liegen, lähmt, ſo zuckt der Muskel nicht mehr bei ſogenannter directer Reizung. Andererſeits iſt aber ebenfalls neuerdings für Haller's Lehre ein bemerkenswerther Verſuch von Bernard geltend gemacht. Der Muskel eines mit Curare vergifteten Thieres zuckt nicht, wenn man ſeinen Nerven, wohl aber wenn man ihn ſelbſt reizt. Da wir ſomit die unmittelbare Reizbarkeit der Muskeln jedenfalls nicht für ſtreng bewieſen halten, dagegen an der directen Reizbarkeit der Nerven nicht zweifeln können, ſo werden wir wohl thun, im Folgenden immer nur den Nerven ausdrücklich zu nennen. Ein Leſer, der Haller's Lehre anhängt, kann in Gedanken alles vom Nerven Geſagte auf den Muskel übertragen.

299 Den Grundſatz der Lehre von der elektriſchen Reizung des Nerven, und zwar zunächſt des Bewegungsnerven, hat du Bois-Reymond, der das maſſenweiſe hier vorliegende experimentelle Material zuerſt wiſſenſchaftlich geordnet hat, ſo formulirt:

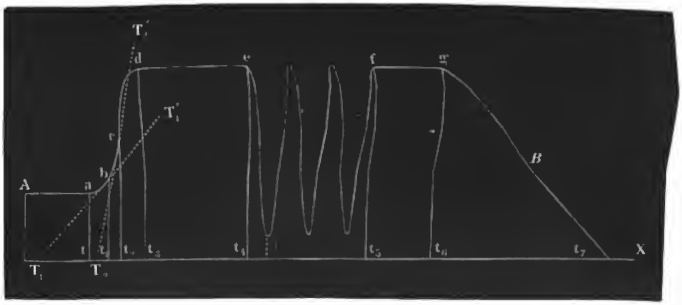
»Nicht der abſolute Werth der Stromdichtigkeit in jedem Augenblicke iſt der Reiz, auf den der Bewegungsnerv mit Zuckung des zugehörigen Muskels antwortet, ſondern die Veränderung dieſes Werthes von einem Augenblicke zum anderen, und zwar iſt die Anregung zur Bewegung — die Reizung —, die dieſen Veränderungen folgt, um ſo bedeutender, je ſchneller ſie bei gleicher Größe vor ſich gingen, oder je größer ſie in der Zeiteinheit waren.«

Du Bois giebt dieſem Grundſatz noch einen ſchärferen Ausdruck in mathematiſchen Symbolen, den wir in eine anſchauliche graphiſche Darſtellung überſetzen wollen. Wir tragen die Zeiten als Abſciſſen, die zu dieſen Zeiten gehörigen Dichtheiten eines im Nerven fließenden Stromes als Ordinaten einer Curve AB (Fig. 168) auf. So lange dieſe Curve der Abſciſſenaxe parallel, wie das Stück Aa, verläuft, iſt der Nerv in Ruhe — der Muskel zuckt nicht; mag die Curve in großem oder kleinem Abſtande von der Abſciſſenaxe ſich befinden, d. h. mag der conſtant bleibende abſolute Werth der Ordinate — der Stromdichtheit — groß oder klein ſein. Eine ſcheinbare Ausnahme hiervon findet ſtatt, wenn die Stromdichtheit einen ſo außerordentlich hohen Werth hat, daß ſie durch Elektrolyſe den Nerven raſch zerſtört. In dieſem Falle geräth allerdings bei conſtant bleibendem Strome der Muskel in die heftigſten Zuckungen; man hat es aber dabei nicht mehr mit eigentlich elektriſcher Reizung, ſondern

Digitized by Google

mit chemischer Mißhandlung zu thun. Verfolgen wir den Gang unserer beispielsweise gezeichneten Curve der Stromdichtigkeiten weiter, so sehen wir dieselbe

Fig. 169.



während des Zeitraumes tt_2 wachsen, und während dieses ganzen Zeitraumes wird auch der Nerv im Erregungszustande sein, was sich durch Zuckung des Muskels zu erkennen giebt. Die Erregung — und mithin der Anstoß zur Zusammenziehung des Muskels — ist um so stärker in jedem zwischen t und t_2 liegenden Augenblicke, je rascher in demselben Augenblicke das Wachsthum der Stromdichtheit ist. Die Raschheit dieses Wachsthums findet aber bekanntlich ihr Maß in der Steilheit der Curve für den betreffenden Augenblick, d. h. sie ist proportional der trigonometrischen Tangente des Winkels, den die Berührungslinie am betreffenden Curvenpunkte mit der Abscissenaxe einschließt; so ist z. B. die Curve im Punkte c steiler als im Punkte b, da der Winkel $T'_2\,T_2\,X$ größer als der Winkel $T_1\,T_1\,X$ ist; folglich wird auch im Zeitmoment t_2 die Erregung stärker sein als im Moment t_1. Ob die Erregung in jedem Augenblicke der Steilheit der Curve geradezu proportional ist, das ist noch nicht bewiesen; jedenfalls ist sie eine Größe, die mit ihr zu- und abnimmt. Die Gesammterregung, die dem Nerven und mittelbar dem Muskel durch die Stromschwankung ad während der Zeit tt_2 zugeführt wird, ist diesem nach eine Summe aus den soeben besprochenen unendlich kleinen Elementarerregungen, die in jedem Augenblicke stattfanden und über deren Größe wenigstens etwas Allgemeines ausgesagt werden konnte. In dem folgenden Zeitraume $t_2\,t_4$ wird der Nerv wieder in Ruhe sein, weil während desselben die Stromdichtheit den constanten Werth $t_2\,d = t_4\,e$ beibehält. Während des nun folgenden Zeitraumes $t_4\,t_5$ haben wir der Curve eine kammartige Gestalt gegeben, d. h. wir denken uns während desselben die Stromdichtheit in periodischem Schwanken zwischen gewissen größten und kleinsten Werthen begriffen, ohne daß sie je constant bliebe. Der Nerv kommt demgemäß während dieses Zeitraumes nicht aus dem Erregungszustande heraus, denn auch das Abnehmen der Stromdichtheit

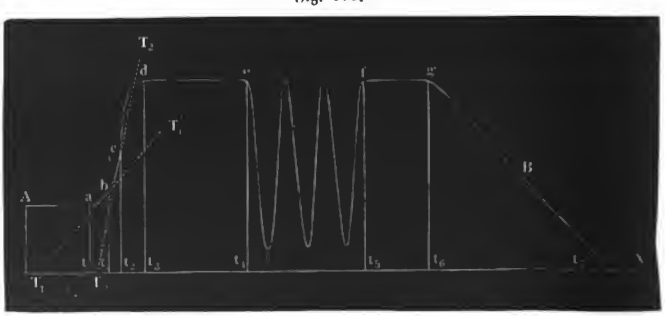
Digitized by Google

(z. B. während des ersten, dritten und fünften Sechstels der Zeit $t_4\,t_5$) wirkt ebenso als Reiz wie das Zunehmen, und wieder nach Maßgabe seiner Raschheit in jedem Augenblicke. Es wurde daher in dem vorangestellten allgemeinen Grundsatze bloß von Veränderungen überhaupt, nicht von Zunahme oder Abnahme besonders gesprochen. Es folgt dann noch ein Curvenstück mit constanter Dichtheit, dem Zeitraum $t_5\,t_6$ entsprechend, während dessen also Nerv und Muskel wieder ruhen, und endlich macht ein Curvenstück gBt_7 den Beschluß, dessen Form anzeigt, daß während der Zeit $t_6\,t_7$ die Stromdichtheit auf Null herabsinkt, das also der Oeffnung der Kette entspricht. Während dieses Zeitraumes ist also der Nerv wieder erregt, aber in keinem Augenblicke so stark als während des Zeitraumes $t_4\,t_5$, weil an keinem Punkte des Stückes die Curve jenen Grad von Steilheit erreicht, den sie in dem kammartigen Theile ef fast überall hatte.

Man sieht aus dem Vorstehenden, welche große Analogie der Vorgang der Nervenerregung mit dem der Induction elektrischer Ströme hat; wie jene, hat diese im secundären Kreise nur statt, wenn der primäre Strom eine Schwankung erleidet.

300 Nehmen wir die Curve Fig. 168 noch einmal vor, so können wir daraus auch die während irgend eines Zeitabschnittes durch den Nerven abgeglichene Elektricitätsmenge ersehen. Sie wird offenbar dargestellt durch den Flächenraum zwischen dem unseren Zeitabschnitt bedeutenden Abscissenstücke, dem zugehörigen Curvenstücke und den beiden Gränzordinaten; denn das rechteckige Elementarstreifchen ist das Element jener Menge — die im Augenblick geltende Dichtheit multiplicirt mit der Dauer des Augenblickes. So ist z. B. die während tt_1

Fig. 170.



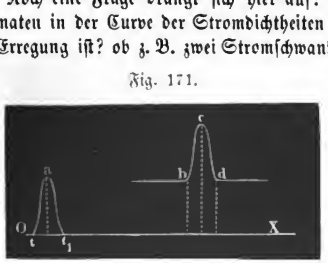
abgeglichene Elektricitätsmenge = dem Flächenraum $tabt_1$. Es ist nun wichtig, zu bemerken, daß zwischen der in einem Zeitabschnitte durch den Nerven abgeglichenen Elektricitätsmenge und der ihm während desselben Zeitabschnittes zugeführten Erregung gar keine unmittelbare und wesentliche Beziehung stattfindet. So z. B. wurde während des Zeitraumes $t_3\,t_4$ am allermeisten

Digitized by Google

Elektricität abgeglichen und gleichwohl dem Nerven gar keine Erregung beigebracht; während der Zeiträume $t_0 t_1$, $t t_2$ und ganz besonders $t_4 t_5$ wurde weit weniger Elektricität in der Zeiteinheit abgeglichen, und doch war durch die Art der Abgleichung während dieser Zeiträume der Nerv in Erregung, und gerade während des Zeitraumes $t_4 t_5$ im allerhöchsten Grade. Man kann sich geradezu die Aufgabe stellen: Wie muß man während einer gegebenen Zeit ein noch so kleines Elektricitätsquantum zur Ausgleichung durch den Nerven bringen, um ihn in jeden beliebigen Grad der Erregung zu versetzen? Die Antwort hierauf liegt schon in den vorstehenden, an die Curve Fig. 170 geknüpften Betrachtungen. Man muß offenbar das gegebene Quantum nicht als constanten Strom fließen lassen, sondern der Curve der Dichtheiten jene kammartige Gestalt geben, wie sie das Stück *ef* zeigt, was man am einfachsten durch möglichst rasch auf einander folgende, möglichst plötzliche Unterbrechungen des Stromes erreicht, in welchem das Quantum fließt. Auf diese Weise kann mit den schwächsten Strömen der Muskel in den kräftigsten und dauerndsten Tetanus versetzt werden. Hiernach kann man gewisse Bestrebungen Matteucci's beurtheilen, die darauf ausgingen, ein Aequivalent von Zinkverbrauch oder in Bewegung gesetzter Elektricität für die mechanische Muskelarbeit zu finden. Die Bestrebungen ruhen auf der irrigen Annahme eines unmittelbaren Zusammenhanges zwischen diesen beiden Größen, der, wie wir sahen, nicht besteht. Ein indirecter Zusammenhang besteht zwischen der Summe der Erregung und der abgeglichenen Elektricitätsmenge allerdings. Wenn nämlich die allgemeine Gestalt der Dichtigkeitscurve einmal vorgeschrieben ist, dann wird eine größere Elektricitätsmenge auch eine größere Reizung hervorbringen. Wenn z. B. die Curve während einer gegebenen Zeit von Null aus geradlinig ansteigen soll, so wird die Reizung stärker ausfallen, wenn sich in dieser Zeit eine größere Menge Elektricität abgleicht; denn dies kann eben bei der vorgeschriebenen Gestalt der Curve nur so geschehen, daß die gerade Linie steiler gegen die Abscissenaxe ansteigt.

Noch eine Frage drängt sich hier auf: ob nämlich die absolute Höhe der 301
Ordinaten in der Curve der Stromdichtheiten ganz ohne Einfluß auf die Größe der Erregung ist? ob z. B. zwei Stromschwankungen, wie sie in Fig. 171 durch

Fig. 171.



tat_1 und bcd dargestellt, ganz genau gleiche Erregungen hervorbringen? Die Steilheit der Curve ist für diese Schwankungen in allen Punkten genau dieselbe, nur steigt bei der einen der absolute Werth der Stromdichtheit von Null an und sinkt wieder auf Null; bei der anderen ist Ausgangspunkt und Endpunkt ein gewisser positiver, vorher und nachher constant gewesener Werth, über den sich für die Zeit der Schwankung die Dichtheit um ebenso viel erhebt als im anderen Fall über Null. Wir haben bereits in der vorigen Abtheilung

Digitized by Google

dieses Capitels Versuche kennen gelernt, welche dahin entscheiden, daß der erste Fall (bei tat_1) für die Erregung günstiger ist, d. h. der Fall, wo die Schwankung vom Werthe Null ausgeht, wo also die Dichtheitsordinaten absolut kleinere Ordinaten haben. Die Versuche sind diejenigen unter den Eckhard'schen (Seite 443), wo zwischen den Elektroden der lähmenden Kette eine elektrische Reizung stattfand, und wo die Zuckung kleiner war, als wenn derselbe elektrische Reiz auf den gar nicht durchströmten Nerven angewandt würde. In der That, der elektrische Reiz mag bestehen aus dem Schluß und der Oeffnung eines Zinkkupferpaares, er stellt alsdann am nicht schon durchströmten Nerven eine Schwankung von Null zu Null in der Art wie tat_1 (Fig. 171) dar, und hat eine starke Zuckung zur Folge. Wird dieselbe Zinkkupferkette zwischen den Elektroden einer schon angelegten constanten (»lähmenden«) Kette am Nerven geschlossen, so schwankt in der betreffenden Stelle die Stromdichtheit nicht von Null bis wieder zu Null, sondern sie wächst von dem vorher constanten Werthe, welcher dem Strome der lähmenden Kette zukommt, und nimmt wieder bis zu demselben Werthe ab. Die sämmtlichen Ordinaten sind also um eine Constante — die Dichtheit des lähmenden Stromes im Nerven — vermehrt. Die Stromschwankung ist also von der Beschaffenheit der Fig. 171 unter *bcd* dargestellten. In diesem Falle ist aber, wie wir sahen, die Zuckung schwächer oder bleibt ganz aus.

302 Die thatsächliche Begründung des allgemeinen Gesetzes der elektrischen Nervenerregung fand du Bois, der es zuerst in bewußter Weise aussprach, reichlich in dem älteren experimentellen Materiale vor. 1) War längst bekannt, daß der Muskel gegen die kleinsten Entladungen der Reibungselektricität äußerst empfindlich ist. Von unserem Standpunkte aus erklärt sich dies daraus, daß eine solche Entladung eine Stromschwankung ist, die in überaus kurzer Zeit von Null zu einem gewissen Maximum steigt und ebenso rasch wieder zu Null zurückkehrt, bei welcher also die Steilheit der Dichtheitscurve überall sehr groß ist. 2) Wußte man, daß wenn ein Nerv in den Kreis einer galvanischen Kette aufgenommen war, nur der Schluß und die Oeffnung der Kette vom Muskel mit Zuckung beantwortet wird, daß also nicht das bloße Durchfloßenwerden schon als Reiz angesehen werden kann. Man sprach daher schon längst von einer besonderen Schließungs- und Oeffnungszuckung, die ganz besondere Unterschiede zeigen, von denen weiter unten noch gesprochen werden wird. Man wußte, daß die Zuckung um so stärker ausfiel, je plötzlicher die Schließung oder Oeffnung der Kette geschieht, und daß sie ganz ausbleiben kann, wenn Schließung oder Oeffnung so allmälig statthaben, daß die Dichtheitscurve sehr wenig steil gegen die Abscissenaxe ansteigt oder abfällt. Es waren auch schon Versuche angestellt, bei denen der Muskel durch rasch auf einander folgendes Schließen und Oeffnen der reizenden Kette in dauernden Tetanus versetzt wird. Bei diesen Versuchen hat man es eben zu thun mit einer kammartigen Dichtheitscurve, deren Einsenkungen die Abscissenaxe erreichen. Zu derselben Gattung gehören die ebenfalls schon längst bekannten Versuche mit inducirten Strömen, die gleichsam als momentan den Entladungen der Reibungselektricität nahe stehen und

Digitized by Google

somit sehr stark erregend wirken. Wenn man sie, wie bei den bekannten Inductionsapparaten, mit Neef'schem Hammer in rascher Aufeinanderfolge mit wechselnder Richtung durch den Nerven schickt, so erhält die Dichtigkeitscurve ebenfalls eine kammartige Gestalt, aber die Einsenkungen erreichen nicht nur die Abscissenaxe, sondern gehen sogar nach der negativen Seite hinüber. Solche wechselnde Inductionsströme sind daher überhaupt das wirksamste Mittel, dessen man sich zur Nervenreizung bedienen kann. Wir kommen weiter unten noch einmal darauf zurück. 3) Waren aber auch schon Versuche bekannt, in denen eine Dichtigkeitsschwankung des den Nerven durchfließenden Stromes — nicht gerade von Null an oder zur Null hin — als Reiz wirkte. Sie waren besonders so angestellt worden, daß man einen Muskelnerven in eine constante Kette einschaltete und nun plötzlich durch Anlegung oder Wegräumung einer Nebenschließung die Dichtheit des den Nerven passirenden Stromantheils verminderte oder vermehrte.

Auch der Empfindungsnerv antwortet auf Stromschwankungen mit intensiverer Erregung; nur ist für ihn, wie wir oben sahen, auch das Durchströmtwerden ohne Schwankung ein Reiz in geringerem Grade. Es ist ja eine längst bekannte Thatsache, daß man bei dem Schließen und Oeffnen einer vielelementigen galvanischen Säule mit Gliedern des eigenen Körpers erschütternde Schläge bekommt, ähnlich den durch Entladungen der Reibungselektricität veranlaßten. Die weiter oben schon erwähnte Empfindung, die während des ganzen Kettenschlusses andauert, ist eine viel weniger lebhafte und bleibt sogar ganz unbemerkt, wenn nicht der Strom der Säule ein sehr starker ist, oder besondere Umstände (Wunden und Entblößungen von Oberhaut) das Glied sehr empfindlich machen. Die Erregung der Empfindungsnerven durch Stromschwankungen und insbesondere durch Schließen und Oeffnen einer reizenden Kette ist übrigens weit schwieriger zu studiren, da man nur ein subjectives Reagens auf diese Erregung hat und es namentlich sehr schwierig ist, den Antheil auszusondern, den etwa krampfhafte Zuckung des Muskels an der erschütternden Empfindung beim Schließen und Oeffnen der Kette hat. Freilich fällt die letztere Schwierigkeit weg bei Gliedern, in denen gar keine Muskeln sind, z. B. den Fingern; und so steht denn wenigstens im Allgemeinen unsere Behauptung über allem Zweifel, daß auch für den Empfindungsnerven die Dichtheitsschwankungen eines ihn durchfließenden elektrischen Stromes Reize sind.

Bei den bisherigen allgemeinen Betrachtungen über die Reizung des Nerven 303
auf elektrischem Wege wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß ein Sinken der Dichtheit und ein Steigen derselben bei gleicher Steilheit der Curve gleiche Erregung zu Wege bringen. Dem ist aber in Wahrheit nicht ganz so. Um die beweisenden Thatsachen kurz und übersichtlich bezeichnen zu können, wollen wir immer ein Steigen der Stromdichtheit von Null und ein Sinken derselben bis zu Null annehmen, und wollen diese Vorgänge schlechtweg als Schließen und Oeffnen des Stromes bezeichnen. Sie sollen immer so gut wie momentan geschehen, so daß die Curve der Stromdichtigkeiten zur Abscissenaxe merklich senkrecht steht; auch soll der Endwerth der Stromdichtigkeit beim Schließen und ihr Anfangswerth beim Oeffnen immer gleich groß gedacht werden. Die Rich-

Digitized by Google

tung des (poſitiven) Stromes iſt mit den ſchon mehrfach gebrauchten Worten aufſteigend und abſteigend hinlänglich bezeichnet; aufſteigend ſoll er heißen, wenn er im Nervenſtück von ſeinem peripheriſchen zum centralen Ende hingeht; abſteigend im umgekehrten Falle. Wir haben demnach vier Arten der Reizung zu unterſcheiden: Schließen des abſteigenden, Oeffnen des abſteigenden, Schließen des aufſteigenden, Oeffnen des aufſteigenden Stromes. Trotz der gemachten Vorausſetzungen haben nun dieſe vier Arten des elektriſchen Reizes keineswegs gleichen Grad von Erregung zur Folge, die vier Zuckungen ſind vielmehr in ihrer Stärke ſehr verſchieden. Die ſchwächſte Zuckung erfolgt bei Schließung des aufſteigenden Stromes. Weniger ſchwach iſt die Oeffnungszuckung des abſteigenden. Dieſe beiden Zuckungen bleiben ſogar häufig ganz aus, wenn die Erregbarkeit des Nerven ſchon etwas geſunken iſt. Weit ſtärker ſind die beiden Zuckungen, welche bei Oeffnung des aufſteigenden und Schließung des abſteigenden Stromes eintreten. Von dieſen beiden iſt wiederum die letztere noch ſtärker, ſo daß ſich Schließung des abſteigenden Stromes überhaupt als die allermächtigſte Form eines einzelnen elektriſchen Reizes herausſtellt. Sie iſt es auch, die bei ſehr geſunkener Erregbarkeit ſich allein noch als wirkſam erweiſt, wenn die drei anderen Formen ihren Dienſt verſagen. Dies iſt es, was du Bois als das »Geſetz der Zuckungen« bezeichnet hat. Wenn der Nerv noch einen hohen Grad von Reizbarkeit beſitzt, ſo ſcheint das Geſetz der Zuckungen ſeine Geltung zu verlieren. Man beobachtet alsdann keinen Unterſchied zwiſchen den vier Zuckungen, die ſämmtlich ſehr ſtark ausfallen. Es iſt aber ſehr wohl denkbar, daß auch in dieſem Falle der Reiz an ſich für die verſchiedenen Formen ein verſchieden großer iſt, und daß nur bei der hohen Erregbarkeit ſelbſt der geringſte Werth des Reizes hinreicht, das überhaupt mögliche Maximum der Zuckung auszulöſen. Die ganze hier vorgetragene Lehre, die unabhängig von Ritter und von Nobili gefunden wurde, läßt ſich demnach in folgender Tabelle überſichtlich darſtellen; auf einander folgende Stadien abnehmender Erregbarkeit ſind, wenn auch bei dem continuirlichen Uebergange mehr oder weniger willkürlich, vier angenommen und durch römiſche Ziffern bezeichnet.

		Abſteigender Strom.	Aufſteigender Strom.
I.	Schließung.	Starke Zuckung.	Starke Zuckung.
	Oeffnung.	Starke Zuckung.	Starke Zuckung.
II.	Schließung.	Starke Zuckung.	Ruhe.
	Oeffnung.	Schwache Zuckung.	Starke Zuckung.
III.	Schließung.	Starke Zuckung.	Ruhe.
	Oeffnung.	Ruhe.	Starke Zuckung.
IV.	Schließung.	Zuckung.	Ruhe.
	Oeffnung.	Ruhe.	Ruhe.

Digitized by Google

Man sieht, daß uns das Gesetz der Zuckungen ein schätzbares Mittel in die Hände giebt, die Richtung schwacher Ströme zu erkennen, besonders dann, wenn man einen Nerven im dritten Stadium der Erregbarkeit hat, wovon man sich durch Reizung mit einem Strome, dessen Richtung bereits bekannt ist, überzeugen kann. Es ist jedoch zu bemerken — und das raubt dem Mittel viel von seiner Anwendbarkeit —, daß obiges Gesetz nur der Durchschnittsausdruck unzähliger Versuche ist, daß es dagegen im Einzelnen sehr oft Ausnahmen erleidet. Nicht genug, daß überhaupt durch Uebergänge zwischen den hier angenommenen vier Stadien der Erregbarkeit andere, aber noch mit dem Gesetze an sich verträgliche Combinationen sich ergeben; es bleibt vielmehr nicht immer von den beiden als schwach bezeichneten Zuckungen die Schließungszuckung des aufsteigenden Stromes zuerst aus, ja es kommt häufig sogar vor, daß die als schwach bezeichneten Zuckungen stärker sind als die starken. Ritter wollte sogar bemerkt haben, daß diese directe Umkehr des Gesetzes einem Zustande des Nerven entspräche, der dem Leben am nächsten kommt, und daß der in obiger Tabelle unter I. als Stadium der höchsten Erregbarkeit angenommene Zustand schon in einer beginnenden Zerstörung begründet sei. Du Bois, der einen eigenen Abschnitt seiner Untersuchungen*) der kritischen Würdigung aller hier einschlägigen Literatur gewidmet hat, verwirft nicht ganz entschieden von vornherein die anscheinend paradoxe Behauptung Ritter's. Er spricht sich (Bd. I. S. 406) über diesen Punkt mit folgenden Worten schließlich aus: »Es giebt Fälle, wo das Umgekehrte Gesetz von dem gewöhnlichen Geltung hat. Oft sind diese Fälle mit außerordentlich hoher Erregbarkeit verbunden; es läßt sich aber zunächst darum noch nicht mit Sicherheit behaupten, daß sie Normalfälle seien, welche den dem unversehrten Leben am nächsten stehenden Zustand des Nerven offenbaren, sondern mehrere Umstände deuten darauf, daß dabei besondere Verhältnisse der Ernährung und Lebensweise (Ritter, Nobili) oder der nachfolgenden Behandlung nach dem Tode (Versuche an Wurzeln und Rückenmarkssträngen überhaupt) vorhanden und mit im Spiele waren. Nichtsdestoweniger ist beobachtet worden, daß Fälle dieser Art sich mit abnehmender Erregbarkeit in solche verkehrten, wo das gewöhnliche Gesetz stattfand (Ritter); es ist daher bis auf Weiteres ein Auge darauf zu haben, ob nicht doch dieser scheinbar abnorme Zustand, wie Ritter behauptete, der normale, dem Leben am nächsten stehende sei.« An meinem eigenen Nervus ulnaris fand ich die Schließungszuckung bei aufsteigender sowohl als absteigender Stromesrichtung entschieden stärker als die Oeffnungszuckung.

Entsprechende Erfahrungen über die Reizung der Empfindungsnerven sind zu unsicher, als daß wir hier darauf eingehen könnten; es mag die einfache Erwähnung genügen, daß mehrere Forscher (Ritter, Marianini) auch in der Einwirkung auf die Empfindungsnerven Unterschiede zwischen aufsteigender und absteigender Stromesrichtung gefunden haben wollen**).

*) Bd. I. Cap. II. §. III.

**) Siehe du Bois-Reymond, Untersuchungen ꝛc. Bd. I. Cap. II. §. III.

Digitized by Google

Untersuchungen über die Einwirkung elektrischer Ströme auf zusammengesetzte Nervenapparate (z. B. die schönen Untersuchungen von Ed. Weber über die Wirkung der Elektricität auf das Hirn ꝛc.) gehören natürlich nicht hierher, da bei solchen neue physikalische Gesichtspunkte zunächst nicht in Frage kommen.

304 Wir müssen hier den S. 425 beschriebenen Versuch noch einmal aufnehmen und den Beweis vervollständigen, daß die Curve der elektromotorischen Kräfte während der negativen Schwankung eine kamuförmige Gestalt besitzt, wie dort behauptet wurde. Wir haben nunmehr gesehen, daß das physiologische Rheoskop nur auf Stromschwankung mit Zuckung antwortet. Es kann also in keinem Augenblicke der negativen Schwankung die Stärke des Muskelstromes constant sein, weil das physiologische Rheoskop während der ganzen Dauer derselben in Zuckung, d. h. im Tetanus ist. Behielte nämlich der Muskelstrom während der ganzen Dauer der negativen Schwankung seinen verminderten Werth constant bei, so könnte das physiologische Rheoskop nur im Moment des Eintrittes und des Aufhörens der negativen Schwankung zucken. Daß aber nun die Art der Veränderung der Muskelstromstärke gerade jenes Oscilliren zwischen wiederholt vorkommenden Maximal- und Minimalwerthen ist, erhellt ebenfalls leicht. Sollte nämlich die Stromstärke beständig in einem Sinne sich verändern, so müßte sie entweder zu einem so hohen Werthe ansteigen, oder zu einem so tiefen negativen (umgekehrte Richtung) Werthe absinken, daß der Multiplicator unmöglich die Erscheinung zeigen könnte, die wir als negative Schwankung bezeichneten. Die Aussage des physiologischen Rheoskopes läßt nämlich keinen Zweifel, daß während der ganzen Dauer der negativen Schwankung die Veränderung der Stromstärke in jedem Augenblicke eine sehr rasche ist. Eine sehr rasche Veränderung über eine große Zeit erstreckt, muß aber, wenn sie fortwährend in demselben Sinne geschieht, wie eben gesagt wurde, die veränderte Größe sehr bedeutend verändern, was doch beim Muskelstrom nicht der Fall ist.

Anhang: Ueber Elektrotherapie.

305 Es wurde bereits oben (S. 451) gelegentlich darauf aufmerksam gemacht, daß in der secundären Rolle der gewöhnlichen Inductionsapparate ein Strömungsvorgang statthabe, der ganz besonders zu Reizung der Nerven geeignet ist. Setzt man nämlich einen solchen Apparat in Gang, so kreisen in der secundären Rolle, wenn sie geschlossen ist, in rascher Folge momentane Ströme, die abwechselnd entgegengesetzte Richtung haben. Als momentan bezeichnet man sie, weil sie in ver-

Digitized by Google

ſchwindend kurzer Zeit von der Intenſität Null zu ihrem Maximum anſteigen und ebenſo ſchnell wieder auf den Werth Null herabſinken. In der an citirter Stelle verabredeten Ausdrucksweiſe müſſen wir ſagen: Die Dichtigkeitscurve der in der ſecundären Rolle abgeglichenen Elektricität hat eine ausgezeichnet kammartige Geſtalt, und zwar erſtrecken ſich ihre abſteigenden Zacken unterhalb der Abſciſſenaxe auf die negative Seite (etwa) ebenſoweit als die aufſteigenden oberhalb derſelben. Gerade ſolche Dichtigkeitsſchwankungen erkannten wir ja aber als den mächtigſten elektriſchen Nervenreiz. Die inducirten Wechſelſtröme ſind darum auch ganz beſonders anwendbar, um einzelne Nerven des lebenden Menſchen zu therapeutiſchen Zwecken zu erregen. In der That hat ſich in jüngſter Zeit eine förmliche Technik der »örtlichen Elektriſation« entwickelt, die ſich bereits der ſchönſten therapeutiſchen Erfolge erfreut. Ihre Ausbildung verdanken wir beſonders den eifrigen Bemühungen eines franzöſiſchen Arztes, Duchenne, denen ſich einige deutſche Aerzte, namentlich Meyer und Remak, angeſchloſſen haben. Es iſt natürlich hier nicht der Ort zur Beſprechung der therapeutiſchen Zwecke, wohl aber zur Feſtſtellung der phyſikaliſchen Grundſätze, auf denen die einzelnen Anwendungsregeln beruhen. Dies erſcheint um ſo nothwendiger, da die Elektrotherapeuten von Fach verſchiedene Kunſtgriffe mit ganz verſchiedenen Wirkungen empiriſch gefunden haben und lehren, ſich aber nicht bemüht haben, dieſe Wirkungsverſchiedenheiten phyſikaliſch zubegründen.

Die erſte Grundregel der Elektrotherapie iſt dieſe: Will man die Haut- 506
empfindungsnerven an irgend einer Stelle local reizen, ſo ſetzt man auf dieſelbe die am einen Ende der inducirten Drahtrolle befeſtigte trockene metalliſche Elektrode auf, und an einer anderen möglichſt entfernten Körperſtelle ſetzt man die andere Elektrode auf, die naß oder trocken ſein darf; jedoch werden im letzteren Falle auch an dieſer Stelle die Hautnerven erregt, dieſelbe muß alſo ſo gewählt ſein, daß ihre Erregung den therapeutiſchen Zwecken des vorliegenden Falles nicht entgegen iſt. Will man hingegen einen unter der Haut liegenden Muskel durch elektriſche Reizung in Contraction verſetzen, ſo muß man die beiden Elektroden über demſelben auf wohldurchfeuchtete Hautſtellen auflegen und ſie ſelbſt aus einem durchfeuchteten Material, etwa Schwamm oder dergleichen, beſtehen laſſen, damit nicht während der Dauer des Verfahrens die Hautſtellen eintrocknen. Außerdem — und das iſt die Hauptſache — müſſen aber die beiden Elektroden zum Behufe der Muskelreizung ganz dicht bei einander angelegt werden.

Verſuchen wir es, von dieſer rein empiriſch feſtgeſtellten Regel uns phyſikaliſch Rechenſchaft zu geben. Zuerſt haben wir uns zu fragen, welchen Unterſchied wohl die trockene und feuchte Anlegung der Elektroden im Strömungsvorgange bedingen wird. Wir wiſſen, daß die trockene Oberhaut des Menſchen faſt Nichtleiter der Elektricität iſt, daß ſie dagegen im durchfeuchteten Zuſtande einigermaßen leitend iſt. Bei trockener Anlegung der Elektroden wird alſo, beſonders noch wenn ſie weit auseinander liegen, wegen des ungeheuren Leitungswiderſtandes — das iſt vor Allem klar — weit weniger Elektricität durch den Körper abgeglichen, als bei feuchter Anlegung. Die Schwankungen der Intenſität des Geſammtſtromes geſchehen demnach zwiſchen viel weniger von einander verſchie-

Digitized by Google

denen positiven und negativen Maximis, wenn die Elektroden trocken, als wenn sie feucht angelegt sind. Es ist daher leicht begreiflich, daß bei trockener Elektrodenanlegung in der Tiefe der Gewebe, und namentlich in den Muskeln, nirgend hinlänglich umfangreiche Dichtigkeitsschwankungen vorkommen, um eine Reizung des Muskels (sei es unmittelbar, sei es vermittelst der motorischen Nervenfäden) zu bewirken. Am allerwenigsten wird dann eine Reizung der Muskeln zu erwarten sein, wenn die beiden Elektroden weit auseinander gelegt sind; alsdann breitet sich der Strom ziemlich gleichartig über den Querschnitt des ganzen Gliedes, woran sie angelegt sind, aus und kann natürlich nirgend zu bedeutender Dichtheit anschwellen, selbst wenn die ganze abgeglichene Elektricitätsmenge viel bedeutender wäre, als sie es in Wirklichkeit ist. Wie kommt es nun aber, daß gleichwohl gerade in diesem Falle die Erregung der Hautempfindungsnerven an der Anlegungsstelle der Elektroden am stärksten ist? Die Antwort ist, glaube ich, so zu geben. Wegen der ungeheuer geringen Leitungsfähigkeit der trockenen Oberhautsubstanz wird wohl die Elektricität gar nicht in einem zusammenhängenden Strome aus der Elektrode hervorquellen; die ganze Elektricitätsmenge wird sich vielmehr in einzelne Strahlen vertheilen, in denen dann die Dichtheit sehr groß ist, weil eine gewisse Elektricitätsmenge (die freilich nicht sehr groß ist) auf einen verhältnißmäßig sehr kleinen Querschnitt zusammengedrängt ist, nämlich auf den Gesammtquerschnitt der Strahlen. Jedesmal da, wo die Oberhaut sehr dünn oder gar durchlöchert (Schweißcanäle) ist, wird ein solcher Strahl dieselbe durchbrechen; trifft er hier gerade die Endigung eines Empfindungsnerven, so wird er denselben stark reizen, sofort aber, nachdem er einmal die schlecht leitende Oberhautschicht hinter sich hat und in nahezu gleichmäßig leitender Substanz angekommen ist, löst sich der gewissermaßen zusammengedrängt gewesene Strahl in einzelne Stromfäden auf, die nun, wie schon ausgeführt wurde, das ganze Glied stetig erfüllen, und eben deshalb ist hier nirgend eine namhafte Stromdichtigkeit zu finden.

307 Ganz anders gestaltet sich der Vorgang bei feuchter Anlegung der Elektroden. Daß 1) in diesem Falle wegen der erhöhten Leitungsfähigkeit der Epidermis im Ganzen weit mehr Elektricität durch den Körper abgeglichen wird, wurde schon oben angeführt. 2) Bildet aber jetzt die aus der positiven Elektrode hervorquellende Elektricität einen zusammenhängenden Strom, sie braucht, eben weil die ganze Oberhaut vermöge der Durchfeuchtung leitend geworden ist, nicht mehr deren Lücken aufzusuchen, sondern kann sich durch deren Substanz selbst ergießen. Hieraus folgt aber, daß sie an der Anlegungsstelle in den oberflächlichsten Hautschichten nirgend mehr jenen Grad von Dichtigkeit erreicht, den sie vorher in jenen einzelnen isolirten Strahlen erreichte; denn wenn auch jetzt im Ganzen mehr Elektricität strömt, so ist sie auch auf einen unverhältnißmäßig größeren Querschnitt vertheilt; der Querschnitt des Stromes an der Anlegungsstelle ist nämlich offenbar jetzt die ganze Berührungsfläche zwischen Elektrode und Haut, während vorher an derselben Stelle der Gesammtquerschnitt nur die Summe der Querschnitte der einzelnen Stromstrahlen war. Daher kommt es, daß im Falle feuchter Elektroden die Hautnervenenden weit weniger gereizt

Digitized by Google

werden. Ganz ungereizt bleiben sie freilich auch hier nicht; eine gelinde Empfindung hat man immer noch in der Hautstelle, die mit den feuchten Elektroden berührt wird; nur steht ihre Intensität in gar keinem Verhältniß zu den stechenden Schmerzen, die eine trockene Anlegung verursacht. 3) Haben wir noch zu untersuchen, wie man mit feuchter Anlegung eine locale Muskelreizung erzielen könne. Erläutern wir dies durch ein Beispiel. Sei in Fig. 172 die eine

Fig. 172.

Fig. 173.

Elektrode in der Nähe der Schulterhöhe, die andere am Vorderarme — beide feucht — angelegt. Vergleicht man nun die verschiedenen Wege, welche die Elektricität in dem Arm einschlagen kann, so ergiebt sich, daß sie alle von ziemlich gleicher Länge und folglich ziemlich gleichem Widerstande sind. Zu größerer Deutlichkeit sind einige Strömungscurven in der Figur gezeichnet. Man sieht, daß ihre Längen nicht sehr bedeutend differiren; der Strömungsvorgang wird deshalb in einer nahezu eben so stark sein als in der anderen. Die ganze sich abgleichende Elektricitätsmenge wird sich also über den Gesammtquerschnitt des Armes gleichmäßig vertheilen. Sie wird daher nirgend die nöthige Dichtheit erlangen, um die auf ihrem Wege gelegenen Muskeln zu reizen. Nur wenn die abgeglichene Elektricitätsmenge ganz enorm groß ist, dann steigt doch die Dichtheit bis zu dem erforderlichen Grade, dann aber auch auf dem ganzen Querschnitte gleichmäßig, und so sehen wir, z. B. wenn wir die Elektroden übermäßig starker Vorrichtungen in beide Hände nehmen, die sämmtlichen Muskeln beider Arme in krampfhafte Contraction gerathen. Die Muskulatur des Rumpfes bleibt jedoch selbst in diesem Falle in Ruhe, weil hier die strömende Elektricität doch über einen gar zu großen Querschnitt gleichmäßig vertheilt ist, um selbst in der Menge, wie sie von den stärksten Apparaten geliefert wird, irgendwo die zur Muskelreizung erforderliche Dichtigkeit zu erlangen. Denken wir uns dagegen jetzt nicht, wie in Fig. 172, sondern wie in Fig. 173, die beiden feuchten Elektroden dicht neben einander angelegt; beide beispielsweise über dem Musc. deltoideus. Die Figur zeigt eine Reihe von Strömungscurven, d. h. Wegen, welche die Elektricität von einer zur anderen Elektrode einschlagen kann. Man sieht sogleich, daß dieselben im Gegensatze zu Fig. 172 an Länge

Digitized by Google

außerordentlich verschieden sind. Es wird also auch in ihnen die Stromintensität sehr verschieden sein. Auf den kürzeren Bahnen wird ungleich mehr Elektricität zur Abgleichung kommen als auf den längeren. Das Verhältniß dieser Mengen ist in der Figur dargestellt durch die Dicke der Linien, welche die Strömungscurven andeuten. Aus dieser Betrachtung erhellt, daß in unserem Beispiel in der zunächst unter den Elektroden gelegenen Partie des Muse. deltoideus (da, wo die kurzen, dick gezeichneten Curven verlaufen) eine sehr große Stromdichtheit wechselsweise eintritt; selbst wenn die im Ganzen abgeglichenen Elektricitätsmengen nicht sehr groß sind, weil eben der überwiegend größte Theil derselben auf einen engen Querschnitt zusammengedrängt ist. In den entfernteren Gegenden und im Muse. biceps, pectoralis major ꝛc. steigt dagegen die Dichtheit nie sehr hoch. Während also die bezeichnete Partie des deltoideus in Reizung versetzt wird, bleiben die anderen Muskeln in Ruhe. Aus der Erläuterung dieses einen Beispiels wird das ganze Princip der localen elektrischen Muskelreizung hinlänglich klar sein.

308 Aus vorstehenden allgemeinen Betrachtungen lassen sich die in jedem einzelnen Falle anzuwendenden Handgriffe leicht ableiten. Es stimmt dazu auch unter anderen vortrefflich die auf Erfahrungen gegründete Bemerkung Duchenne's*), daß man eine mit sehr dicker Epidermis überzogene Hautstelle doch ein wenig anfeuchten solle, wenn man sie reizen will. Offenbar würde nämlich eine sehr dicke Hornschicht im ganz trockenen Zustande als vollkommener Nichtleiter den Strom ganz verhindern. Eine mäßige Befeuchtung macht hingegen deren oberste Schichten leitend und wirkt demnach ähnlich wie eine Verdünnung. Bei der Hautreizung muß die Form der einen, eigentlich reizenden Elektrode den Umständen angepaßt werden. Die andere, an einer von der zu reizenden weit entfernten und möglichst unempfindlichen Hautstelle angelegte Elektrode kann allemal die Form eines nassen Schwämmchens haben. Die üblichsten Formen der reizenden Elektrode sind: die »elektrische Hand«, volle Metallelektroden und Metallfäden. Unter der elektrischen Hand versteht man die Hand des Operateurs, welche die eine Elektrode hält und mit der trockenen Dorsalfläche die zu reizende Hautstelle berührt, während die andere Elektrode fern davon an einer unempfindlichen Hautstelle feucht angelegt ist. Ueber die Formen und die Behandlung voller Metallelektroden ist nichts Besonderes zu bemerken. Die metallischen Fäden werden vorzugsweise gern in größerer Anzahl besenartig zusammengebunden und an Holzgriffen befestigt angewandt. Mit diesen Besen kann die Haut leicht gepeitscht werden (»elektrische Geißelung«), was eine ganz außerordentlich wirksame Reizung abgiebt.

Als feuchte Elektroden zur Muskelreizung dienen am besten knopfartig gestaltete, mit recht dünnem Leder überzogene Metallstücke. Das Leder wird wohl durchfeuchtet und die Stücke werden größer oder kleiner genommen, je nach der Größe des zu reizenden Muskels. Häufig wendet man auch feuchte Schwämme

*) Duchenne-Erdmann, die örtliche Anwendung der Elektricität ꝛc. Leipzig 1856. S. 20.

Digitized by Google

an, die in cylindrische Röhren gesteckt werden, so daß sie nur wenig daraus hervorragen. Schwämme bieten jedoch mehr Widerstand als eine dünne feuchte Lederschicht, und sind daher jene erstbeschriebenen Elektroden im Allgemeinen vorzuziehen. Die Form der Stiele und Griffe für die Elektroden kann hier nicht näher besprochen werden. Es versteht sich von selbst, daß sie den anatomischen Verhältnissen angepaßt werden muß, wo es sich um Reizung innerer Theile (Blase, Mastdarm ꝛc.) handelt.

Muskeln können, wenn gewisse anatomische Bedingungen gegeben sind, auch 309
indirect zur isolirten Zusammenziehung gebracht werden. Der zum Muskel tretende Nerv muß an irgend einer Stelle nahe unter der Haut liegen und an dieser Stelle in nicht reizbare Gewebe eingebettet sein. Setzt man hier feuchte Elektroden dicht bei einander auf, so wird aus den oben entwickelten Gründen im Nerven eine stark schwankende Elektricitätsabgleichung stattfinden; der Nerv kommt also in den Reizzustand und die von ihm abhängigen Muskeln ziehen sich zusammen. Wäre freilich der fragliche Nerv, da wo er oberflächlich liegt, von Muskeln umgeben, so würden von diesen bei dem beschriebenen Verfahren größere oder kleinere Theile mit in Zusammenziehung gerathen. Auf den Nerven würde sich nämlich der Strom um so weniger beschränken, da sein Leitungsvermögen von dem des Muskels bedeutend übertroffen wird *).

Vollkommen gleiche und in gleicher Weise angebrachte elektrische Reizungen 310
bringen nicht bei allen Muskeln gleich starke Zusammenziehungen hervor. Die Elektrotherapeuten **) schreiben daher verschiedenen Muskeln eine verschiedene elektrische Reizbarkeit zu. Bis auf Weiteres dürften jedoch solche Behauptungen noch in Zweifel zu ziehen sein. Sollten nicht vielmehr rein physikalische und anatomische Bedingungen im Stande sein, den Erfolg der Reizung wesentlich zu modificiren? Vor Allem muß offenbar die Dicke der als Nebenschließung wirkenden Haut und Unterhautzellgewebschicht von bedeutendem Einfluß sein. Ferner wird wohl auch ein Muskel auf den gleichen Reiz mit ausgiebigeren und namentlich einen größeren Theil seiner Fasern beschlagenden Zusammenziehungen antworten als ein anderer, wenn vermöge der besonderen anatomischen Verhältnisse die elektrischen Entladungen gerade größere Aeste des in ihm sich verbreitenden Nerven treffen. Eine genaue Untersuchung dieser Dinge erspart es uns vielleicht in vielen Fällen, zu physiologischen Besonderheiten gewisser Muskeln unsere Zuflucht zu nehmen, wenn auch im Allgemeinen die Annahme solcher nichts Unwahrscheinliches hat.

Duchenne hat die Erfahrung gemacht, daß der sogenannte Extrastrom ***) 311

*) Siehe Nr. 295.

**) Duchenne-Erdmann S. 25.

***) Extrastrom nennt man bekanntlich den in der inducirenden Rolle selbst inducirten Strom, der seine Entstehung der Wirkung verdankt, die jede Windung dieser Rolle auf die anderen ausübt. Duchenne selbst bezeichnet ihn in seinen Schriften sehr unglücklich als den »primären«, obgleich er doch ein secundärer, d. h. inducirter ist, so gut wie der in der zweiten Rolle kreisende. Bei vielen käuflichen Inductionsapparaten sind übrigens keine Vorrichtungen, um den Extrastrom bequem abzuleiten.

Digitized by Google

mehr geeignet ist, die Muskeln zur Contraction zu bringen, während der Strom der inducirten Rolle mehr auf die Hautempfindung wirkt. Es scheint mir, als erkläre sich diese Verschiedenheit sehr leicht aus den Nebenbedingungen der Versuche, in Verbindung mit der gewöhnlichen Einrichtung der Inductionsapparate. Bekanntlich besteht in der Regel die inducirte Rolle aus sehr vielen Windungen eines äußerst feinen Drahtes, während die inducirende weit weniger Windungen eines dicken Drahtes besitzt. Wenn kein fremder Widerstand vorhanden ist, jede der beiden Rollen z. B. in den geeigneten Augenblicken durch unmittelbares Aneinanderlegen ihrer Enden für sich geschlossen würde, so dürfte wohl der Extrastrom in der inducirenden Rolle bei den meisten Apparaten eine sehr viel bedeutendere Intensität besitzen als der in der inducirten Rolle, weil in der einzelnen Windung der ersten Rolle eine größere elektromotorische Kraft wirkt, eine Summation der elektromotorischen Kräfte der Windungen aber nicht zur Vermehrung der Stromstärke beitragen kann, da ja die Widerstände in *demselben Verhältniß* wachsen. Kommt nun aber ein fremder Widerstand ins Spiel, so kann sich die Sache umkehren. Bei der Muskelreizung sahen wir, werden die Elektroden feucht und nahe bei einander angelegt, d. h. ein unbedeutender Widerstand eingeschaltet. Es werden aber die geringen elektromotorischen Kräfte des Extrastromes in der immer noch wenig Widerstand bietenden Bahn, die aus der dickdrahtigen inducirenden Rolle und dem Muskel besteht, hinlänglich starke Ströme erzeugen, um den Muskel zur Zusammenziehung zu bringen. Sie reichen aber nicht aus, um in der den kolossalen Widerstand einer trockenen Epidermis enthaltenden Bahn bei der üblichen Hautreizung (siehe oben) starke Ströme hervorzubringen, wie sie zu einer energischen Hautreizung erfordert werden. Umgekehrt sind trotz der größeren *Gesammtsumme* elektromotorischer Kräfte die Ströme der langdrahtigen inducirten Rolle, die durch den Widerstand des Muskels immer noch etwas, wenn auch in kleinerem Verhältniß, geschwächt worden, schon an sich nicht stark genug, um den Muskel in dem Grade zu reizen, wie es die Extraströme thun. Dahingegen ist bei dem großen neu eingeführten Widerstande einer trockenen Epidermis die langdrahtige Rolle im Vortheil. Um es noch einmal kurz zusammenzufassen: Die größten Stromintensitäten kommen ins Spiel bei kleinem Widerstande und inducirender Rolle, d. h. bei Muskelreizung durch den Extrastrom; etwas kleinere bei Muskelreizung durch den Strom der inducirten Rolle; viel kleinere bei Hautreizung durch denselben, und endlich die kleinsten bei Hautreizung durch den Extrastrom. Es ist bei dieser Betrachtung übrigens wieder stillschweigend vorausgesetzt — was auch schon oben bemerkt wurde —, daß zur Reizung der Empfindungsnerven mit trockener Anlegung der Elektroden offenbar eine viel geringere *Gesammtstromstärke* gehört als zur Muskelreizung.

Schließlich muß hier noch vor einem Mißverständnisse gewarnt werden, das nicht selten zu begegnen scheint. Es glauben nämlich Manche, man könne durch besondere Kunstgriffe einen Muskel elektrisch reizen, der von einem anderen (an der gereizten Stelle) bedeckt wird, ohne daß dieser letztere sich mit zusammenziehe. Sollte ein Elektrotherapeut dies wirklich behaupten — was

Digitized by Google

mir übrigens bis jetzt nicht bekannt ist —, so behauptet er entschieden die Unwahrheit.

Ueber die therapeutische Verwendung des constanten Stromes, wie sie von 312
Remak in einigen Aufsätzen der deutschen Klinik (insbesondere Jahr 1856, Nr. 25, 28, 35) beschrieben wird, läßt sich von unserem Standpunkte aus noch nichts Entschiedenes sagen, um so weniger, da Remak die Wirkungen des constanten Stromes keineswegs in physiologisch ganz deutlichen Ausdrücken beschreibt. Er soll contrahirte Muskeln schlaff machen, aber doch auch wieder gleichzeitig deren Contractionsvermögen steigern u. s. w. Vom physiologischen Standpunkte aus dürfte man sich, in Betracht der Nr. 296 vorgetragenen Lehren, auf zweierlei Wirkungen des constanten Stromes gefaßt machen. Er könnte, auf ermüdete Muskeln angewandt, deren Contractionsvermögen wieder anfrischen, und er könnte, durch den Bewegungsnerven geleitet, diesen unfähig machen, den von den Centralorganen kommenden Reiz fortzupflanzen. In beiden Richtungen habe ich Versuche an mir selbst angestellt, ohne den geringsten positiven Erfolg. Ich kann dieselben allerdings nicht Wiederholungen der Remak'schen nennen, einmal schon darum nicht, weil ich an gesunden Muskeln experimentirte, und zweitens nicht, weil ich, auf ein bestimmtes Ziel ausgehend, die nach physikalischen Grundsätzen zweckmäßigsten Anordnungen treffen mußte, die durchaus nicht mit denen Remak's übereinstimmen. Meine negativen Resultate können darum auch nicht den Anspruch machen, als Widerlegung der Remak'schen Beobachtungen angesehen zu werden. Sie scheinen aber bis auf Weiteres dies zu zeigen: Es läßt sich weder die Haidenhain'sche Erfrischung des ermüdeten Muskels, noch die Eckhard'sche Lähmung des Bewegungsnerven durch den constanten Strom am lebenden Menschen hervorbringen. Der Grund davon liegt wahrscheinlich darin, daß man nicht hinlänglich starke Stromzweige durch Muskel oder Nerv senden kann, ohne den Gesammtstrom so stark zu machen, daß er unerträgliche Schmerzen verursacht. Zur Prüfung der Erfrischung benutzte ich die Mm. abductor brevis und flexor brevis pollicis. Zur Prüfung der Lähmung wählte ich als Anlegungsstelle der Elektroden die hintere Seite des Condylus internus humeri, wo sich der Nervus ulnaris um denselben herumschlägt. Günstiger dürfte wohl keine Stelle des menschlichen Körpers sein, um möglichst beträchtliche Stromzweige durch einen Bewegungsnerven zu schicken. Gleichwohl war bei einer fast unerträglichen Stromstärke (10 bis 14 Bunsen'sche Elemente) keine Spur von Lähmung in den vom ulnaris abhängigen Muskeln wahrzunehmen.

Auch einige indirecte Anwendungen sind neuerlich von der Elektricität in 313
der Therapie gemacht worden. Man hat nämlich einen im Kreise des galvanischen Stromes erglühenden Platindraht theils wie das chirurgische Messer, theils wie das Ferrum candens angewandt. Die Einzelheiten der zu solchen Zwecken angewandten Verfahrungsarten gehören natürlich nicht hierher. Nur mag hier noch erinnert werden an zwei rein physikalische Ueberlegungen, die dem galvanisch erglühenden Platindraht vor dem Ferrum candens den Vorzug geben. Einmal kann man ihn kalt mit aller Muße an die Stelle bringen, wo die hohe Tempe-

Digitized by Google

ratur einwirken ſoll, und ihn nachher an Ort und Stelle erſt glühend machen, dadurch, daß man erſt jetzt den vorher offenen Stromkreis ſchließt. Ferner iſt ein anderer Vorzug darin begründet, daß der Platindraht in ſich ſelbſt eine fortwährend fließende Wärmequelle beſitzt, die immer die Verluſte erſetzt, welche er durch Ausſtrahlung und Ableitung erleidet, ſo daß man eine gewiſſe Temperatur durch jede beliebige Zeitdauer einwirken laſſen kann. Das Ferrum candens bringt bloß eine beſtimmte Wärmequantität mit, die, einmal verloren, ihm nicht an Ort und Stelle wiedergegeben werden kann.

Digitized by Google

Achter Abſchnitt.

Von einigen inſtrumentalen Hülfsmitteln.

Vorbemerkung.

Der Zweck dieſes Abſchnittes kann nicht eine ausführliche praktiſche An- 314
weiſung zum Gebrauch aller möglichen phyſikaliſchen Apparate ſein. Eine ausführliche Darſtellung aller Vorſichtsmaßregeln und Kunſtgriffe würde die Gränzen eines Anhangsabſchnittes dieſes kurzen Lehrbuchs um Vieles überſchreiten. Ebenſo wenig darf man — und zwar aus demſelben Grunde — hier eine ſo genaue Beſchreibung der Inſtrumente erwarten, daß ſie danach von einem Künſtler könnten angefertigt werden. Die Richtung dieſes Abſchnittes iſt trotz der ſcheinbar praktiſchen Ueberſchrift eine rein theoretiſche. Es ſollten darin ganz kurz und möglichſt faßlich die wiſſenſchaftlichen Grundſätze auseinandergeſetzt werden, auf denen die Verfertigung und der Gebrauch der wichtigſten Inſtrumente beruhen. Mittelbar wird hoffentlich dadurch auch ein praktiſcher Nutzen geſtiftet; denn wer ein Inſtrument mit theoretiſchem Verſtändniß in die Hand nimmt, wird es in ſeiner Handhabung viel ſchneller zur Fertigkeit bringen als der bloße Empiriker. Selbſt wo aber dies nicht der Fall wäre, wird es doch ein Bedürfniß des Gebildeten ſein, ſich der Grundſätze bewußt zu werden, nach denen ein Werkzeug ſeines täglichen Gebrauches gebaut iſt. Gleichwohl war dem Mediziner bisher die Befriedigung dieſes Bedürfniſſes nicht gerade überall ganz leicht und es dürfte darum auch wohl nicht zu viel behauptet ſein, daß Viele, die mit Mikroſkop und Augenſpiegel die Wiſſenſchaft bereichernde Entdeckungen gemacht haben, über die theoretiſchen Grundſätze, nach denen dieſe ihre eigenen Hülfsmittel eingerichtet ſind, nicht ganz klar waren. Ganz allein *dieſem* Mangel wollte ich durch den vorliegenden Abſchnitt nach Kräften abzuhelfen ſuchen.

Alle Wiederholung der in den allgemein zugänglichen Lehrbüchern der Phyſik mitgetheilten Lehren habe ich möglichſt vermieden.

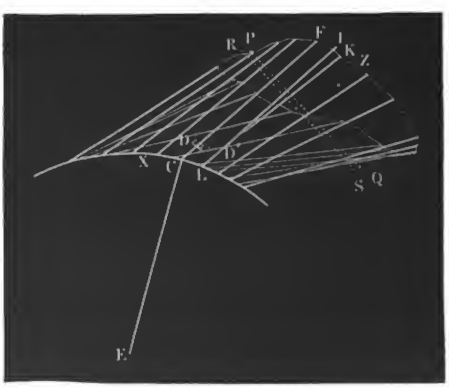
Digitized by Google

I. Mechaniſche Inſtrumente.

Das Planimeter.

315 Es iſt bei phyſiologiſchen Unterſuchungen ſehr häufig nothwendig, Flächenräume zu ermitteln, die von unregelmäßigen Curven begränzt ſind, ſo daß eine Berechnung aus wenigen Lineardimenſionen unmöglich iſt. Als Beiſpiel erinnere ich an das Problem, aus einer vom Kymographion gezeichneten Druckcurve den für die ganze Verſuchsdauer geltenden Mitteldruck zu beſtimmen. Volkmann hat dieſe Aufgabe ebenſo ſinnreich als einfach gelöſt durch Ausſchneiden der Curve aus Papier und Wägen derſelben. Weit ſchneller und genauer führt jedoch das Planimeter zum Ziel. Man braucht bloß den beweglichen Stift des Inſtrumentes der Begränzungslinie der auszumeſſenden vollſtändig begränzten Figur entlang zu führen, bis man auf den Ausgangspunkt zurückgekommen iſt, und kann dann an einem Zifferblatt ohne Weiteres die Anzahl von Quadratmillimetern ableſen, die man umfahren hat. Die Genauigkeit der Angaben überſteigt die jeder anderen noch ſo mühſamen Methode. Man hat verſchiedene Formen des Planimeters, die alle in hohem Grade ſinnreich und mehr oder weniger praktiſch brauchbar ſind. Bis vor Kurzem bediente man ſich allgemein des Wetli'ſchen Planimeters, das auch noch jetzt vielfach in Gebrauch iſt. Es iſt jedoch im Begriff, durch ein weit einfacheres, von Amsler*) angegebenes verdrängt zu werden. Ich beſchränke mich daher auf eine kurze Auseinanderſetzung der Principien, nach welchen dies letztere Inſtrument gebaut iſt. Sei EC (Fig. 174) eine unveränderliche gerade Linie, die um den Punkt E in einer horizontalen Ebene drehbar iſt, ſo daß ihr anderer Endpunkt C nur einen Kreis um E beſchreiben kann; bei C ſei mit ihr eine andere unveränderliche, in derſelben Horizontalebene gelegene Gerade CF in beweglicher Verbindung. Mit ihrem Ende F wird man offenbar jeder beliebigen geraden, krummen oder gebrochenen Linie nachfahren

Fig. 174.



*) Ueber die mechaniſche Beſtimmung des Flächeninhaltes der ſtatiſchen Momente ꝛc. Schaffhauſen 1856.

Digitized by Google

können, während C einen Kreisbogen beschreibt und E fest bleibt. Mit der Linie CF sei noch irgendwo, bei D z. B., eine lothrecht stehende Laufrolle verbunden, die sich um eine zu CF parallele und senkrecht darüber liegende Axe drehen kann, und die mit ihrem scharfen Rande die Horizontalebene, in welcher EC und F liegen, berührt, die also auf dieser Ebene schleifen und rollen kann. Umfährt man nun mit dem Punkte F eine geschlossene Curve Z, so wickelt sich an der Rolle D ein dem umfahrenen Flächenraum proportionales Stück ab. Wir wollen den Beweis unter einigen einschränkenden Bedingungen führen, indem wir in Betreff des allgemeinsten Beweises auf die oben citirte Schrift Amsler's verweisen, die ohnehin noch Manches Interessante enthält. Wir wollen nämlich annehmen, daß vermöge der Einrichtung des Instrumentes der Winkel ECF nie $> 180^0$ werden könne, und zweitens, daß der Pol E außerhalb des zu umfahrenden Flächenstückes liegt (wie dies auch in Fig. 174 gezeichnet ist. Unter diesen Voraussetzungen gilt Folgendes. Nachdem der Punkt F die ganze geschlossene Curve umfahren hat und an den Ausgangspunkt zurückgekommen ist, hat die Linie CF ihre ursprüngliche Lage wieder und C hat dabei einen gewissen Kreisbogen hin und zurück durchlaufen; die Linie CF hat bei dieser Bewegung jeden Punkt innerhalb der umfahrenen Curve Z einmal, oder überhaupt eine ungerade Anzahl Mal getroffen, jeden Punkt außerhalb aber entweder gar nicht oder eine gerade Anzahl Mal. Begegnet CF einem Punkte mehrmals, so findet die Bewegung abwechselnd in entgegengesetzten Richtungen statt. Es seien jetzt CF und LK zwei aufeinander folgende (unendlich benachbarte) Lagen der beweglichen Geraden; CF gelangt in die Lage LK durch eine gleichzeitig fortschreitende und drehende Bewegung. Stellen wir uns vor, sie sei dahin gelangt, indem sie zuerst parallel mit sich nach LI fortgeschritten sei und sich dann um den Punkt L herum nach LK gedreht habe. Sie hat alsdann statt $CLKF$ das Flächenstück $CLKIF$ beschrieben, das aber jenem bei der wirklich stattfindenden Bewegung beschriebenen Flächenstück um so näher kommt, je kleiner das der Betrachtung zu Grunde gelegte Element der Bewegung war. Beim Uebergange zum Unendlichkleinen unterscheiden sich die beschriebenen Flächenstücke nur um ein Unendlichkleines höherer Ordnung. Wir können daher jedes Element des bei der Bewegung von CF beschriebenen Flächenraumes ansehen als die algebraische Summe eines Parallelogrammes $CLIF$, und eines Sectors LIK. Das Parallelogramm werde durch p, der Sector durch s bezeichnet; p werde positiv gerechnet, wenn der Punkt L von E aus gesehen rechts von C liegt; der Sector werde positiv gerechnet, wenn er durch eine Drehung von links nach rechts beschrieben wurde. Denkt man sich in dieser Weise jedes Element des von der Linie CF bei ihrer ganzen Bewegung beschriebenen Raumes zerlegt und bezeichnet, summirt man hernach algebraisch alle p und alle s, so ist klar, daß die $\Sigma p + \Sigma s$ der von der Curve Z umschlossenen Fläche gleich ist. Man darf nur bemerken, daß durch abwechselnd entgegengesetzte Bewegungen der Geraden FC auch abwechselnd positiv und negativ zu rechnende Flächen beschrieben werden, die (wie wir oben sahen) jeden innerhalb Z liegenden Punkt eine ungerade Anzahl

Digitized by Google

Mal jeden außerhalb liegenden Punkt eine gerade Anzahl Mal enthalten, daher außerhalb Z sich aufheben, innerhalb Z einfach bleiben. Es ist also der von der Curve Z umgränzte Flächeninhalt $J = \Sigma p + \Sigma s \ldots . (A)$.

316 Verfolgen wir nunmehr die während der gedachten Bewegung von CF stattfindende Bewegung der Laufrolle D. Die Rolle wird offenbar bloß gleiten oder bloß sich drehen, je nachdem die Verschiebung längs ihrer Axe oder senkrecht dazu stattfindet. Wird die Rolle nach einer beliebigen Richtung geführt, während ihre Axe einer festen Geraden parallel bleibt, so nimmt sie eine theils gleitende, theils rollende Bewegung an, und offenbar ist der von der Rolle abgewickelte Bogen gleich dem senkrechten Abstande der beiden Lagen, welche die Axe zu Anfang und Ende der Bewegung einnahm. Ist insbesondere der von der Rolle zurückgelegte Weg gerade und $= w$, ψ der Winkel zwischen der Richtung dieses Weges und der Rollenaxe, und bezeichnet man mit h den Abstand der Anfangs- und Endlage der Axe, so ist $h = w \sin. \psi$.

Ersetzt man wieder wie oben die stetige Bewegung der Geraden CF abwechselnd durch eine parallele Verschiebung und Drehung, so wickelt die Rolle D bei ihrem Uebergang aus der Lage CF in die Lage LI einen Bogen $= h$ ab, welcher gleich dem senkrechten Abstande der beiden Lagen ist. Hernach, wenn die Gerade LI durch Drehung in die Lage LK übergeht, so beschreibt der Berührungspunkt einen Bogen $\varrho\varphi$, wo $\varrho = CD$ ist und φ den Winkel ILK bezeichnet, um welchen sich die Gerade gedreht hat. Die Rolle wird daher den Bogen $\varrho\varphi$ abwickeln. Geht also die Gerade FC in die Lage LK über, so ist der ganze von der Rolle abgewickelte Bogen $= h + \varrho\varphi$, und folglich der ganze Bogen u, welchen die Rolle abwickelt, während der Punkt F die ganze Curve Z umschreibt, eine Summe aus allen einzelnen h, die bei den elementaren Parallelverschiebungen abgewickelt werden, durch welche die oben mit p bezeichneten Flächenelemente entstanden, und aus den einzelnen $\varrho\varphi$, die bei den elementaren Drehungen abgewickelt werden, bei welchen die Flächenelemente s beschrieben wurden, also:

$$u = \Sigma h + \Sigma\varrho\varphi \ldots . (B).$$

In unserem besonderen Falle, wo der Pol E außerhalb Z liegt, ist nun die Summe Σs in $(A) = o$, da die Gerade CF jedenfalls gleiche Drehungen im positiven und negativen Sinne ausgeführt hat, nachdem sie in ihre Anfangslage zurückgekehrt ist. (A) geht daher über in $J = \Sigma p \ldots . (C)$. Aus demselben Grunde wird in (B) $\Sigma\varrho\varphi = \varrho\Sigma\varphi = o$, so daß (B) übergeht in $u = \Sigma h$. Multiplicirt man diese Gleichung mit r $(= CF)$, so hat man $ru = r\Sigma h = \Sigma rh$; nun ist aber r die Grundlinie und h die Höhe des Parallelogramms p, daher hat man $ru = \Sigma p = J$. Kennt man demnach den von der Rolle abgewickelten Bogen u, so hat man sofort auch den Flächeninhalt J der umfahrenen Figur Z, denn er ist gleich einem Rechteck (ru), dessen eine Seite der abgewickelte Bogen u, dessen andere Seite die Länge r oder CF ist. Man kann demnach auch gleich dem Instrumente die Einrichtung geben, daß jede ganze Umdrehung der Rolle einem □-Decimeter entspricht, man braucht die Linie CF nur so lang zu machen, daß ein

Digitized by Google

Rechteck aus dem ganzen Umfang der Rolle und der Linie $CF = 1$ □-Decimeter wird.

Fig. 175 zeigt nun das Instrument selbst von oben, Fig. 176 von der 317

Fig. 175.

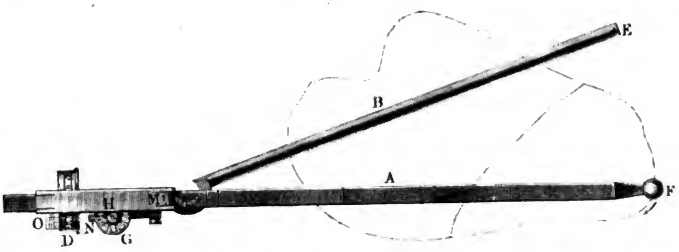
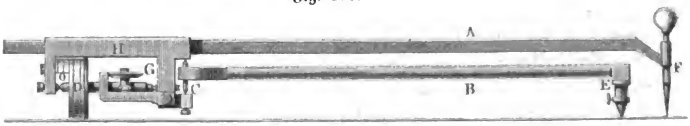


Fig. 176.



Seite gesehen. Der Messingarm B entspricht der Linie EC (in Fig. 175); er trägt am einen Ende die Polspitze E, die in der Zeichnungsebene irgendwo festgestellt wird, und ist am anderen Ende, wie man am besten in der Seitenansicht sieht, durch eine Axe C mit dem Messingarm A verbunden, der durch die Linie CF in Fig. 175 repräsentirt war; er trägt den Fahrstift F und in seiner Verlängerung (was übrigens ganz gleichgültig ist) die Laufrolle D. Der tiefste Punkt der Laufrolle, die Polspitze E, und die Spitze des Fahrstiftes müssen immer in der Zeichnungsebene liegen. An einem Rande der Laufrolle befindet sich eine Theilung, und am Rahmen H ist ein dazu passender Nonius O angebracht, um die abgewickelten Bogen zu messen. Endlich ist an dem Rahmen H noch eine zweite horizontale Kreisscheibe G angebracht. Sie ist um eine verticale Axe drehbar und wird durch eine an der Axe von D befindliche Schraube ohne Ende derart in Bewegung gesetzt, daß sie auf eine Umdrehung von D $^1/_{10}$ einer Umdrehung macht; man kann also an ihr die ganzen Umdrehungen von D ablesen, am Nonius O die Bruchtheile. Beim Gebrauche des Instrumentes wird am bequemsten der Zeiger N an der kleinen Scheibe und der Nonius O auf Null eingestellt. Das Stück H ist eine Hülse, in welcher der Arm A verschoben werden kann; dadurch ist das Instrument für jede beliebige Maßeinheit einstellbar, indem dadurch der Linie CF, die oben durch r bezeichnet wurde, d. h. der (für jede Messung zwar constanten) Entfernung des Fahrstiftes von der Axe C jede beliebige Größe gegeben werden kann.

Digitized by Google

Wenn der Pol E innerhalb der zu messenden Figur eingesetzt wird, so muß zu der Ablesung an der Rolle noch eine constante Größe hinzu addirt werden. Man sieht nämlich leicht, daß die Sectoren s in diesem Falle sich nicht aufheben, weil nicht gleich viel Drehungen im entgegengesetzten Sinne gemacht wurden, vielmehr eine ganze Umdrehung gemacht wurde. Es würde indessen zu weit führen, wollten wir hier die Erörterung dieses Falles vollständig geben.

Wellenzeichner.

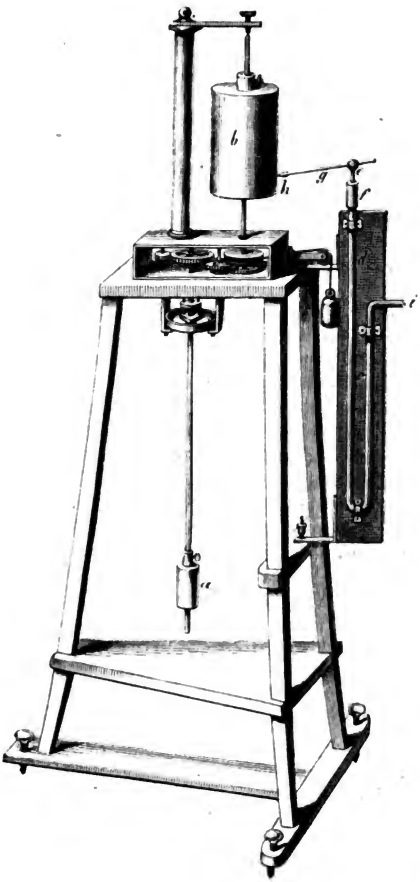
318 In vielen physiologischen Untersuchungen ist es nothwendig, den zeitlichen Verlauf einer hin- und hergehenden Bewegung genau zu kennen. Zu diesem Ziele führt der »Wellenzeichner« (Kymographion), der zuerst von Ludwig*) angegeben und gebraucht wurde, um die Druckschwankungen im Blutgefäßsystem zu erforschen, und der seither eine der unentbehrlichsten Geräthschaften eines physiologischen Laboratoriums geworden ist. Der Wellenzeichner besteht aus zwei wesentlich verschiedenen Stücken; diese sind: 1) Ein Apparat, der die zu untersuchende hin- und hergehende Bewegung auf einen schreibenden Stift überträgt, d. h. der einen schreibenden Stift zwingt, jene Bewegung entweder in allen Einzelheiten mitzumachen, oder doch wenigstens solche hin- und hergehende Bewegungen zu machen, die mit denen, welche eigentlich untersucht werden sollen, in einem einfachen, angebbaren Zusammenhange stehen, so daß aus jenen auf diese geschlossen werden kann. Die nähere Einrichtung dieses Apparates kann nicht im Allgemeinen festgestellt werden, sie ist je nach der besonderen Aufgabe abzuändern. Dieser Apparat muß natürlich anders beschaffen sein, wenn man einen Muskel seine Zuckung anschreiben lassen will, als wenn man eine Pulswelle untersucht. 2) Eine mit gleichförmiger Geschwindigkeit um ihre Axe gedrehte Cylinderfläche. Ist die Drehungsaxe des Cylinders mit der Bewegungsrichtung des schreibenden Stiftes, die übrigens in den bisher ausgeführten Versuchen regelmäßig die senkrechte war, parallel; berührt ferner die Spitze des Stiftes die Cylinderfläche und sind endlich beide derart, daß jene auf dieser eine sichtbare Spur hinterläßt, so hat man in der während der Bewegung an die gedrehte Fläche geschriebenen Curve ein anschauliches Bild der ganzen Bewegung. Die Curve läßt sehen, in welcher Höhe sich in jedem Zeitpunkte die Stiftspitze befunden hat. Der zweite Theil des Apparates kann natürlich zu den verschiedensten Zwecken unverändert gebraucht werden. Die Bewegung wird durch ein sinkendes Gewicht am einfachsten hervorgebracht, und regulirt nach irgend einer der bekannten Methoden; die älteren Instrumente haben meist Kugelpendel; neuerdings giebt man Windflügeln zum Zwecke der Regulirung den Vorzug. Es versteht sich von selbst, daß die gedrehte Cylinderfläche ersetzt werden kann durch eine senkrechte, wagerecht verschobene Ebene, in welcher der schreibende Stift auf und ab geht.

*) Müller's Archiv 1847, S. 242.

Digitized by Google

Fig. 177 ſtellt das Inſtrument dar, wie es zu Blutdruck- oder Schlauchwellenverſuchen eingerichtet wird, mit einem Manometer *c d*, das den ſchreibenden

Fig. 177.



Stift *g* auf und ab bewegt. Einer näheren Beſchreibung bedarf das Inſtrument nicht, da es von verſchiedenen Mechanikern bekannter Adreſſe in aller Vollkommenheit ausgeführt wird. Als ſchreibender Stift dient ein mit Waſſerfarbe, rother Dinte, Tuſche ꝛc. gefüllter, recht ſpitzer Haarpinſel, wenn man die Curve auf weißes Papier haben will. Man kann aber auch ſehr ſchöne Curven erhalten, wenn man auf den Cylinder ein über der Oellampe angerußtes Papier klebt, und als ſchreibenden Stift eine einfache Borſte anwendet; ſie kratzt den Rußüberzug weg und man erhält die Curve weiß auf ſchwarzem Grunde. Nach Volkmann fixirt man ſolche Curven ſehr einfach, wenn man hernach das Papier auf der weißen Seite mit dünnem Weingeiſtfirniß beſtreicht, der, das Papier durchdringend, den Ruß feſtklebt.

Digitized by Google

319 Wir müssen hier noch etwas ausführlicher auf einen principiellen Einwand eingehen, den kürzlich Vierordt*) gegen die Anwendung des mit dem Manometer verbundenen Wellenzeichners auf Untersuchung der Druckschwankungen in elastischen Schläuchen erhoben hat. Diese Einwendung droht den durch diese Methode gewonnenen glänzenden Resultaten Ludwig's und Volkmann's um so ernstlicher, als sie Vierordt durch eine mathematische Erläuterung Redtenbacher's, einer anerkannten Autorität in mechanischen Fragen, gestützt hat. Vierordt macht ganz mit Recht auf den Umstand aufmerksam, daß die Quecksilbersäule des Manometers, aus der Gleichgewichtslage einmal herausgebracht, einen eigenen Oscillationszustand anzunehmen strebt, dessen Schwingungsdauer — isochron für kleine Schwingungen — lediglich von ihren räumlichen Verhältnissen abhängt. Er schließt dann, daß der Schwingungszustand, den sie, am einen Ende von den periodischen Druckschwankungen des mit ihr communicirenden Schlauches fortwährend sollicitirt, annimmt, von der letzteren Beschaffenheit nicht allein, sondern auch von der Natur ihrer eigenen Schwingungen beeinflußt werde, daher nicht ein getreues Abbild jener Druckschwankungen darstellen könne, wie Ludwig und Volkmann behaupten. Vierordt läugnet, auf diese noch mit Hülfe des Calcüls weiter ausgeführten Betrachtungen gestützt, nicht bloß, daß die Größe der Manometerschwankungen mit der Größe der sie ursprünglich veranlassenden Druckschwankungen des elastischen Rohres übereinstimmen, sondern auch die Identität des zeitlichen Verlaufes. Er behauptet, daß die Periode oder die Oscillationsdauer des Manometers eine ganz andere sein könne als die Periode der Druckschwankung, die es in Bewegung setzt; daß also z. B. der Gipfel einer ans Kymographion gezeichneten Wellenlinie nicht nothwendig gleichzeitig sei mit einem Maximalwerthe des Druckes an der Stelle des Schlauches, der mit dem Manometer verbunden ist.

Diese ganze Betrachtung mit allen ihren Consequenzen würde vollkommen richtig sein, wenn nicht dabei ein wesentlicher Umstand unbeachtet geblieben wäre, der auch in Redtenbacher's Calcül nicht eingeht — der Widerstand. Berücksichtigt man den Widerstand, den die Quecksilbersäule bei ihrer Bewegung erleidet, so fallen die Folgerungen Vierordt's in Beziehung auf die Periodicität vollständig, und in Beziehung auf die Größe der Schwankungen wenigstens in so weit, daß sie das Wesentliche der Ludwig'schen und Volkmann'schen Resultate nicht mehr gefährden können. Es ist nämlich von Seebeck**) folgender allgemeine Satz bewiesen worden: Man stelle sich ein Mobile vor, das aus seiner Gleichgewichtslage um ein Weniges herausgerückt, vermöge der nothwendig darauf wirkenden Kräfte isochrone Oscillationen von einer bestimmten Dauer T ausführen würde, welche aber durch einen gewissen Widerstand allmälig zur Ruhe gebracht würden — z. B. die zweischenklige Quecksilbersäule eines Manometers; wird jetzt dies Mobile in Bewegung gesetzt durch eine Kraft, deren Intensität regelmäßig periodischen Schwankungen unterliegt,

*) Lehre vom Arterienpuls, S. 11.
**) Dovis Repertorium, Bd. VIII.

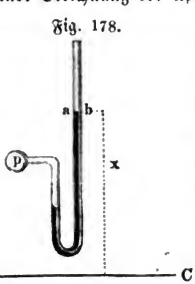
Digitized by Google

die Dauer einer Periode zwischen zwei auf einander folgenden Maximalwerthen mag T heißen — z. B. durch die Druckschwankungen in einer pulsirenden Arterie —: so geräth nach einigen unregelmäßigen Bewegungen das Mobile allmälig in einen Oscillationszustand, dessen zeitlicher Verlauf den periodischen Veränderungen der Kraft genau parallel geht und dessen Oscillationsdauer insbesondere der Dauer T der Periode der Kraftschwankung gleich ist. Je größer der Widerstand ist, um so bälder stellt sich dieser regelmäßige Oscillationszustand ein. Die Excursionsweiten des Mobiles sind um so größer, je größer die Kraftschwankungen, und um so kleiner, je größer der Widerstand ist.

Das in die Arterie eingesetzte Manometer giebt somit für den zeitlichen Ablauf der Druckschwankungen ein absolutes, für die Größe desselben wenigstens ein relatives Maß ab. Daß endlich der mittlere Druck in einem Gefäße durch das Manometer absolut gemessen werden kann, ist wohl nie bezweifelt worden.

Bei dem großen Interesse der hier behandelten Frage erlaube ich mir noch, 320
für diejenigen, denen die mathematische Kunstsprache geläufig ist, die analytischen Entwickelungen Seebeck's und Redtenbacher's vergleichend neben einander zu stellen. Redtenbacher sagt (a. a. O. bei Vierordt): »Die Curven, welche das Pulsmanometer liefert, stellen zunächst nur allein das Gesetz dar, nach welchem die Schwingungen der im Manometer befindlichen Flüssigkeit vor sich gehen. Diese sind aber das Resultat zweier Ursachen. Die eine derselben liegt in der Masse der Flüssigkeit, die andere in der Einwirkung des mit variabeler Intensität wirkenden Pulses; die Manometercurven sind also nicht der Ausdruck des Gesetzes, nach welchem die Pulsbewegungen erfolgen. Das Instrument ist kein Pantograph, der mit gewissenhafter Treue die Einwirkungen wiedergiebt; es ist ein träger Phlegmaticus, der zwar einen Rippenstoß spürt, aber im Ganzen seinen bequemen Weg verfolgt. Dieses Urtheil wird durch folgende Berechnung des Apparates bestätigt. Nennt man (Fig. 178):

Fig. 178.



Ω den Querschnitt des Manometerrohres,
γ das specifische Gewicht der in der Röhre enthaltenen Flüssigkeit,
p die auf die Flächeneinheit bezogene veränderliche Spannung des pulsirenden Blutes,
A den Druck der Atmosphäre auf die Flächeneinheit,
g die Beschleunigung durch die Schwere beim freien Falle,
l die Länge des von der Flüssigkeit eingenommenen Theiles der Röhre.

so hat man:

$$(1) \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = g\,\frac{p\Omega - A\Omega - \Omega\gamma(2x-l)}{\Omega\gamma l}\ ^*).$$

*) Aus der Form dieser Gleichung geht hervor — das darf nicht übersehen werden —, daß sich Redtenbacher die Drücke p und A in Gewichtseinheiten aus-

Digitized by Google

Das allgemeine Integral dieſer Gleichung iſt:

$$(2)\quad x = \frac{\gamma l - \mathfrak{A}}{2\gamma} + \mathfrak{M}\ sin.\ kt + \mathfrak{N}\ cos.\ kt$$
$$+ \frac{g}{\gamma l k}\left[sin.\ kt \int p\ cos.\ kt\ dt - cos.\ kt \int p\ sin.\ kt\ dt\right];$$

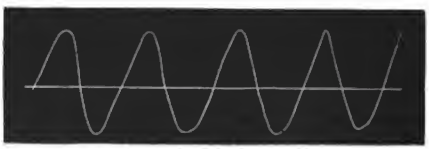
wobei $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ die Conſtanten der Integration bedeuten und der Kürze wegen $\sqrt{\frac{2g}{l}} = k$ geſetzt wurde.

Die Glieder $\frac{\gamma l - \mathfrak{A}}{2\gamma} + \mathfrak{M}\ sin.\ kt + \mathfrak{N}\ cos.\ kt$ ſtellen diejenigen Schwingungen dar, welche durch die Trägheit der Flüſſigkeit vorhanden ſind; der in den Klammern enthaltene Ausdruck beſtimmt die Modificationen, welche in den durch die Trägheit ſtattfindenden Schwingungen vermöge der Einwirkung der veränderlichen Pulsſpannung entſtehen.

Das Inſtrument würde das Geſetz der Pulsbewegung nur dann richtig darſtellen, wenn p und x ein und daſſelbe Geſetz befolgten, was aber nicht der Fall iſt.

Nehmen wir z. B. an, das wahre Geſetz des Pulsganges wäre $p = \mathfrak{J}\ sin.\ mt + \mathfrak{K}\ cos.\ mt$, alſo eine elementare Schwingung, die durch Fig. 179 dargeſtellt

Fig. 179.



wird. Unter dieſer Vorausſetzung findet man aus (2) für das Geſetz, nach welchem die Flüſſigkeit ſchwingt, folgenden Ausdruck:

$$x = \frac{\gamma l - \mathfrak{A}}{2\gamma} + \mathfrak{M}\ sin.\ kt + \mathfrak{N}\ cos.\ kt + \frac{g}{\gamma l k} \cdot \frac{k}{m^2 - k}\ (\mathfrak{J}\ sin.\ mt + \mathfrak{K}\ cos.\ mt).$$

Fig. 180 giebt ungefähr die graphiſche Darſtellung dieſes Geſetzes.

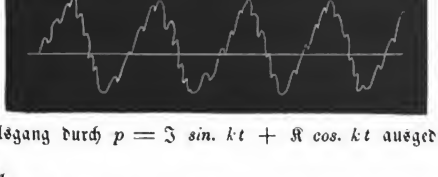
---

gedrückt denkt; denn wenn er ſie als Säulenhohen derſelben Flüſſigkeit, die das Manometer enthält, ausgedrückt dächte, ſo müßte die Beſchleunigung von deren ſpecifiſchem Gewichte unabhängig werden, da ja in dieſem Falle mit dem ſpecifiſchen Gewichte nicht nur die zu bewegende Maſſe, ſondern auch die bewegenden Kräfte in gleichem Verhältniſſe wachſen würden. — Ich muß gelegentlich hier noch bemerken, daß gegen die Conſtanten in dieſer Differentialgleichung eine Einwendung gemacht werden könnte, die freilich auf das durch Integration ſich ergebende Geſetz keinen Einfluß haben. Soll in der Gleichung das x dieſelbe Bedeutung haben, wie in der (Original-) Figur, ſo wäre davon erſt noch die Höhe h des unterſten Punktes der Röhre über dem Coordinatenanfang abzuziehen, d. h. $2(x - h)$ ſtatt $2x$ in die Gleichung zu ſchreiben.

Digitized by Google

Nimmt man an, daß die Zeit einer Pulsschwingung mit der Zeit einer Schwingung, die durch die Trägheit der Masse entsteht, übereinstimmt, daß

Fig. 180.



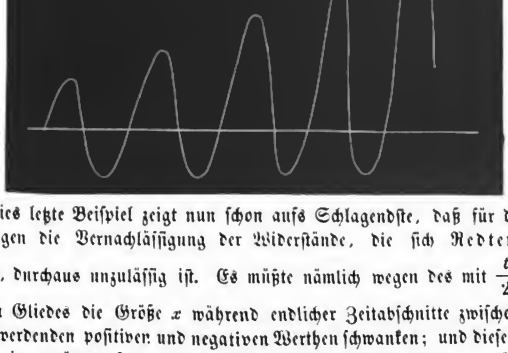
also der Pulsgang durch $p = \mathfrak{J}\ sin.\ kt + \mathfrak{K}\ cos.\ kt$ ausgedrückt ist, so findet man:

$$x = \frac{\gamma l - \mathfrak{A}}{2\gamma} + \mathfrak{M}\ sin.\ kt + \mathfrak{N}\ cos.\ kt$$

$$+ \frac{g}{\gamma lk}\left[\frac{1}{4}\,k\,(\mathfrak{J}\ sin.\ kt + \mathfrak{K}\ cos.\ kt) + \frac{l}{2}\,(\mathfrak{K}\ sin.\ kt + \mathfrak{J}\ cos.\ kt)\right];$$

die graphische Darstellung dieser Schwingung zeigt Fig. 181.

Fig. 181.



Dies letzte Beispiel zeigt nun schon aufs Schlagendste, daß für diese Betrachtungen die Vernachlässigung der Widerstände, die sich Redtenbacher erlaubte, durchaus unzulässig ist. Es müßte nämlich wegen des mit $\frac{l}{2}$ multiplicirten Gliedes die Größe x während endlicher Zeitabschnitte zwischen immer größer werdenden positiven und negativen Werthen schwanken; und diese Maxima und Minima würden sogar mit der Zeit selbst unendlich werden. Daß diese Aussage des Calculs unter keiner Bedingung wirklich werden kann, springt in die Augen.

Ganz anders gestaltet sich die Rechnung, wenn man die Widerstände be- 321
rücksichtigt. Wir wollen insbesondere annehmen, der Widerstand sei der Geschwindigkeit der Bewegung geradezu proportional. Wir verhehlen uns nicht, daß diese Annahme höchst willkürlich ist, dürfen aber, da doch wenigstens die Widerstände sicher mit der Geschwindigkeit wachsen, jedenfalls überzeugt sein,

Digitized by Google

daß sie sich der Wahrheit mehr nähert als die Annahme, es seien gar keine Widerstände vorhanden. Es schreibt sich nunmehr die Differentialgleichung unserer Bewegung so:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g\,\frac{p-\gamma(2x-l)}{\gamma l} - C\,\frac{dx}{dt}.$$

Wir erlauben uns dabei erstens die Vereinfachung, die auch Redtenbacher machte, daß wir die Coordinaten im tiefsten Punkte der Röhre anfangen lassen. Zweitens lassen wir den Luftdruck aus der Rechnung. In der That ist dies erlaubt, da er auf den zum Manometer gehenden Arterienast gerade so gut wirkt, wie auf das offene Ende des Manometers. Allerdings ist dort seine Wirkung verringert um die Kraft, mit welcher eine Arterie der Verkleinerung ihres Lumens widerstrebt, die aber in unserem Falle jedenfalls außerordentlich klein ist. Man sieht hieraus, daß in der gegenwärtigen Rechnung die Größe p die bloße (veränderliche) elastische Spannung des Arterienrohres bedeutet, während p in der Redtenbacher'schen Formel die elastische Spannung der Arterie vermehrt um den Luftdruck (von dem noch jene soeben definirte kleine Größe abzuziehen wäre) bedeuten muß.

Wir wollen unsere Gleichung zunächst noch dadurch etwas umformen, daß wir $(2x-l)$ statt x als abhängige Variable ansehen. Es wird alsdann:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\,\frac{dy}{dt} \text{ und } \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\frac{d^2y}{dt^2}.$$

Sie schreibt sich alsdann so:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\left(\frac{2g}{l}\right)y - C\,\frac{dy}{dt} + \frac{p\cdot 2g}{\gamma l}.$$

In dieser Form erkennt man ohne Weiteres ihre Einerleiheit mit der von Seebeck*) als Grundlage für die Theorie des Mittönens aufgestellten und integrirten Gleichung. Diese lautet nämlich:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -n^2x - 2b\,\frac{dx}{dt} + \frac{V\cdot g}{P},$$

und unterscheidet sich von der unserigen also nur durch die Bezeichnung; insbesondere ist V bei Seebeck die periodisch veränderliche Kraft, die wir durch p bezeichneten.

Aus dem Integral dieser Gleichung, das zunächst unter der allgemeinen Form:

$$x = \frac{g}{2Pr\sqrt{-1}}\left[e^{-(b+r\sqrt{-1})t}\int e^{(b+r\sqrt{-1})t}\,V dt - e^{-(b-r\sqrt{-1})t}\int e^{(b+r\sqrt{-1})t}\,V dt\right]$$

dargestellt wird, ergeben sich nun als Folgerungen die schon oben mitgetheilten Sätze.

*) A. a. O.

Der Sphygmograph.

Vierordt hat ein Instrument vorgeschlagen zur Bestimmung des zeitlichen 322
Verlaufes der an der Arterie durch den Puls bedingten Veränderungen am lebenden Menschen. Er nennt es Sphygmograph. Es ist in Fig. 182 abgebildet.

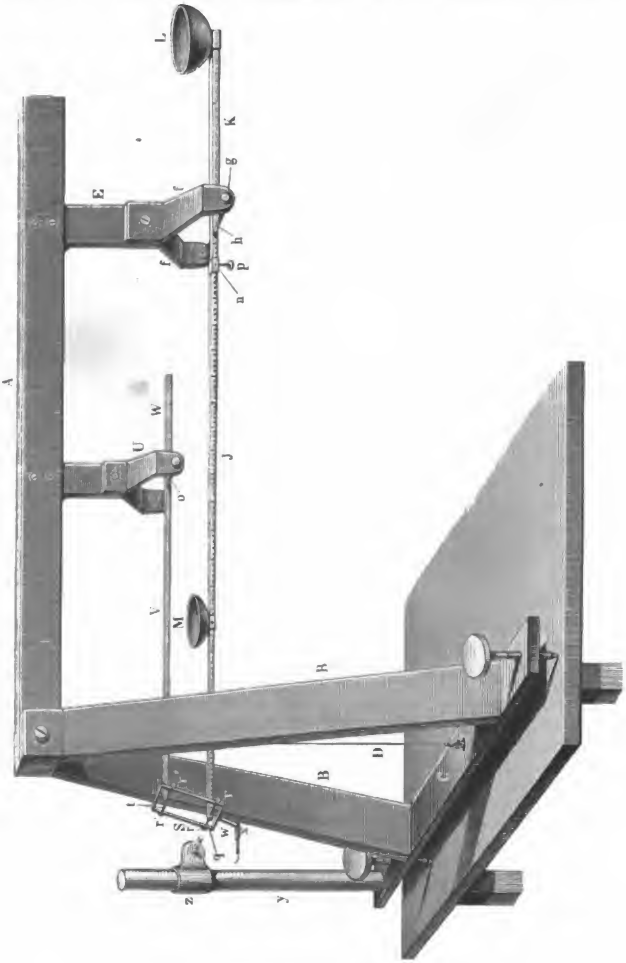


Fig. 182.

Digitized by Google

Man hat ſich nur den Balken A noch um $^1/_2$ verlängert und am anderen Ende ebenfalls mit Stützen wie BB verſehen zu denken. Der Haupttheil des Werkzeuges iſt der um die Axe h drehbare Hebel J. Er trägt bei p ein kleines Meſſingplättchen, das auf die Radialarterie aufgeſetzt wird. Es wird durch deren Ausdehnung gehoben und fällt bei ihrer Zuſammenziehung durch das Uebergewicht des längeren Hebelarmes wieder zurück. Die Bewegungen des Plättchens p macht eine am Ende von J bei x befeſtigte Haarſpitze in vergrößertem Maßſtabe mit. Sie wird jedoch nicht bloß durch den Hebel J, ſondern auch noch durch den um o drehbaren Hebel V vermittelſt des Rähmchens S geführt. Sind die Abmeſſungen*) dieſer Stücke im richtigen Verhältniß zu gh, ſo bewegt ſich die Haarſpitze bei kleinen Ausſchlägen faſt genau in einer lothrechten Linie. Die Größe ihrer Bewegungen ſteht zu der Größe der lothrechten Schwankungen von p ſehr annähernd im Verhältniß von qh zu ph. Die Haarſpitze ſchreibt ihre Bewegungen in der uns ſchon vom Wellenzeichner her bekannten Weiſe auf eine berußte Papierfläche, die auf eine um eine lothrechte Axe mit gleichbleibender Geſchwindigkeit gedrehte Trommel geſpannt iſt.

323 Eine Beurtheilung der Leiſtungen des Sphygmographen dürfte auf folgende Betrachtungen zu gründen ſein. Das Uebergewicht des langen Hebelarmes drückt die Haut unter p zuſammen, und es würden unter dem Einfluſſe der Schwere des Hebels einerſeits, und der elaſtiſchen Gegenwirkung der Haut andererſeits wegen der Trägheit der Maſſen eigene Schwingungen des ſich ſelbſt überlaſſenen Inſtrumentes eintreten, die ſo lange dauern würden, bis ihre lebendige Kraft durch die Widerſtände aufgezehrt wäre. In dieſe Schwingungen greift nun der wechſelnde Blutdruck**) der unter dem Plättchen liegenden Arterie modificirend ein und es entſtehen veränderte Schwingungen, die von der Periodicität des Blutdruckes in der Arterie jedenfalls etwas an ſich haben müſſen. Die Geſetze dieſer modificirten Schwingungen des Inſtrumentes würden durch einen ganz ähnlichen Calcül gefunden werden können, wie er in der vorigen Nummer in Betreff des Wellenzeichners aufgeführt wurde, da die Urſachen ganz

*) Ich ſetze dieſelben nicht hierher, ſowie ich auch ſonſt einer eingehenden Beſchreibung des Apparates mich enthalten zu dürfen glaube, da ſich Jeder, der denſelben anzuſchaffen gedenkt, an einen Mechaniker wenden wird, der ihn ſchon öfter verfertigt hat.

**) Man wird übrigens nicht vergeſſen, daß in unſerem jetzigen Falle nicht der ganze Blutdruck als bewegende Kraft wirkt; denn der Theil des ausdehnend wirkenden Blutdruckes, welcher von der gerade vorhandenen, zuſammenziehend wirkenden elaſtiſchen Spannung des Arterienrohres getragen wird, kann auf das ganz außerhalb der Arterie liegende Plättchen des Sphygmographen nicht wirken. Wir müſſen alſo hier immer den Blutdruck um die jeweilige elaſtiſche Spannung der Arterie vermindert denken. Dies iſt übrigens auch der Grund, warum man um ſo größere bewegende Kräfte ins Spiel bekommt, je tiefer man das Plättchen p in die Weichtheile eindrückt. Dadurch nämlich wird das Lumen der Arterie beengt und alſo ihre Wand abgeſpannt. Dem innen herrſchenden Drucke wirkt dann keine ſo ſtarke elaſtiſche Kraft mehr entgegen und er fällt den die Arterie umgebenden Dingen, unter anderen alſo auch unſerem Plättchen, zu einem größeren Theile zur Laſt.

Digitized by Google

ähnliche sind. Es scheint mir sogar, daß bei gewissen, in sich nicht unwahrscheinlichen Grundannahmen die Differentialgleichung für die Bewegungen des Sphygmographen sich von jener für die des Wellenzeichners nur durch die Constanten unterscheiden könnte. Nimmt man nämlich an, daß die elastische Kraft, die durch Zusammendrückung der Weichtheile wach gerufen wird, dieser selbst direct proportional sei, so wird in der That der Ausdruck für die Beschleunigung $\frac{d^2x}{dt}$ (wenn wir nur eine senkrecht auf- und abgehende Bewegung des Plättchens p berücksichtigen) zusammengesetzt sein aus einem constanten, von der Schwere abhängigen Summanden, aus einem zweiten, von der Elasticität abhängigen Summanden, welcher nach der Annahme einer Größe $l - x$ proportional sein müßte, und aus einem dritten von den Widerständen abhängigen Summanden, der wiederum der jeweiligen Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ proportional wäre; aber wenn man auch strenger verfahrend die Kreisbewegung berücksichtigen wollte, so würde sich doch für die Winkelbeschleunigung ein ganz analog zusammengesetzter Ausdruck ergeben.

Wir wollen indeß diesem Calcül nicht in weiteres Detail nachgehen, da er 324
doch nicht so leicht zu numerischen, mit der Erfahrung vergleichbaren Resultaten führen dürfte; wir wollen uns vielmehr mit einer anschaulichen Einzelbetrachtung begnügen. Nehmen wir an, das Plättchen des Sphygmographen wäre niedergedrückt durch das Uebergewicht des langen Hebelarmes, und dieser mit der elastischen Gegenwirkung der gepreßten Haut im Gleichgewicht. Nun soll die Diastole der Arterie beginnen; im Anfange derselben überwiegt der Blutdruck sehr bedeutend über die elastische Spannung der Gefäßwand (weshalb sich diese eben ausdehnt), und drückt von unten nach oben auf unser Plättchen. Die Elasticität der Haut, die für sich der Schwere des Hebelarmes das Gleichgewicht hält, wird nunmehr, unterstützt durch eine neue Kraft, das Plättchen heben. So lange in dieser Weise die aufwärts treibenden Kräfte (Summe der elastischen Wirkung der zusammengedrückten Haut und jenes Ueberschusses des Blutdruckes) größer sind als die abwärts treibenden (Uebergewicht des langen Hebelarmes), bewegt sich dieser mit beschleunigter Geschwindigkeit aufwärts. Das Curvenstück, das während dieses beschleunigten Aufsteigens angeschrieben wird, muß natürlich der Abscissenaxe seine Convexität zukehren. Offenbar wird aber mit der Zeit dieses Stadium enden; denn während das Uebergewicht des Hebelarmes constant bleibt, nimmt sowohl der wirksame Ueberschuß des Blutdruckes ab als auch die elastische Gegenwirkung der Haut; denn indem eben der Hebel rascher steigt als die sich ausdehnende Arterie folgt, kann die zusammengedrückte Haut sich auch wieder ausdehnen, wodurch ihre elastische Kraft sich vermindert. Ist so der Zeitpunkt eingetreten, wo die abnehmenden aufwärts treibenden Kräfte gerade der abwärts treibenden Schwere gleich geworden sind, so wird der Hebel mit der erlangten Endgeschwindigkeit ohne Beschleunigung zu steigen fortfahren. Während dieses Stadiums constanter Geschwindigkeit wird natürlich eine gerade Linie an die Trommel geschrieben. In der Regel wird freilich dieses Stadium

Digitized by Google

überhaupt nur einen Moment dauern, da die aufwärts treibenden Kräfte in stetiger Abnahme begriffen sind. Das zugehörige Curvenstück zieht sich also auf einen Punkt zusammen, der aber seine Natur als geradliniges Element dadurch verräth, daß er ein Wendepunkt ist. In der That muß ja von nun an die Curve der Abscissenaxe ihre Concavität zukehren. Die Bewegung geht nämlich in ein Stadium verzögerten Aufsteigens über, weil die abwärts ziehende Schwere jetzt über die immer noch abnehmenden aufwärts treibenden Kräfte die Oberhand hat. Steigen würde indessen der Hebel noch eine Zeit lang selbst dann, wenn in dem dem Wendepunkt entsprechenden Augenblicke die aufwärts gerichteten Kräfte ganz zu wirken aufhörten; es müßte nämlich erst die erlangte Geschwindigkeit durch die Schwere in Verbindung mit den Widerständen ganz aufgezehrt sein, bevor ein Sinken des Hebels eintreten könnte. Der Zeitraum, welcher unter dieser Voraussetzung bis zum Eintritte des Sinkens verfließen würde, wäre leicht zu berechnen. Dieser Zeitraum (der also bis zum Gipfel der Curve reicht) wird aber noch verlängert dadurch, daß doch immer noch aufwärts treibende Kräfte — wenn auch kleiner als die Schwere — vorhanden sind. Mit Berücksichtigung dieser Umstände kann nun freilich nicht mehr an eine Ermittelung des in Rede stehenden Zeitraumes gedacht werden, aber das wird unzweifelhaft aus unserer Betrachtung einleuchten, daß das Ende des Zeitraumes — der Gipfel der Curve — nur durch besonderen Zufall gerade mit dem Zeitpunkt zusammentreffen könnte, in welchem die Arterie das Maximum ihrer Ausdehnung erreicht hat. In diesem Zeitpunkt, in welchem die Arterie wieder sich zusammenzuziehen beginnt, ist der eine, vom Blutdrucke herrührende Summand der aufwärts treibenden Kräfte gleich Null; denn in diesem Zeitpunkte hält die elastische Spannung der Wand gerade dem ausdehnenden Blutdrucke Gleichgewicht, um sogar im nächsten Augenblick die Oberhand zu gewinnen. Der andere Summand — der von dem elastischen Gegendrucke der zusammengepreßten Haut herrührt — braucht darum keineswegs gleich Null zu sein. Aber selbst wenn er es auch in demselben Augenblicke wäre, so könnte gleichwohl der Hebel — wie gesagt — zu steigen fortfahren, vorausgesetzt, daß noch ein Rest von Geschwindigkeit vorhanden war, aber er könnte auch bereits im Sinken begriffen sein. In den meisten wirklich vorkommenden Fällen glaube ich (ohne jedoch damit eine bestimmte Behauptung aussprechen zu wollen), dürfte der Gipfel der Curve einem späteren Zeitpunkte entsprechen als dem der größten Ausdehnung der Arterie; man würde also die Ausdehnungszeit der Arterie zu lang schätzen, wenn man sie für gleich hielte mit der Dauer des ansteigenden Sphygmographencurvenstückes. Es scheint mir noch das der Beachtung werth, daß die Zeitdauer vom Wendepunkt bis zum Gipfel der Curve offenbar um so mehr verlängert werden muß, je größer die bloß träge Masse des Instrumentes ist, je schwerer also der kurze Hebelarm ist; denn eine um so größere bewegende Kraft stellt die beim Wendepunkt erlangte Geschwindigkeit dar, deren Aufzehrung alsdann auch eine längere Zeit erfordert. In ähnlicher Weise könnte man nun auch den absteigenden Theil der Curve discutiren, doch mag hier die Erörterung des aufsteigenden Theiles genügen. Daß übrigens in einem solchen auch mehrere Wendepunkte

Digitized by Google

vorkommen könnten, begreift man leicht. Man wird sich leicht Fälle denken können, wo noch, bevor die steigende Geschwindigkeit erschöpft ist, die aufwärts treibenden Kräfte wieder über den Werth der Schwere gewachsen sind. Auch ist leicht einzusehen, daß innerhalb eines Pulsschlages der Hebel mehrere Male steigen und sinken könne.

Es scheint mir, in Erwägung aller der genannten Umstände, die auf die 325
Bewegung des Sphygmographen von Einfluß sind, müßte man das Instrument möglichst masselos zu construiren suchen und gleichzeitig die Widerstände so groß machen, als es nur irgend die Zwecke erlauben. In diesem Falle würden nämlich die erlangten Geschwindigkeiten allemal fast momentan von den Widerständen aufgezehrt, und der Gang des Instrumentes würde ziemlich treu den Gang der bewegenden Kräfte abbilden. Vor Allem dürfte in dieser Beziehung der Vorschlag gerechtfertigt sein, den kürzeren Hebelarm ganz wegzulassen, denn er stellt nebst dem ihm Gleichgewicht haltenden Theile des langen rein träge Masse dar. Eine bedeutende Vermehrung der Widerstände hätte außerdem den Vortheil, daß die Zusammenpressung der Haut und folglich auch ihr elastischer Gegendruck constanter bleiben würde. Allerdings würde eine Vermehrung der Widerstände die Größe der Anschläge vermindern. In Vierordt's Instrument sind offenbar die Widerstände sehr klein, da sie bloß herrühren von den Zapfenreibungen weniger Axen bei mäßiger Winkelgeschwindigkeit. Höchst wahrscheinlich sind sie verhältnißmäßig kleiner als beim Wellenzeichner, und demgemäß treffen die aus dem Redtenbacher'schen Calcül abzuleitenden Vorwürfe den Sphygmographen in demselben, wo nicht in höherem Maße, als den Wellenzeichner.

II. Optische Instrumente.

Das Mikroskop.

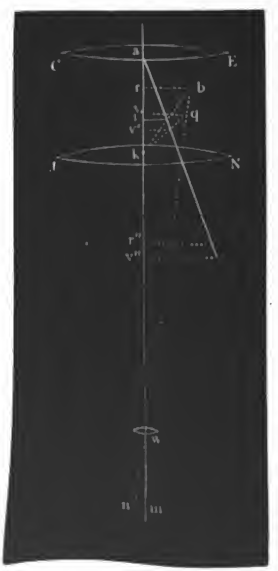
Bekanntlich besteht wesentlich das Mikroskop aus zwei collectiv brechenden 326
Vorrichtungen. Die eine, Objectiv genannt, ist dem Gegenstande zugekehrt, der vergrößert gesehen werden soll. Sie entwirft von ihm, da er ein wenig weiter als ihr Hauptbrennpunkt davon absteht, im Inneren des Rohres ein verkehrtes physisches Bild. Dies wird durch die zweite Vorrichtung — Ocular genannt — wie durch eine Lupe betrachtet. Das Ocular muß demnach so gestellt werden, daß jenes physische Bild ein wenig näher an ihm liegt als sein Hauptbrennpunkt und daß also von dem physischen Bild ein virtuelles Bild entsteht; mit anderen Worten, daß die von einem Punkte des Objectes ausgehenden Strahlenbündel als divergente die letzte Fläche des Oculars verlassen, und somit geeignet sind, auf der Netzhaut eines normalen Auges wieder vereinigt zu werden. Das Objectiv ist entweder eine Linse von kurzer Brennweite oder ein System aus zwei bis drei solchen. Am besten ist es, wenn sie sämmtlich möglichst achromatisch sind. Die Principien, auf denen die Achromasie beruht, sind Bd. I, Nr. 193 auseinandergesetzt, es mag genügen, darauf zu verweisen; ein näheres Eingehen in das Detail der Rechnung über Achromasie

Digitized by Google

kann hier um ſo mehr unterbleiben, als bei den gewöhnlichen optiſchen Apparaten doch meiſt nicht auf die ſtrenge Theorie Rückſicht genommen wird, vielmehr die Crown- und Flintglaslinſen auf gut Glück zuſammengeſtellt werden. Beſteht das Objectiv aus mehreren Linſen, ſo hätte man eigentlich für daſſelbe zunächſt die im erſten Capitel des ſechsten Abſchnittes definirten optiſchen Cardinalpunkte feſtzuſtellen und mit ihrer Hülfe den Gang der Lichtſtrahlen durch das Syſtem zu beſtimmen. Für die folgenden theoretiſchen Erörterungen wollen wir jedoch immer das Objectiv auf eine Linſe reducirt denken und von deren optiſchem Mittelpunkt ſprechen, den wir als den Kreuzungspunkt der Richtungslinien (auf denen die Bilder aller Punkte zu ſuchen ſind) betrachten und kurzweg Knotenpunkt nennen wollen, obwohl ſtrenggenommen ein ſolcher Punkt nicht exiſtirt. Sehr weit werden übrigens in der Wirklichkeit die beiden »Knotenpunkte«, die ſich in die Bedeutung jenes Kreuzungspunktes in der bekannten Weiſe theilen, nie von einander liegen.

327 Die Ocularlinſe wird in der Regel nicht achromatiſch gemacht, jedoch trifft man eine Anordnung, welche wenigſtens die Nachtheile der Farbenabweichung bis zu einem gewiſſen Punkte aufhebt, die ſogar gleichzeitig die fehlende Achromaſie des Objectivs faſt erſetzt. Sie beſteht in der Anwendung zweier Linſen ſtatt einer, die in einem gewiſſen ziemlich großen Abſtande von einander ſtehen.

Fig. 183.



Beim Campani'ſchen Ocular iſt die von dem Auge entferntere Linſe noch zwiſchen dem Objectiv und dem von ihm entworfenen Bilde angebracht und wird demnach von convergenten Bündeln getroffen. Beim Ramsden'ſchen Oculare ſtehen beide Linſen zwiſchen dem Auge und dem vom Objectiv entworfenen phyſiſchen Bilde. Um einzuſehen, wie eine ſolche Einrichtung dem Mangel der Achromaſie des Objectives einigermaßen abhelfen könne, wollen wir uns die Wirkung des Campani'ſchen Oculares durch beiſtehende ſchematiſche Fig. 183 vergegenwärtigen. Wenn das Object *mn* ein weißes iſt, ſo gehen bekanntlich von jedem ſeiner Punkte eben ſo viele Strahlenbündel aus, als das weiße Licht Farben enthält, und jedes dieſer Bündel hat ſeine beſondere Vereinigungsweite. Die der rothen Bündel iſt am größten, die der violetten am kleinſten. Es entſtehen demnach auch von dem weißen Gegenſtande durch Brechung in dem nicht achromatiſch gedachten Objectiv eben ſo viele verſchiedene hinter einander liegende Bilder, als das weiße Licht Farben enthält. Das rothe Bild mag bei *r*, das violette bei *v* liegen. Dieſe verſchiedenen Bil-

Digitized by Google

der würden jedoch offenbar, vom optischen Mittelpunkte w des Objectivs aus gesehen, unter demselben Gesichtswinkel erscheinen, nämlich unter dem Winkel $awb = mwn$, unter dem auch das Object selbst von w aus gesehen erscheint. Weil ja das rothe, gelbe u. s. w. Bild jedes Randpunktes auf einer und derselben durch w gehenden Richtungslinie liegen muß. Die Linse JN erhält die vom Objectiv kommenden Lichtbüschel vor ihrer Vereinigung und durch abermalige Brechung entstehen neue Bilder $r'v'$, d. h. es kommen die Bilder rv in Wirklichkeit nicht zu Stande, sondern vielmehr die kleineren und näher am Object gelegenen r' und v'. Diese Bilder müssen, vom optischen Mittelpunkte k der Linse JN aus gesehen, offenbar unter denselben Gesichtswinkeln erscheinen, wie ihre (virtuellen) Objecte rb und vq, d. h. unter den Winkeln akb und akq, da ja bk und qk für die neue Brechung die Richtungslinien von den Randpunkten der (virtuellen) Objecte sind, auf denen ihre Bilder liegen müssen. Diese Winkel sind nun aber von den Farben abhängig; so ist z. B., wie man leicht sieht, der Winkel rkb für das rothe Bild kleiner als der Winkel vkq für das violette. Obwohl also das erste rothe Bild r stets größer sein müßte als das erste violette v, kann recht wohl das neue wirklich zu Stande kommende rothe Bild r' kleiner sein als v'. Man kann nun die Entfernung der beiden Ocularlinsen JN*) und CE, sowie die Krümmungshalbmesser der ersteren so berechnen, daß mindestens zwei der hinter einander liegenden farbigen Bilder gerade in dem Verhältnisse ihrer Abstände vom optischen Mittelpunkte a der ersten Ocularlinse stehen. In demselben Verhältnisse müssen dann natürlich auch die Größen der von CE entworfenen virtuellen Bilder $r''v''$ stehen. Die beiden Bilder sind dann also vollkommen ähnlich und Schnitte ein und desselben kegelförmig begränzten Raumes, dessen Spitze a ist. Sie decken sich demnach für ein dicht bei a befindliches Auge vollständig und auch die Ränder der anderfarbigen Bilder werden nicht merklich über diesen Kegelraum hervorragen, wenn zwei passend ausgewählte Farben dem Calcul zu Grunde gelegt werden. Das Auge bei a erhält demnach von allen Richtungen, selbst den nach den Rändern zielenden, Strahlen von jeder Farbe, also im Ganzen weißes Licht, und die farbigen Säume sind in keiner merklich störenden Ausdehnung vorhanden.

In ähnlicher Weise wird ein Aequivalent für die Achromasie hervorgebracht durch das sogenannte Ramsden'sche Ocular, das übrigens für Mikroskope weniger im Gebrauche ist.

Da, wo das physische Bild wirklich zu Stande kommt (wenn also die Campani'sche Linse vorhanden ist, zwischen dieser und der ersten Ocularlinse), bringt man im Rohre des Instrumentes eine zu seiner Axe senkrechte, undurchsichtige wohlgeschwärzte Platte an, die nur in der Mitte eine kreisrunde Oeff-

*) Die Linse JN könnte man streng genommen noch zum Objectivsystem rechnen, da sie von den Strahlenbündeln durchsetzt wird, noch ehe sie sich zu den Punkten des physischen Bildes vereinigt haben. Gleichwohl nennt man sie gewöhnlich eine zweite Ocularlinse oder auch wohl die »Collectivlinse«; auch ist sie gewöhnlich mit der ersten Ocularlinse in einer Fassung unbeweglich verbunden.

Digitized by Google

nung hat — ein ſogenanntes »Diaphragma« oder Blendung. Es hält mit ſeinem undurchſichtigen Rande diejenigen Strahlenbündel ab, die über einen gewiſſen Grad hinaus ſchräg durch das Object gegangen waren und die deshalb vorzugsweiſe der Abweichung wegen der Kugelgeſtalt der Linſen unterworfen ſind. Man iſt alſo durch Verkleinerung des Loches in der Blendung in allen Fällen im Stande, nur ſo nahe parallel mit der Axe einfallende Strahlenbündel zum Auge gelangen zu laſſen, daß ſie mit merklicher ſphäriſcher Abweichung nicht behaftet ſind.

328 Nehmen wir an, wir hätten ein nach den angedeuteten Principien gebautes Werkzeug, das abſolut ſcharfe Bilder lieferte, d. h. ein Werkzeug, das jedes von einem Punkte des Objectes ausgehende weiße Strahlenbündel aus dem Ocular treten läßt, als ein weißes divergentes Strahlenbündel, deſſen ſämmtliche Strahlen rückwärts verlängert auf *einen* Punkte zielen, und daß alle dieſe Punkte, d. h. das Bild in *einer* zur Axe des Inſtrumentes ſenkrechten Ebene liegen. Ein ſolches Werkzeug kann noch ſehr verſchiedene Eigenſchaften haben, die ſich, ſo weit ſie rein optiſche ſind, unter drei Geſichtspunkte bringen laſſen; es kann nämlich verſchieden ſein in Beziehung auf die dadurch zu erzielende *Vergrößerung*, auf ſein *Sehfeld* und auf ſeine *Helligkeit*.

Es mögen hier noch einige Bemerkungen über dieſe drei Eigenſchaften der Mikroſkope Platz finden. Was zunächſt die *Vergrößerung* betrifft, ſo iſt darunter zu verſtehen das Verhältniß zwiſchen der Größe des ebenen Objectes und der des gleichfalls ebenen virtuellen Bildes, welches, von der erſten Ocularlinſe hervorgebracht, dem Auge wirklich zu Geſichte kommt. Gewöhnlich giebt man das Verhältniß ähnlich liegender Linien in Bild und Object, d. h. die lineare Vergrößerung an; man müßte dieſe Zahl zum Quadrat erheben, wollte man das Verhältniß der Flächenräume von Bild und Object haben. Zunächſt iſt erſichtlich, daß die Vergrößerung eines beſtimmten Mikroſkopes erſt dann eine ganz beſtimmte Zahl ſein kann, wenn noch zugleich entweder die Entfernung des Objectes vom Inſtrumente oder die Lage des Bildes in demſelben gegeben iſt. Eine dieſer beiden Größen genügt allerdings, da ſie in einer durch die Beſchaffenheit des Inſtrumentes ſelbſt beſtimmten Abhängigkeit ſtehen. Es würde natürlich, wenn alle optiſchen Conſtanten des Inſtrumentes gegeben wären, möglich ſein für jeden Fall das beſtimmte Vergrößerungsverhältniß zu berechnen, nach den im erſten Capitel des ſechsten Abſchnittes bewieſenen allgemeinen Regeln. Man wird jedoch nie in den Fall kommen, dieſe Berechnung wirklich auszuführen, da eine große Anzahl von Verſuchen nöthig ſein würde, alle optiſchen Conſtanten des Inſtrumentes zu beſtimmen. Man kann vielmehr die Vergrößerung eines Mikroſkopes durch einen einzigen directen Verſuch beſtimmen. Dieſer beſteht darin, daß man das Bild eines Gegenſtandes von bekannter Größe, z. B. eines Objectivmikrometers, mit einem nicht durch Linſen geſehenen Maßſtabe in Deckung bringt. Käme es nur auf die Vergleichung der Geſichtswinkel an, unter denen Bild und Gegenſtand erſcheinen, wie dies bei Fernröhren in der That der Fall iſt, ſo dürfte man den Maßſtab in jede beliebige Entfernung vom Auge bringen; wenn dieſelbe eben nur bekannt wäre, ſo könnte man ja doch berechnen,

Digitized by Google

unter welchem Gesichtswinkel der Theil desselben, den das Bild deckt, erscheint. Beim Mikroskope will man aber gemeiniglich wissen, wie sich die absoluten Größen von Bild und Gegenstand verhalten. Daher muß der mit dem Bilde sich deckende Maßstab mit ihm auch genau gleich weit vom Auge abstehen. Aus diesem Grunde ist es streng genommen nicht zulässig, das Bild im Mikroskope mit dem einen und den Maßstab mit dem anderen Auge zu betrachten; denn wenn auch beide vollkommen gleich deutlich erscheinen, so ist man doch nicht sicher, daß sie gleich weit von den beiden Augen abstehen, da dieselben auf sehr verschiedene Entfernungen eingestellt sein können, ganz zu schweigen davon, daß die beiden Augen vielleicht nicht genau in einer zur Ebene des Bildes parallelen Ebene liegen. Um es nun möglich zu machen, daß man Bild und Maßstab mit einem Auge gleichzeitig an demselben Orte sieht, bedarf es besonderer Veranstaltungen. Man muß entweder vom mikroskopischen Bilde oder vom Maßstabe ein Spiegelbild ins Auge bringen, am einfachsten vermittelst eines unbelegten Glasplättchens, das man zwischen Auge und Ocular so schräg stellt, daß man ein Spiegelbild des Maßstabes von der dem Auge zugewandten Fläche des Plättchens sieht, während durch dasselbe das mikroskopische Bild betrachtet wird. Auch der bekannte Sömmering'sche Spiegel kann in dieser Weise gebraucht werden. Verschiebt man jetzt den Maßstab so lange, bis er in gleicher Deutlichkeit mit dem mikroskopischen Bilde gesehen wird, so ist man bis auf einen sehr kleinen Fehler sicher, daß er in demselben Abstande vom Auge wie das Bild sich befindet. Deckte jetzt z. B. 1^{mm} des Objectivmikrometers im Bilde 5^{cm} des Maßstabes, so hätte man es mit einer 50fachen Vergrößerung zu thun.

Es wurde schon oben bemerkt, daß die Vergrößerung eines Mikroskopes 329
keine ein- für allemal bestimmte Größe sei, daß sie vielmehr abhange von der jedesmaligen Entfernung des Objectes vom Objectiv oder der geforderten Entfernung des Bildes vom Auge. Wir können jetzt noch näher hinzufügen, die Vergrößerungszahl wächst mit dieser letzteren Entfernung. Weil im Allgemeinen ein kurzsichtiger Mensch das schließlich vom Mikroskope gelieferte virtuelle Bild näher am Auge haben muß, als ein Fernsichtiger, um es deutlich zu sehen, so drückt man sich gewöhnlich so aus: Ein gegebenes Mikroskop vergrößert stärker für ein fernsichtiges als für ein kurzsichtiges Auge. Der Kurzsichtige wird aber, um einen Gegenstand deutlich zu sehen, denselben dem Objectiv ein wenig mehr nähern als der Fernsichtige. Verfolgen wir, wie diese Bewegung das Bild näher an das Auge bringt und es zugleich kleiner macht. Es sei z. B. das Instrument eingestellt gewesen für ein nicht kurzsichtiges Auge, dessen bequemste deutliche Sehweite $0{,}5^{m}$ sein mag. Die letzte Ocularlinse mag eine Brennweite von $0{,}05^{m}$ haben. Es mußte demnach das vom Objectiv im Verein mit der Collectivlinse hervorgebrachte physische Bild des Gegenstandes $0{,}045^{m}$ . . . vom Oculare abstehen, denn $-0{,}045$ . . . ist für eine Linse von $0{,}05^{m}$ Brennweite, die zu $-0{,}5^{m}$ conjungirte Vereinigungsweite. Diese Bedingung forderte natürlich einen bestimmten Abstand des Gegenstandes vom Objectiv (größer als dessen Hauptbrennweite). Kommt nun ein kurzsichtiges

Digitized by Google

Auge an das Inſtrument und will das Bild nur 0,1^m vom Ocular entfernt haben, weil es *weiter* nicht mehr deutlich ſieht, ſo muß das phyſiſche Bild in die zu — 0,1 für das Ocular conjungirte Vereinigungsweite gebracht werden, d. h. in eine Entfernung von 0,033^m . . . Es muß alſo durch Veränderungen am Inſtrumente dahin gebracht werden, daß ſich das phyſiſche Bild und die erſte Ocularlinſe um 0,012^m näher rücken. Dies kann einmal geſchehen durch Annähern des Oculars an das Objectiv um die bezeichnete Größe, wobei Gegenſtand und *phyſiſches* Bild an Ort und Stelle blieben, das letztere alſo auch ſeine Größe beibehielte. Daß hierbei das ſchließliche virtuelle Bild verkleinert würde, iſt einleuchtend; wäre beiſpielsweiſe der Durchmeſſer des phyſiſchen Bildes 0,001^m, ſo würde im erſten Falle der Durchmeſſer des durch das Ocular in der Entfernung 0,5^m zu ſehenden virtuellen Bildes $\frac{0{,}001 \times 0{,}5}{0{,}045\ldots} = 0{,}011^m$ betragen, während er im zweiten Falle nur $\frac{0{,}001 \times 0{,}1}{0{,}033} = 0{,}0033^m$ betrüge. Gleichwohl würde das kleinere Bild des zweiten Falles unter einem größeren Geſichtswinkel erſcheinen als das größere des erſten Falles, ſo daß das Netzhautbildchen im kurzſichtigen Auge doch größer wäre als im fernſichtigen und dieſes alſo jenem gegenüber im Nachtheil, trotz der bedeutenderen ſcheinbaren Vergrößerung.

Gewöhnlich iſt jedoch bei den zuſammengeſetzten Mikroſkopen das Ocular vom Objectiv in einer *unveränderlichen* Entfernung; daher muß das kurzſichtige Auge auf *andere* Weiſe die Annäherung des phyſiſchen Bildes an das Ocular um 0,012^m bewirken. Es muß nämlich das Object dem Focus des Objectivs und folglich dem Objective ſelbſt näher bringen. Je näher nämlich ein Object dem Focus eines collectiven Linſenſyſtems ſteht, um ſo ferner von demſelben entſteht auf der anderen Seite ſein phyſiſches Bild, und zwar bewegt ſich das Bild in der gedachten Richtung (vom Linſenſyſtem weg) viel raſcher als das Object, wenn letzteres bereits dem Brennpunkte nahe war, wie hier vorausgeſetzt wird. Es wird alſo nur eine ſehr kleine Verſchiebung des Objectes nach dem Objectiv hin nöthig ſein, um dem phyſiſchen Bilde die verlangte Verſchiebung von 0,012^m vom Objective weg, alſo nach dem Oculare hin zu ertheilen. Das phyſiſche Bild vergrößert ſich hierbei etwas, denn ſeine Dimenſionen verhalten ſich zu denen des Objectes wie ihre beziehlichen Abſtände vom Knotenpunkte, der zwar hier ſtreng genommen nicht ein einziger iſt (wie ſchon öfter bemerkt wurde). Es erſcheint demnach auch jedenfalls unter einem größeren Geſichtswinkel, und zwar in noch höherem Maße, als wenn die Einſtellung durch Hineinſchieben des Oculars bewirkt worden wäre. Gleichwohl aber wird die Totalvergrößerung kleiner ausfallen, weil die Verminderung der Ocularvergrößerung weit mehr beträgt, als die Vermehrung der Objectivvergrößerung. Sei beiſpielsweiſe für das fernſichtige Auge der Abſtand des Gegenſtandes vom Knotenpunkte des Objectivs 0,01^m geweſen und der Abſtand des phyſiſchen Bildes von demſelben 0,2^m (wir denken dabei die »Collectivlinſen« der Einfachheit wegen fort), dann müßte die Brennweite des Objectivs = $^1/_{105}{}^m$ und der Durchmeſſer des Gegenſtandes = 0,00005^m gedacht werden.

Digitized by Google

Um nun das physische Bild $0{,}012^m$ näher an das Ocular zu bringen, würde eine Annäherung des Gegenstandes um $0{,}001^m$ mehr als genügen. Das physische Bild wäre dabei von 0,001 auf 0,00118 (eigentlich nicht ganz so viel) gewachsen und würde jetzt in einem Abstande von $0{,}033^m$ vom Ocular ein virtuelles Bild hervorbringen, dessen Durchmesser nicht ganz $0{,}0036^m$ betrüge, das also bei Weitem noch nicht die Größe von $0{,}011^m$ hätte, in welcher der Gegenstand — aber freilich auch in weit größerer Ferne — dem fernsichtigeren Auge erschiene. Die gleiche Discussion mit Hinzunahme der Collectivlinse würde sich sehr viel verwickelter machen, jedenfalls aber, da dieselbe in allen Fällen die Vergrößerung nur wenig verringert, zu dem nämlichen Resultate führen, daß ein kurzsichtiges Auge mit demselben Mikroskope zwar kleinere Bilder sieht als ein fernsichtigeres, daß es dieselben aber — weil in geringerer Entfernung — doch unter einem größeren Gesichtswinkel sieht.

Verschiedene Mikroskope unterscheiden sich bekanntlich sehr durch die Ab- 330
stände, welche man den Objecten vom Objectiv zu geben hat, um eine und dieselbe bestimmte Vergrößerung hervorzubringen. In Rücksicht auf das soeben Gesagte müssen wir freilich, um bestimmte Vorstellungen zu haben, einen bestimmten Abstand fordern, in welchem jedesmal das schließliche virtuelle Bild erscheinen soll. Man kann diese wirklich ein- für allemal feststellen, wenn man im Ocular ein Fadenkreuz ausspannt und verlangt, daß das Bild mit diesem zugleich deutlich erscheinen solle. Das Bild muß dann gerade in der Entfernung entstehen, welche als conjungirte Vereinigungsweite zum Abstande des Fadenkreuzes von der Ocularlinse gehört. Es würde in jedem anderen Falle entweder das Bild oder das Fadenkreuz undeutlich erscheinen. Der Objectivabstand bei gegebener Vergrößerung ist eine sehr wichtige Größe und man schätzt bekanntlich ein Mikroskop im Allgemeinen ceteris paribus um so höher, je größer er ist. Es sind folgende Umstände offenbar von Einfluß auf diese Größe. Bei gleichem Ocular wird man, um eine bestimmte Vergrößerung hervorzubringen, das Object um so weiter vom Objectiv entfernen dürfen, je länger der ganze Tubus ist, d. h. je ferner vom Objectiv man das physische Bild entstehen läßt; denn dies wird eben um so größer; je weiter es bei gleichem Abstand des Objectes von der bildmachenden Linse entsteht; dabei muß natürlich der Linse (oder dem Linsensystem) eine um so größere Brennweite gegeben werden, je weiter von ihr das Bild entfernt liegen soll. Die Vergrößerung des ganzen Mikroskopkörpers hat aber ihre große Unbequemlichkeit und sehr bald ihre Gränze. Bei einer gegebenen Länge des Tubus und gegebener Vergrößerung kann man die Objectdistanz verändern, durch Veränderung des Oculars. Nimmt man nämlich ein stärker vergrößerndes, so braucht man ein weniger vergrößertes Objectivbild und kann also den Gegenstand von einem schwächeren Objectiv weiter wegrücken, so daß dann am oberen Ende des Tubus ein zwar kleineres physisches Bild zu Stande kommt, das aber doch durch das stärkere Ocular in der verlangten Größe gesehen wird. Auch die Ocularvergrößerung hat bald ihre Gränze und die meisten Mikroskopiker empfehlen überhaupt, möglichst schwache Oculare zu gebrauchen. Es kann nun offenbar noch ein dritter Um-

Digitized by Google

ſtand ſelbſt bei gegebener Länge des Tubus und bei gegebener Stärke des Oculars die Objectdiſtanz beeinfluſſen, die zu einer gegebenen Vorgrößerung nothwendig iſt — nämlich die Einrichtung des Objectivſyſtems, welche ſelbſt bei beſtimmter Brennweite noch verſchieden ſein kann. Dieſe letztere, d. h. der Abſtand der Hauptbrennpunkte von den Knotenpunkten (die bei Linſenſyſtemen mit den Hauptpunkten zuſammenfallen), muß offenbar beſtimmt ſein, wenn man bei gegebenem Ocular und gegebener Tubuslänge eine beſtimmte Vergrößerung hervorbringen will. Auch die Entfernung des Gegenſtandes vom erſten Knotenpunkte iſt in dieſem Falle unzweideutig beſtimmt *), nicht aber die Entfernung des Gegenſtandes von der erſten Fläche des Objectivs, und dieſe iſt es gerade, die man groß haben möchte. Der erſte Knotenpunkt ſelbſt kann nämlich zur erſten Fläche des Objectivſyſtems, je nach deſſen Einrichtung, eine verſchiedene Lage haben. Wollte man beiſpielsweiſe vom Gegenſtande m (Fig. 184) bei M (am Ende des Tubus) ein 3fach vergrößertes phyſiſches Bild haben, ſo dürften die Knotenpunkte etwa wie D und D' liegen und die Hauptbrennpunkte hätten ebenfalls gewiſſe (in der Figur nicht bezeichnete) Lagen. Dieſe Lagen der vier optiſchen Cardinalpunkte können aber verſchiedenen Objectivlinſenſyſtemen zukommen und wäre eines darunter, deſſen erſte Fläche bei E läge, ſo hätte daſſelbe in der hier fraglichen Rückſicht jedenfalls vor einem anderen, deſſen erſte Fläche bei E_1 liegt, den Vorzug. Das letztere würde eine viel größere Annäherung des Gegenſtandes an das Objectiv erfordern als das erſtgedachte. Eine weitere Verfolgung ſolcher Betrachtungen könnte möglicher Weiſe zu Verbeſſerungen in der Zuſammenſtellung der Objectivſyſteme führen. Man könnte vielleicht die unbequemen gar zu kurzen Objectdiſtanzen bei hohen Vergrößerungen, die oft ſchon den Gebrauch mäßig ſtarker Deckplättchen ausſchließen, ganz vermeiden. Freilich wäre es möglich, daß die Anforderungen, die von dieſer Seite her an das Objectiv zu ſtellen ſind, den von anderer Seite her zu ſtellenden (namentlich Beſeitigung der Abweichungen) geradezu widerſprächen.

Fig. 184.

331 Das Geſichtsfeld, d. h. der mit einem Blick überſehbare Theil des Objectes, iſt natürlicher Weiſe immer ein Kreis und um ſo größer, je größer die Oeffnung im Diaphragma des Oculares. Denken wir uns zunächſt ein Mikroſkop ohne Collectivlinſe, ſo iſt geradezu erſichtlich, daß der kreisförmige Theil des Objectes, welcher überhaupt Strahlen zum Ocular ſendet, die Baſis eines gewiſſen Kegels iſt. Seine Spitze iſt der erſte Knotenpunkt im Objectiv und ſein Oeffnungswinkel iſt dem eines anderen Kegels gleich, deſſen Spitze der zweite Knotenpunkt im Objectiv und deſſen Baſis die Oeffnung des Diaphragmas

*) Ganz ſtreng beſtimmt iſt ſie freilich durch die Data des Problemes noch nicht, ſo wenig wie die Brennweite. Beide Größen ſtehen aber dadurch in gegenſeitiger Abhängigkeit, und wenn über die eine noch verfügt wird, ſo iſt die andere mit beſtimmt.

Digitized by Google

ist. Der Winkel, unter welchem der Durchmesser dieser Oeffnung vom zweiten Knotenpunkte des Objectivs aus gesehen erscheint, ist also geradezu ein Maß für das Gesichtsfeld; denn sein Durchmesser muß unter demselben Winkel erscheinen vom ersten Knotenpunkte des Objectivs aus gesehen. Die absolute Größe dieses Durchmessers wäre also sofort bekannt, wenn der Winkel und der Abstand des Objectes vom ersten Knotenpunkte bekannt wäre. Der letztere Abstand ist übrigens nicht zu verwechseln mit dem Abstande des Objectes von der ersten Fläche des Objectivs. Ein Blick auf Fig. 185 genügt, um sich von der Wahrheit des Gesagten zu überzeugen. Es sind darin die beiden äußersten Strahlenbündel (außer den Richtungsstrahlen sind alle Strahlen nur punktirt) gezeichnet, welche noch durch die Oeffnung des Diaphragmas DP gehen, und der Einfachheit wegen ist angenommen, das Objectiv habe nur einen Knotenpunkt, mn wäre also hier der Durchmesser des Gesichtsfeldes. Daß, wenn das Objectiv und Diaphragma bleiben, die Einschaltung einer »Collectivlinse« bei K das Gesichtsfeld vergrößern muß, ist leicht zu begreifen. Sie lenkt ja sämmtliche Bündel nach der Axe hin ab, und so würden also die beiden in Fig. 185 gezeichneten auch nicht mehr den Rand der Blendung streifen, vielmehr der Mitte näher hindurchgehen, und andere mehr nach außen gelegene Bündel würden an den Rand der Oeffnung treten, die vorher noch den undurchsichtigen Theil trafen. Es leuchtet jetzt ein, das Gesichtsfeld (ausgedrückt durch die Länge seines wirklichen Durchmessers) wächst: 1) wenn die Objectdistanz wächst; 2) wenn die Entfernung des Diaphragmas vom Objectiv abnimmt; 3) wenn der Durchmesser der Blendungsöffnung wächst. Der letztere kann aber verhältnißmäßig um so größer genommen werden, je weniger das Objectiv mit der Kugelabweichung behaftet ist.

Fig. 185.

Wenn man die Pupille des beobachtenden Auges 332
punktförmig annimmt, so kann das ganze Gesichtsfeld nur von einem Punkte aus gleichzeitig übersehen werden; von allen anderen Punkten aus würde das Auge im günstigsten Falle nur einen Punkt des Objectes sehen. Da jedoch die Pupille in Wirklichkeit doch immer einen endlich großen Durchmesser besitzt, so ist um den gedachten Punkt herum ein kleiner Spielraum, innerhalb dessen sich das Auge bewegen kann, ohne das ganze Gesichtsfeld zu verlieren. Der gedachte Punkt ist derjenige, in welchem sich die von den Objectpunkten kommenden Richtungsstrahlen nach ihrem Austritt aus dem Ocular kreuzen.

Sie müssen sich aber wirklich und zwar in einem Punkte kreuzen, da sie von einem Punkte ausgehen, der jedenfalls weiter vom Ocular absteht als sein Hauptbrennpunkt. Ihr Ausgangspunkt wäre der zweite Knotenpunkt des Objectivs, wenn keine Collectivlinse vorhanden ist. Wenn aber eine solche vorhanden ist, so reicht der (nunmehr virtuelle) Ausgangspunkt noch weiter

Digitized by Google

vom Ocular. Ein Blick auf die Fig. 186 läßt über unſeren Satz keinen Zweifel. Wegen der Kleinheit der Objectivlinſen ſind die von den einzelnen Punkten des Objectes zum Auge kommenden Strahlenbündel ſämmtlich ſehr dünn und man kann geradezu die Richtungsſtrahlen an ihre Stelle treten laſſen und, ohne einen großen Fehler zu begehen, annehmen, daß überhaupt nur diejenigen Punkte des Objectes Strahlen zum Auge ſenden, von denen die Richtungsſtrahlen die Pupille erreichen. Es ſeien nun in Fig. 186 *ab* und *cd* die Richtungsſtrahlen von den Gränzpunkten des Geſichtsfeldes, die gerade noch den Rand der Blendung ſtreifen. Nach ihrer Brechung im Ocular durchkreuzen ſie ſich in *O*. Hier muß die Pupille des Beobachters ſich befinden, wenn er dieſe beiden äußerſten Richtungsſtrahlen und folglich alle in ſein Auge haben will. Befände ſich ſeine Pupille bei *O'* oder bei O_1, ſo würde er nur den Theil *ef* des phyſiſchen Bildes, alſo den Theil *e' f'* des Objectes überſehen; denn die Richtungsſtrahlen aller weiter auswärts gelegenen Punkte könnten nicht mehr in ſeine Pupille eindringen. Man überzeugt ſich von dem Geſagten leicht durch einen Blick in das erſte beſte Mikroſkop; es braucht nicht einmal ein Gegenſtand auf dem Objecttiſche zu liegen, wenn nur der Beleuchtungsſpiegel ſo geſtellt iſt, daß er dem Objective reichliches Licht zukommen läßt. Befindet ſich das Auge gerade im richtigen Punkte *O*, ſo ſieht es ein enhellen Kreis mit vollkommen ſchwarzer Umgebung ſcharf gegen dieſelbe abſtechend, die Größe des hellen Kreiſes iſt von der Pupillenöffnung unabhängig. Sein Umfang iſt nichts Anderes als das virtuelle Bild des Blendungsrandes. Entfernt man jetzt das Auge vom Ocular, ſo legt ſich, von der Peripherie herkommend, ein ſchwarzer Schatten über den hellen Kreis und macht denſelben immer kleiner, je weiter man ſich vom Ocular entfernt, zuletzt ſieht man in demſelben nur noch ein helles Pünktchen. Man wird leicht gewahren, daß die Größe des hellen Kreiſes bei mittlerem Abſtande des Auges von der Größe der Pupille abhängt. Nähert man ſich umgekehrt dem Oculare über den Punkt *O* hinaus, ſo ſollte in ähnlicher Weiſe das Geſichtsfeld verkleinert werden. Doch iſt dies in der Regel nicht der Fall, weil der Punkt *O* zu nahe am Ocular liegt und die Pupille zu weit iſt; man berührt in der Regel eher das Ocular mit dem Scheitel der Hornhaut, als die Beſchränkung des Geſichtsfeldes durch die Iris eintritt. Sehr häufig bemerkt man hingegen in dieſen Fällen eine Beſchränkung des Geſichtsfeldes durch ein Augenlied, deſſen Schatten an den in den hellen Kreis hineinragenden Wimpern leicht kenntlich iſt. Befindet ſich das Auge in der richtigen Stellung *O*, ſo

Fig. 186.

Digitized by Google

kann man die Augenlieder bis auf einen ganz engen Spalt zusammenkneifen, ohne daß ihr Schatten in den hellen Kreis des Gesichtsfeldes hineinragt.

Die Lichtstärke eines Mikroskopes wäre zu definiren als diejenige Lichtmenge, welche es auf die Flächeneinheit der Netzhaut bringt, wenn als Object eine mit gewisser Intensität gleichmäßig leuchtende Fläche dient. Man giebt sie gewöhnlich an in Bruchtheilen derjenigen Lichtmenge, welche dieselbe leuchtende Fläche bei unmittelbarem Sehen auf die Flächeneinheit der Netzhaut bringt. Dies ist bekanntlich eine von der Entfernung vom Auge unabhängige Größe; denn wenn auch bei Annäherung an das Auge der Strahlenkegel, den jeder Punkt durch die Pupille sendet, größer wird, so wächst doch auch in demselben Verhältnisse der Gesichtswinkel, unter welchem ein gegebenes Stück der Fläche erscheint, es muß sich also die größere in den größeren Strahlenbündeln enthaltene Lichtmenge auf ein in demselben Verhältnisse größeres Stück der Netzhaut ausbreiten. Man darf sich also behufs der Vergleichung das leuchtende Object in dieselbe Entfernung vom freien Auge gesetzt denken, in welcher das virtuelle Bild im Mikroskope vom Auge liegt. Ist alsdann m die oben definirte lineäre Vergrößerungszahl des Instrumentes, so hat sich die aus dem Mikroskope hervortretende gesammte Lichtmenge über einen m^2 mal größeren Flächenraum der Netzhaut zu verbreiten, als die gesammte vom Objecte ins unbewaffnete Auge gesandte Lichtmenge. Wenn sich also diese beiden Lichtmengen verhalten $= v : 1$, so ist $\frac{v}{m^2}$ das Verhältniß der Helligkeiten, in denen das Object durch das Mikroskop und mit freiem Auge gesehen erscheint. Man wird voraussetzen dürfen, daß alle Strahlen, die vom Object auf das Objectiv fallen, auch wirklich in das Auge eindringen; denn die von den einzelnen Punkten ausgehenden Bündel treten so verengt aus dem Oculare hervor, daß sie wohl schwerlich die ganze Pupille ausfüllen. Unter dieser Voraussetzung ist nun das Verhältniß $v : 1$ der Gesammtlichtmengen leicht zu berechnen. Es ist nämlich gleich dem Verhältniß der Oeffnungen eines einzelnen von einem Objectpunkte in das Auge gelangenden Strahlenbündels. Ist d der Durchmesser der ersten Objectivlinse und e ihre Entfernung vom Objecte, so ist die Oeffnung des vermittelst des Mikroskopes ins Auge gelangenden Strahlenbündels proportional $\frac{d^2}{e^2}$ und ist p der Durchmesser der Pupille und e_1 der Abstand des frei betrachteten Objectes vom Auge, so ist $\frac{p^2}{{e_1}^2}$ proportional der zweiten zu berechnenden Oeffnung, folglich das Verhältniß der gesammten Lichtmengen $\frac{v}{1} = \frac{d^2 . {e_1}^2}{p^2 . {e_1}^2}$ und schließlich verhält sich also die durch das Mikroskop gesehene Helligkeit zu der mit freiem Auge gesehenen $= \frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 . {e_1}^2}{p^2 . e^2} : 1$. Man wird in bestimmten Fällen immer finden, daß dieses Verhältniß kleiner als 1 ist; denn es läßt sich in aller Allgemeinheit und Strenge beweisen, daß man keine Combi-

333

Digitized by Google

nation von Linsen erdenken könne, durch welche gesehen ein Object heller erschiene als mit freiem Auge gesehen. — Geringe Lichtstärke ist übrigens ein nicht gerade sehr wichtiger Mangel eines Mikroskopes, da man ihm in den meisten Fällen durch starke Beleuchtung des Objectes abhelfen kann.

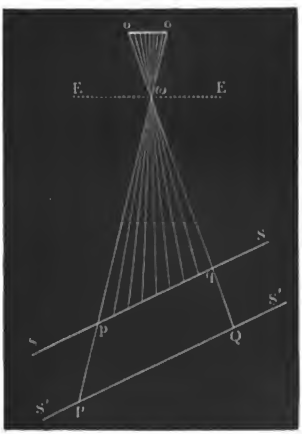
334 Das von einem Mikroskope dargebotene schließliche virtuelle Bild ist ein Complex von leuchtenden Punkten, welche sämmtlich in einer Ebene liegen. Es kommt nur zu Stande, wenn in der gehörigen Entfernung vom Objectiv — auf welche eben das Instrument »eingestellt« ist — ebenfalls ein in einer Ebene begriffener Complex von leuchtenden Punkten liegt. Leuchten diese Punkte mit verschiedenfarbigem oder mit verschieden starkem Lichte, so thun es die entsprechenden Punkte des Bildes auch und es ist eben deswegen möglich, durch das Mikroskop Aufschluß über gewisse Eigenschaften eines Gegenstandes zu erhalten. Die Gegenstände, welche man unter dem Mikroskope betrachtet, sind nun meist der Art, daß ihre Oberfläche nicht vollkommen eben ist, und daß deren Punkte, von gewöhnlichem Tageslichte beleuchtet, keineswegs viel Licht aussenden. Bei hohen Vergrößerungen wenigstens würden sie also nicht wohl brauchbare Bilder im Mikroskope geben. Man muß daher für eine besondere Beleuchtung Sorge tragen. Beleuchtet man einen Gegenstand von oben oder schräg von unten der Art, daß keine Strahlen von der benutzten Lichtquelle direct ins Objectiv fallen, so bedarf die Sache keiner weiteren optischen Discussion; denn es kommt nur von jedem Punkte der Oberfläche des Gegenstandes ein Bündel diffusen Lichtes in das Instrument. — Die Oberfläche des Gegenstandes ist gewissermaßen stärker selbstleuchtend gemacht als in freier Tagesbeleuchtung, es versteht sich von selbst, daß alsdann das Mikroskop ein Bild liefert, das um so brauchbarer ist, je kleiner die Abweichungen der fraglichen Oberfläche von der Ebene im Vergleich mit der Objectdistanz sind. In den meisten Fällen wird aber bei »durchfallendem Lichte« beobachtet, d. h. man bringt eine reichliche Lichtquelle unter dem Objecte an, so daß ihre Strahlen durch das Object direct auf das Objectiv fallen. Das von der Oberfläche des Gegenstandes diffus zurückgeworfene Licht verschwindet in diesem Falle ganz gegen das direct von der Lichtquelle ausgehende und die eigentlich zu sehenden Einzelheiten erscheinen als Schatten auf einem hellen Hintergrunde. Das Zustandekommen dieser Schatten erfordert, namentlich da sie in der Regel von vollständig durchsichtigen Körpern herrühren, eine optische Begründung.

Als Lichtquelle dient ein in die Strahlung des hellen Himmels eingetauchter Spiegel. Sehen wir ab von der ungleich starken Zurückwerfung des Lichtes in verschiedenen Richtungen — das wird erlaubt sein, da in unserem Falle doch schließlich nur unter annähernd gleichen Winkeln zurückgeworfene Strahlen in Betracht kommen —, nehmen wir ferner die Strahlung von allen Punkten des Himmels als merklich gleich stark an, so wird ein in diese eingetauchter Spiegel genau so wirken wie eine in allen Punkten gleichmäßig leuchtende Fläche, deren Helligkeit zu der des Himmels in dem durch die Zurückwerfung bedingten Schwächungsverhältnisse steht. Mag übrigens der Spiegel eben, hohl oder erhaben sein, die Helligkeit, in welcher er erscheint, ist genau dieselbe. Nicht

Digitized by Google

so würde es sein, wenn nur parallele oder sonst von einem Punkte oder von einer wenig ausgedehnten Lichtquelle kommende Strahlen den Spiegel träfen. In der That, in unserem erst gedachten Falle empfängt ja jedes Element der spiegelnden Fläche aus allen Richtungen Lichtstrahlen und sendet also auch solche nach allen Richtungen aus, da das unendlich kleine Element eben gedacht werden darf. Das Element der spiegelnden Fläche ist demnach genau so wirksam, wie ein selbstleuchtender Punkt, dessen Leuchtkraft überdies von seiner Neigung gegen irgend eine im Raume feste Gerade (z. B. die Axe des Instrumentes) unabhängig*) ist. Der ganze Spiegel muß also auch in derselben Helligkeit erscheinen, mögen seine einzelnen Elemente dieselbe Neigung gegen die Axe des Instrumentes haben oder mag diese Neigung von Element zu Element sich stetig ändern, d. h. mag er eben oder gekrümmt sein. Der Vorzug eines ebenen, hohlen oder erhabenen Spiegels kann also, wenn man in diffuser Tagesbeleuchtung beobachtet, nach dieser Betrachtung jedenfalls nicht in einer größeren Lichtstärke, die der eine oder der andere liefert, gesucht werden. Mir ist es überhaupt sehr zweifelhaft, ob die Form des Spiegels nicht absolut gleichgültig ist. Es ist mir dies um so wahrscheinlicher, da von den berühmtesten Mikroskopikern die einen dem ebenen, die anderen dem Hohlspiegel den Vorzug geben, die Wahl also vielleicht auf Liebhaberei hinausläuft.

Fig. 187.



Wenn man freilich eine punktförmige oder überhaupt nur relativ kleine Lichtquelle, z. B. eine einigermaßen entfernte Lampenflamme anwenden wollte, so hätte jedenfalls ein Hohlspiegel den Vorzug in Beziehung auf Stärke der Beleuchtung, und zwar müßte er so gestellt sein, daß die Lichtquelle und das zu beleuchtende Object in conjungirten Vereinigungsweiten davon abständen.

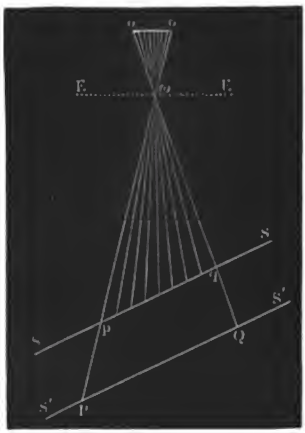
Ein in die Strahlung des hellen Himmels eingetauchter Spiegel erleuchtet ferner ein mikroskopisches Gesichtsfeld gleich gut, mag er demselben näher oder ferner stehen, wofern seine Oberfläche nur eine gewisse Gränze der Kleinheit nicht überschreitet. Um dies einzusehen, werfen wir einen Blick auf Fig. 187. Sei OO die erste Fläche

*) Wenn diese Neigung sich ändert, so wird das Flächenelement nach gewissen Richtungen hin vielleicht gar keine Strahlen mehr aussenden, aber innerhalb des überhaupt zu Stande kommenden Strahlenkegels bleibt die Helligkeit dieselbe. Nach allen in der ganzen über der spiegelnden Seite befindlichen Hälfte des Raumes möglichen Richtungen strahlt natürlich das Element nur dann aus, wenn es horizontal unter der Himmelshalbkugel liegt.

Digitized by Google

des Objectivs und sei das Mikroskop eingestellt auf eine Ebene EE. Sei SS die Spiegelfläche (wir denken sie uns unbeschadet der Allgemeinheit eben, da bereits der Unterschied zwischen ebenem und gekrümmtem Spiegel gefallen ist). Von jedem ihrer Punkte geht, wie von einem selbstleuchtenden, ein divergentes Strahlenbündel aus. Zur Beleuchtung des unendlich kleinen Flächenelementes ω in der Objectebene tragen nun von denjenigen Bündeln unendlich schmale Theile wirksam bei, welche von den Punkten zwischen p und q ausgehen, und zwar unendlich kleine Theile, die in Kegeln mit der unendlich kleinen Basis ω liegen. Einige dieser Kegel sind in der Figur (als Linien) gezeichnet. Alle anderen vom Spiegel ausgehenden Strahlen, welche nicht in den bezeichneten unendlich schmalen Kegeln begriffen sind, treffen entweder das Objectiv gar nicht oder kreuzen sich nicht innerhalb des Flächenelementes ω, tragen also zu seinem Bilde im Mikroskope nicht bei. Rückt man jetzt den Spiegel ferner, etwa nach $S'S'$, so werden allerdings die auf ω fallenden Elementarlichtkegel dünner, und zwar im quadratischen Verhältnisse der Entfernung. Dagegen kommen in demselben Verhältnisse ihrer mehr zur Wirksamkeit, denn es senden jetzt alle zwischen P und Q begriffenen Punkte der Spiegelfläche Elementarkegel durch ω nach OO. Sobald natürlich die Winkelöffnung des Objectivs, d. h. der Winkel $O\omega O = p\omega q$ so groß ist, daß der Spiegel dieselbe bei einem gewissen Abstande nicht mehr ganz ausfüllt (wäre z. B. der Spiegel kleiner als pq), so würde eine weitere Entfernung die Beleuchtung bei ω im quadratischen Verhältnisse schwächen. Ebenso wurde bereits gelegentlich darauf hingedeutet, daß die Entfernung des Spiegels sofort aufhört gleichgültig zu sein, sowie man nicht mehr eine relativ unbegränzte ursprüngliche Lichtquelle — wie den hellen Himmel — hat.

Fig. 188.



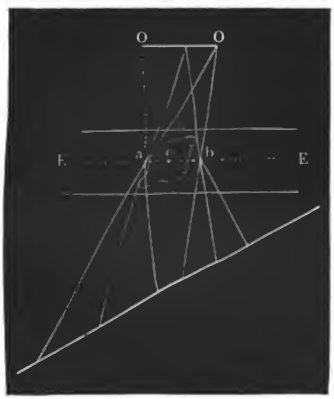
335 Das vom Spiegel herkommende Strahlensystem hat nach diesen Auseinandersetzungen offenbar folgende Eigenschaft: Wenn man eine Ebene senkrecht zur Axe des Mikroskopes irgendwo zwischen das Objectiv und den Spiegel legt, so kann man durch jeden Punkt derselben ein Strahlenbündel legen, das auf dem ganzen Spiegel als Basis steht, und das System dieser Bündel wird alsdann die wirklich vorhandenen Strahlen alle und nur diese enthalten*). Geben wir

*) Streng genommen würde dieser Satz nur dann gelten, wenn die ganze über der Ebene des Spiegels gelegene Halbkugel des Himmels Licht zu ihm könnte

Digitized by Google

unserer Ebene eine solche Lage, daß gerade das Mikroskop darauf eingestellt ist, so ist der im Gesichtsfelde liegende Theil derselben ein Object, im optischen Sinne, und zwar ein gleichmäßig leuchtender Kreis, dessen Bild ein eben solcher sein muß, wie man sich auch leicht durch den Augenschein überzeugt. Wir bringen jetzt an diese Stelle allerlei kleine durchsichtige und undurchsichtige Gegenstände, ausgebreitet in einer sehr dünnen ebenen Schicht, deren obere Gränzebene über, deren untere Gränzebene eben soviel unter unserer Einstellungsebene gedacht werden mag. Ganz undurchsichtige Gegenstände in dieser ebenen Schicht werden, ihrem Umfange und ihrer Form entsprechend, einigen unserer Lichtbündel den Durchgang nach dem Objectiv verwehren. Sie bringen folgeweise in dem Bilde des hellen Kreises einen stellenweisen Lichtausfall hervor — ein Schattenbild, dem größten Horizontalschnitt des Gegenstandes ähnlich und im Verhältniß der Vergrößerung größer als jener. Ganz vollkommen scharf begränzt erscheint das Schattenbild des undurchsichtigen Gegenstandes jedoch nur dann, wenn sein größter Horizontalschnitt genau mit der Einstellungsebene zusammenfällt. In jedem anderen Falle ist am Saume des Schattens ein Halbschatten. Ein Blick auf die Fig. 189 läßt dies sehen. Die Strahlenbündel z. B., die in *a* und *b* ihr Centrum haben, werden nur zum Theil vom Objectiv *OO* abgehalten, daher an den *a* und *b* entsprechenden Stellen im Bilde Halbschatten statt haben wird; die zwischenliegenden Bündel (z. B. das bei *c*) werden ganz abgefangen, daher ist an den entsprechenden Stellen des Bildes Kernschatten. Fiele dagegen der größte Horizontalschnitt genau mit der Einstellungsebene *EE* zusammen, so würden alle Strahlenbündel entweder ganz oder gar nicht abgefangen, daher im Bilde überall Kernschatten oder Kernlicht erscheinen, d. h. ein scharf begränztes Kernschattenbild.

Fig. 189.



Die in unserer ebenen Schicht 336
begriffenen durchsichtigen Körper werden die vom Spiegel kommenden convergirenden Strahlenbündel nach Maßgabe ihrer Gestalt und Brechkraft ablenken und gewissermaßen als optische Werkzeuge wirken. Die Erörterung dieser Wirkung gehört natürlich zu jeder einzelnen mikroskopischen Beobach-

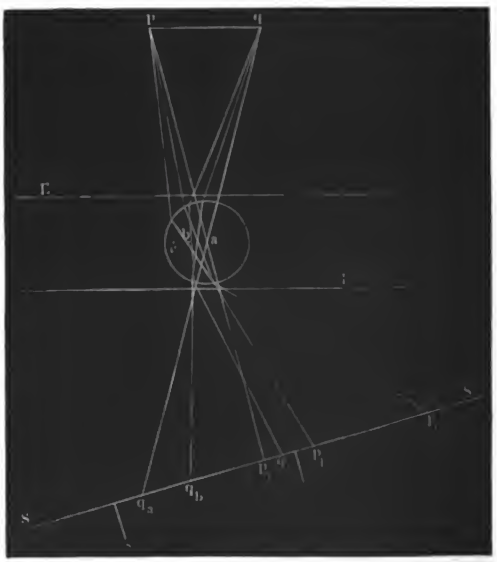
gelangen lassen. Diese Bedingung ist zwar in Wirklichkeit nie erfüllt, dafür haben wir aber auch in wirklichen Fällen immer nur ein sehr kleines Stück der gedachten Ebene um die Axe herum in Betracht zu ziehen, für deren Punkte bei geeigneter Stellung des Spiegels unser Satz unzweifelhaft gültig ist.

Digitized by Google

tung, es mag jedoch hier noch die Erörterung zweier einfacher Fälle Platz finden.

Wir wollen uns zuerſt die ebene Schicht erfüllt denken mit einem homogenen durchſichtigen Stoffe, an einer Stelle im Bereiche des Geſichtsfeldes liege jedoch eine Kugel, deren Stoff, ebenfalls durchſichtig, das Licht ſtärker bricht als die Umgebung. Ihr Mittelpunkt liege in der Einſtellungsebene. Die optiſche Discuſſion dieſes Falles, ſowie ohne Zweifel der meiſten anderen Fälle wird ſich am bequemſten machen, wenn man, die Reciprocität des Strahlenganges anwendend, Lichtbündel rückwärts conſtruirt, die vom Objectiv nach den Punkten der Einſtellungsebene convergiren, und nun deren Weg nach dem Spiegel hin verfolgt. Sei z. B. in Fig. 190 pq die erſte Fläche des Objectivs.

Fig. 190.



EE die ebene Schicht der Objecte; die Brechung an ihren Gränzen darf wohl vernachläſſigt werden, da ſie auf alle in Betracht kommende Strahlenbündel ziemlich gleichartig einwirkt. SS' ſei der Beleuchtungsſpiegel. Bei a ſei der Mittelpunkt unſerer ſtärker brechenden Kugel, deren Bild gefunden werden ſoll. Denken wir uns, von allen Punkten des Objectivs gingen Strahlen nach a (die beiden Randſtrahlen ſind in der Figur gezeichnet), ſie treffen ſämmtlich die Oberfläche beim Ein- und Austritt ſenkrecht und ſetzen demnach ihre Wege *ohne Ablenkung* zum Spiegel fort, der von den Randſtrahlen in q_a und p_a getroſ-

fen wird. Umgekehrt werden also in der Wirklichkeit von allen zwischen p_a und q_a gelegenen Punkten des Spiegels Strahlen zum Objectiv gelangen, die durch a gegangen sind, sie werden also im Mikroskope ein Bild von a erzeugen, dessen Helligkeit genau dieselbe wie im ganzen übrigen Gesichtsfelde, denn die Oeffnung des Strahlenkegels $p_a a o_a$ ist dieselbe, wie die eines beliebigen anderen wirksamen Strahlenkegels, der zum Bilde irgend eines außerhalb der Kugel gelegenen Punktes der Einstellungsebene verwandt wird. Denken wir uns jetzt zweitens einen Kegel mit der Basis $p q$, dessen Strahlen auf b zielen. Seine beiden Randstrahlen (die in der Figur genau construirt sind) würden durch zweimalige Brechung abgelenkt und schließlich auf dem Spiegel das Stück $p_b q_b$ abschneiden. Nach dem Gesetze der Reciprocität werden in der Wirklichkeit nur von dem Stücke $p_b q_b$ des Spiegels Strahlen zum Objectiv gelangen, so als wären sie von b ausgegangen. Sie setzen einen zum Bilde von b wirksamen Strahlenkegel zusammen, dessen Oeffnung die des Strahlenkegels $q_a a p_a$ wenig übertrifft. Der Punkt b müßte also etwas heller als das übrige Gesichtsfeld erscheinen. Einen wirksamen Strahlenkegel mit der Basis $p_c q_c$ von noch etwas größerer Oeffnung erhält man, wenn man auf dieselbe Weise die vom Objectiv nach c gezogenen verfolgt. Bei den hier gemachten Schlüssen liegt übrigens die nur näherungsweise richtige Voraussetzung zu Grunde, daß homocentrische Lichtbündel, auf ein Stück unserer Kugeloberfläche fallend, homocentrisch bleiben. Wenn man ganz genau zu Werke ginge, müßten die wirksamen Strahlenkegel alle genau gleich groß gefunden werden und sich also zeigen: zu den Bildern von a, b und c, sowie von allen anderen im mittleren Horizontalschnitte der Kugel gelegenen Punkten tragen genau gleich viel Strahlen bei, sie erscheinen also alle gleich hell, vorausgesetzt, daß die leuchtende Spiegelebene unendlich ausgedehnt ist. Ich kann zwar diesen Satz nicht streng beweisen, doch kommt es mir an sich äußerst wahrscheinlich vor, daß, wenn von allen Punkten der Ebene SS gleich viel Strahlen ausgehen, auch ein durchsichtiger Körper in den schließlich zu $p q$ gelangenden Strahlenkegeln keine andere Aenderung als Schwächung durch Absorption hervorbringen kann. Ferner läßt er sich sehr leicht durch den Versuch bestätigen. Hält man einen durchsichtigen Körper, z. B. einen cylindrischen Glasstab, vor einen relativ unendlich großen hellen Hintergrund, so erscheint er ganz gleichmäßig hell. Es müssen hierbei begreiflicherweise alle Reflexe und alle Schatten (die etwa der Glasstab auf den hellen Hintergrund werfen könnte) vermieden werden. Sei dem übrigens wie ihm wolle, wir haben es beim Mikroskope nie mit einer unendlich großen leuchtenden Fläche zu thun. Der Spiegel hat eine begränzte Ausdehnung und umspannt in der Regel an einem Punkte des Objectes nur einen sehr mäßigen Winkel. Er reiche z. B. in der Fig. 190 von s bis s'. Es ist alsdann von den drei gezeichneten Strahlenkegeln nur der wirklich ganz vorhanden, der seine Spitze in a hat und auf der Basis $q_a p_a$ steht. Der Strahlenkegel mit der Basis $q_b p_b$ steht schon nicht mehr ganz auf der Spiegelfläche. Die zu ihm gehörenden Strahlen, welche rechts von s' liegen, sind also in Wirklichkeit gar nicht vorhanden, die Helligkeit des Bildes von b wird demnach kleiner sein, als

Digitized by Google

die des Bildes von *a*. Der dritte Strahlenkegel, welcher das Bild von *c* erleuchtet, steht nur noch mit dem ganz kleinen Stückchen $q_c s'$ seiner Basis auf dem Spiegel. Also ist nur ein kleiner Theil der zu ihm gehörenden Strahlen in Wirklichkeit vorhanden. Das Bild von *c* muß also sehr lichtschwach erscheinen. Construirte man solche Strahlenkegel für Punkte, die noch weiter seitwärts als *c* liegen, so werden sie bald ganz am Spiegel vorübergehen. Die Bilder der betreffenden Punkte würden demnach ganz dunkel sein. Es ergiebt sich hieraus, die Kugel muß bei der gedachten Einstellung zu einem kreisförmigen Bilde Veranlassung geben, dessen Helligkeit am Rande Null ist, nach dem Mittelpunkte aber allmälig zunimmt, bis sie in diesem selbst die Helligkeit des übrigen Gesichtsfeldes erreicht. — Es könnte scheinen, als ließe sich der ganzen vorstehenden Betrachtung die substituiren, daß das von der Kugel erzeugte Bild des Spiegels als Object anzusehen wäre; doch geht dies nicht wohl an, da eine Kugel kein Bild im strengen Sinne des Wortes liefert, am allerwenigsten in der Ebene des Mittelpunktes, auf die wir doch das Instrument eingestellt dachten.

Es dürfte vielleicht nicht so gar schwer sein, in dieser Weise auch verwickeltere Fälle aufzulösen und eine Reihe von Erscheinungen zu deuten, die dem Mikroskopiker täglich vorkommen, z. B. daß manche kleine Gegenstände bei verschiedener Einstellung bald hell, bald dunkel erscheinen. Noch einfacher gestaltet sich die Erörterung eines anderen sehr häufig vorkommenden Falles. Es sei im Gesichtsfelde eine Kugel, deren Brechungsvermögen nicht merklich von der Umgebung abweicht, die aber eine stärker brechende, überall gleich dicke durchsichtige Hülle hat. Bekanntlich erscheint eine solche im hellen Gesichtsfelde als heller Kreis, jedoch mit einem dunkeln, gegen das Innere ziemlich scharf abgesetzten Saume umgeben. Wir brauchen, um dies zu erklären, nicht einmal die Strahlenbündel als vom Objectiv ausgehend anzusehen. Es ist vielmehr leicht zu sehen, daß die vom Spiegel ausgehenden Strahlenbündel im Allgemeinen unsere Kugel ohne Ablenkung durchsetzen, denn die viermalige Brechung an der sehr dünnen von parallelen Flächen begränzten Hülle wird ihre Richtung nicht merklich verändern. Nur diejenigen Strahlenbündel, welche dem Rande des mittleren Horizontalschnittes sehr nahe in die Hülle eintreten, werden nicht zum Objectiv gelangen können, denn sie werden beim Ausfallen in sehr schräger Richtung durch totale Reflexion sehr weit aus ihrer Bahn abgelenkt. Ihr Ausfallen bedingt im Bilde an den entsprechenden Stellen natürlicherweise den dunkeln Saum. Ganz ähnlich wird sich übrigens eine Kugel mit schwächer brechender Hülle verhalten. Nur wird der Ausfall der den Rand treffenden Bündel hier durch eine totale Reflexion, welche sie erleiden, indem sie in die Hülle *eintreten*, nicht aus derselben *austreten* wollen.

Mutatis mutandis ist diese Erörterung auch auf cylindrische Massen leicht zu übertragen.

Betrachtungen dieser Art dürften sehr geeignet sein, die Tragweite des Mikroskopes genauer zu werthen. Es ist aus ihnen klar, daß ein mikroskopisches Bild keineswegs so unmittelbaren Aufschluß über die Form (über etwas Anderes darf man ohnehin billigerweise keinen Aufschluß davon erwarten) des Gegen-

Digitized by Google

stande gäbe. Unmittelbar ist es nicht einmal ein Schattenriß des Gegenstandes. Dächte man sich z. B. nur einen zur Einstellungsebene schräg gestellten Cylinder von stärker brechender Substanz unter dem Deckplättchen, so würde dieser im Bilde durch eine Figur repräsentirt sein, die ich zwar im Augenblicke außer Stande bin näher anzugeben, die aber gewiß Niemanden unmittelbar an einen schräg gestellten Cylinder erinnern würde. Ich habe die feste Ueberzeugung, daß das Vertrauen in die Leitungsfähigkeit des Mikroskopes in allen Kreisen nur gesteigert werden würde, wenn sich die Mikroskopiker entschließen könnten, auf die eigentliche Ausdeutung ihrer Beobachtungen nach den Grundsätzen der Optik in der hier nur angedeuteten Weise mehr Rücksicht zu nehmen. Vielleicht würden alsdann so merkwürdige Erscheinungen aus den Annalen der Mikroskopie verschwinden, wie z. B. die ist, daß von zwei berühmten Mikroskopikern der eine ein Object für ein positives — Bindegewebekörperchen — hält, während der andere *dasselbe* Object gewissermaßen für ein negatives, d. h. für bloße Lücken zwischen den Fasern des Gewebes erklärt. Sollte es durch sorgfältigere optische Auslegung der mikroskopischen Bilder wirklich dahin gebracht werden, daß derartige Zweifel sich auflösten, so würde ganz gewiß auch manches geringschätzige Urtheil anerkannter Autoritäten in den organischen Naturwissenschaften über die Leistungen des Mikroskopes zurückgenommen werden und eine Aeußerung wie die Lotze's: »die mittlere Lebensdauer einer mikroskopischen Theorie sei auf vier Jahre anzuschlagen,« würde die Berechtigung verlieren, die ihr jetzt wenigstens zahlreiche Erfahrungen zu geben scheinen.

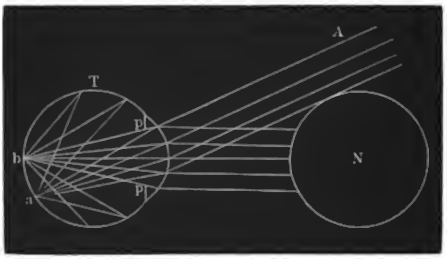
Der Augenspiegel.

Um die Theorie dieses ingeniösen von **Helmholtz** erfundenen Instrumentes, 337
das die ganze Augenheilkunde in eine neue Entwickelungsphase gebracht hat, zu verstehen, muß man sich zunächst den Grund davon ganz klar machen, warum der Hintergrund des Auges einem unbewaffneten Beobachter regelmäßig absolut dunkel erscheint, obwohl er doch durch die Pupille reichlich Licht empfängt und nur in hohem Grade durchsichtige Körper vor ihm liegen. Dieser Grund liegt nicht etwa darin, daß die Hinterwand des Auges durch Pigment so geschwärzt wäre, daß sie von dem auf sie fallenden Licht gar nichts durch diffuse Zerstreuung zurückwirft, vielmehr alles absorbirt. Wäre dem wirklich so, so würde auch die Beobachtung mit dem Augenspiegel unmöglich sein, denn man wirft durch denselben doch wohl kaum jemals so große Lichtmengen ins Auge, als eine helle Tagesbeleuchtung thut. Der Grund liegt vielmehr in der regelmäßigen Vertheilung der vom Augenhintergrunde diffus ausgehenden Lichtstrahlen durch die brechenden Medien. Es ist derselbe Grund, aus welchem eine in der Fokalebene eines Mikroskopoculares aufgestellte Papierfläche dunkel erscheint, wenn sie nur von der Ocularöffnung aus Licht empfangen kann. Er wird verständlich, sobald man sich vergegenwärtigt, von *welchen Punkten* der beobachteten Augenhinterwand *allein* Strahlen in das beobachtende Auge gelangen können, selbst wenn von jedem Punkte derselben Strahlen nach allen Richtungen diver-

Digitized by Google

girten. Sei in der That T, Fig. 191, ein beobachtetes Auge und jeder Punkt

Fig. 191.



ſeines Hintergrundes, mehr oder weniger beleuchtet, ſende durch diffuſe Reflexion gleichſam ſelbſtleuchtend nach allen Richtungen Lichtſtrahlen aus. Einige der von a ausgehenden Strahlen ſind in der Figur gezeichnet. Diejenigen derſelben, welche in das Bereich der Pupillenöffnung fallen und folglich auch nach außen dringen, müſſen nun (wir wollen das Auge auf unendliche Ferne eingeſtellt denken) als parallelſtrahliges Bündel nach A weitergehen — parallel mit der durch den Punkt a gelegten Richtungslinie. Von a aus wird alſo ein bei N befindliches beobachtendes Auge jedenfalls kein Licht empfangen können. Dagegen wird in N etwas von dem diffuſen Lichte dringen, was von b nach allen Richtungen ausſtrahlt. Wir dachten für einen Augenblick den Punkt b auch leuchtend, in Wirklichkeit wird er aber bei der gedachten Anordnung von beobachtetem und beobachtendem Auge von außen kein Licht empfangen, alſo nicht leuchten, wofern nicht beſondere Veranſtaltungen getroffen ſind, denn er liegt ganz innerhalb des (Zerſtreuungs-) Bildes der Pupille von N, die nicht leuchtet. Mit anderen Worten, ſollte b Licht empfangen, ſo müßte dies nothwendig in der Richtung von N herkommen; das in dieſer Richtung kommende Licht wird aber von N als undurchſichtigem Körper abgefangen. In einem Falle könnte freilich der Punkt b doch Licht empfangen, wenn nämlich irgend ein Theil der Augenwand durchſcheinend wäre, und ſeine Punkte von außen ſtark erleuchtet, wie ſelbſtleuchtende diffuſes Licht ins ganze Auge, alſo auch nach b ſchickten. Dies iſt der Fall bei den Albinokaninchen, deren Iris ſehr ſtark durchſcheinend iſt. Die Helligkeit ihres Augenhintergrundes rührt lediglich von dem Lichte her, das von der erleuchteten Iris diffus auf die Netzhaut ohne Unterſchied einzelner Stellen fällt, nicht daher, daß von dem durch die Pupille eindringenden Lichte wegen der Pigmentloſigkeit mehr zurückgeſtrahlt wird. In der That hält man das die Iris beleuchtende Licht durch einen Schirm mit einer Oeffnung von der Größe der Pupille ab, daß eben nur noch durch dieſe Licht eindringen kann, ſo erſcheint — worauf Donders zuerſt aufmerkſam gemacht hat — der Augenhintergrund ebenſo dunkel ſchwarz, wie bei einem reichlich pigmentirten Auge.

338 Der ſoeben erläuterte und durch Fig. 191 verſinnlichte Fall iſt nur ein Beiſpiel zu einem allgemeinen Satze, den man nunmehr ſogleich in aller Allgemeinheit zu-

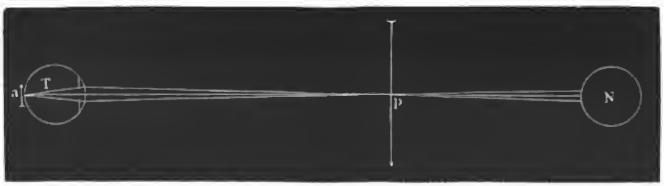
Digitized by Google

geben wird. Ein beobachtendes Auge kann nur von solchen Punkten der Netzhaut eines beobachteten Strahlen empfangen, welche innerhalb des Bildes (deutlichen oder Zerstreuungsbildes) von der Pupille des beobachtenden Auges liegen. Nach dem allgemeinen Reciprocitätsprincipe können ja von einem Punkte zu einem andern nur dann Lichtstrahlen gelangen, wenn auch umgekehrt von diesem zu jenem Licht kommen kann. Von der Pupille des Beobachters kann aber nur zu ihrem Bilde im beobachteten Auge Licht kommen, folglich kann auch nur von Punkten dieses Bildes Licht zur Pupille des Beobachters kommen. Da aber diese kein leuchtender Körper ist, folglich die Punkte seines Bildes nicht leuchtend werden, so kann das beobachtende Auge nur dann aus dem beobachteten wirklich Licht empfangen, wenn das Bild seiner Pupille ganz oder zum Theil mit dem (deutlichen oder Zerstreuungs-) Bilde einer Lichtquelle zusammenfällt, vorausgesetzt immer, daß nur durch die Pupille Licht in das beobachtete Auge gelangt. Veranstaltungen, welche dieses Zusammenfallen bewirken und die gleichzeitig noch einen anderen Zweck erfüllen, nennt man Augenspiegel.

Dieser zweite Zweck ist der, daß die vom Augenhintergrunde des Beobachteten ausgehenden Strahlenbündel schließlich in das Auge des Beobachters mit dem Grade der Divergenz eindringen, daß sie sich auf Punkten seiner Netzhaut vereinigen, daß mit andern Worten der Beobachter ein deutliches Bild von dem Theile der Netzhaut des Beobachters sieht, von dem überhaupt Strahlen in sein Auge kommen.

Wir wollen zuerst die Mittel kennen lernen, welche zur Erreichung dieses 339
letzteren Zweckes dienen. Sei wieder T, Fig. 192, ein beobachtetes Auge, seine

Fig. 192.



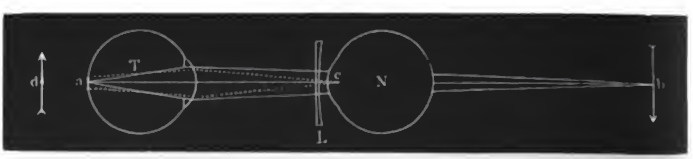
ganze Netzhaut mag durch irgend welche Veranstaltung leuchtend gemacht sein, und sei das Auge T für die Entfernung Tp accommodirt. Hier wird also ein physisches umgekehrtes vergrößertes Bild der um a herumliegenden Netzhautpartie entstehen; denn ein von einem Netzhautpunkte bei a ausgehendes Strahlenbündel muß nach seinem Austritt aus dem Auge auf einen Punkt in der Accommodationsweite convergiren, weil reciproce ein von hier aus divergirendes Bündel im Auge sich auf dem Netzhautpunkte vereinigt haben würde. Wenn ein beobachtendes Auge dies physische Bild deutlich sehen wollte, so müßte es sich etwa bei N aufstellen, so daß Np die Entfernung des deutlichen Sehens wäre. Die Entfernung der beiden Augen von einander würde in diesem Falle die Summe der deutlichen Sehweiten beider Augen sein. Bei dieser bedeutenden Entfernung wird aber das durch die Pupille des Auges T begränzte Gesichtsfeld so klein, daß das

Digitized by Google

Auge N doch nichts deutlich unterſcheiden könnte. Nur in einem Falle wäre es gleichwohl möglich, daß N ein deutliches Bild der Netzhaut von T ſähe auch bei noch ſo kleinem Abſtande zwiſchen T und N, wenn nämlich beide Augen auf unendliche Ferne eingeſtellt wären, ſo daß parallele Strahlenbündel aus T hervorträten, die dann auf der Netzhaut von N vereinigt würden, N möchte ſtehen, wo es wollte; oder wenn etwa das Auge N gar auf convergente Strahlenbündel einſtellbar wäre. Es ſcheint, daß dies nicht ſelten der Fall iſt (ſiehe Seite 291) und daher werden auch viele Beobachtungen mit dem Augenſpiegel ganz ohne Linſen gemacht (ſiehe bei Coccius der Augenſpiegel ꝛc.).

340 Um nun unter gewöhnlichen Verhältniſſen ein hinlänglich großes Stück der beobachteten Netzhaut zu überſehen, hat man zwei verſchiedene Mittel. Das eine iſt von Helmholtz zuerſt bei ſeiner urſprünglichen Form des Augenſpiegels angewandt und beſteht in einer zwiſchen die beiden Augen geſetzten Zerſtreuungslinſe, die es dem Beobachter erlaubt, ganz nahe an den Beobachteten heranzukommen, indem ſie die convergent aus deſſen Auge hervortretenden Strahlenbündel in divergente verwandelt, die auf der Netzhaut des Beobachters in Punkte vereinigt werden können, wie Fig. 193 deutlich machen wird. Dieſe Methode liefert ein aufrechtes, virtuelles Bild. Es iſt leicht zu beſtimmen, welche virtuelle Brennweite die Zerſtreuungslinſe haben muß, damit da-

Fig. 193.



durch der Beobachter die beobachtete Netzhaut im aufrechten Bilde deutlich ſieht, wenn der Abſtand gegeben iſt, in welchem die Linſe von beiden Augen gehalten werden ſoll, und wenn man außerdem die Sehweiten der beiden Augen kennt. Nach Punkten, die in der Sehweite Tb des beobachteten Auges T liegen, werden nämlich die aus demſelben hervortretenden Strahlenbündel convergiren. Zieht man hiervon den Abſtand der Linſe vom Auge T ab, ſo hat man die Entfernung der Convergenzpunkte der auf L fallenden Strahlenbündel von L; ſollen ſie nach ihrem Durchgang durch L divergent werden, ſo muß jedenfalls die Brennweite von L kleiner ſein als der ſoeben bezeichnete Abſtand Lb, er mag durch p bezeichnet werden. Nun ſollen ſie aber ſo divergiren, als kämen ſie aus Punkten, die von N um die Sehweite Nd dieſes Auges abſtehen, die alſo von L um dieſe Sehweite weniger der Entfernung zwiſchen L und N abſtehen. Dieſer letztere Abſtand — er ſoll p' heißen — muß alſo die für die Linſe L zu dem Abſtand $p = Lb$ conjungirte Vereinigungsweite ſein. Daraus läßt ſich die Brennweite nach der Formel $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{f}$ berechnen. Man hat dabei zu beachten, daß die beiden Abſtände p und p' beide mit negativem Vorzeichen

Digitized by Google

zu nehmen sind, da sie sich auf ein virtuelles Object und auf ein virtuelles Bild beziehen. Es bekommt daher f schließlich immer einen positiven Werth, den es auch nothwendig haben muß, da es in der Formel die absolute Größe der virtuellen Brennweite bedeutet. Sei beispielsweise das Auge T auf $0{,}3^m$ das Auge N auf $0{,}2^m$ accommodirt, die Linse stehe von T $0{,}03^m$ und das Auge N von der Linse $0{,}01^m$ ab. Dann liegt das virtuelle Object, d. h. die Convergenzpunkte der aus dem Auge T hervorgehenden Strahlenbündel $0{,}27^m$ hinter L, und das Bild dieses virtuellen Objectes muß, damit es dem Auge T in der deutlichen Seeweite von $0{,}2^m$ erschiene, um $0{,}19^m$ vor der Linse liegen L liegen. Man sucht nun eine Linse, für welche $-0{,}27$ und $-0{,}19$ conjungirte Vereinigungsweiten sind; p wäre also $= -0{,}27^m$, $p' = -0{,}19^m$ zu setzen und daraus f zu berechnen; man hätte also $-\frac{1}{0{,}27} - \frac{1}{0{,}19} = -\frac{1}{f}$. Daraus berechnet sich f zu wenig über $0{,}1^m$. Es würde also eine Zerstreuungslinse von ungefähr $0{,}1^m$ Brennweite zur Beobachtung des Auges T für das Auge N nothwendig sein.

Auch die Vergrößerung, welche die gedachte Anordnung liefert, ist 341
leicht zu berechnen. Betrachten wir einen kleinen Kreis der Netzhaut von T, dessen Mittelpunkt a ist, und den das Auge N sehen kann; wir wollen ihn den Kreis A nennen. Denken wir ihn leuchtend, so muß er bei b ein physisches Bild entwerfen (wir wollen es den Kreis B nennen), dessen Durchmesser β dem gleich kommt, welchen ein bei B aufgestellter leuchtender Kreis haben müßte, wenn sein Bild gerade den gedachten Netzhautkreis bei a decken sollte. Vom Kreis B macht die Linse L ein virtuelles Bild D, dessen Durchmesser δ zu finden ist aus der Gleichung $\beta : \delta = p : p'$*), da ja immer Bild und Object am optischen Mittelpunkte einer Linse denselben Winkel umspannen, ihre linearen Dimensionen also im Verhältnisse ihrer Abstände davon stehen. Ist das Bild D nur klein gegen seine Entfernung von N, so erscheint es diesem Auge unter dem Gesichtswinkel $\frac{\delta}{dN}$ oder $\frac{\delta}{p'}$, wenn die Linse dicht vor dem Auge N steht, so daß man die Länge LN gegen DL vernachlässigen darf. $\frac{\delta}{p'}$ ist aber der soeben gebrauchten Proportion zufolge $= \frac{\beta}{p}$. Dem Auge T erscheint der Kreis B unter einem kleineren Gesichtswinkel $= \frac{\beta}{p + TL}\left(= \frac{\beta}{Tb}\right)$, der erst dann merklich gleich $\frac{\beta}{p}$ mithin gleich $\frac{\delta}{p'}$ wird, wenn der Abstand TL der Linse von T nur einen verschwindend kleinen Bruchtheil der Sehweite des Auges T, d. h. der Länge $p + TL$ ausmacht. Es ergiebt sich also der Satz: Im Allgemeinen erscheint dem beobachtenden Auge ein Netzhautstück des beobachteten unter einem

*) Im Folgenden sind unter p und p' die positiv genommenen absoluten Werthe der mit diesen Buchstaben bezeichneten Abstände zu verstehen.

Digitized by Google

etwas größeren (mindestens gleichen) Gesichtswinkel, als diesem ein Object erscheint, dessen Bild gerade das betrachtete Netzhautstück deckt. Um die wirkliche Vergrößerung des Netzhauttheiles zu ermitteln, brauchte man nur die Entfernung desselben vom Knotenpunkte zu kennen. Nehmen wir sie beispielsweise in runder Zahl zu 0,015^{m} an, so wäre der Durchmesser α des Kreises A, da er durch die zum Umfang vom bekannten Kreis B durch den Knotenpunkt von T gezogenen Richtungslinien begrenzt wird $= \frac{\beta}{p + LT} . 0{,}015^{m}$, sein durch die Linse entworfenes virtuelles Bild hätte aber den Durchmesser $\delta = \frac{\beta . p'}{p}$. Das Verhältniß $\frac{\delta}{\alpha}$ wäre demnach $= \frac{\beta p'}{p} : \frac{\beta}{p + TL} . 0{,}015 = \frac{p' (p + TL)}{p . 0{,}015}$. In unserem Falle war $p = 0{,}19$; $p' = 0{,}27$; $p + TL$ die Sehweite des Auges $T = 0{,}3$, folglich $\frac{\delta}{\alpha} = 14{,}0 \ldots$. Wir hätten also unter den gemachten Voraussetzungen eine wenig über 14malige Vergrößerung.

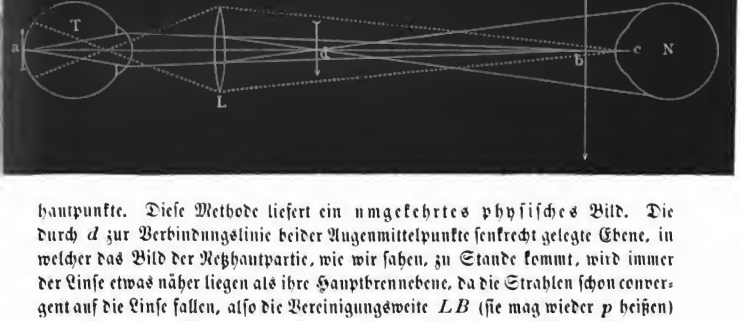
342 Das Gesichtsfeld ist bei der uns beschäftigenden Beobachtungsmethode nicht scharf begränzt, da ja der es begränzende Rand der Pupille von T nie mit dem viel weiter abstehenden Bilde D gleichzeitig deutlich erscheinen kann. Von seiner Größe bekommt man eine Vorstellung, wenn man vom Mittelpunkte der Pupille des beobachtenden Auges N (siehe Fig. 193), Strahlen ausgehend denkt und diejenigen herausſucht, welche in die Pupille des beobachteten Auges T fallen. Construirt man ihren Gang durch das Auge T, so fallen sie auf einen kleinen Kreis seiner Netzhaut, das Zerstreuungsbild des Punktes c; in der Figur wo die beiden Randstrahlen des fraglichen Bündels gezeichnet sind, ist der kleine Pfeil bei a der Durchmesser des Kreises. Es können nun natürlich reciproce durch den Mittelpunkt der Pupille des beobachtenden Auges nur Strahlen von solchen Bündeln gelangen, die von Punkten dieses Kreises ausgehen. Von weiter seitwärts gelegenen Punkten der Netzhaut des beobachteten Auges können höchstens noch durch den Rand der Pupille des beobachtenden einige Strahlen eindringen, und sehr bald wird man über a und b hinaus, auf beiden Seiten zu Punkten kommen, die gar keine Strahlen mehr ins Auge N schicken können. Rechnet man bloß diejenigen Punkte zum Gesichtsfelde, welche auch durch den Mittelpunkt der Pupille des beobachtenden Auges einen Strahl, also im Ganzen starke Strahlenbündel in dasselbe schicken können, so ist der kleine Pfeil bei a genau der Durchmesser desselben; es ist alsdann das Gesichtsfeld gleich dem Zerstreuungsbilde eines im Mittelpunkte des beobachtenden Auges gedachten leuchtenden Punktes. Die soeben gemachte Ableitung ist eigentlich schon in dem oben (S. 499) Gesagten enthalten. Es wurde daselbst schon allgemein gesagt, daß immer der Beobachter nur das Zerstreuungsbild seiner eigenen Pupille im beobachteten Auge als Gesichtsfeld übersehen könne. Wir haben hier nur der Einfachheit wegen die Pupille des Beobachters auf einen Punkt reducirt. Dieser Zerstreuungskreis ist wohl in allen wirklich darstellbaren Fällen kleiner als die Pupille des beobachteten Auges, denn um

Digitized by Google

ihn nur genau so groß zu machen, müßte das beobachtende schon so nahe heranrücken, daß der Punkt c fast mit dem vorderen Brennpunkte des Auges T zusammenfiele; nur alsdann könnten die in a und b die Netzhaut schneidenden Strahlen unter sich parallel sein.

Eine zweite Methode, ein geeignetes Bild der Netzhaut zur Anschauung zu 343
bringen, besteht darin, daß man ganz nahe vor das beobachtete Auge, dessen Netzhaut wir wieder leuchtend denken, eine Sammellinse von 0,02 bis 0,06 m Brennweite halten. Sei in Fig. 194 wieder T das beobachtete Auge. Das vom Punkte a seiner Netzhaut ausgehende Strahlenbündel, wird wieder daraus dergestalt gebrochen hervortreten, daß es gegen einen in der Sehweite von T gelegenen Punkt b convergirt, dessen deutliches Bild, wenn er leuchtend wäre, auf a fallen würde. Durch die Linse L werden aber die Strahlen dieses Bündels rascher convergiren gemacht, so daß sie sich etwa schon in d schneiden; hier entsteht also ein physisches Bild von a, das der Beobachter bei N bequem, entweder mit freiem Auge oder mit einer Lupe betrachten kann. Rings um d herum entstehen natürlich ebenso die Bilder der um a herum gelegenen Netz-

Fig. 194.



hautpunkte. Diese Methode liefert ein umgekehrtes physisches Bild. Die durch d zur Verbindungslinie beider Augenmittelpunkte senkrecht gelegte Ebene, in welcher das Bild der Netzhautpartie, wie wir sahen, zu Stande kommt, wird immer der Linse etwas näher liegen als ihre Hauptbrennebene, da die Strahlen schon convergent auf die Linse fallen, also die Vereinigungsweite LB (sie mag wieder p heißen) negativ zu nehmen ist, zu welcher $Ld = p'$ conjungirt sein muß. Man hat nämlich $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ *), wenn f die Hauptbrennweite der Linse ist. Da aber in der Regel p sehr viel größer als f ist, so ist p' nur sehr wenig kleiner als f.

Was die Vergrößerung betrifft, so mag α der Halbmesser eines um a ge- 344
dachten Netzhautkreises sein, der seines physischen Bildes um d herum mag δ hei-

*) Wenn p den absoluten Werth des Abstandes Lb bedeutet, so muß es mit negativem Vorzeichen in die Formel gesetzt werden, weil es der Abstand eines virtuellen Objectes ist.

Digitized by Google

ßen; es käme nun darauf an, das Verhältniß $\frac{\delta}{\alpha}$, d. h. die lineare Vergrößerung zu berechnen. Wir bezeichnen zu dem Ende mit β den Halbmeſſer des Bildes vom gedachten Netzhautkreiſe, welches bei B zu Stande kommen würde, wenn L nicht da wäre. Die Entfernung der Netzhaut des Auges T von ſeinem Knotenpunkte heiße y, die Entfernung der Linſe von demſelben q; f, p und p' behalten ihre obige Bedeutung, wir haben alsdann zunächſt $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{y}{p+q}$, weil Bild und Object bei einem Auge ſich verhalten wie ihre Abſtände vom Knotenpunkte. Es iſt alſo der Halbmeſſer des Bildes $\beta = \frac{p+q}{y} \cdot \alpha$. Dies Bild iſt nun virtuelles Object für die Linſe L, von der es um p abſteht; ſie macht bei d in der Entfernung p' ein phyſiſches Bild dieſes virtuellen Objectes, und da auch bei einer Linſe die Durchmeſſer von Object und Bild im Verhältniſſe ihrer Abſtände vom optiſchen Mittelpunkte der Linſe ſtehen, ſo hat man $\frac{\beta}{\delta} = \frac{p}{p'}$ oder $\delta = \frac{p'}{p} \cdot \beta$, oder endlich, wenn man für β ſeinen ſoeben gefundenen Werth ſetzt, $\delta = \frac{p'}{p} \cdot \frac{p+q}{y} \cdot \alpha$. Somit iſt das Verhältniß: $\frac{\delta}{\alpha} = \frac{p'(p+q)}{p \cdot y}$, oder wenn man noch p' durch p und f ausdrückt: $\frac{\delta}{\alpha} = \frac{f(p+q)}{(p+f)y}$. Stellt man die Linſe (wie es in der Regel wirklich nahezu geſchieht) ſo, daß ſie um ihre Brennweite vom Knotenpunkte des Auges T abſteht, ſo iſt $f = q$ und man hat $\frac{\delta}{\alpha} = \frac{f}{y}$, d. h. die Vergrößerung der Brennweite von L direct proportional. Nimmt man wieder y zu $0{,}015^m$ an, ſo hätte man zu einer zweimaligen Vergrößerung eine Linſe von $0{,}03^m$ Brennweite nöthig, zu dreimaliger eine Linſe von $0{,}045^m$ Brennweite ꝛc. Dieſe Objectiv-Vergrößerung wäre noch mit einer Ocularvergrößerung zu multipliciren, wenn das Auge N das Bild d mit einer Lupe betrachtet.

345 Das Geſichtsfeld erſcheint begränzt durch den Rand der Pupille von T, wenn L nahe an T ſteht. Entfernt man L mehr und mehr, ſo wird die Pupille immer mehr vergrößert, und wenn die Pupille von T in der Nähe des Brennpunktes von L liegt, ſo verſchwindet ihr Rand ganz aus dem Geſichtsfelde, das nun bloß noch vom Rande der Linſe L begränzt wird. Um die Größe des Geſichtsfeldes zu beſtimmen, behandeln wir wieder die Viſirlinien des Beobachters als Lichtſtrahlen. In der Figur ſind zwei auf den Linſenrand zielende als punktirte Linien angedeutet; ſie würden nach ihrer Brechung durch die Linſe ungefähr auf deren Brennpunkt zielen, da dieſer aber bei der möglichſt günſtigen Anordnung ganz in die Nähe des Knotenpunktes von T fällt, ſo gehen ſie durch T faſt ungebrochen und ſchneiden auf ſeiner Netzhaut ein Stück ab, welches als Geſichtsfeld betrachtet werden kann, denn nur äußerſt wenige, mehr ſeitwärts gelegene

Digitized by Google

Punkte werden noch ganz unbedeutende Strahlenbündel durch die Randtheile der Pupille von N schicken können*). Nennen wir den Durchmesser des so construirten Gesichtsfeldes v, und u den Durchmesser von L, behalten ferner y und f ihre obige Bedeutung, so hat sehr nahezu die Beziehung statt $\frac{v}{y} = \frac{u}{f}$ wie aus der Figur ohne Weiteres hervorgeht. Da man recht gut zu dem in Rede stehenden Zwecke Linsen anwenden kann, deren Durchmesser der halben Brennweite gleich ist, so ist $u = 0{,}0075^m$, wenn $y = 0{,}015$ angenommen wird. Man kann demnach nach der zweiten Methode ein viel größeres Netzhautstück übersehen als nach der ersten, bei der ja das Gesichtsfeld nie so groß werden konnte als die Pupille, diese aber, wenn sie nicht durch künstliche Mittel erweitert wird, kaum einen Durchmesser von 0,0075 erreicht. Die hier vorausgesetzte Stellung der Linse liefert das größtmögliche Gesichtsfeld; denn bringt man L näher an T, so beschränkt die Pupille von T das Gesichtsfeld, weil die äußersten Visirlinien nicht mehr hindurchgehen. Entfernt man L von T, so werden die Visirlinien im Auge T abgelenkt, schneiden sich näher an der Netzhaut und schneiden auf dieser kein so großes Stück mehr ab.

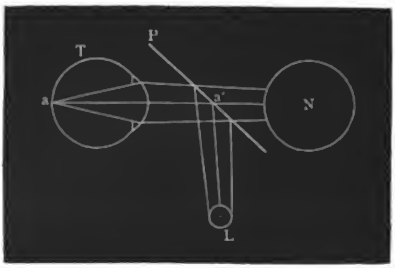
Wir haben nunmehr nach den Mitteln zu fragen, durch die man den Theil der 346
Netzhaut des beobachteten Auges, von dem der Beobachter nach einer der beschriebenen Methoden ein deutliches Bild sehen kann, wirklich leuchtend macht, so daß das Bild, dessen geometrische Sichtbarkeit nachgewiesen wurde, auch physisch sichtbar sei. Wir wissen aus der vorausgeschickten Betrachtung über die scheinbare Dunkelheit des Augengrundes, daß jeder Netzhautpunkt nur von solchen Punkten außerhalb Strahlen empfangen kann, zu welchem er auch umgekehrt Strahlen schicken kann. Wir sahen soeben, welche Punkte einer beobachteten Netzhaut zur Pupille des Beobachters Strahlen schicken können. Von ihr aus empfangen sie aber jedenfalls kein Licht, also müssen dieselben Punkte, wenn sie dem Beobachter als beleuchtete erscheinen sollen, auch noch zu anderen Punkten, welche wirklich Licht aussenden, Strahlen schicken können. Denkt man sich also das ganze Strahlenbündel, das von einem Netzhautpunkte des beobachteten Auges nach außen dringt, so muß dies, wenn ein Beobachter den Punkt leuchtend sehen soll, zum Theil in die Pupille desselben, zum Theil zu einer Lichtquelle gehen. Geschieht dies nämlich, so kann auf dem Wege des letztgedachten Theiles (in umgekehrter Richtung) Licht auf den Netzhautpunkt fallen, und davon auf dem Wege des erstgedachten Theiles etwas in die Pupille des Beobachters dringen. Offenbar kann man nach dem vorgesteckten Ziele auf zweierlei Arten streben: entweder man spaltet das gedachte Bündel in zwei Gruppen von Strahlen, und veranstaltet es, daß die eine

*) Man kann auch diese Ableitung wieder als unmittelbare Folgerung des Satzes auf S. 499 darstellen, indem man die Pupille von N auf ihren Mittelpunkt reducirt und sagt: von diesem Punkt macht zunächst die Linse L ein physisches Bild, in der Nähe ihres Brennpunktes, der nahe beim Knotenpunkt von T gedacht ist; das Zerstreuungsbild von c im Auge T wird also von den Richtungsstrahlen nach dem Linsenrande begränzt sein, wie in der Figur die punktirten Linien zeigen.

Digitized by Google

Gruppe ganz in die Pupille des Beobachters fällt, die andere Gruppe ganz zur Lichtquelle geht, oder man spaltet jeden Strahl des Bündels, so daß von jedem Strahle ein Theil zur Pupille des Beobachters, ein Theil zur Lichtquelle geht. Die letztere Idee liegt dem ursprünglichen Helmholtz'schen Augenspiegel zu Grunde, sie ist in Fig. 195 versinnlicht. Eine (unbelegte) Glasplatte P steht schräg zwischen dem beobachteten und beobachtenden Auge. Ein von a im beobachteten Auge T' ausgehendes Strahlenbündel trifft bei a' auf die Glasplatte und von jedem Strahle desselben wird ein Theil nach der Lichtflamme L reflectirt, ein Theil nach der Pupille von N hindurchgelassen. Wenn nun noch eine Zerstreuungslinse dicht vor N oder eine Sammellinse vor T' gehalten wird, so muß N den Punkt a deutlich sehen. Die richtige Stellung der Glasplatte wird dadurch bestimmt, daß das Auge T' das Spiegelbild der Flamme und die Pupille von N in derselben Richtung sieht. Ist das Auge gerade für die Entfernung des Spiegelbildes der Flamme genau adaptirt, so kann das Auge N das Flammenbildchen in T' selbst genau sehen. Ein anderer Vortheil dieser Methode besteht darin, daß man den störenden Hornhautreflex sehr vermindern kann. Das von der Glasplatte nach T reflectirte Licht ist nämlich, wenn sie unter einem gewissen bekannten Winkel gestellt ist, großentheils in der Reflexionsebene polarisirt. Diese Polarisation behält das von der Hornhaut regelmäßig gespiegelte Licht bei und wird daher, als in der Einfallsebene polarisirt, hiernach bei der Brechung in der Glasplatte sehr geschwächt (Bd. I. Nr. 231); hingegen hat das von der Netzhaut diffus reflectirte Licht seine Polarisation eingebüßt und erfährt bei seinem Durchgange keine besondere Schwächung. Ein ganz besonders günstiges Resultat in dieser Beziehung läßt sich durch mehrere parallele Glasplatten erzielen, die unter einem gewissen Winkel gestellt sind. Das nähere Detail hierüber ist in der ersten Schrift von Helmholtz über den Augenspiegel nachzulesen.

Fig. 195.



317 Die Spaltung des Strahlenbündels in zwei Gruppen erzielt man gewöhnlich durch einen undurchsichtigen Spiegel, der in der Mitte ein kleines Loch hat. Sei in Fig. 196 wieder a ein Punkt der Netzhaut des beobachteten Auges T. Von dem Strahlenbündel, das er durch die Pupille nach außen schicken kann, sind fünf in der Figur gezeichnet; sie würden alle gegen einen hinter N gelegenen Punkt convergiren, wenn nicht der durchbohrte Spiegel S vorhanden wäre. Durch das Loch desselben gehen nun die zwischen gd und he gelegenen Strahlen des Bündels zur Pupille des beobachtenden Auges N, alle Randstrahlen aber, die zwischen fb und gd einerseits, sowie zwischen he und ic andererseits begriffen

Digitized by Google

sind, werden vom Spiegel zur Lichtquelle L reflectirt. Es kann also der Punkt ac durch diese Randstrahlen in umgekehrter Richtung leuchtend gemacht werden und hernach durch das Loch Strahlen nach N schicken. Offenbar setzt jedoch diese Beleuchtungsart voraus, daß das Loch im Spiegel kleiner ist als der Schnitt des Strahlenkegels, folglich jedenfalls kleiner als die scheinbare Pupille von T, wenigstens, wenn der Beobachter durch die Mitte des Loches visiren will. Ueberhaupt wird offenbar der Punkt a um so weniger von L aus erleuchtet, je größer das Loch in S ist, so ausgedehnt auch die Lichtquelle sein mag. Viel günstiger sind die Bedingungen für diese Beleuchtungsart, wenn vor T noch eine Sammellinse steht (wenn also ein umgekehrtes physisches Bild beobachtet werden soll); in diesem Falle darf auch das Loch im Spiegel größer sein. Ein Blick auf die Fig. 197 wird hinreichen, sich davon zu überzeugen. Das von a aus durch die Pupille gehende

Fig. 196.

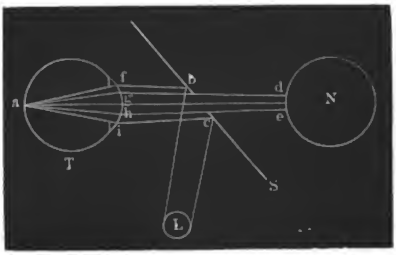
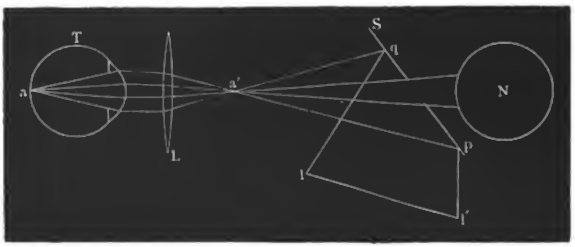


Fig. 197.



Strahlenbündel wird durch die Linse L nach a' hin vereinigt und divergirt von diesem Punkte so stark, daß es mit sehr breiter Basis pq auf dem Spiegel S steht. Ein kleinerer Bruchtheil desselben geht offenbar durch das Loch zum Auge N und somit für die Beleuchtung verloren, während ein sehr großer Theil nach der Lichtquelle reflectirt wird; sie gelangen freilich nur dann alle zur Lichtquelle, wenn diese die gehörige Ausdehnung hat. In unserem gedachten Falle müßte z. B. ihre Breite gleich der Linie ll' sein, wenn soviel Strahlen als möglich zur Beleuchtung verwandt werden sollen. Es wird nun in den meisten Fällen nicht wohl eine wirkliche Lichtquelle, etwa eine Flamme, von der erforderlichen Breite anwendbar sein, und deshalb ändert man den Apparat so ab, daß die äußersten Randstrahlen pl' und ql doch noch

Digitized by Google

nach einer kleineren Lichtquelle gelangen. Man übersieht das Princip dieser Abänderung noch bequemer, wenn man es ein wenig anders formulirt. Es wäre offenbar das letzte hier vorschwebende Ziel vollständig erreicht, wenn es gelänge, die Fläche des Spiegels S selbst in eine Lichtquelle zu verwandeln, die von jedem Punkte (ausgenommen natürlich sind die, welche dem Loche entsprechen) auf die ganze Linse L ein stetiges Strahlenbündel schickt. Man brauchte alsdann den Weg der Strahlen $a'p$ und $a'q$ gar nicht weiter zu verfolgen; denn man wüßte schon im Voraus: der Punkt a empfängt in Wirklichkeit Strahlen von allen Punkten der Spiegelfläche, zu denen er Strahlen schicken kann. Nichts ist aber leichter, als die Fläche S leuchtend zu machen. Wir brauchen sie nämlich nur concav gekrümmt, statt eben zu nehmen und nun eine Lichtflamme so zu stellen, daß deren vom Hohlspiegel S entworfenes physisches Bild mit der Linse L zusammenfällt und mindestens eben so groß als dieselbe ist, so daß das Bild die Linse ganz deckt. Alsdann geht ja in der That von *jedem* Punkte der Spiegelfläche nach *jedem* Punkte der Linse L, d. h. des Bildes der Lichtflamme, das die Linse deckt, ein Strahl, und für die Linse L ist also S, in seiner ganzen Ausdehnung eine flächenartig ausgebreitete Lichtquelle. Der Hohlspiegel kann übrigens auch ersetzt werden durch einen ebenen oder convexen Spiegel, zwischen welchem und der Lichtflamme eine Sammellinse so gesetzt ist, daß das physische Bild, welches sie von der Lichtflamme entwirft, vom ebenen Spiegel S gerade nach der Linse L hingeworfen wird und sie in ihrer ganzen Ausdehnung deckt.¶

348 Die beiden Beleuchtungsmethoden mit den beiden Beobachtungsmethoden combinirt, geben 4 Grundformen des Augenspiegels, die, im Einzelnen mannigfach modificirt, unter verschiedenen Namen im Gebrauch sind.

Beispielsweise mag hier noch eine Rechnung Platz finden, die man anzustellen hätte, um die möglichst günstige Anordnung zu finden, die man den einzelnen Stücken geben müßte, um ein verkehrtes, viermal vergrößertes Bild von der Netzhaut eines normalen, auf unendliche Ferne eingestellten Auges zu erhalten. Nach dem Obigen (s. S. 504) müßten wir zu dem Ende vor Allem nothwendigerweise eine Sammellinse von $0{,}06^m$ Brennweite in einer Entfernung von ebenfalls $0{,}06^m$ vom Knotenpunkt des beobachteten Auges aufpflanzen; ihr Durchmesser mag $0{,}03^m$ betragen. Das Bild der Netzhaut würde alsdann in der Hauptbrennebene, also $0{,}06^m$ vor der Linse entstehen. Ist nun die Sehweite des Beobachters etwas über $0{,}15^m$, so dürfte der Beleuchtungshohlspiegel (der ja zwischen Beobachter und Beobachteten zu stellen ist) höchstens $0{,}15^m$ vom Bilde, also $0{,}15^m + 0{,}06^m = 0{,}21^m$ von der Linse entfernt aufgestellt werden. Die Größe, welche dem Spiegel gegeben werden muß, ist durch die Bedingung zu bestimmen, daß im ganzen Gesichtsfelde ein Maximum der Helligkeit ist. Dies tritt offenbar dann ein, wenn von jedem Punkte der Linse L (Fig. 197) ein Strahl durch jeden Punkt der Pupille des beobachteten Auges fällt. Diese Bedingung wird aber offenbar erfüllt, wenn die genannte Pupille gleich oder kleiner ist als das Bild, welches die Linse L in ihrer Nähe von dem Spiegel entwirft. Da die Pupille durch Belladonna selbst bis auf $0{,}01^m$ erweitert werden kann, so muß der Spiegel einen Durchmesser von mindestens $0{,}025^m$ haben; dann wird

Digitized by Google

sein Bild größer als $0{,}01^m$. Die Brennweite, die wir dem Hohlspiegel geben müssen, bestimmt sich aus der Bedingung, daß das von ihm entworfene Bild die ganze Linse decken muß, wenn man noch hinzunimmt, daß man nicht wohl eine Flamme von mehr als $0{,}015^m$ Durchmesser anwenden kann. Wir haben uns demnach zu fragen, wie groß muß die Brennweite eines Spiegels sein, der in einer Entfernung von $0{,}21^m$ von einem $0{,}015^m$ breiten Gegenstande ein $0{,}03^m$ breites Bild entwirft; denn so breit muß ja das Bild der Lampenflamme sein, damit es die ganze Linse deckt. Da hiernach das Bild 2mal so groß sein soll als der Gegenstand, so muß nach den bekannten Regeln der Katoptrik (Bd. I. Nr. 168) erstlich der Gegenstand halb so weit vom Spiegel entfernt sein als das Bild, d. h. die Lichtflamme muß jedenfalls in $0{,}105^m$ Entfernung vom Spiegel aufgestellt werden; damit aber $0{,}105^m$ und $0{,}210^m$ für einen Hohlspiegel conjungirte Vereinigungsweiten seien, so muß zweitens derselbe eine Brennweite von $0{,}07^m$ haben, denn es ist $\frac{1}{70} = \frac{1}{105} + \frac{1}{210}$.

In Betreff näheren Details über die Theorie der Augenspiegel, ist auf die meisterhafte Darstellung zu verweisen, die Helmholtz theils in seiner ersten Abhandlung, theils in seiner physiologischen Optik (allgemeine Encyklopädie der Physik, redigirt von Karsten) von derselben giebt. Aus dieser letzteren, die überhaupt dem Vorstehenden zu Grunde liegt, mag hier noch ein Satz wörtlich citirt werden, der ein bequemes Mittel an die Hand giebt, die Wirkung jedes Augenspiegels sich am eigenen Auge experimentell klar zu machen: »Man stelle das zur Erleuchtung dienende Licht auf und bringe das Instrument vor sein Auge in dieselben Lage, wie es sonst vor dem Auge des Beobachteten steht; der Theil des Gesichtsfeldes, welcher alsdann hell erscheint, entspricht dem Theile der Netzhaut, welcher erleuchtet ist. Man kann erkennen, ob das helle Feld groß oder klein, ob es gleichmäßig erleuchtet ist, oder ob sich dunkle Stellen darin befinden, und wie dunkel diese sind. Alsdann nehme man die Flamme von der Stelle weg, wo sie zur Erleuchtung des Auges dient, und bringe sie hinter das Instrument, da wo sich sonst das Auge des Beobachters befindet, so daß das Licht durch die Oeffnung scheint, die dem Beobachter zum Durchsehen dient. Was jetzt im Gesichtsfelde erleuchtet ist, ist der Kreis, welchen der Beobachter von der Netzhaut übersehen kann.«

Stereoskopie.

Es ist ohne Weiteres geometrisch klar, daß ein körperlicher Gegenstand, in 349
mäßiger Entfernung vor das Gesicht gehalten, in beiden Augen sehr merklich verschiedene Bilder entwerfen muß. So sieht man die rechte Seitenfläche eines Würfels mit dem rechten Auge, nicht die gegenüberliegende linke, und umgekehrt, wenn die Kante des Würfels kleiner ist als der Abstand beider Augen von einander. Diese Ueberlegung brachte Wheatstone auf den Gedanken, zwei in Ebenen verzeichnete Bilder den beiden Augen so darzubieten, daß das eine, nur dem einen Auge sichtbar, in diesem ein Bild entwirft, wie es ein

Digitized by Google

körperlicher Gegenſtand darin entworfen hätte, und daß das andere, nur dem anderen Auge ſichtbar, im letzteren ein Bild entwirft, wie es derſelbe körperliche Gegenſtand in derſelben Lage in dem anderen Auge entworfen haben würde. Wird das ſoeben Geſagte in irgend einer Weiſe ausgeführt, ſo macht ſich eine auffallende Täuſchung bemerklich. Man glaubt in der That an der Stelle einen körperlichen Gegenſtand zu ſehen, wo der eingebildete körperliche Gegenſtand ſich befinden müßte, wenn er in den beiden Augen die beiden verſchiedenen Bilder hervorbringen ſollte, die man auf andere Weiſe in dieſelben gebracht hat. Die ſtrenge Erfüllung der ſoeben aufgeführten Bedingungen iſt übrigens zur Entſtehung der fraglichen Täuſchung nicht durchaus erforderlich, wie ſich bald zeigen wird, und es liegt darin zugleich ein Wink, in Erklärungsverſuchen dieſer rein pſychiſchen Erſcheinung vorſichtig zu ſein.

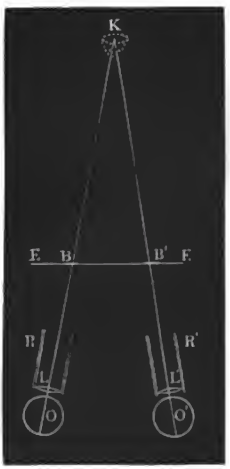
Vorrichtungen, durch welche es möglich wird, den beiden Augen verſchiedene Bilder in der angegebenen Weiſe darzubieten, nennt man im Allgemeinen »Stereoſkope«, weil man dadurch den Anſchein der Körperlichkeit hervorbringt. Es ſollen im Folgenden die intereſſanteſten dieſer Vorrichtungen erörtert werden.

Einigermaßen geübten Augen gelingt es — das müſſen wir vor Allem erwähnen —, die in Rede ſtehende Erſcheinung ganz ohne künſtliche Hülfsmittel wahrzunehmen. Sie ſehen ganz einfach die beiden neben einander gelegten Zeichnungen mit beiden Augen an, ſo daß die Sehaxen nach irgend einem Punkte convergiren, zu welchem beide Bilder ſymmetriſch liegen. Jedes wird alsdann doppelt geſehen werden, ſo daß man im Ganzen vier Bilder hat. Verrückt man nun die Zeichnungen ſymmetriſch ſo lange, bis ſich die beiden mittleren decken, ſo reduciren ſich die vier Bilder auf drei, von denen das mittlere, beiden Augen gleichzeitig angehörig, täuſchend körperlich ausſieht, während die beiden äußeren einen bloß flächenhaften Eindruck machen. Die nächſte und einfachſte künſtliche Hülfe — das einfachſte Stereoſkop — beſteht in einer zur Angeſichtsfläche ſenkrecht aufgeſtellten Scheidewand, die es verhindert, daß das rechte Bild vom linken und das linke vom rechten Auge geſehen werde. Noch mehr wird das Gelingen des Verſuches gefördert, wenn beide Augen durch dicht davor gehaltene Röhren, die alle fremden Lichteindrücke abſchneiden, nach den beiden für ſie gezeichneten Projectionen des Körpers hinſehen. Gewöhnlich ſetzt man noch in die Röhren Converlinſen ein, die es erlauben, den Accommodationszuſtand der Augen mit dem Abſtande ihres Convergenzpunktes in Einklang zu ſetzen. Man hat damit die jetzt üblichſte Form des Stereoſkopes, wie man es elegant ausgeführt mit einzulegenden photographiſchen Bilderpaaren in allen Galanterieläden kauft. Fig. 198 giebt eine ſchematiſche Darſtellung von dieſer Einrichtung. Die Sehaxen der beiden Augen O und O' convergiren nach einem Punkt K. Hier denken wir uns einen körperlichen Gegenſtand (etwa einen abgeſtumpften Kegel, wie er in der Figur punktirt gezeichnet iſt). Von ihm ſind in der Ebene E zwei perſpectiviſche Projectionen gezeichnet, die eine bei B für den Standpunkt O, die andere bei B' für den Standpunkt O'. B wird nun durch die Röhre R von O, B' durch die Röhre R' von O' geſehen. Die von den Punkten des Bildes B aus divergirenden Lichtbündel werden endlich durch

Digitized by Google

die in R eingesetzte passende Linse (für welche die Abstände BL und KL conjugirte Vereinigungsweiten sein müssen, woraus die Brennweite $= \frac{BL.KL}{KL - BL}$ zu berechnen ist), so gebrochen, als ob sie von Punkten auf denselben Richtungslinien in der Entfernung KL gelegen ausgingen. Analoges widerfährt den Strahlenbündeln, die von den Punkten des Bildes B' ausgehen, in der Linse L'. Dadurch wird die Täuschung vollendet; denn das Auge ist nun genöthigt, einen für den Abstand von K passenden Accommodationszustand anzunehmen, und kann also auch nicht aus dem Bewußtsein über seine inneren Zustände schließen, daß sich die Licht aussendenden Punkte in der Ebene E befinden.

Fig. 198.



Bei den gewöhnlichen käuflichen Stereoskopen ist das soeben Erörterte noch etwas abgeändert, die wirklichen Zeichnungen liegen nämlich etwas weiter auseinander, als es die schematische Figur erfordert; dafür aber sind die Linsen etwas prismatisch und so gestellt, daß die brechende Kante jedes Prismas nach der Mittelebene des Apparates hin liegt. Dadurch kommen die optischen Bilder der Zeichnungen doch so zu liegen, wie es das Princip verlangt.

Man sieht, daß ein solches Stereoskop nebst einem Paar von Zeichnungen streng genommen nur für ein bestimmtes Augenpaar eingerichtet sein kann. Außerdem werden die zwei Photographien desselben Gegenstandes, soviel ich habe in Erfahrung bringen können, bloß nach Gutdünken von zwei verschiedenen Standpunkten aus aufgenommen. Gleichwohl dient jedes dieser Stereoskope jedem Augenpaar und bringt die in Rede stehende Täuschung vollkommen hervor.

Mehrere andere stereoskopische Vorrichtungen beschreibt Dove in seiner 350
»Farbenlehre und optische Studien«. Er bringt die betreffenden Bilder durch Brechung und Spiegelung in Prismen an die Stelle, wo sich der eingebildete körperliche Gegenstand befinden sollte. Daß dies im Allgemeinen möglich ist, wenn man zwei Zeichnungen und zwei Prismen anwenden will, leuchtet ohne Weiteres ein. Wir gehen daher hier nur auf den Fall näher ein, wo Dove eine einzige Zeichnung mit Hülfe eines Prismas zu stereoskopischem Eindruck verdoppelt. Es ist dies übrigens nur dann möglich, wenn der zu sehende körperliche Gegenstand durch eine Ebene symmetrisch getheilt wird und diese mit der symmetrisch theilenden Medianebene des Beobachters zusammenfällt. In diesem Falle müssen sich offenbar die beiden perspectivischen Projectionen für die Standpunkte des rechten und des linken Auges zu einander verhalten, wie Urbild und Spiegelbild. Wenn es nun möglich ist, das Spiegelbild eines

Digitized by Google

Gegenſtandes an dem Orte für ein Auge erſcheinen zu laſſen, an welchem er ſich wirklich befindet, ſo kann man offenbar in einem Falle der gedachten Art mit einer Zeichnung eine ſtereoſkopiſche Wirkung hervorbringen. Man ſieht nämlich nur mit dem einen Auge die Zeichnung direct an, für das andere Auge läßt man aber ihr Spiegelbild an demſelben Orte erſcheinen. Das letztere leiſtet aber ein gleichſchenkliges Prisma mit ſtumpfem Winkel in folgender Weiſe. Das von p, Fig. 199, ausgehende ſehr dünne Strahlenbündel (wir redu-

Fig. 199.

ciren es auf einen einzigen Strahl) gelangt durch zweimalige Brechung und einmalige Totalreflexion an der Hypotenuſenfläche des Prismas auf dem Wege $pabco$ zum Auge bei o. Das von q ausgehende Bündel gelangt in ähnlicher Weiſe auf dem gebrochenen Wege $qa'b'c'o$ zum Auge. Dieſes aber, indem es ſich nur der letzten Wege der Lichtſtrahlen bewußt wird, verſetzt den Punkt p in die Richtung oc', den Punkt q in die Richtung oc, und ſieht alſo den Pfeil verkehrt (mit der Spitze nach unten), jedoch im Allgemeinen an demſelben Orte des Raumes, an dem er ſich wirklich befindet.

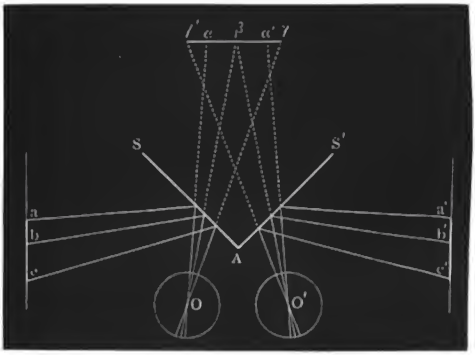
351 Die zu vielen Zwecken inſtructivſte Vorrichtung bleibt das urſprüngliche Wheatſtone'ſche Spiegelſtereoſkop. Zwei rechteckige Spiegel von gleicher Größe ſtoßen mit gleichen Seiten unter einem rechten Winkel zuſammen, ſo daß die ſpiegelnden Flächen nach außen gewandt ſind. Zu beiden Seiten dieſer Vorrichtung parallel der Halbirungsebene des Winkels, den beide Spiegel mit einander bilden, und gleichweit davon entfernt, werden nun die beiden Zeichnungen angebracht. Die Spiegel nebſt zwei Brettern, die zur Aufnahme der Zeichnungen beſtimmt ſind, werden auf einem Grundbrette befeſtigt und mit einer paſſenden Handhabe verſehen. Das Ganze wird alsdann ſo vor das Geſicht gebracht, daß jene Halbirungsebene mit der ſymmetriſch theilenden Mittelebene des Geſichtes zuſammenfällt. Fig. 200 zeigt die ganze Anordnung im Grundriß, O und O' ſind ein linkes und ein rechtes Auge, die Spiegel ſind mit AS und $A'S'$, die Zeichnungen mit abc und $a'b'c'$ bezeichnet. Der Punkt b wird nun im Auge O einen Eindruck hervorbringen, wie ein bei β befindlicher leuchtender Punkt, ebenſo der Punkt b' im Auge O'. Der Punkt c wird vom Auge O in der Richtung $O\gamma$, der Punkt α' vom Auge O' in der Richtung $O'\alpha'$ geſehen. Ihr gleichzeitiges Vorhandenſein macht alſo auf beide Augen den Eindruck, als ob ſich im Durchſchnittspunkt dieſer beiden Richtungslinien ein leuchtender Punkt befände. Ebenſo glaubt der Beobachter einen Punkt da zu ſehen, wo ſich die beiden Linien $O\alpha$ und $O'\gamma'$ ſchneiden. Dieſe drei Punkte liegen aber nicht mehr in einer Vertikalebene wie a, b, c oder a', b', c'.

Das Spiegelſtereoſkop iſt beſonders geeignet zu Anſtellung der Wheat-

Digitized by Google

stone'schen und Meyer'schen Versuche, welche den Einfluß der Convergenz der Sehaxen auf die Größenbeurtheilung zeigen. Man braucht nämlich nur die

Fig. 200.



beiden Zeichnungen um gleichviel in ihren Ebenen nach dem Beobachter hin zu verschieben, so erscheint sofort das Trugbild des körperlichen Gegenstandes viel kleiner. Nunmehr müssen nämlich die beiden Augenaxen auf einen viel näher gelegenen Punkt convergiren, um die beiden Spiegelbilder der Zeichnungen zu sehen. Die bloße Betrachtung der Figur 200 wird diese Behauptung außer Zweifel stellen. Eine Vergrößerung tritt ein, wenn man die Zeichnung vom Beobachter weg verschiebt. Durch fortgesetztes Verschieben der Zeichnungen in diesem Sinne hat Meyer sogar eine Divergenz der den Bildern nachgehenden Sehaxen erzielt.

III. Elektrische Instrumente.

Der Multiplicator.

Die Kenntniß des Multiplicators im Allgemeinen wird hier als bekannt 352
vorausgesetzt, da die Einrichtung desselben in allen Lehrbüchern der Physik dargestellt ist. Auch in Beziehung auf die Anwendung des astatischen Nadelpaares an sich darf einfach auf den zweiten Band von Müller's Lehrbuch verwiesen werden. Daselbst (siehe Bd. II. Nr. 73) ist gezeigt, daß die richtenden Wirkungen des Multiplicatordrahtes auf beide Nadeln des Systemes sich summiren, während die Wirkungen des Erdmagnetismus auf beide sich von einander subtrahiren, so daß die Ablenkung, die aus der Gegeneinanderwirkung der richtenden Kraft des Stromes im Drahte und Erdkraft resultirt, bei einem astatischen Systeme weit größer ausfallen muß, als ceteris paribus bei einer einfachen Nadel. Auf einige Einzelnheiten astatischer Systeme haben wir jedoch hier noch zurückzukommen.

Digitized by Google

Wir sprechen zunächst vom Drahte des zu thierisch elektrischen Versuchen dienenden Multiplicators. Was ihn angeht, so hat man bekanntlich die Wahl zwischen einem kurzen dicken, der in wenigen Windungen die Nadel umgiebt, und einem langen dünnen, der in ungeheuer vielen Windungen herumgeführt werden kann. Bei jenem hat man den Vortheil, durch Einführung des Multiplicators den Widerstand nicht sehr zu vermehren und daher den zu beobachtenden Strom nicht sehr zu schwächen. Der Vortheil des anderen besteht darin, die Wirkung des im Multiplicatordrahte kreisenden Stromes auf die Nadel zu vervielfältigen. Bekanntlich bedient man sich deshalb der kurzdrahtigen Multiplicatoren da, wo es auf Ermittelung von Elektricitätsquellen ankommt, die in Anordnungen liegen, welche für sich genommen keinen großen Widerstand leisten. Die Hinzufügung neuer Windungen zum Multiplicator wird in einem solchen Falle den gesammten Widerstand des ganzen Stromkreises um namhafte Bruchtheile vermehren, und den zu beobachtenden Strom demnach in demselben Maße schwächen. Man kann sich leicht vorstellen, daß es Fälle der Art giebt, wo der Vortheil der Hinzufügung durch Vervielfältigung der elektromagnetischen Einwirkung auf die Nadel mehr als aufgewogen wird durch den Nachtheil der Schwächung des Stromes, dessen Stärke doch auch die Einwirkung auf die Nadel proportional bleibt. In der That würde man in thermoelektrischen Versuchen, wo der Widerstand der übrigen Kettentheile, weil sie alle metallisch und von ziemlicher Dicke sind, kleinere Ablenkungen erhalten mit einem langdrahtigen als mit einem kurzdrahtigen Multiplicator. Handelt es sich umgekehrt um die Entdeckung von Stromesquellen in Anordnungen, die für sich schon viel Widerstand bieten, so ist die Anwendung langdrahtiger Multiplicatoren mit vielen Windungen zweckmäßiger. Die Hinzufügung einer neuen Windung vermehrt den Gesammtwiderstand des Kreises nur um einen unmerklichen Bruchtheil, es wird also der fast ungeschwächte Strom noch einmal an der Nadel vorbeigeführt. Es würde also in einem solchen Falle, wofern es möglich wäre, den neuen Windungen immer gleich günstige Lage zur Nadel zu geben, wie den alten, mit jeder neuen Windung die elektromagnetische Einwirkung auf dieselbe fast um gleich viel vermehrt werden. Im Ganzen würde die Einwirkung alsdann der Zahl der Windungen beinahe direct proportional sein. Fälle dieser Art sind aber alle thierisch-elektrische Versuche und zwar sehr extreme. Wir haben es nämlich hier immer zu thun mit Muskel- oder gar Nervenstücken von sehr mäßigem Querschnitt, die schon für sich einen enormen Widerstand leisten, da der specifische Widerstand des bestleitenden — des Muskelgewebes — immer noch einige Millionen Male größer ist als der des Kupfers. An diese Gewebestücke reihen sich in unseren Versuchen noch namhafte Stücke feuchter Leiter der Zuleitungsbäusche und Zuleitungsgefäße, deren Querschnitt zwar groß gemacht werden kann, deren Leitungswiderstand aber immer noch den gleich langer Strecken selbst des feinsten Kupferdrahtes vielmal übertrifft. Wenn man diese Verhältnisse bedenkt, so leuchtet ein, daß ein Paar neue Drahtwindungen den Widerstand des ganzen Kreises nur um einen geradezu verschwindenden Bruchtheil vermehren können und daß daher der Länge des Drahtes von dieser Seite her gar keine erreich-

Digitized by Google

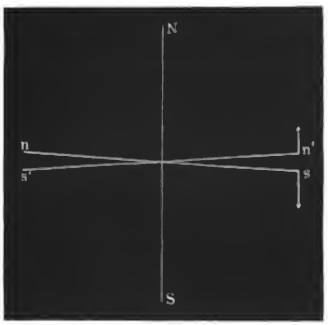
bare Gränze gesetzt ist. Eine andere Erwägung dagegen setzt der Vermehrung der Windungen eine solche. Je mehr man nämlich deren hinzufügt, desto dicker und breiter wird die ganze Rolle und desto weniger werden die äußersten wegen vermehrter Entfernung auf die Nadeln einwirken, bis zuletzt die Hinzufügung neuer Windungen die Empfindlichkeit wenigstens nicht mehr vergrößert. Du Bois glaubt, daß in seinem größeren Multiplicator von 24000 Windungen diese Gränze mindestens erreicht sei. Wir können uns hier füglich einer einläßlichen Beschreibung der Dimensionen und Gestalt der zu thierisch-elektrischen gewöhnlich angewandten Multiplicatordrahtrollen enthalten, da ja gegenwärtig viele mechanische Werkstätten fertige Multiplicatoren zu physiologischen Zwecken verkaufen und überall Gelegenheit ist, solche zu sehen.

Aus demselben Grunde brauchen wir uns auch nicht mit der Beschreibung 353
der Nadeln und ihrer Aufhängung zu befassen, können vielmehr sofort zu einigen theoretischen Betrachtungen über dieselben übergehen. Streng genommen verdiente den Namen »astatisch« nur ein solches Nadelpaar, welches gar keine stabile Gleichgewichtslage besitzt, in die es von selbst zurückkehrt, wenn es daraus entfernt wurde, das vielmehr in jeder Lage, die man ihm ertheilt, in indifferentem Gleichgewicht verharren würde. In der That müßte sich ein Paar paralleler in einer Verticalebene befindlicher Nadeln so verhalten, wenn der Magnetismus und die Abmessungen absolut gleich wären und sie in umgekehrtem Sinne an der gemeinsamen Axe befestigt wären. Es würde ja alsdann bei jeder beliebigen Lage durch den Erdmagnetismus die eine Nadel ein ebenso starkes Drehungsmoment in dem einen Sinne erfahren, als die andere im entgegengesetzten; das resultirende Moment wäre Null und das System bliebe in jeder Lage in Ruhe. Die Erfüllung dieser Bedingungen ist aber bis zu dem Grade unmöglich, daß bei der gegenwärtig üblichen äußerst beweglichen Aufhängung an Coconfäden das resultirende Moment merklich gleich Null würde; man ist daher nicht im Stande, ein astatisches System im strengen Sinne des Wortes herzustellen. Die sogenannten astatischen Systeme haben vielmehr immer eine stabile Gleichgewichtslage, die mit dem magnetischen Meridian einen mehr oder weniger großen Winkel bildet. Diese Ablenkung aus dem Meridian — welche du Bois die »freiwillige« nennt — kommt übrigens auch dem ganz frei aufgehängten Nadelpaare zu und ist wohl zu unterscheiden von der Ablenkung durch die Drahtmassen des Gewindes, die eintritt, wenn sich das Paar an seinem Platze im Multiplicator befindet. Bekanntlich vermehrt man die Astasie eines Nadelpaares dadurch, daß man die als schwächer magnetisch befundene Nadel von Neuem streicht. Verfährt man in dieser Weise, so nimmt, wie bereits Nobili bemerkte, die freiwillige Ablenkung zu. Gleichzeitig wächst natürlich die Schwingungsdauer, weil ja die resultirende Richtkraft der Erde, die sich mit dem Unterschiede der entgegengesetzten Nadeln in gleichem Sinne verändert, abnimmt. Hat man endlich die möglichst vollkommene Gleichheit beider Nadeln erreicht, so beträgt die freiwillige Ablenkung 90°, d. h. das Nadelpaar stellt sich senkrecht zum magnetischen Meridian. Der Grund dieser Erscheinungen liegt in dem nie vollkommenen Parallelismus der Nadeln. In der That sei $n\,s$ und $n'\,s'$ in

Digitized by Google

Fig. 201 das Paar nicht ganz paralleler Nadeln und NS der magnetiſche Meridian. Denken wir uns die ganzen drehenden Kräfte bei n' und s angebracht, wie die mit Pfeilſpitzen verſehenen Linien andeuten; iſt die Nadel ns ſtärker, ſo wird ſich n' und s nach S hinbewegen. Dabei nimmt aber das Drehungsmoment der Nadel ns raſcher ab, als das der Nadel $n's'$, weil ſie dem Meridian näher liegt, und es muß früher oder ſpäter, jedenfalls aber noch ehe ſelbſt die Nadel ns den Meridian erreicht hat, der Fall eintreten, daß die beiden entgegengeſetzten Momente von ns und $n's'$ einander gleich werden. Die Lage, in welcher dieſer Fall eintritt, iſt die Gleichgewichtslage der freiwilligen Ablenkung. Daß dieſe Lage die iſt, in welcher die Halbirungslinie des ſtumpfen Winkels SOS' mit dem magnetiſchen Meridian zuſammenfällt, wenn die beiden Nadeln gleich ſtark ſind, ergiebt ſich dann von ſelbſt.

Fig. 201.



Hängt nun das Nadelpaar an Ort und Stelle im Multiplicator, ſo ſtellt es ſich auch nicht mehr in dieſe Gleichgewichtslage, ſondern es ſucht eine andere Gleichgewichtslage auf, wofür der Grund in der »Ablenkung durch die Drahtmaſſen« liegt, welche niemals vollkommen frei von Eiſen herzuſtellen ſind. Denken wir uns das Nadelpaar abſolut aſtatiſch, ſo wird es innerhalb des Drahtgewindes zwei ſtabile und eine labile Gleichgewichtslage haben. Die beiden ſtabilen ſind offenbar diejenigen, in denen die vier Pole des Nadelpaares möglichſt vielen im Drahte enthaltenen Eiſentheilchen möglichſt nahe ſind. Das ſind ſie aber, ſobald die Ebene des Paares mit einer der Diagonalebenen des Rahmens zuſammenfällt. Darüber läßt die oberflächlichſte Anſchauung keinen Zweifel. Ebenſo iſt ohne Weiteres erſichtlich, daß das aſtatiſche Paar in der den Längsſeiten parallelen Mittellinie des rechteckigen Rahmens (wo in den Windungsmaſſen ein Spalt iſt) im labilen Gleichgewicht iſt. Von hier aus wird es nach beiden Seiten gleich ſtark von den Drahtmaſſen gezogen, deshalb iſt es im Gleichgewicht. Sobald es aber aus dieſer Lage nach der einen Seite ein wenig herausgerückt iſt, ſo ziehen die auf derſelben Seite befindlichen Drahtmaſſen ſtärker, weil ſie nunmehr näher liegen und die Reſultirende aller Anziehungen ſtrebt das Paar noch weiter nach derſelben Seite hin abzulenken. — Deshalb iſt das Gleichgewicht labil. In Fig. 202 iſt durch die Curve $kqporsh$ der Gang der ablenkenden Wirkung der Drahtmaſſen dargeſtellt; die Ordinaten bedeuten dieſe Wirkung, die Pfeile ihre Richtung, die Abſciſſen ſind die Winkel, welche das Nadelpaar mit der Nulllinie der Theilung, d. h. mit der Ebene des Spaltes in der Mitte der Windungsmaſſe macht. Man ſieht, daß auf dem Null-

Digitized by Google

punkt ein labiles Gleichgewicht statt hat; denn für ihn selbst ist die resultirende Wirkung Null ein wenig nach rechts davon, ist sie nach rechts; ein wenig links davon, ist sie nach links gerichtet. Bei s und q, d. h. für eine Stellung der Nadel 19° rechts oder links vom Nullpunkt, ist sie wieder im Gleichgewicht, denn die resultirende Wirkung ist wieder Null. Das Gleichgewicht ist aber dieses Mal stabil, denn wie die Pfeile bei den angränzenden Curvenstücken andeuten, strebt die bei einer Verrückung aus dieser Lage wach gerufene Resultirende der Drahtanziehung, die Nadel nach derselben zurückzuführen. Diese beiden Lagen sind diejenigen, wo die Ebene des Nadelpaares mit den Diagonalebenen des Rahmens zusammenfiel. Wir dachten uns für den Augenblick das Nadelpaar absolut astatisch. In der Wirklichkeit ist aber immer noch eine Wirkung des Erdmagnetismus übrig, welche dem Nadelpaar eine gewisse stabile Gleichgewichtslage vorschreibt, die — wie wir sahen — mehr oder weniger vom magnetischen Meridian abweicht. Mit dieser Lage der »freiwilligen Ablenkung« mag die Nulllinie der Theilung zusammenfallend gemacht sein, dann wirken in den verschiedenen Lagen der Nadel, außer den soeben betrachteten, noch andere vom Erdmagnetismus herrührende drehende Kräfte ein, deren Größe durch die Ordinaten der Linie xoz in der Figur dargestellt werden kann. In der That muß ja das Drehungsmoment des Erdmagnetismus auf die Nadel stetig wachsen, je weiter sie von ihrer Lage der freiwilligen Ablenkung, hier also der Nulllinie, entfernt ist. Bildet man für jede Abscisse die algebraische Summe der zugehörigen Ordinaten der beiden Curven, so hat man die drehende Kraft, die wirklich auf das Nadelpaar wirkt, wenn sie im Multiplicator an Ort und Stelle aufgehängt ist, und wenn die Nulllinie der Theilung mit der Lage der freiwilligen Ablenkung zusammenfällt. Diese algebraischen Summen geben nun die Ordinaten einer neuen Curve, die in Fig. 203 gezeichnet ist. Man ersieht aus ihr, daß unter dem vereinigten Einfluß des Erdmagnetismus und der Drahtmassen das Nadelpaar eine labile Gleichgewichtslage auf der Nulllinie und rechts und links davon je eine stabile Gleichgewichtslage, etwa 10° von der Nulllinie entfernt, hat. Auf eine dieser letzteren wird sich natürlich die Nadel von selbst einstellen, wenn sie in dem Multiplicator aufgehängt wird.

Fig. 202.

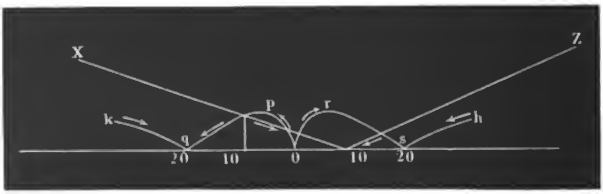
Fig. 203.

Dreht man nun die Multiplicatorgewinde in dem Sinne, daß die Null-

Digitized by Google

linie unter die Nadel kommen ſollte, ſo dreht ſich die Nadel in demſelben Sinne, jedoch *langſamer*, als die Nulllinie — ſie flieht gewiſſermaßen vor dem Nullpunkt: ſetzt man die Drehung fort, ſo kommt man zu einem Punkte, wo die Nadel auf einmal in umgekehrter Richtung ſich dreht, durch den Nullpunkt durchſchlägt und auf ſeiner anderen Seite eine Gleichgewichtslage ſucht. Aus den Curven der Fig. 204 iſt dies Verhalten der Nadel leicht verſtändlich. Denken wir z. B.,

Fig. 204



die Nadel habe zuerſt bei 10° links von o eingeſtanden, dreht man nun das Drahtgewinde mit der Theilung nach links, ſo heißt dies ſo viel, als wenn die Curve $kqporsh$ ſammt der Abſciſſenaxe nach links verſchoben würde, während die Curve XoZ im abſoluten Raume ruhig bleibt, da ihre Lage bloß von der Erde abhängt. Man ſieht auf den erſten Blick, daß bei dieſer Verſchiebung der Durchſchnittspunkt von Xo und qp weiter nach links im abſoluten Raume zu liegen kommt, als vorher, dagegen doch der neuen Lage des Nullpunktes näher rückt. Da nun die Nadel der ſtabilen Gleichgewichtslage folgt, ſo iſt der Anfang der oben geſchilderten wirklichen Bewegung der Nadel nur ein anderer Ausdruck für die hier gefundene Bewegung der Gleichgewichtslage. Aber auch der weitere Verlauf der Bewegungen, nämlich das Durchſchlagen durch den Nullpunkt, erklärt ſich leicht, wenn man das Verſchieben der Curven weiter fortſetzt. Sobald nämlich das ganze Curvenſtück pq in den Raum zwiſchen Xo und die Abſciſſenaxe geſchoben iſt, ſo giebt es links vom Nullpunkt der Theilung kein Gleichgewicht mehr, und die Nadel muß auf der anderen Seite deſſelben eine neue Gleichgewichtslage ſuchen.

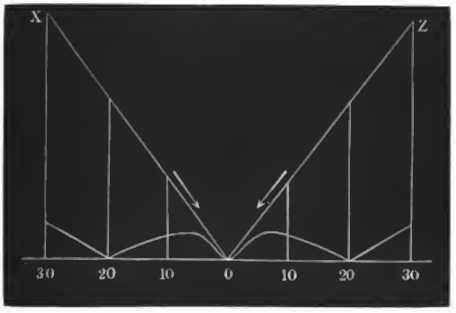
Wenn das Nadelpaar weniger aſtatiſch iſt, ſo hat die Curve XoZ der Erdkraft größere Ordinaten und ſie können ſo groß werden, daß die Curve zur ſtörenden Curve eine Lage einnimmt, wie ſie in Fig. 205 gezeichnet iſt. In dieſem Falle iſt offenbar die Nulllinie die einzige Lage eines Gleichgewichtes, und zwar eines ſtabilen. Die Nadel führt alsdann um dieſe Lage Schwingungen aus, die ſich nur durch quantitative Einzelnheiten unterſcheiden von jenen, welche ſie ausführen würde, wenn die ſtörenden Drahtmaſſen gar nicht vorhanden wären.

354 Es ſtehen demnach zwei Wege offen, der Multiplicatornadel eine feſte Gleichgewichtslage über der Nulllinie zu ſichern, wie es bei allen Multiplicationsverſuchen nothwendig iſt. Entweder man ſucht die Störung durch die Drahtmaſſen ganz zu beſeitigen und kann dann dem Nadelpaar einen beliebig hohen

Digitized by Google

Grad von Astasie ertheilen; oder man verzichtet auf die Wegschaffung der Störung und vermindert die Astasie der Nadel so lange, bis die äußeren Richtkräfte

Fig. 205.



gewißermaßen über die störenden der Drahtmassen Herr geworden sind, d. h. ein Verhältniß der Kräfte, wie in Fig. 205 eingetreten ist. Was zunächst die gänzliche Beseitigung der Störungen betrifft, so könnte man diese einmal erstreben durch Anwendung vollkommen eisenfreien galvanoplastischen Kupfers. Durch technische Hindernisse ist jedoch diesem Gedanken die Ausführung versagt. Man könnte aber andererseits noch so viel Kupfer von der Beschaffenheit des Drahts hinzufügen, daß rings um den Drehpunkt der Nadel die störende Masse vollkommen symmetrisch vertheilt wäre. Dann tritt keine Störung ein. Selbst eine kreisförmige Eisenscheibe, deren Mittelpunkt mit dem Drehpunkt der Nadel zusammenfällt, würde z. B. keine störende Wirkung äußern. Ebensowenig könnte natürlich eine im Verhältniß zur Nadelgröße allseitig unendlich ausgedehnte Masse störend wirken. Die Windungsmasse des Multiplicators ist nun schon so groß im Verhältniß zur Größe der Nadeln, daß sie wie eine unendlich ausgedehnte Masse wirksam wäre, wenn sie nicht durch den mittleren Längsspalt unterbrochen wäre. Daher ist die Ausführung des hier in Rede stehenden Gedankens viel leichter, als man auf den ersten Blick meinen sollte. Man braucht nämlich nur noch so viel Kupfer hinzuzufügen, daß auch von den Punkten des Längsspaltes magnetische Anziehungskräfte wirken, als wäre er gleichmäßig mit Windungen ausgefüllt. Man kann dies dadurch ins Werk setzen, daß man wirklich den Längsspalt mit Windungen zuwickelt, und die Erfahrung zeigt, daß sich alsdann die Nadel im Gewinde gerade so verhält wie außerhalb. Doch ist dies nicht bequem, weil dann der Verbindungsstab des Nadelpaares bügelartig gebogen um den oberen Theil der Windungen herumgehen muß. Man erreicht dasselbe Ziel auf eine bequemere Weise, wenn man an geeigneter Stelle im Längsspalt gesonderte Kupfermassen anbringt, die an magnetischer Anziehung den ausfüllenden Windungen äquivalent sind; natürlich dürfen sie eben deswegen nicht den ganzen Spalt ausfüllen, denn sie würden ja alsdann die Win-

Digitized by Google

dungen bedeutend überwiegen. Du Bois hat auf diese Weise in der That factisch die Störungen beseitigt; doch hat er später aus mancherlei Gründen dieses System verlassen und empfiehlt das andere als zweckmäßiger, wonach man die Astasie des Nadelpaares so weit vermindert, daß trotz der nicht beseitigten Ablenkungen durch die Drahtmassen das Nadelpaar in der Ebene seiner freiwilligen Ablenkung stabil einsteht. Keineswegs ist es indessen zweckmäßig, dem Nadelpaar von vornherein so wenig Astasie zu ertheilen, daß es schon für sich im Gewinde aufgehängt die Lage der freiwilligen Ablenkung als stabile Gleichgewichtslage einhält. Man muß vielmehr dasselbe an sich so astatisch machen, daß es durch die Drahtmassen abgelenkt wird, nunmehr aber durch eine neue äußere Richtkraft die Astasie im erforderlichen Grade vermindern. Nobili und Melloni thaten dies durch einen 200mm langen Magnetstab — den Berichtigungsstab — der in der Ebene der freiwilligen Ablenkung, in welche auch die Nulllinie der Theilung eingestellt war, stand und der benachbarten Nadel einen freundlichen Pol zukehrte, also anziehend wirkte. Seine Entfernung vom Nadelpaar übertraf dessen Größe so sehr, daß er ähnlich wie der Erdkörper in allen Stellungen der Nadel ziemlich gleich stark auf dieselbe wirkte und daß also das von ihm ausgeübte Drehungsmoment wie das vom Erdkörper ausgeübte dem Sinus der Ablenkung nahezu proportional war. Man sieht, daß dies Verfahren im einzelnen Falle genau dasselbe leistet, wie wenn man dem Nadelpaar an sich einen geringeren Grad von Astasie ertheilt hätte. Es hat nur den einen Vorzug, daß man durch Vergrößerung und Verkleinerung der Entfernung des Berichtigungsstabes in verschiedenen Fällen einen verschiedenen Grad von Astasie hervorbringen kann, ohne die Nadeln selbst zu verändern.

Bei einem empfindlicheren Multiplicator hat darum du Bois den Berichtigungsstab sehr klein gemacht — er besteht aus einer feinen Nadelspitze — und dem freundlichen Pole der oberen Nadel sehr genähert; er steht unter der Glasglocke und kann durch Mikrometerschrauben sehr genau regiert werden. Man bewegt ihn so lange vor dem Nullpunkt der Theilung hin und zurück, bis er die Nadel gerade auf diesem festhält. Diese Methode hat den Vortheil, daß in allen Graden der Theilung nur sehr geringe Kräfte auf die Nadeln einwirken, daß aber überall dieselben so gerichtet sind, daß sie die Nadel nach dem Nullpunkte hintreiben. In der That wird ja jetzt beim geringen Abstande des Berichtigungsstäbchens seine anziehende Wirkung auf die Nadel bei einigermaßen bedeutenden Ablenkungen nahezu Null werden. Wir wollen die Curve verzeichnen (in der oben befolgten Weise), welche das von dem Berichtigungsstäbchen auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment bei allen möglichen Lagen desselben darstellt. Es ist bekanntlich gleich dem Product aus der anziehenden Kraft und der Länge des vom Drehpunkt auf die Richtung*) dieser Kraft gefällten Perpendikels. Da der letztere

*) Der Einfachheit wegen wollen wir bloß an die eine Anziehung denken, zwischen dem Magnetstäbchen und dem nächstbenachbarten freundschaftlichen Pole der Nadelpaares, die anderen Kräfte werden in unserem Falle in Wirklichkeit gegen diese verschwinden.

Digitized by Google

Factor Null ist, wenn die Nadel im Nullpunkt einsteht, so ist hier das Drehungsmoment Null, rechts und links davon wächst es rasch bis zu einem Maximum, um dann sehr bald wieder fast Null zu werden, da bei namhaften Ablenkungen wegen zu großer Entfernung des freundschaftlichen Nadelpoles der andere Factor verschwindend klein wird, obwohl der eine immer größer wird. Die Curve wird demnach jedenfalls eine Gestalt wie $\sigma' \varrho' o \varrho \sigma$ in Fig. 206 haben. Durch passende Wahl aller einzelnen Abmessungen wird man es nun dahin bringen können, daß sie auch in quantitativer Beziehung die hier gezeichnete Gestalt hat. Ist aber dem wirklich so, dann ist allen billigen Anforderungen einer Compensation vollkommen entsprochen. Es ist nämlich, wie oben schon in der Fig. 203, die andere punctirte Curve diejenige, deren Ordinaten die Drehungsmomente bedeuten, welche von der vereinigten Wirkung des Erdmagnetismus und der Drahtmassen herrühren. Werden dazu die Ordinaten der neuen Curve algebraisch summirt, so hat man die Drehungsmomente, welche in allen Lagen der Nadel hervorgebracht werden durch das Zusammenwirken der Erdkraft, der Drahtmassen und des Berichtigungsstäbchens, welche also in Wirklichkeit im gedachten Falle vorhanden sind. Die Curve, deren Ordinaten schließlich diese Drehungsmomente darstellen, ist in der Figur als ausgezogene Linie gezeichnet. Sie zeigt an, erstens daß in allen Lagen ein resultirendes Drehungsmoment wirksam ist, welches die Nadel nach dem Nullpunkt zurückführt, diese also eine stabile Gleichgewichtslage hat, was bei allen Versuchen unerläßlich ist, und zweitens daß man es bei allen Ablenkungen mit schwachen Drehungsmomenten zu thun hat, daß also der Multiplicator bei allen Ablenkungen in hohem Grade empfindlich ist, wie es wünschenswerth ist zu thierisch-elektrischen Versuchen.

Fig. 206.

Elektrisches Chronometer.

Die von Pouillet erfundene Chronometrie beruht darauf, daß die Zeit, 355
während welcher ein galvanischer Strom von bekannter Intensität von einem Drahtgewinde aus auf einen Magnet gewirkt hat, genau aus dessen veränderter Bewegung berechnet werden kann. Wenn es demnach möglich ist, einen Strom von bekannter Intensität gerade so lange auf einen beweglichen Magneten einwirken zu lassen, als ein gewisser Vorgang dauert, so kann man die Dauer dieses Vorganges berechnen aus der beobachteten Bewegung des Magneten. Die Genauigkeit dieser Methode hat nur nach der Seite hin eine Gränze, daß man vielleicht manchmal nicht im Stande sein dürfte, Anfang und Ende des Vorganges, dessen Dauer gemessen werden soll, absolut mit Eintritt und Unterbrechung des Stromes zusammenfallen zu lassen. Die Dauer des Stromes selbst kann mit einer Genauigkeit berechnet werden, welche für gewöhnliche Fälle

Digitized by Google

geradezu unbegränzt genannt werden darf. Diese Berechnung wird nämlich auf sehr genau beobachtbare Data gegründet. Der Strom von bekannter Intensität — wir wollen ihn den zeitmessenden nennen — geht durch eine Drahtrolle, neben welcher ein Magnetstäbchen an langen Coconfäden aufgehängt ist. Die Bewegungen dieses Stäbchens werden nach der von Gauß und Weber eingeführten Methode beobachtet. Es trägt ein zu seiner Längsrichtung senkrechtes Spiegelchen, in welchem sich die Theile eines entfernt aufgestellten, seiner mittleren Lage parallelen Maßstabes spiegeln. Diese Spiegelbilder werden durch ein im Meridian stehendes Fernrohr, an dessen Stativ eben der Maßstab in der Regel angebracht ist, beobachtet. Die Bewegungen des Magnetstabes zeigen sich bei dieser Beobachtungsmethode so vergrößert, daß er niemals ganz ruhig erscheint. Sie schwingt vielmehr fortwährend zwischen Gränzlagen hin und her, die für eine einzelne Schwingung nahezu gleichweit rechts und links von der Gleichgewichtslage im Meridian abstehen. Beginnt jetzt in irgend einem Augenblick der Schwingung der zeitmessende Strom die Drahtrolle zu durchkreisen und hört er nach einer gegen die ganze Schwingungsdauer verschwindend kleinen Zeit wieder auf, so bekommt der Magnetstab gewissermaßen einen momentanen Stoß, der die begonnene Schwingung stört, er führt eine andere Schwingung aus zwischen Gränzlagen, die von den Grenzlagen der begonnenen Schwingung mehr oder weniger abweichen. Sollte die Dauer t des Stoßes, d. h. der Einwirkung des zeitmessenden Stromes, berechnet werden, so muß also beobachtet werden: 1) Die Excursion h, der letzten ungestörten Schwingung; 2) die Excursion $h_{,,}$ der gestörten Schwingung; 3) der Winkel α, welchen der Magnetstab in dem Augenblicke, wo der zeitmessende Strom zu wirken beginnt, mit seiner Gleichgewichtslage im Meridian machte. Es muß außerdem bekannt sein die ganze Schwingungsdauer T' des Magnetstabes und die Ablenkung I, in welcher der zeitmessende Strom vermöge seiner bekannten und constanten Stärke den Magnetstab dauernd erhalten würde, wenn er die Drahtrolle fortwährend durchflösse. Es ist, wenn diese Größen gegeben sind:

$$t = \frac{T'}{2\pi I}\left(\sqrt{h_{,,}^2 - \alpha^2} - \sqrt{h_{,}^2 - \alpha^2}\right).$$

In der Formel ist für beide Wurzeln ihr positiver Zahlwerth zu nehmen, wenn der Strom die vorhandene Geschwindigkeit des Magneten vermehrt, für beide der negative, wenn er sie vermindert, und blos für die zweite der negative, wenn er sie umkehrt. In vielen Fällen ist man nun Herr über den Augenblick, wann der mechanische Vorgang, dessen Dauer zu messen ist, und wann demnach der zeitmessende Strom beginnen soll. Ist dies der Fall, so kann man über α willkürlich verfügen. Es ist alsdann aus manchen Gründen am zweckmäßigsten, $\alpha = 0$ zu machen. Die Sache würde sich in der Ausführung so machen: der Beobachter sieht durch das Fernrohr den Magneten, er wartet eine volle Schwingung ab und bemerkt die äußersten Excursionslagen, deren Entfernung vom Meridian mit h, bezeichnet wurde. Es würde nun eine neue Schwingung von derselben Excursionsweite beginnen, aber diese soll gestört werden, der Beobachter wartet die

Digitized by Google

Hälfte derselben ab; indem er fortwährend durch das Fernrohr sieht, bemerkt er, wann der Magnetstab den Meridian passirt ($\alpha = 0$ ist), diesen Moment nimmt er wahr, um in demselben den zeitmessenden Strom zu schließen und gleichzeitig den Vorgang beginnen zu lassen, mit dessen Ende der zeitmessende Strom wieder unterbrochen wird. Er wartet endlich auch die Vollendung dieser gestörten Schwingung ab und bemerkt die bei derselben erreichte größte Excursion h_n. Ist die Richtung des Stromes dabei eine solche gewesen, daß sein Stoß den Magneten bei seinem Durchgang durch den Meridian beschleunigt, so reducirt sich die obige Formel auf $t = \frac{T}{2\pi I}(h_n - h_1)$.

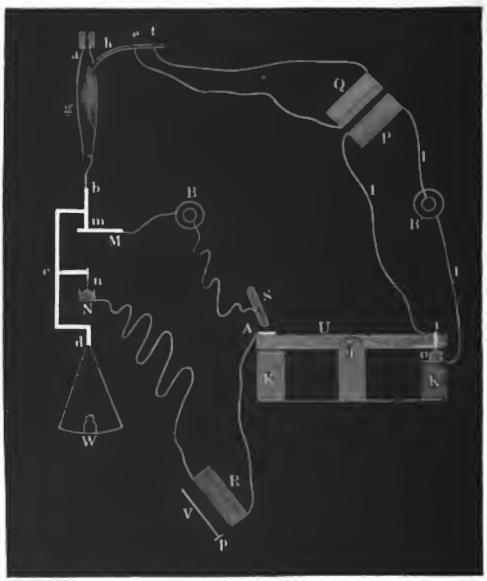
Die vorstehend in ihren Grundzügen auseinandergesetzte Zeitmessungsmethode hat Helmholtz angewandt, um diejenigen Zeiträume zu messen, welche verstreichen von dem Augenblicke, wo ein Bewegungsnerv von einem momentanen Reize getroffen wird, bis zu dem Augenblick, wo der zugehörige Muskel einen gewissen in Gewichtseinheiten ausgedrückten Spannungsgrad erlangt. Es fragt sich, durch welche Mittel es Helmholtz gelang, den zeitmessenden Strom genau in jenem ersten Augenblicke zu schließen und ebenso genau im zweiten zu unterbrechen, so daß er eben genau nur während des zu messenden Zeitraumes auf den Magneten wirkte. Er schloß zu diesem Zwecke durch einen Druck auf ein Brettchen den zeitmessenden Strom und unterbrach mit diesem Drucke gleichzeitig einen anderen Strom, so daß in einem Nebendrahte desselben ein Inductionsstrom entstand, in dessen Kreis ein Stück des Nerven aufgenommen war. Der Eintritt des zeitmessenden Stromes war also mit der Reizung des Nerven absolut gleichzeitig. Das Aufhören des Stromes erfolgte ebenso gleichzeitig im zweiten Augenblicke, indem der Muskel selbst denselben in dem Augenblicke unterbrach, wo er die verlangte Spannung erreicht hatte. Die Einrichtungen, welche zu diesem Zwecke getroffen waren, sind aus der schematischen Fig. 207 (a. f. S.) zu ersehen. Ein Froschgastrocnemius ist bei a in einem Stativ befestigt. An seinem unteren Ende hängt ein bügel- (oder eigentlich rahmen-) artiges Stück bcd, das von m bis n jedenfalls ein guter Leiter der Elektricität sein muß. Es trägt an seinem Ende d eine Wagschale W, die mit beliebigen Gewichten belastet werden kann. Bei m ist es mit einer nach unten convexen Goldkuppe, bei n mit einer abwärts gerichteten amalgamirten Spitze versehen. Die Goldkuppe ruht auf dem Metallbalken M, die amalgamirte Spitze berührt das Quecksilber, das im Näpfchen N enthalten ist, jedoch so, daß sie dieses durch Adhäsion über sein eigentliches Niveau conisch emporhebt und daß also, wenn die Verbindung einmal zerrissen ist, die Spitze n das Niveau nicht wieder erreicht, wenn sie auch wieder in dieselbe Lage kommt. Von M aus geht nun eine Drahtleitung zur constanten galvanischen Batterie B, deren anderer Pol mit einem Stifte S in Verbindung steht. Von N geht eine Drahtleitung zur weitentfernten Drahtrolle R, neben welcher das Magnetstäbchen V mit seinem Spiegel p aufgehängt ist, in der Verlängerung von V hat man sich in einiger Entfernung das Fernrohr nebst der Scala zu denken. Das andere Ende der Rolle steht in leitender Verbindung mit dem Metallplättchen A, das auf dem einen

356

Digitized by Google

Ende eines Brettchens U befeſtigt iſt. U iſt um eine horizontale Axe in q drehbar, jedoch iſt der Spielraum dieſer Drehung durch die Klötze K und K' ſehr

Fig. 207.



beſchränkt. Der Klotz K' hat ein Queckſilbernäpfchen bei o, in welches die Metallſpitze r eintaucht, wenn U mit dem r tragenden Ende abwärts geneigt iſt (alſo die in der Figur gezeichnete Lage einnimmt); in dieſem Falle iſt die conſtante Batterie B' durch die Drahtleitung ll und die Drahtrolle P geſchloſſen. Neben P befindet ſich eine zweite Drahtrolle Q, die durch einen Theil des zum Muskel g gehörigen Nerven h bei ef zum Kreiſe geſchloſſen iſt. Der Beobachter hat jetzt, indem er durchs Fernrohr nach p blickt, den Stab S in der Hand und drückt ihn, ſowie er den Magneten den Meridian paſſiren ſieht, mit einem raſchen Stoße auf das Plättchen A. Damit iſt zweierlei geſchehen: 1) iſt nun bei A der zeitmeſſende Strom der Batterie B geſchloſſen, er kann von B nach M, von da durch die Goldkuppe und das Stück c nach n, von da durch N zur Rolle R, von hier zum Plättchen A und ſchließlich durch den auf daſſelbe gedrückten Stift zurück nach B; 2) aber iſt gleichzeitig, indem durch den Stoß das Ende A von U auf den Klotz K niedergedrückt wurde, das andere Ende von U gehoben, ſo daß die Spitze r aus dem Queckſilbernäpfchen herausgehoben wird.

Digitized by Google

Der Strom der Batterie B' ist also im selben Momente geöffnet und es wird in der Rolle Q ein Inductionsstrom entstehen, der auf den Nerven h als momentaner Reiz einwirkt. Dadurch fängt der Muskel an sich zu verkürzen. Seine Spannung für die Länge ab fängt an zu wachsen. Sobald dieselbe nur um ein unendlich Kleines größer geworden ist als seine Belastung, also als das Gewicht vom Stück bcd, nebst der Wagschale und dem, was darauf steht, so erhebt er das Stück und reißt die Goldkuppe von M los, unterbricht also den zeitmessenden Strom genau im richtigen Augenblicke. Bald nachher, jedenfalls noch ehe die Goldkuppe wieder auf M liegt, reißt auch der Quecksilberfaden bei n und, wenn also nachher beim Aufhören der Zuckung bcd wieder sinkt, erreicht die Spitze n nicht mehr das Quecksilberniveau. Dies ist absolut nothwendig; denn wenn dem nicht vorgebeugt wäre, so würde hernach der zeitmessende Strom von Neuem geschlossen, voraussichtlich viel früher, als der Magnet seine Schwingung vollendet hätte, und man bekäme eine neue Störung desselben, welche die reine Beobachtung der einen unmöglich machte.

Inductionsapparat.

Die nothwendigen Bestandtheile eines Inductionsapparates dürfen hier als 357
bekannt vorausgesetzt werden, ebenso die Art und Weise, wie von einem solchen im Allgemeinen rasch folgende momentane Ströme erhalten werden können. Es können daher nur wenige Bemerkungen Platz finden, deren Zweck namentlich die vergleichende Kritik der verschiedenen üblichen Systeme ist. Ich beschränke mich überdies auf diejenigen Vorrichtungen, bei welchen abwechselndes Unterbrechen und Schließen eines galvanischen von einer hydroelektrischen Kette gelieferten Stromes die ursprüngliche Ursache des Inductionsvorganges ist. Von den magneto-elektrischen Maschinen (bei denen die ursprüngliche Ursache der Induction in abwechselndem Entfernen und Annähern eines weichen Eisenstückes von und an einen bleibenden Stahlmagneten besteht) glaubte ich ganz absehen zu dürfen, da sie aus dem Gebrauche der Aerzte gänzlich durch jene erstgenannten Apparate verdrängt sind. In der That haben die galvano-elektrischen, so wollen wir — mag auch das Wort nicht ganz bezeichnend sein — die erst definirten Inductionsapparate kurz nennen, den magneto-elektrischen gegenüber so bedeutende Vorzüge, was die physiologische und ärztliche Anwendung betrifft, daß die letzteren mit Recht aus dem Heilapparate und den physiologischen Laboratorien verschwunden sind.

Soll ein Inductionsapparat zu allen physiologischen und ärztlichen Anwendungen brauchbar sein, so hat er folgenden Anforderungen zu genügen: 1) Man muß innerhalb möglichst weiter Gränzen Herr sein über die Häufigkeit der momentanen Inductionsschläge. 2) Man muß mindestens zweierlei verschiedenartige Ströme ableiten können, von denen der eine einer größeren Gesammtsumme elektromotorischer Kräfte seine Entstehung verdankt als der andere. 3) Man muß die Intensitäten jedes dieser beiden Ströme zwischen möglichst

Digitized by Google

weiten Gränzen verändern können, ohne gerade die inducirende galvanische Kette zu ändern.

358 Der ersten Anforderung genügt man durch geeignete Einrichtung des Unterbrechungsapparates. Die Unterbrechung des inducirenden Stromes wird bekanntlich in der Regel bewirkt durch eine schwingende Metallfeder, deren Schwingungen durch abwechselnd erregten und wieder verschwindenden Magnetismus unterhalten werden. Die Zwischenzeit zwischen einem Oeffnungs- und dem nächstfolgenden Schließungsschlag ist dabei der Zeitraum, welchen die Feder zu einem vollen Hin- und Hergang gebraucht. Dieser Zeitraum ist um so kürzer einmal je stärker, und dann je kürzer die Feder ist. Man kann demnach leicht die Schwingungsdauer zwischen weiten Gränzen veränderlich machen, wenn man die Feder im Ganzen sehr lang und sehr schwach macht, aber durch geeignete leicht zu erdenkende Vorrichtungen dafür sorgt, daß man sie bald näher, bald ferner von ihrem freien Ende einklemmen kann und daß also bald ein kurzes Stück rasch, bald ein langes Stück langsam schwingt. An dem von Duchenne zu therapeutischen Zwecken gebrauchten Apparate ist eine solche Vorrichtung — freilich eine ziemlich verwickelte — angebracht, deren ausführliche Beschreibung in seinem Buche über Elektrotherapie zu finden ist. Er kann mit Hülfe dieser Vorrichtung die Häufigkeit der Schläge von etwa Einem bis einige Hundert in der Secunde steigern. Es wäre zu wünschen, daß auch an den in Deutschland käuflichen Apparaten etwas Aehnliches angebracht würde, was dieselben unmöglich sehr vertheuern könnte. — Um den Unterbrechungsapparat im Allgemeinen möglichst zu schonen, ist es räthlich, die Pole des inducirenden Stromes, so mit demselben zu verbinden, daß der positive Strom von dem Platinplättchen zu der Platinspitze, nicht umgekehrt, geht. Die von manchen Künstlern ihren Apparaten beigegebenen Gebrauchsanweisungen enthalten meist diese Vorschrift. Da nämlich in der Richtung des positiven Stromes an einer Unterbrechungsstelle immer etwas von den Leitern mitgerissen wird und verbrennt, so nutzt sich die Spitze sehr bald ab, wenn der positive Strom aus ihr hervorbricht, und macht baldige Reparaturen nothwendig. Weit weniger schnell nutzt sich das Platinplättchen ab, wenn aus ihm der positive Strom zur Spitze übergeht. Ganz besonders zweckmäßig ist es, das Platinplättchen nicht, wie es gewöhnlich geschieht, auf die Feder zu löthen, sondern es durch einen Stift mit derselben so zu verbinden, daß die Spitze nicht gerade in der Mitte damit in Berührung kommt. Man kann dann, wenn eine Stelle abgenutzt ist, durch eine kleine Drehung eine frische Stelle unter die Spitze schieben. Ich verdanke diesen Vorschlag einer mündlichen Mittheilung des Dr. Goll, der ihn mit vielem Nutzen an seinem Apparate ausgeführt hat.

359 Der zweiten oben gestellten Anforderung kann entsprochen werden bei allen Apparaten, die mit zwei getrennten Drahtrollen versehen sind, von denen die eine, den inducirenden Strom führend, wenige Windungen eines dicken Drahtes besitzt, während die andere aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes besteht. In beiden Rollen werden Ströme inducirt, denn es wirkt jede Windung der ersten Rolle nicht nur inducirend auf jede Windung der zweiten,

Digitized by Google

sondern auch auf jede Windung ihrer selbst. Ist die erste Rolle der zweiten sehr nahe — steckt sie zum Beispiel ganz in derselben —, so wird die elektromotorische Kraft, die ein solches Stromelement in einer einzelnen entsprechenden Windung in Bewegung setzt, für beide Rollen ziemlich gleich sein — immerhin für die erste Rolle etwas größer. Solcher Elemente sind aber in der zweiten Rolle der Voraussetzung gemäß sehr viel mehr vorhanden als in der ersten. Der Gesammtstrom, der in der zweiten Rolle fließt, wird deshalb von einer weit größeren Gesammtsumme elektromotorischer Kräfte getrieben, als der Inductionsstrom, welcher in der ersten Rolle fließt. Freilich ist auch der Leitungswiderstand in der zweiten Rolle in noch höherem Maße größer als in der ersten. Daher würde die größere Summe von elektromotorischen Kräften der zweiten Rolle doch keinen so starken Strom in Gang bringen als die geringere in der ersten Rolle, vorausgesetzt, daß beide Rollen ganz widerstandslos zum Kreise geschlossen wären. Ganz anders aber verhalten sich die Strominten-sitäten, wenn im Schluß der Rollen noch andere Widerstände vorkommen, die gegen die Widerstände ihrer Drahtmassen nicht vernachlässigt werden können. Die Stromstärke ist bekanntlich der Quotient aller im Kreise vorhandener elektromotorischer Kräfte dividirt durch alle darin vorhandenen Widerstände. Bei der ersten Rolle ist nun der Dividend klein und der im Divisor ein- für allemal bleibende Summand — der Widerstand der Rolle selbst — auch klein. Für die zweite Rolle sind diese beiden Größen groß. Kommt also ein kleiner Summand — d. h. ein kleiner Widerstand außerhalb der Rolle — im Divisor hinzu, so bleibt der Quotient für die erste Rolle größer; kommt aber ein großer Summand hinzu, so wird der Werth dieses Quotienten stärker vermindert, als wenn derselbe Summand im Divisor für die zweite Rolle hinzutritt. In Betreff des Grundes, warum diese zweite Anforderung an die Inductionsapparate gestellt wurde, verweisen wir auf das S. 459 Gesagte.

Den in der zweiten Rolle inducirten Strom nennt man häufig den »inducirten Strom« schlecht weg; er kann natürlich nur auf eine Weise abgeleitet werden, indem man eben die beiden freien Enden der zweiten Rolle durch irgend welchen Leiter (z. B. einen thierischen Theil) in Verbindung setzt. Der zwischen die Enden der Rolle eingeschaltete Körper wird, weil diese sonst keine Verbindungen hat, vom Schließungs- und Oeffnungsstrom in gleicher Weise afficirt. Der in der ersten Rolle inducirte Strom heißt mit dem Kunstausdrucke der »Extrastrom«. Er kann auf zwei verschiedene Weisen vom Apparate aus durch denselben Leiter geschickt werden. Denken wir z. B., ein Muskel solle elektrisirt werden und es seien an denselben zwei Metallplatten angelegt; diese können nun noch auf zweierlei Art mit den Enden der ersten Rolle in Verbindung gebracht werden. Man kann sie nämlich einmal geradezu und unmittelbar mit denselben (*s* und *ρ* in der schematischen Fig. 208*) verbinden. Dann

*) Diese sowie die drei folgenden schematischen Figuren schließen sich zunächst an den du Bois'schen Schlittenapparat an, jedoch ist die zweite Rolle und der Unterbrechungsmagnet weggelassen. Uebrigens kann man das Schema auch jedem anderen galvano-elektrischen Inductionsapparate leicht anpassen.

Digitized by Google

bildet der Muskel *M*, ſo lange allemal die Feder an der Spitze anliegt, für den Strom der Kette *K* eine Nebenſchließung (neben der Rolle *R*) und erhält einen momentanen Zweig davon. Ebenſo bildet aber in demſelben Augenblicke die Kette für den Schließungsſtrom der Rolle eine Nebenſchließung (neben dem Muskel), und zwar im Zweifel eine weit beſſere als der Muskel, ſo daß alſo dieſer nur wenig vom Schließungsſtrome erhalten wird, der vielmehr zum größeren Theil den weniger Widerſtand bietenden Weg *sfφKϱ* durch die Kette nehmen wird. So wie aber die Feder von der Spitze losgeriſſen wird, wie es Fig. 209 darſtellt, iſt der Kreis der Kette vollkommen unterbrochen und der Muskel ſchließt die Rolle allein, deren Oeffnungsſtrom er alſo ganz rein empfängt.

Fig. 208.

Fig. 209.

Man kann aber auch zweitens die eine am Muskel angelegte Metallplatte mit dem einen Ende der Rolle *s* (das die Platinſpitze trägt) unmittelbar verbinden, die andere dagegen mit der die Unterbrechungsfeder *f* tragenden Stütze *φ* (ſiehe Fig. 210). Der Vorgang iſt alsdann dieſer: Die Feder ſchlage an die Spitze an, der inducirende Strom geht vom Kettenpol durch *φ* zur Feder *f*, von da zur Platinſpitze, zum überwiegend größten Theil, unmittelbar ein äußerſt kleiner Theil zweigt ſich aber bei *φ* durch den Muskel *M* ab, der ja auch, wie die Figur ſehen läßt, zwiſchen *φ* und *s* eine Verbindung darſtellt; von der Platinſpitze geht er in die Rolle und vom anderen Ende der Rolle bei *ϱ* wieder zurück zum negativen Kettenpol. Genau dieſelben Wege ſtehen natürlich dem beim Kettenſchluß in der Rolle inducirten Strome offen. Er wird alſo auch nur zum verſchwindend kleinen Theile durch den Muskel gehen. Wird jetzt die Feder durch den an geeigneter Stelle erregten Magnetismus von der Spitze *s* losgeriſſen (ſiehe Fig. 211), ſo iſt damit der Kreis der Kette nicht ganz unterbrochen. Es beſteht vielmehr noch zwiſchen den beiden Polen eine leitende Verbindung *KφMsRϱK*. Dieſer Kreis, in dem ſich die Kette und der Muskel

Fig. 210.

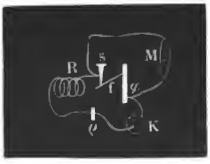


Fig. 211.

Digitized by Google

hinter einander befinden, ist es nun auch, der den bei der Unterbrechung in R inducirten Strom leitet. Der Unterbrechungsstrom geht also ganz durch den Muskel, hat aber einen größeren Leitungswiderstand zu überwinden, als im vorigen Falle, er wird also etwas schwächer sein müssen. Diese Schwächung kann jedoch nicht von Belang sein, da der Widerstand der Kette gegen den des Muskels, der so wie so im Kreise ist, verschwindet. Aus demselben Grunde ist auch der mit dem Oeffnungsstrome durch den Muskel gehende Kettenstrom (der dem Oeffnungsstrom gleichgerichtet ist) verschwindend klein und kann jenen ebenso wenig erheblich verstärken, wie ihn der Widerstand der Kette erheblich schwächen kann. Das hier scheinbar willkürlich angenommene Verhältniß der Widerstände muß übrigens nothwendig stattfinden, wenn überhaupt der Versuch gelingen soll. Wäre nämlich der Widerstand von K nicht verschwindend klein gegen den von M, so würde nach Losreißung der Feder von s die Kette noch einen starken Strom durch den ganzen Kreis $K\varphi MsR\varrho K$ schicken, welcher den Unterbrechungsmagneten so stark magnetisirte; daß er den an f befestigten Anker gar nicht losließe und die Feder also in der Fig. 211 gezeichneten Stellung verharrte. Man kann sich hiervon leicht überzeugen, wenn man einen einfachen Metalldraht zwischen φ und s einschaltet, dann wird die Feder von s weggerissen und nun bleibt die Maschine stehen, indem die Feder am Magneten hängen bleibt. Eine zwischen φ und s eingeschaltete, den Extraöffnungsstrom ableitende Verbindung muß also, wenn die Maschine dabei im Gang bleiben soll, einen sehr großen Widerstand enthalten, und dadurch der Strom der Kette dermaßen abgeschwächt werden, daß er den Unterbrechungsmagneten nicht mehr hinreichend stark magnetisirt, um die Feder festzuhalten. Sollte es Einem auffallen, daß der inducirte Oeffnungsstrom doch in M noch bedeutende Wirkungen hervorbringen kann, obwohl er in demselben Maße geschwächt werden muß, wie der Kettenstrom, da er ja denselben Kreis zu durchlaufen hat, so mag er bedenken, daß der inducirte Strom durch weit bedeutendere elektromotorische Kräfte in Bewegung gesetzt wird als der Kettenstrom.

Das Resultat dieser Betrachtung läßt sich kurz so zusammenfassen: Wird der Extrastrom abgeleitet durch einen Körper großen Widerstandes, so gehen die bei den Schließungen inducirten Ströme immer so gut wie ganz verloren. Die Oeffnungsströme kommen ganz zur Wirksamkeit und werden bei der zweiten Anordnung (aber unerheblich) geschwächt durch den Widerstand der Kette. Bei beiden Anordnungen gehen während der Schließung der Kette Zweige ihres Stromes durch den eingeschalteten Körper und bei der zweiten auch während der Oeffnung. Die Stärke dieser Zweige hängt von den Widerstandsverhältnissen im Einzelnen ab, doch scheinen sie in keinem Falle bei physiologischen oder therapeutischen Anwendungen irgend welche Rolle spielen zu können. Es scheinen für dieselben daher die beiden Anordnungen vollkommen gleichwerthig sein. Auch hat die Erfahrung bis jetzt keiner der beiden Anordnungen einen Vorzug gegeben. Der Verlust des Schließungsstromes ist vielleicht auch für die hier in Rede stehenden Anwendungen nicht sehr wichtig, da er zwar ebensoviel Elektricität zur Abgleichung bringt, als der Oeffnungsstrom, hingegen in viel längerer

Digitized by Google

Zeit als der Oeffnungsstrom, daher diesem an physiologischer Wirksamkeit bedeutend nachsteht. Ob übrigens das alleinige Vorhandensein des Oeffnungsstromes bei Ableitung der ersten Rolle, während bei Ableitung der zweiten Rolle sowohl Schließungs- als Oeffnungsströme zur Wirksamkeit kommen, mit Einfluß hat auf den von Duchenne beobachteten Unterschied dieser beiden Elektrisirungsmethoden *), wage ich nicht zu entscheiden. Bis jetzt scheint mir die am angeführten Orte von diesem Unterschiede gegebene Rechenschaft genügend.

361 Wir kommen zur dritten oben gestellten Anforderung. Am nächsten liegt der Gedanke, den Apparat so einzurichten, daß er für sich alle Ströme von so großer Stärke liefert, wie man sie nie braucht, und dann durch Einschaltung eines leicht veränderbaren Widerstandes dieselben bis zu der gerade gewünschten Stärke abzuschwächen. An vielen käuflichen Apparaten ist dieser Gedanke ausgeführt, indem irgendwo an geeigneter Stelle eine Wassersäule angebracht ist, von welcher durch Verschiebung des stromzuführenden Metalldrahtes eine längere oder kürzere Strecke in den Stromkreis eingeschaltet werden kann. So einfach und praktisch auch diese Einrichtung aussieht, so leistet sie doch erfahrungsgemäß nicht Alles, was man billigerweise verlangen darf. Der Grund davon ist leicht theoretisch einzusehen. Da man bei physiologischen und therapeutischen Anwendungen in der Regel ohnehin schon sehr bedeutende Widerstände im Kreise hat, so wird die Hinzufügung des Widerstandes einer Wassersäule keine bedeutende Schwächung des Stromes hervorbringen, sie müßte denn sehr dünn oder sehr lang sein, was beides technisch unausführbar ist. Man könnte dem Uebelstande freilich dadurch abhelfen, daß man eine schlechter als Wasser leitende Flüssigkeit zu der veränderlichen Säule benutzte. Ob dies hier und da geschieht, ist mir nicht bekannt, am meisten dürfte sich jedoch mehr oder weniger verdünnter Alkohol empfehlen.

Man kann zweitens die Stromstärke vermindern durch Verminderung der elektromotorischen Kräfte. Dies kann bei galvano-elektrischen Inductionsströmen auf verschiedene Weise geschehen, ohne daß man den inducirenden Strom selbst in seiner Stärke verändert (eine Veränderung, die wir hier nicht weiter zu betrachten brauchen, da ihre Wirkungsweise ohne Weiteres einleuchtet). Bei allen gebräuchlichen galvano-elektrischen Inductionsmaschinen ist nicht die Unterbrechung und Schließung des inducirenden Stromes die einzige Ursache der Induction, sondern gleichzeitig wirkt der verschwindende und wieder eintretende Magnetismus eines in die Rolle eingelegten Eisendrahtbündels elektromotorisch. Man kann nun den Apparat ganz leicht so einrichten, daß man diese letztere Ursache bis zu einem gewissen Maximum hin in beliebiger Stärke wirken lassen kann. Sind die einzelnen Drähte nicht fest verbunden, so kann man sie zum Theil oder alle herausnehmen. Da mehr oder weniger Eisen abwechselnd magnetisch und unmagnetisch wird, so kann also der Theil der Induction, der magnetischen Ursprungs ist, bis auf Null vermindert werden. Ist das Drahtbündel ein- für allemal fest verbunden, so kann man es wenigstens verschiebbar

*) Siehe S. 459.

Digitized by Google

machen, so daß man im Stande ist, einen mehr oder weniger großen Theil seiner Länge aus der Rolle herauszuziehen und also fast unwirksam zu machen.

Ein anderes Mittel, den Inductionsstrom zu schwächen, besteht darin, in seine Nähe einen anderen geschlossenen gut leitenden Kreis zu bringen. Es wird dadurch zwar die ganze im Inductionsstrom abgeglichene Elektricitätsmenge nicht wesentlich vermindert, dagegen wird die Abgleichungszeit verlängert. Man bekommt einen langsamer anschwellenden und langsamer wieder verschwindenden Strom, der in keinem Augenblicke die Stärke besitzt, welche er im Maximum besitzen würde, wenn der geschlossene Leiter nicht in der Nähe wäre. Gerade das ist es aber, wovon die physiologische Wirksamkeit wesentlich abhängt; sie wird demnach ganz besonders durch einen benachbarten geschlossenen Leiter geschwächt. Der vollständige Beweis des soeben angezogenen Satzes würde hier zu weit führen; man wird jedoch denselben zuzugeben geneigt sein, wenn man folgende ganz allgemeine Ueberlegung macht. Befindet sich in der Nachbarschaft des Inductionsstromes ein geschlossener Leiter, so inducirt der Inductionsstrom in diesem bei seinem Kommen und Gehen neue Ströme, das ist aber eine Arbeit, die er nur auf Kosten seiner eigenen Kraft verrichten kann. Es muß also die neue Induction die Elektricitätsbewegung in dem zuerst gedachten *verzögern*. Dieses Princip hat *Duchenne* bei seinem Apparate zur Stromschwächung benutzt. Die beiden Rollen stecken unveränderlich ganz in einander. Ueber jede derselben kann eine cylindrische Metallhülse geschoben werden. Sind beide Hülsen ganz entfernt, so hat man das Maximum der Induction; sind beide Hülsen vollständig über die Rollen geschoben, so hat man das Minimum, denn nun müssen alle zu Stande kommenden Inductionsströme in beiden Hülsen neue Ströme erregen, und werden durch diese Arbeit so geschwächt, daß sie nur noch zum Theil nach außen wirken können. Alle Zwischenstufen zwischen diesem Maximum und Minimum lassen sich erreichen durch theilweises Herüberschieben der einen oder beider Hülsen.

Eine Verstärkung der Wirkungen galvano-elektrischer Inductionsapparate über das bei günstigster Anordnung an sich vorhandene Maximum hinaus läßt sich noch mittels des *Fizeau*'schen Condensators erreichen. Er besteht bekanntlich aus zwei großen Stanniolblättern, die durch eine dünne isolirende Schicht getrennt sind, und von denen das eine mit s, das andere mit φ (s. Fig. 208) verbunden ist. Die Theorie dieser Einrichtung ist noch nicht hinlänglich aufgeklärt und mag daher ihre bloße Erwähnung genügen, um so mehr, als ihre Anwendung zu physiologischen und therapeutischen Zwecken kaum je erforderlich werden dürfte.

Das unbedingt vorzüglichste und bequemste Mittel, die Stärke des Stromes der zweiten Rolle von dem erreichbaren Maximum bis zu jeder beliebigen kleineren herabzudrücken, besteht darin, sie von der ersten Rolle mehr oder weniger zu entfernen. Mit der Entfernung nimmt nämlich die inducirende Wirkung sehr rasch ab. Die Möglichkeit, dies zu thun, ist in dem bekannten *du Bois*'schen Schlittenapparate gegeben. Er verdient darum — wie mir scheint — unbedingt den Vorzug vor allen Apparaten mit festen Rollen.

Digitized by Google

Daſſelbe Princip der Stromſchwächung läßt ſich freilich nicht auf den Extraſtrom anwenden, denn man müßte ja, zu dem Ende, die einzelnen Windungen der erſten Rolle mehr oder weniger von einander entfernen können, was nicht wohl techniſch ausführbar iſt. Im du Bois'ſchen Schlittenapparate hat man jedoch zur Schwächung des Extraſtromes noch zwei andere Mittel. Einmal nämlich die vollſtändige oder theilweiſe Entfernung des Eiſenkernes. Ferner aber das Herüberſchieben der für ſich geſchloſſenen zweiten Rolle, was den Extraſtrom in ähnlicher Weiſe dämpfen muß, wie das Ueberſchieben einer Metallhülſe Wenn freilich der Apparat in einigermaßen großem Maßſtabe ausgeführt iſt, ſo liefert er ſelbſt bei der ausgedehnteſten Anwendung beider Mittel immer noch einen ſo ſtarken Extraſtrom, daß derſelbe zu den meiſten therapeutiſchen Zwecken unbrauchbar iſt. Indeſſen liegt ja im ganzen Bau des Apparates durchaus kein Hinderniß, auch noch die anderen Mittel der Stromſchwächung (Metallhülſen und Einſchaltung eines großen Leitungswiderſtandes) namentlich für den Extraſtrom zu Hülfe zu nehmen.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Digitized by Google

Alphabetisches Inhaltsverzeichniß.

A.

Abkühlungsbedingungen an verschiedenen Körperstellen 197.
Ablenkung, freiwillige, astatischer Magnetnadeln 515.
— astatischer Magnetnadeln durch die Multiplicatordrahtmassen 516.
Absorption der Gase durch Flüssigkeiten 21.
Absorptionscoefficient 22.
Abweichungen des normalen Auges vom schematischen 325 ff.
— des schematischen Auges 310 ff.
Abzweigung elektrischer Ströme von körperlichen Leitern 383.
Accommodation des Auges 283 ff.
— negative 290.
— nicht normalsichtiger Augen 306.
Accommodationskraft 300.
Accommodationslinien 279.
Accommodationsmechanismus 298.
Accommodationsvermögen, normales 309.
Aequator, elektrometerischer, von Muskel und Nerv 412.
Aether 11.
Aethersphären der Atome 12.
Aggregatzustände 13 u. 14.
Anlegung ableitender Bogen an thierische Theile 406.
Arbeit des Herzens 138 ff.
Arbeit des Muskels 89.
Arthrodie 57.
Astatisches Magnetnadelpaar 515.
Asymmetrie der brechenden Flächen des Auges 325 ff.
Athmungsgeräusche 157.
Atom, Charakteristik desselben 2.
Atomistik 1 ff.
Auge, reducirtes 269.
— schematisches 258 ff.
Augenspiegel 497 ff.

B.

Bäusche als Elektroden bei thierisch-elektrischen Versuchen 410.
Balancirung des Rumpfes beim Stehen 91.
Beleuchtung des Augenhintergrundes 505.
Beleuchtungsspiegel des Mikroskopes 490.
Bergwellen 121.
Berichtigungsstab für den Multiplicator 520.
Biegung von Flüssigkeitsströmen 117.
Bild, optisches, bei einer brechenden Fläche 232.
— optisches, bei brechenden Systemen 249.
— optisches, bei einer Linse 233.
Blatterntemperatur 208.
Blutkreislauf (Schema desselben) 131.
Blutvertheilung im Auge 299.
Bogen, ableitender, an einem körperlichen Leiter der Elektricität 383.
Brechung des Lichtes an sphärischen Trennungsflächen 220 ff.
Brechungsindices des Auges 261.
Brennpunkte, conjungirte, für eine brechende Fläche 223.
Brennpunkte eines brechenden Systems 254.
Brennstrecke bei asymmetrischen Flächen 327.
Brillen 302 ff.

C.

Campanisches Ocular 480.
Capillarröhren (Ströme darin) 111.

Digitized by Google

Centralkräfte der Atome 2.
Centrirtes System brechender Flächen 238.
Chemischer Proceß 17.
Choleratemperatur 212.
Chromatische Abweichung des Auges 315.
Chronometer, elektrisches 521 ff.
Compensation der Farbenabweichung des Auges 317.
Complementarfarben 352. 357.
— Methode, solche zu finden 355.
— deren Intensitätsverhältniß 359.
Concavbrillen 302.
Convexbrillen 205.
Contraction der Muskelfaser 81 ff.

D.

Dämpfung inducirter Ströme 530.
Deutlichkeit des Sehens 275.
Dichtheit des Aethers 11.
— des elektrischen Stromes 378.
Diffusibilität 38.
Diffusion 18.
— deren Gesetze 19 ff.
Diplopia monophthalmica 331.
Dipolar elektrometerische Moleküle 400.
— Reihen derselben 405.
Doppelbilder im Auge bei Scheiner's Versuch 286.
Druckabnahme längs eines Flüssigkeitsstromes 102.
Dunkelheit des Augenhintergrundes 498.

E.

Eiweißhäutchen 410.
Elasticität des Muskels 87
Elektrische Spannung 371.
Elektrischer Strom, Bedingungen desselben 372.
Elektrisches Chronometer 521 ff.
Elektricitätsbewegung in nicht prismatischen Leitern 370 ff.
Elektrometerische Kraft 372.
Elektrometerische Kräfte der Muskel- und Nervenmolekule 419.
Elektrometerische Oberfläche 385.
Elektrometerische Wirksamkeit des ruhenden Muskels 411.
Elektrometerische Wirksamkeit des ruhenden Nerven 411.
Elektrometerische Wirksamkeit peripolarer Molekelsysteme 398.
Elektrometerische Wirksamkeit von Muskel und Nerv im Reizzustand 420 ff.
Elektrotherapie 454 ff.
Elektrotonus 429.
Endosmose 40.
— gemengter Flüssigkeiten 51.
Endosmotisches Aequivalent 50.
Entoptisch wahrnehmbare Objecte 344.
Entoptische Erscheinungen 340 ff.
Entoptische Parallaxe 343.
Erfrischung ermüdeter Muskeln durch den elektrischen Strom 442.
Erhaltung der Kraft 3.
Erhaltung der Kraft bei Flüssigkeitsströmen 115.
Erregerpaar (flaches) 379 ff.
Erschlaffungswellen in elastischen Schläuchen 128.
Erwärmung der Respirationsluft 180.
Euler'sche Kettenfunctionen 246.
Extrastrom 528.
— als vorzüglicher Muskelreiz 460.

F.

Farben 350.
Farbenabweichung des Auges 315.
Farbenabweichung des Auges, Versuche darüber 319.
Farbenmischung 352.
— Methoden 355. 367.
— Theorie 363.
Fernsichtigkeit 301.
Fester Aggregatzustand 14.
Fiebertemperatur 207.
Flaches Erregerpaar 379 ff. 390.
— Combination mehrerer 393.
— Combination von vier geknickten 394.
Flüssiger Aggregatzustand 13.
Flüssigkeitswellen 121.
Fortpflanzung der Wellen in schlaff gespannten Schläuchen 130.
Fortpflanzung des Schalles 158 ff.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Pulswellen 136.
— des Nervenreizes 428.
— von Schlauchwellen 128.
Freiwillige Ablenkung astatischer Magnetnadeln 515.
Froschstrom 418.

G.

Gang der Lichtstrahlen durch brechende Systeme 254.
Gang der Lichtstrahlen durch mikroskopische Objecte 493.
Gasaustausch in den Lungen 27.
Gasdiffusion 19.
Gasförmiger Aggregatzustand 13.
Gauß'sche dioptrische Formeln 238.
Gehen 93 ff.
Gelenkbewegungen, Geometrie derselben 53.
Gelenkflächen 54.
Geräusche 148.
— in den Blutbahnen 156.

Digitized by Google

Geräusche in den Respirationswegen 157.
Gerstner'sche Formel für Flüssigkeitsströme 100.
Geschwindigkeit verschiedener Fäden desselben Flüssigkeitsstromes 109.
Geschwindigkeitshöhe bei Flüssigkeitsströmen 105.
Gesetz der elektrischen Nervenerregung 446.
Gesetz der Zuckungen 452.
Gesetz des Muskel- und Nervenstromes 411 ff.
Gesichtsfeld des Augenspiegels 502. 504.
Gesichtsfeld des Mikroskopes 486.
Gesichtswinkel 271.
Gestaltveränderungen der Linse bei der Accommodation 297.
Gleichartigkeit der Multiplicatorenden 408.
Graham'sches Gesetz der Gasdiffusion 19.
Grenze der Sichtbarkeit 274.

H.

Haidinger'sche Büschel 349.
Hauptbrennpunkte einer Flasche 224.
Hauptpunkte (optische) eines brechenden Systems 252.
Hauptstrahlen 234.
Hautabkühlung 181.
Hautreizung, elektrische 455.
Hornhaut des schematischen Auges 261.
Hydrodiffusion 34
— deren Grundgesetz 35.
Hydrodynamik 97 ff.

J.

Imbibition 40.
Indirecte elektrische Muskelreizung am Lebenden 459.
Inductionsapparate 525 ff.
Inducirter Strom 527.
Irradiation 284. 321.
Iris des schematischen Auges 261.
Isoelektrische Flächen 376.

K.

Knotenpunkte eines brechenden Systemes 255.
Kraftäquivalent der Wärme 177.
Kraftausgaben des Organismus 180.
Kraftquellen der Thiere 176.
Kraftübertragung 10.
Kräftepaare, Theorie der 68.
Kugelabweichung des Auges 310.
Kurzsichtigkeit 301.
Kymographion 468.

L.

Lähmung des Bewegungsnerven durch den elektrischen Strom 443.
Lebendige Kraft 4
Lichtstärke des Mikroskopes 489.
Ligamentum ileofemorale superius 92.
Ligamentum ileotibiale 92.
Linse (im optischen Sinne) 228.
— deren Gestaltveränderungen beim Nahesehen 297.
— des schematischen Auges 261.
Lichtstrahlengang durch brechende Systeme 254.
Lungenentzündungstemperatur 209.
Lungenverdunstung 180.

M.

Mechanismus der Accommodation 298.
Mehrfachsehen mit einem Auge 331.
Mikroskop 479 ff.
Mitschwingung der Gehörwerkzeuge 161.
Mitteldruck in einem geschlossenen Röhrensystem 134.
Mittelpunkt, optischer, einer Linse 233.
Multiplicator 513 ff.
Multiplicatorenden bei thierisch-elektrischen Versuchen 408.
Muskelcontraction 81 ff.
Muskelreizung, elektrische, am Lebenden 455.
Muskelstatik 63 ff.
Muskelstrom 406 ff.
Musculus tensor choroideae 298.

N.

Negative Schwankung des Muskel- und Nervenstromes 420.
Nervenstrom 406 ff.
Netzhautbild, dessen Größe beim Gebrauch von Brillen 302. 306.
Netzhautgefäße, deren entoptische Wahrnehmung 345.
Newton'scher Farbenring 302.
Nutzeffect des Muskels 89.

O.

Objectabstand beim Mikroskop 485.
Oeffnungszuckungen 452.
Oertliche Elektrisation 455.
Ophthalmometer von Helmholtz 292.

P.

Parallelismus der Schnitte bei Flüssigkeitsströmen 99.

Digitized by Google

Parelektronomische Schicht 419.
Pendelschwingung des Beins beim Gehen 93.
Peripolar elektrometorische Molekule 397.
Peripolar elektrometerische Vorrichtungen 396.
Percussionsschall 158.
Phasen des Elektrotonus 429.
Physiologisches Rheoskop 425.
Planimeter 464.
Polarisationsbüschel 349.
Prismenstereoskop 511.
Pulswellen 136.
Pupille, deren Veränderung beim Nahesehen 297.
Purkinje'sche Aderfigur 346.

Q.

Quellung 40.
Quellungsverhältniß 41.

R.

Reducirtes Auge 269.
Reizung des Empfindungsnerven durch den constanten elektrischen Strom 444.
Resultirendes Kräftepaar 69.
Reciprocität elektrometerischer Flächenelemente 386.
Richtungsstrahlen 256.
Rotation um einen Punkt 58.

S.

Sanson-Purkinje'scher Versuch 292.
Säulenartige Polarisation der Nervenmolekule 433.
Sattelgelenk 56.
Schallerzeugung 153.
Scheiner's Versuch 285.
Schema des Blutkreislaufes 131.
Schematisches Auge 258 ff.
— seine Abmessungen 261.
— seine optischen Cardinalpunkte 267.
Schließungszuckungen 452.
Schrittdauer 95.
Schrittlänge 95.
Sehschärfe 271.
Sichtbarkeitsgrenze 274.
Spannkraft 4.
Spannung des Paukenfelles 160.
Spannung elastischer Röhren 79.
Spannung, elektrische 371.
Spannungswellen in elastischen Schläuchen 128.
Spannweite eines ableitenden Bogens 390.
— Einfluß derselben auf die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges 392.
Sphärische Abweichung des Auges 310.
Sphygmograph 475.
Spiegelbilder von den Flächen des Auges 292.
Spiegelstereoskop 512.
Stäbchenschicht der Netzhaut 277.
Stauung 114.
— negative 114.
Stehen 90 ff.
Stereoskopie 509 ff.
Stethoskop 157.
Stimme, menschliche 153.
Strömungscurven, elektrische 376.
Stromdichtheit (elektrische) 378.
Stromdichtheitsschwankung als Reiz für den Nerven 445.
Stromesrichtung von Einfluß auf die Zuckung 452.
Strom in Capillarröhren 111.
Stromlauf in starren Röhren 97 ff.
Stromunterbrecher für Inductionsapparate 526.
Superposition elektrischer Ströme 379.

T.

Temperatur des kranken Körpers 205 ff.
— mittlere, des ganzen Thieres 199.
— von der Pulsfrequenz abhängig 211.
Temperaturbestimmung, Methode 203.
Temperaturmaximum in Krankheiten 211.
Temperaturschwankungen in Krankheiten 211.
Temperaturschwankungen, zeitliche, des Thieres 203.
Temperaturtopographie der Thiere 192.
Temperaturunterschied der beiden Blutarten 195.
Tensor choroideae 298.
Thalwellen 121.
Ton (dessen Wesen) 148 ff.
Typhustemperatur 208.

U.

Unregelmäßigkeiten der brechenden Flächen des Auges 331.

V.

Veränderungen des Auges beim Nahesehen 288. 297.
Verbrennungswärme 170.
— der Nahrungsmittel 183.
Vereinigungsweiten für eine brechende Fläche 223.
Vergrößerung der Mikroskope 483.
— des Augenspiegels 501. 503.
Vergrößerungszahl eines brechenden Systems 249.

Digitized by Google

Verzweigung von Flüssigkeitsströmen 117.
Vorrücken der Linse im Auge 288.

W.

Wärme 16. 162 ff.
Wärmeabgabe des Organismus 180.
— einer Körperstelle 194.
Wärmeaufnahme einer Körperstelle 194.
Wärmeerzeugung durch chemischen Proceß 163 ff.
Wärmeökonomie der Thiere 175 ff.
Wärmeverlust des ganzen Thieres 199.
Weiß 350.
Wellenbewegung in elastischen Röhren 120.
Wellenlänge im Blutkreislaufe 136.
Wellenzeichner 468.
Widerstand gegen Flüssigkeitsströme 99.
Widerstand thierischer Gewebe gegen elektrische Ströme 437.
Widerstandshöhe bei Flüssigkeitsströmen 105.

Z.

Zerstreuungsbilder im Auge, deren Discontinuität 332.
Zerstreuungskreise 276. 281.
Zinkkupferschema des Muskels, cylindrisches 396.
Zuckung des Muskels 82.
Zuckungscurve 82.
Zuleitungsbausche 410.
Zuleitungsgefäße 410.

Digitized by Google

Berichtigungen.

Seite	5,	Zeile	3 v. u.	statt:	bei den	lies:	beiden.
»	7,	»	1 v. o.	»	reies	»	freies.
»	7,	»	10 v. o.	»	die	»	von der
»	7,	»	10 v. o.	»	lebendige	»	lebendigen

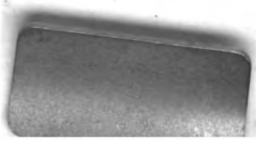
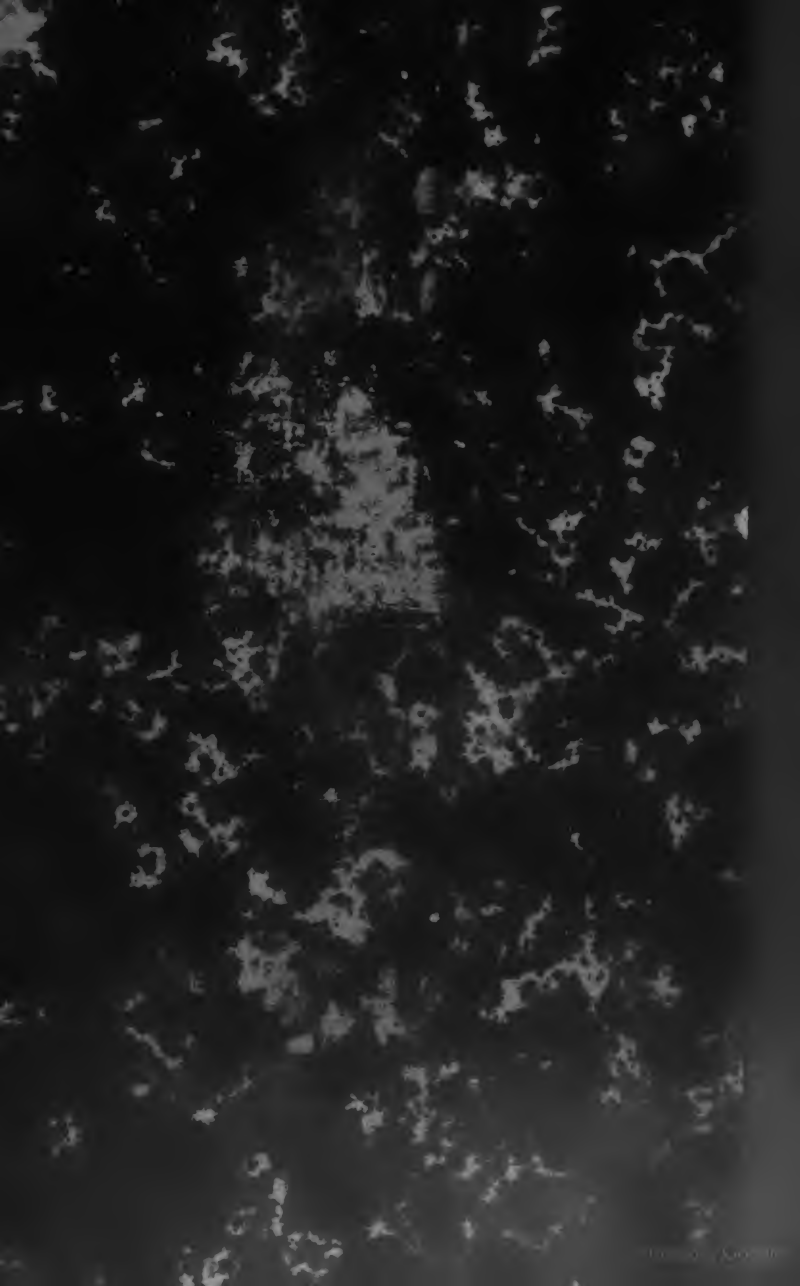
Daselbst ist der Satz: »wobei daran — bis brauchen« einzuklammern.

Seite	13,	Zeile	20 v. o.	statt:	die ponderabelen	lies:	der ponderabelen.
»	50,	»	2 v. u.	»	Cloettat	lies:	Cloetta.
»	225,	»	11 v. u.	»	P'	»	P.
»	230,	»	8 und 9 v. u.	statt:	p'	lies:	p_1
»	250,	»	18 v. u.	»	$\frac{Q^\circ - N^\circ}{9^\circ}$	lies	$\frac{Q^\circ - N^\circ}{n^\circ}$

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google